

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE ET L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

pour obtenir le grade

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

Abdelkader SAADAoui

Ingénieur I.E.G.

SUJET

ETUDE ET REALISATION D'UN APPAREILLAGE DE MESURE DE
BIREFRINGENCES MAGNETIQUE CIRCULAIRE (ROTATION FARADAY)
ET LINEAIRE (EFFET COTTON-MOUTON), EN CHAMP MAGNETIQUE
INTENSE ET A BASSE TEMPERATURE.

Soutenue le 11 Juillet 1984 devant la commission d'Examen

G. AUBERT

Président

C. CHARTIER

H. LE GALL

M. GUILLOT

Y. SOUCHE

Examineurs

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire de Magnétisme Louis Néel du Centre National de la Recherche Scientifique de Grenoble. Il a fait l'objet d'une étroite collaboration avec le Service National des Champs Intenses (C.N.R.S.).

Je remercie vivement Monsieur le Professeur G. AUBERT de l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, qui fut pour moi un professeur hautement apprécié, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Monsieur le Professeur C. CHARTIER, de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, a bien voulu faire partie de mon jury ; qu'il trouve ici l'expression de ma respectueuse gratitude.

Monsieur H. LE GALL, Maître de Recherche au C.N.R.S., Directeur du Laboratoire de Magnétisme et d'Optique des Solides (C.N.R.S.-Bellevue) a bien voulu s'intéresser à mon travail. Sa renommée internationale dans le domaine de la magnétooptique fait que je suis très honoré de le compter parmi les membres de mon jury ; je le remercie de sa présence.

C'est Monsieur M. GUILLLOT, Maître de Recherche au C.N.R.S., qui, après m'avoir accueilli au laboratoire, a dirigé mon travail de recherches. Sa participation importante à cette étude a permis qu'elle soit menée à terme. Je lui exprime ma profonde reconnaissance.

Monsieur Y. SOUCHE, Ingénieur au C.N.R.S., m'a fait découvrir les aspects théoriques et expérimentaux de la lumière polarisée. Sa contribution à la conception d'ensemble de l'appareillage a été primordiale. Je le remercie très sincèrement pour sa collaboration de chaque jour qui fut pour moi une aide indispensable.

Monsieur le Professeur M. SCHLENKER, Directeur du Laboratoire Louis Néel, m'a accueilli dans son laboratoire ; ses encouragements ne se sont jamais démentis ; je le remercie de sa sollicitude.

Monsieur J.F. GUILLAUD et G. THILLIER, techniciens au laboratoire Louis Néel, ont participé activement à la construction de mon appareillage ; je les remercie de leur compétence et de leur gentillesse.

L'expérimentation de l'ensemble cryogénique a été le fruit d'une collaboration entre les Services Techniques Centraux du Groupe des laboratoires du C.N.R.S. de Grenoble et notre laboratoire ; que chaque membre du personnel qui a participé à cette mise au point trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

La construction de l'appareillage s'est effectué au Service National des Champs Intenses , dont le directeur est Monsieur G. AUBERT, je le remercie de son accueil.

Je tiens à remercier particulièrement les techniciens et ingénieurs du S.N.C.I. qui ont montré beaucoup de bienveillance et de compréhension au cours de mes essais.

Monsieur B. PICHAND a réalisé la reprographie de mon manuscrit ; je lui adresse mes vifs remerciements.

C'est Madame Y. RANC, secrétaire du laboratoire, qui a assuré avec gentillesse, patience et efficacité, la dactylographie du manuscrit ; qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

I N T R O D U C T I O N

Si l'on veut associer un nom à la notion d'"effets magnéto-optiques", c'est sans aucun doute celui de Michael FARADAY⁽¹⁾ qui doit être proposé. Dès 1846, il publia un article intitulé :

"On the magnetisation of light and the illumination of magnetic lines of force"

où l'observation de la rotation du plan de polarisation de la lumière rectiligne par un verre soumis à un champ magnétique fut présentée. Ce verre (borosilicate dopé au plomb) préparé quelques années plus tôt par M. FARADAY serait caractérisé aujourd'hui comme présentant une "forte dispersion", cela explique pourquoi M. FARADAY observa une forte rotation, rotation observée comme étant proportionnelle à l'épaisseur traversée par la lumière et à l'intensité du champ magnétique.

Suite à cette découverte, vont apparaître tous les effets magnéto-optiques et ce, toujours au 19ème siècle ou au tout début de ce siècle avec P. ZEEMAN⁽³⁾, J. KERR⁽⁴⁾, A. KUNDT⁽⁵⁾ (effet Faraday d'un film mince ferromagnétique observé dès 1884), W. VOIGT⁽⁶⁾, J. BECQUEREL⁽⁷⁾, A. COTTON et H. MOUTON⁽⁸⁾.

Si l'on considère la situation à cette fin de XXème siècle, il est banal de dire que les études des effets magnéto-optiques ont pris une importance considérable tant sur le plan de la recherche fondamentale que sur celui de l'application avec notamment le développement de l'opto-électronique. Si l'on se limite aux matériaux magnétiques, il suffit pour se convaincre de cette importance de se reporter au programme de la dernière conférence "INTERMAG", tenue en Avril 1984 à HAMBOURG (R.F.A.): deux journées entières étaient consacrées à la présentation d'une centaine de publications.

L'intérêt porté par le fondamentaliste peut se résumer ainsi : les interactions M.O. associées à l'absorption résonnante ou non résonnante des photons vont dépendre non seulement des propriétés magnétiques définies par les états fondamentaux des ions considérés mais aussi des états excités qui vont déterminer les transitions dipolaires électriques. C'est ainsi que les mesures de rotation Faraday (biréfringence magnétique circulaire) et d'effet Cotton-Mouton (biréfringence magnétique linéaire) constituent un outil particulièrement précieux en particulier lorsqu'elles sont associées à l'étude des propriétés magnétiques (mesures de susceptibilité magnétique, d'aimantation, de chaleur spécifique, spectre de diffraction neutronique).

L'intensité du champ magnétique devient alors un paramètre physique important ; c'est pourquoi compte-tenu de l'existence du Service National des Champs Intenses (S.N.C.I.), de la collaboration existant depuis plusieurs années entre le Laboratoire de Magnétisme et d'Optique des Solides (direction H. LE GALL) et des chercheurs du Laboratoire Louis Néel, sur l'étude d'effets magnéto-optiques en champ faible (19,6 kOe) et de l'expérience acquise par ce dernier laboratoire dans le domaine de la polarimétrie ⁽⁹⁾ (construction d'un dilatomètre optique et d'un banc de mesure de biréfringence), nous avons entrepris l'étude et la réalisation d'un appareillage de mesure de biréfringence magnétique circulaire et linéaire en champ magnétique intense avec évidemment le souhait de travailler aux basses températures.

Au chapitre I, nous rappelons les formalismes de la polarisation : quaternions et sphère de Poincaré, indispensables à l'étude de notre appareillage.

Les chapitres II et III constituent une revue des principaux effets magnéto-optiques élastiques (la longueur d'onde de la lumière n'est pas modifiée) et soulignent l'importance des champs intenses et des basses températures pour l'étude de la biréfringence magnétique circulaire et linéaire.

Le problème de l'influence des fenêtres optiques sur la mesure n'a été que très peu abordé par les expérimentateurs de telle sorte que la recherche bibliographique n'a pas été très fructueuse. Aussi proposons nous au chapitre IV deux montages originaux assurant une auto-compensation des effets parasites des fenêtres optiques ainsi que des déphasages éventuels des miroirs.

La réalisation de l'appareillage est décrite en détail dans les chapitres V (ensemble optique), VI (cryostat) et VII (procédé général et automatisation).

Les premiers résultats expérimentaux relatifs à des matériaux divers tendent à vérifier le principe de l'autocompensation des effets parasites lors des mesures des effets Faraday et Cotton-Mouton. Ils font l'objet du chapitre VIII.

Quelques annexes sont ajoutées sur des points particuliers du texte (ex. influences des dérèglages des éléments optiques sur la mesure ...) et ont pour objet d'alléger celui-ci et d'en rendre la lecture moins ardue.

Références

1. M. FARADAY, Phil.Trans.Roy.Soc. (1846) 1-62 ; Phil;Mag.28 (1846), 294, 396 et in "Exp. Researches in Electricity" Vol.3, part 2146-2242 (Taylor and Francis, 1855).
2. P. ZEEMAN, Zittingsverslag, Akad Amsterdam 5 (1896), 181, 242. Phil.Mag. (5) 43 (1897) 226.
3. P. ZEEMAN, Phil.Mag. (5) 44 (1897) 55, 255.
4. J. KERR, Rep.Brit.Ass., 1876, 85 ; Phil.Mag.(5) 3 (1877) 321 ; 5 (1878) 161.
5. A. KUNDT, Wied Ann.(Ann.d.Phys.u.Chem.N.F.) 23 (1884) 228.
6. W. VOIGT, Gött.Nachr. 355 (1898) ; Wied.Ann. 67 (1899) 359.
7. J. BECQUEREL, Comptes rendus Acad.Sci.(Paris) 142 (1906) 755, 874, 1144 ; Phys.Zeitschr. 8 (1907) 632, 929.
8. A. COTTON and H. MOUTON, Comptes rendus Acad.Sci.(Paris), 145, (1907) 229, 870.
9. Y. SOUCHE, Thèse Docteur-Ingénieur, USMG, Grenoble 1982.

C H A P I T R E I

QUELQUES FORMALISMES DE LA LUMIERE POLARISEE : ETATS ET OPERATEURS DE POLARISATION.

	page
I-1 - LA REPRESENTATION CLASSIQUE	6
I-2 - LA SPHERE DE POINCARÉ	7
I-3 - LES PARAMETRES DE STOKES	8
I-4 - LES QUATERNIONS	9

CHAPITRE I

QUELQUES FORMALISMES DE LA LUMIERE POLARISEE : ETATS ET OPERATEURS DE POLARISATION

La polarisation est la partie de l'optique qui s'intéresse plus particulièrement à l'orientation du champ électrique lumineux $\vec{E}$ identifié comme étant le vecteur lumineux auquel sont sensibles les détecteurs, dont l'oeil.

Nous ne nous intéressons dans ce paragraphe qu'à la lumière totalement polarisée pour laquelle l'extrémité du vecteur $\vec{E}$ à une évolution cohérente (non aléatoire) dans le temps.

Les caractéristiques du rayonnement électromagnétique lumineux sont : l'intensité (ou valeur moyenne de $|\vec{E}|^2$), la fréquence ν , la direction de propagation, l'orientation des vibrations par rapport à un repère connu et leur position relative, la variation dans le temps de ces différents paramètres .

Parmi les différents formalismes de la lumière polarisée, nous ne présenterons, après un bref rappel sur la représentation classique, que ceux qui nous ont paru indispensables lors de la conception de notre montage.

I - 1 - LA REPRESENTATION CLASSIQUE (1) (2)

A partir de l'équation des composantes du champ électrique $\vec{E}$ dans un repère Oxyz, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ étant contenus dans le plan Oxy, à l'instant t et à la position z :

$$E_x = E_{xo} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \phi_x \right)$$

$$E_y = E_{yo} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \phi_y \right)$$

avec E_{xo} , E_{yo} : amplitudes des composantes de $\vec{E}$

ω : la pulsation ($\omega = 2\pi\nu$) avec $\nu = 1/T$

ϕ_x , ϕ_y : les phases des composantes E_x , E_y en $z = 0$

On obtient l'équation de l'ellipse :

$$\frac{E_x^2}{E_{xo}^2} + \frac{E_y^2}{E_{yo}^2} - \frac{2 E_x E_y \cos(\phi_y - \phi_x)}{E_{xo} E_{yo}} = \sin^2(\phi_y - \phi_x)$$

qui est définie à partir de quatre paramètres E_{xo} , E_{yo} et ϕ_x et ϕ_y .

Il apparaît alors assez aisément une autre façon de caractériser l'ellipse :

- le rapport des longueurs des axes de l'ellipse :

$$b/a = \tan \chi$$

$$\text{tel que : } \frac{2\chi}{1+\chi^2} = \frac{2E_{xo}E_{yo} \sin(\phi_x - \phi_y)}{E_{xo}^2 + E_{yo}^2}$$

- la direction α du grand axe telle que :

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{xo}E_{yo} \cos(\phi_x - \phi_y)}{E_{xo}^2 - E_{yo}^2}$$

- le sens de parcours de l'extrémité de $\vec{E}$ sur l'ellipse se déduit de la valeur de $\phi_x - \phi_y$, donc du signe de χ .

- l'intensité du faisceau :

$$I = E_{xo}^2 + E_{yo}^2$$

Donc, pour une longueur d'onde λ et une direction de propagation donnée, quatre paramètres sont encore nécessaires pour définir l'état de polarisation I, α , $|\chi|$ et le signe de χ .

I - 2 - LA SPHERE DE POINCARÉ (1)

Les quatre paramètres ont trouvé une représentation géométrique commode grâce à Poincaré³ qui a utilisé des coordonnées sphériques. Un point M sur la surface de la sphère de rayon 1 a une longitude 2α (par rapport à une origine arbitraire) et une latitude 2χ (figure 1a), de telle sorte que les valeurs positives de χ correspondent à des points représentatifs de l'état de polarisation dans un hémisphère (Nord) et les valeurs négatives à des points de l'autre hémisphère (Sud). Ainsi, l'équateur est le lieu des polarisations rectilignes. Lorsque le point représentatif effectue un tour sur l'équateur, la polarisation rectiligne tourne de 180° .

Les pôles ($2\chi = \pm 90^\circ$) correspondent aux lumières circulaires ($|b/a| = 1$) gauche et droite et les latitudes intermédiaires ($0 < |2\chi| < 90^\circ$) représentent les lumières elliptiques. Le grand axe d'une lumière elliptique de longitude 2α fait α avec la lumière rectiligne correspondant à $\alpha = 0$.

Deux formes de lumières sont dites orthogonales lorsque leurs grands axes sont perpendiculaires, leurs sens de rotation opposés et leur ellipticité égale en valeur absolue. Les points représentatifs A et A' se trouvent aux extrémités d'un diamètre de la sphère de Poincaré (fig. 1a).

Un composant optiquement uniaxe, parfaitement transparent à la longueur d'onde utilisée, ne peut affecter le faisceau que par sa biréfringence ou par son pouvoir rotatoire.

La sphère de Poincaré se montre un outil très commode pour rendre compte qualitativement de l'action des milieux isotropes uniaxes sur l'état de polarisation de la lumière. L'aspect quantitatif est toutefois plus difficile à mettre en oeuvre et on préfère en général d'autres méthodes mieux adaptées (matrices de Jones, de Mueller, vecteur de Stokes, quaternions).

Pour représenter l'action d'un composant anisotrope sur la lumière nous étudions quelques situations simples :

- Biréfringence linéaire (fig. 1b) : les états propres du biréfringent correspondant à deux lumières rectilignes orthogonales, donc deux points E et E' diamétralement opposés sur la sphère de Poincaré. Toute autre forme de lumière, représentée par un point M, subira une

transformation correspondant sur la sphère à une rotation Δ autour de EE' où Δ représente le déphasage introduit par le biréfringent par rapport aux directions figurées par E et E' .

- Pouvoir rotatoire (naturel ou magnétique) : Les états propres correspondent aux lumières circulaires gauche et droite représentées par les pôles de la sphère P et P' .

Un pouvoir rotatoire θ correspond à une rotation de 2θ autour de PP' (fig. 1c). L'ellipticité et le sens de rotation sont conservés tandis que la direction du grand axe a tourné de θ par rapport à la lumière incidente.

- Biréfringence elliptique: C'est un composant qui introduit un effet conjugué de biréfringence et de pouvoir rotatoire. L'axe de rotation correspondant à son action est alors un diamètre de la sphère hors du plan équatorial et de la ligne des pôles.

I - 3 - LES PARAMETRES DE STOKES⁽¹⁾

Une lumière elliptique totalement polarisée, définie par E_{xo} , E_{yo} , ϕ_x et ϕ_y , qui traverse un polariseur faisant l'angle α avec la direction, donne une intensité :

$$I(\alpha) = E_{xo}^2 \cos^2 \alpha + E_{yo}^2 \sin^2 \alpha + E_{xo} E_{yo} \sin 2\alpha \cos(\phi_y - \phi_x)$$

Le sens de rotation de la vibration elliptique est déterminé à partir de la comparaison de l'intensité précédente $I(\alpha)$ avec celle obtenue lorsqu'on impose à la lumière de traverser un élément déphasant. Si ce déphasage supplémentaire est égal à $+\pi/2$, $\phi_y - \phi_x$ devient $(\phi_y - \phi_x + \pi/2)$ et l'intensité s'écrit alors :

$$\begin{aligned} I'(\alpha) &= A_0 + A_1 \cos 2\alpha + A_2' \sin 2\alpha \\ &= 1/2(E_{xo}^2 + E_{yo}^2) + 1/2(E_{xo}^2 - E_{yo}^2) \cos 2\alpha \\ &\quad - E_{xo} E_{yo} \sin(\phi_y - \phi_x) \sin 2\alpha \end{aligned}$$

ce qui permet de lever l'ambiguïté de signe due à la parité de la fonction cosinus.

On définit ainsi les 4 grandeurs appelées "paramètres de Stokes", nécessaires pour déterminer complètement les caractéristiques de l'ellipse :

$$I = E_{x0}^2 + E_{y0}^2$$

$$M = E_{x0}^2 - E_{y0}^2$$

$$C = E_{x0} E_{y0} \cos (\phi_y - \phi_x)$$

$$S = E_{x0} E_{y0} \sin (\phi_y - \phi_x)$$

où I est l'intensité.

Un avantage important de cette représentation est de pouvoir prendre en compte la lumière partiellement polarisée.

Le vecteur $\vec{P}$ de norme I et de coordonnées cartésiennes M, C, S, est un rayon de la sphère de Poincaré (fig. 1d). Le plan MC est le plan équatorial et l'axe S définit la ligne des pôles. Le plan CS contient toutes les vibrations dont le grand axe est à $\pm 45^\circ$ par rapport au repère classique xy représenté par la direction M.

I - 4 - LES QUATERNIONS (4) (5)

Le vecteur de Stokes $\vec{P}$ précédemment défini est repéré dans un système orthonormé Oxyz, I étant la norme du vecteur. A ce vecteur de Stokes, on associe un être mathématique appelé "quaternion" contenant une partie scalaire imaginaire (iI) et une partie vectorielle ou "quaternion pur" ($\hat{p}$) tel que à :

$$\vec{P} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

correspond

$$\hat{P} = i I + x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k} = i I + \hat{p}$$

où i est l'imaginaire pur.

Si on donne au quaternion la forme générale :

$$\hat{q} = s \hat{e} + x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$$

les règles d'addition des quaternions sont celles des vecteurs :

$$\hat{q} + \hat{q}' = (s+s') \hat{e} + (x+x') \hat{i} + (y+y') \hat{j} + (z+z') \hat{k}$$

	$\hat{e}$	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{e}$	$\hat{e}$	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{i}$	$\hat{i}$	$-\hat{e}$	$\hat{k}$	$-\hat{j}$
$\hat{j}$	$\hat{j}$	$-\hat{k}$	$-\hat{e}$	$\hat{i}$
$\hat{k}$	$\hat{k}$	$\hat{j}$	$-\hat{i}$	$-\hat{e}$

La multiplication est non commutative et s'exprime par le tableau ci-contre.

En fait, $\hat{e} = 1$ et $s \hat{e} = s$ (4) d'où :

$$\hat{q} = s + x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$$

Différentes formes de quaternion sont à noter. Ainsi, le quaternion conjugué est défini par :

$$\bar{\hat{q}} = s - x \hat{i} - y \hat{j} - z \hat{k}$$

tandis que le quaternion pur, ou quaternion vectoriel, est de la forme :

$$\hat{V} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$$

Un quaternion est unitaire si :

$$\hat{q} \bar{\hat{q}} = 1$$

Un quaternion pur et unitaire est associé à :

$$\bar{\hat{a}} = -\hat{a} \quad \text{et} \quad \hat{a}^2 = -1$$

d'où :

$$\hat{r} = \cos \theta + \hat{a} \sin \theta$$

d'où par définition :

$$\hat{r} = e^{\hat{a}\theta} = \exp(\hat{a}\theta)$$

Une rotation d'angle ψ , d'axe Δ , de vecteur unitaire $\hat{u}$ fait correspondre au point $M(xyz)$ le point M' , le vecteur $\vec{V}'$ étant l'image du vecteur $\vec{V}$. Les quaternions correspondants sont liés par (4)

$$\hat{V}' = e^{\hat{n}\psi/2} \hat{V} e^{-\hat{n}\psi/2}$$

autrement dit :

Le quaternion pur $\hat{n}\psi/2$ est associé à la rotation d'axe Δ d'angle ψ .

Quand $s = s' = 0$, soit $\hat{q} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, la partie réelle du produit $\hat{q}\hat{q}'$ est égale à $-\vec{q} \cdot \vec{q}'$ et la partie quaternion pur a les composantes du produit vectoriel $\vec{q} \wedge \vec{q}'$.

Les quaternions présentent deux intérêts essentiels :
décrire les états de polarisation et représenter les opérateurs de
polarisation qui agissent sur l'état de polarisation de la lumière.
Quelques exemples simples vont nous permettre de l'illustrer.

Biréfringence linéaire - Le repère $\vec{i} \vec{j} \vec{k}$ est choisi tel
que $\vec{i}$ et $\vec{j}$ soient dans le plan équatorial et $\vec{k}$ selon la ligne des pôles (fig.1e).
Dans la représentation de la sphère de Poincaré, nous avons vu que la
biréfringence linéaire correspondait à une rotation du point représen-
tatif autour d'un axe situé dans le plan équatorial ($\vec{i}$, $\vec{j}$).

En terme de quaternions, le quaternion $\hat{P}$ représentant l'état
initial de polarisation a comme transformée $\hat{P}'$ tel que :

$$\hat{P}' = e^{\hat{n}'\theta/2} \hat{P} e^{-\hat{n}'\theta/2}$$

$$\text{où } \hat{n}' = x \vec{i} + y \vec{j}$$

θ représentant le déphasage introduit par le biréfringent par rapport
à la direction $x\vec{i} + y\vec{j}$.

Pouvoir rotatoire et rotation Faraday - La ligne des pôles
est maintenant l'axe de rotation et l'état final de polarisation est :

$$\hat{P}'' = e^{\hat{n}''\theta} \hat{P} e^{-\hat{n}''\theta}$$

$$\text{avec } \hat{n}'' = R$$

Dans le cas d'un pouvoir rotatoire magnétique (effet Faraday)
le signe de θ s'inverse avec le sens de propagation alors que, au con-
traire, pour un pouvoir rotatoire naturel θ ne dépend que du sens de
l'activité optique (lévogyre ou dextrogyre), (le repère orthonormé étant
mobile avec le faisceau).

Ensemble de biréfringents - Soient deux biréfringents repré-
sentés par $(\hat{n}_1, \theta_1)$ et $(\hat{n}_2, \theta_2)$, l'action sur un état de polarisation $\hat{P}$
de la traversée du milieu 1, suivie de celle du milieu 2, conduit à une
polarisation émergente $\hat{P}'$ telle que :

$$\hat{P}' = e^{\hat{n}_2\theta_2/2} \cdot e^{\hat{n}_1\theta_1/2} \hat{P} e^{-\hat{n}_1\theta_1/2} \cdot e^{-\hat{n}_2\theta_2/2}$$

où il est important de noter que l'ordre dans lequel agissent les biréfrin-
gents est l'ordre 1+2.

Cette relation peut être généralisée à l'action d'un nombre quelconque de biréfringents.

Une succession de biréfringents elliptiques apparaîtra donc comme un produit d'opérateurs agissant sur la polarisation $\hat{P}$ initiale par :

$$\dots e^{\hat{n}_3 \theta_3 / 2} \times e^{\hat{n}_2 \theta_2 / 2} \times e^{\hat{n}_1 \theta_1 / 2} \hat{P} e^{-\hat{n}_1 \theta_1 / 2} \times e^{-\hat{n}_2 \theta_2 / 2} \times e^{-\hat{n}_3 \theta_3 / 2} \dots$$

où $\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3$ définissent les états propres de chacun des biréfringents et $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ les rotations correspondantes.

La richesse des quaternions, outre la facilité de manipulation (les changements de base nécessaires à l'utilisation des matrices ne sont plus nécessaires), est de pouvoir représenter la somme incohérente de lumières polarisées comme les vecteurs de Stokes .

Pour expliquer la conception de notre montage (Chapitre IV), nous utiliserons deux formalismes de polarisation :

- la sphère de Poincaré
- les quaternions.

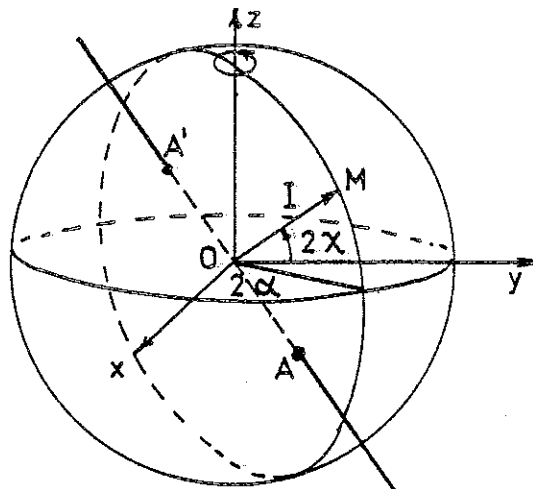


Fig. 1a Sphere de Poincaré

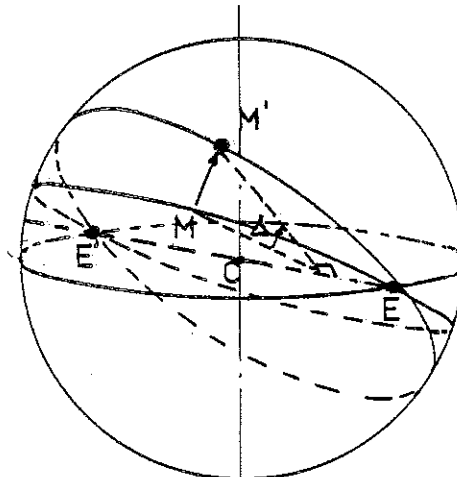


Fig. 1b Birefringence linéaire

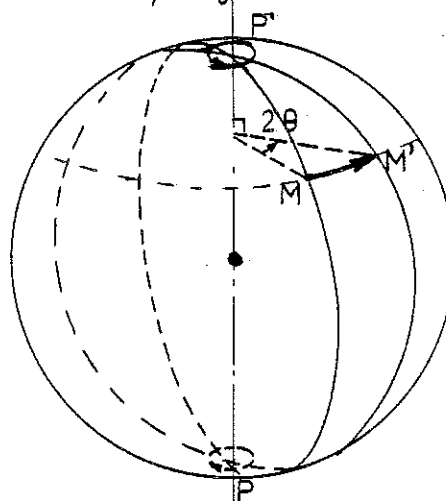


Fig. 1c Pouvoir rotatoire

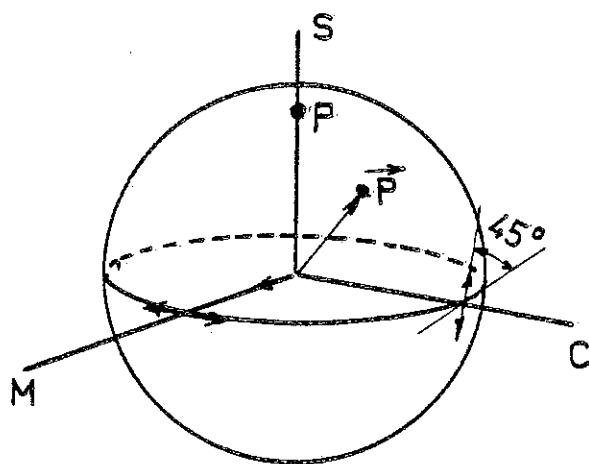


Fig. 1 d - Paramètres de Stokes

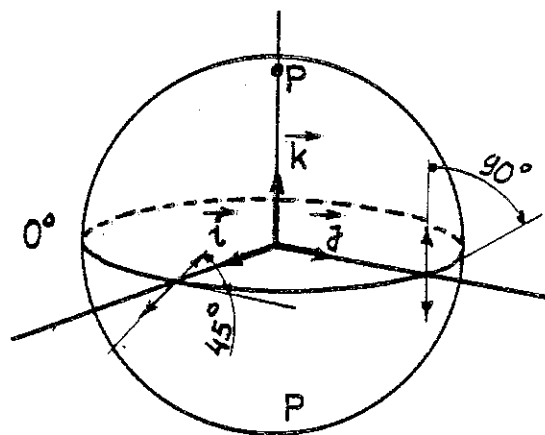


Fig. 1 e - Quaternions

REFERENCES DU CHAPITRE I

- 1 . D. CLARKE, J.F. GRANGER,
Polarized light and optical measurement , Pergamon Press, Oxford (1971)
- 2 . G. BRUHAT et A. KASTLER,
Optique , Masson, Paris, (1959).
- 3 . H. POINCARÉ,
Théorie mathématique de la lumière, tome 2, G. Carré, éditeur,
Paris (1892).
- 4 . P. PELLAT FINET
"De la Biréfringence elliptique" - Thèse Université Aix-Marseille
Université Toulon et du Var (1983).

Représentation des états et des opérateurs de polarisation de la
lumière par les quaternions. Optica Acta 1984, vol.31, N°4 - 415-434.
- 5 . P.J. THEOCARIS, E.E. GDOUTOS
Matrix theory of photoelasticity, Springer-Verlag, Berlin (1979).

C H A P I T R E I I

LES PRINCIPAUX EFFETS MAGNETO-OPTIQUES

	Page
II-1 - INTRODUCTION	17
II-2 - PRESENTATION SPECTROSCOPIQUE DES EFFETS MAGNETO-OPTIQUES	19
II-2-a - Transitions réelles et transitions virtuelles	19
II-2-b - Effet Faraday Biréfringence magnétique circulaire $\vec{H} // \vec{Oz}$ (propagation linéaire)	21
II-2-c - Dichroïsme magnétique circulaire (DMC)	23
II-2-d - Biréfringence magnétique linéaire - Effet Cotton-Mouton	23
II-2-e - Dichroïsme magnétique linéaire $\vec{H} \perp \vec{Oz}$	25
II-2-f - Effets Raman de spin - Diffusion inélastique spin-photon	27
II-3 - PRESENTATION MACROSCOPIQUE DES EFFETS MAGNETO-OPTIQUES	27
II-3-a - Tenseur constante diélectrique	28
II-3-b - Effet Kerr polaire - Magnéto-optique	29
II-4 - COMPARAISON DES SENSIBILITES DE MESURES PAR TRANSMISSION ET PAR REFLEXION	31

CHAPITRE II

LES PRINCIPAUX EFFETS MAGNETO-OPTIQUES

II-1 - INTRODUCTION

Les effets magnéto-optiques sont les effets physiques qui rendent compte de la modification de l'état d'une lumière par un cristal ^{*}, l'état de la lumière étant défini non seulement par l'énergie du photon incident mais aussi par la polarisation, polarisation dont nous avons rappelé brièvement les différents formalismes (Chap. I).

Nous limitant volontairement aux cristaux magnétiques ^{*}, précisons de suite quelques ordres de grandeur de différentes énergies mises en jeu :

- la bande optique visible-infra-rouge correspond à des énergies de 5000 à 20.000 cm^{-1} ^{**}. Ainsi une longueur d'onde de 1 micron correspond à 10.000 cm^{-1} et $\lambda = 5$ microns à 0.25 électron-volt.

- Les transitions entre configurations électroniques autorisées par les règles de sélection (ex. $4f^n \rightarrow 4f^{n-1}5d$) se situent vers les 100.000 cm^{-1}

- Les propriétés magnétiques d'un cristal résultent de l'action de trois termes principaux d'énergie : champ cristallin, échange et champ extérieur. La dégénérescence du niveau de base due aux effets de champ cristallin s'étend dans des énergies de 500 à 50.000 cm^{-1} , les termes d'échange varient de 10 à 1000 cm^{-1} , les termes Zeeman de 1 à 100 cm^{-1}

* Dans notre travail, toutes questions relatives aux matériaux semi-conducteurs sont volontairement omises.

** 100 cm^{-1} = 143,9 degrés.

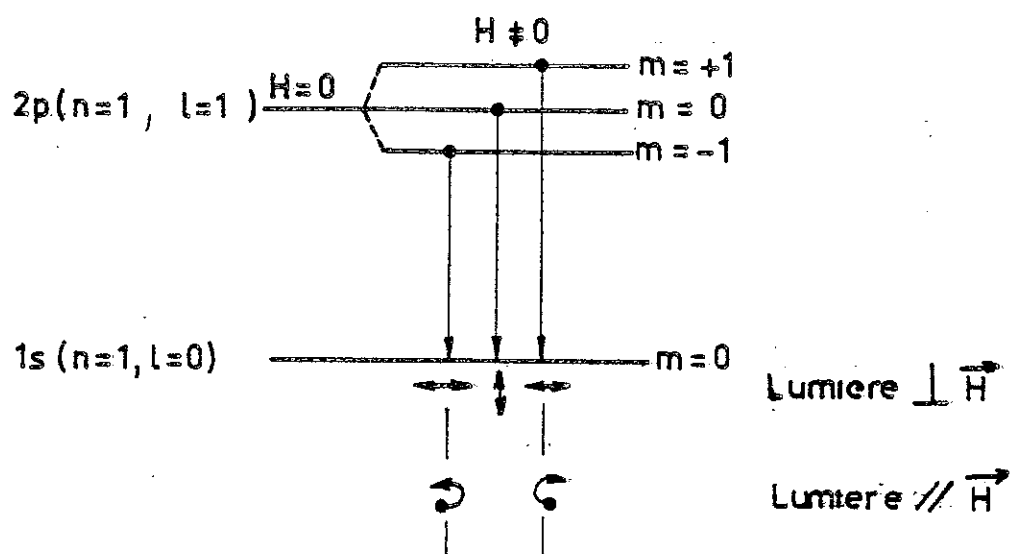


Fig II 1 - Effet Zeemann : Polarisation de la lumière émise dans la direction parallèle au champ ou perpendiculaire.

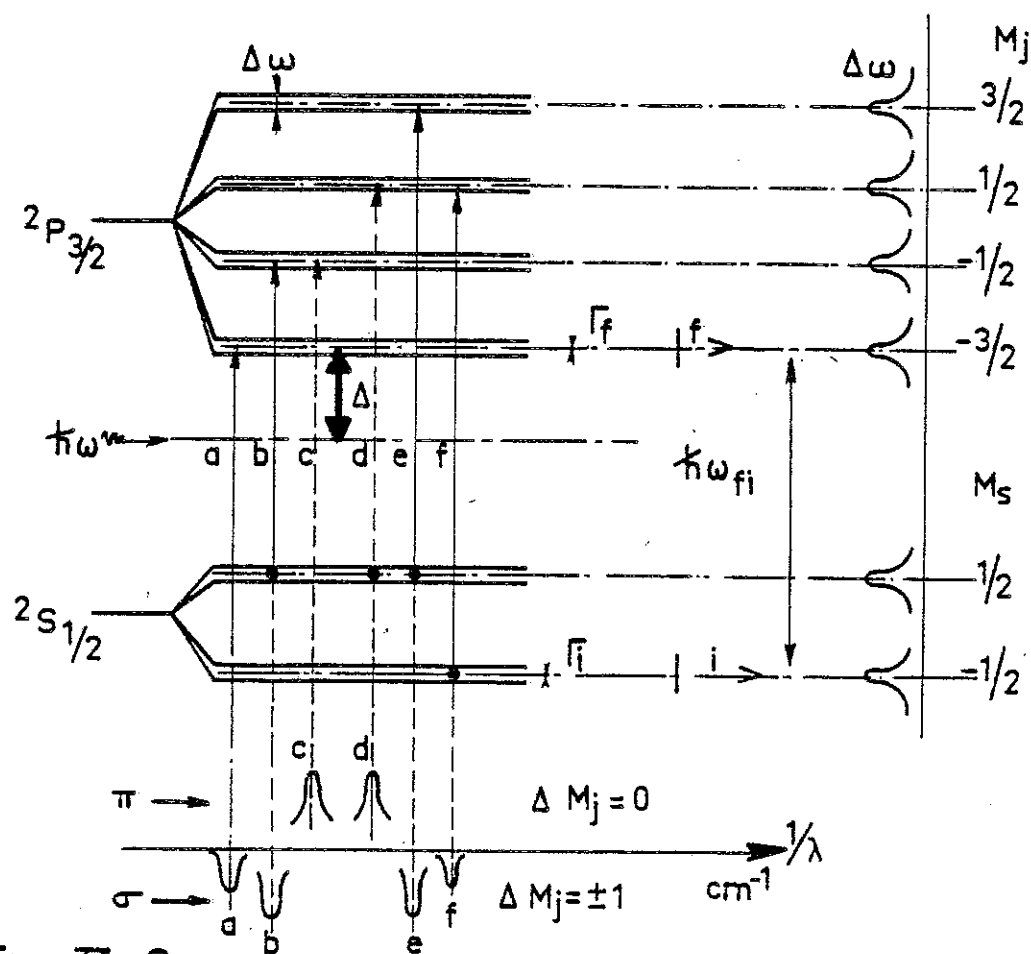


Fig II 2 : Transitions réelles et virtuelles.

Quant à l'énergie du couplage spin-orbite, elle varie de 10 à 20.000 cm^{-1} .

II-2 - PRESENTATION SPECTROSCOPIQUE DES EFFETS MAGNETO-OPTIQUES * (1) (2)

- Rappel : Effet Zeeman et polarisation : Sur la figure (II.1) est représentée l'émission de la lumière d'une source soumise à un champ $\vec{H}$. En l'absence de champ magnétique $\vec{H}$, la lumière émise contient un mélange de polarisations.

Lorsqu'on applique un champ $\vec{H}$, il faut distinguer :

- la lumière émise dans une direction perpendiculaire à $\vec{H}$ qui présente 3 polarisations rectilignes avec 2 d'entre elles parallèles à $\vec{H}$ et une perpendiculaire à $\vec{H}$,

- la lumière émise dans une direction parallèle à $\vec{H}$, associée aux 2 polarisations circulaires droite (d) et gauche (g).

II-2-a - Transitions réelles et transitions virtuelles

H. Le Gall⁽¹⁾⁽²⁾ a montré que les transitions virtuelles qui sont associées aux transitions réelles pouvaient permettre de définir les différents effets M.O. Pour cela, considérons le diagramme de Zeeman $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ (fig II.2).

Une transition est réelle lorsque l'énergie du photon incident correspond exactement à la séparation énergétique d'une transition permise par les couplages et les règles de sélection de l'ion considéré. Le photon est alors absorbé et l'ion prend un état excité. Ces transitions se produisent par exemple entre des états de configurations électroniques $3d^n \rightarrow 3d^{n-1} 4p$ (éléments de transition) ou $4f^n \rightarrow 4f^{n-1} 5p$ (terre rare)

L'absorption du photon est possible si son énergie $\pi \omega$ (fig. II.2) est exactement la séparation énergétique du niveau initial $|i\rangle$ d'énergie E_i de largeur Γ_i et du niveau final $|f\rangle$ d'énergie E_f , de largeur Γ_f soit :

$$\Delta = |\pi\omega - \pi\omega_{fi}| < \Gamma_i + \Gamma_f \quad (\text{II.1})$$

Lorsque $\Delta \gg \Gamma_i + \Gamma_f$, l'interaction photon-atome reste encore possible mais sous forme de transition virtuelle. Pendant le temps, $\Delta t = \pi/\Delta$, le photon est capté puis réémis, Δt étant de l'ordre de 10^{-10} à 10^{-17} seconde, alors que les temps de relaxation liés aux transitions réelles sont de 10^{-5} à 10^{-8} seconde.

* La bibliographie des Chap. II et III est regroupée.

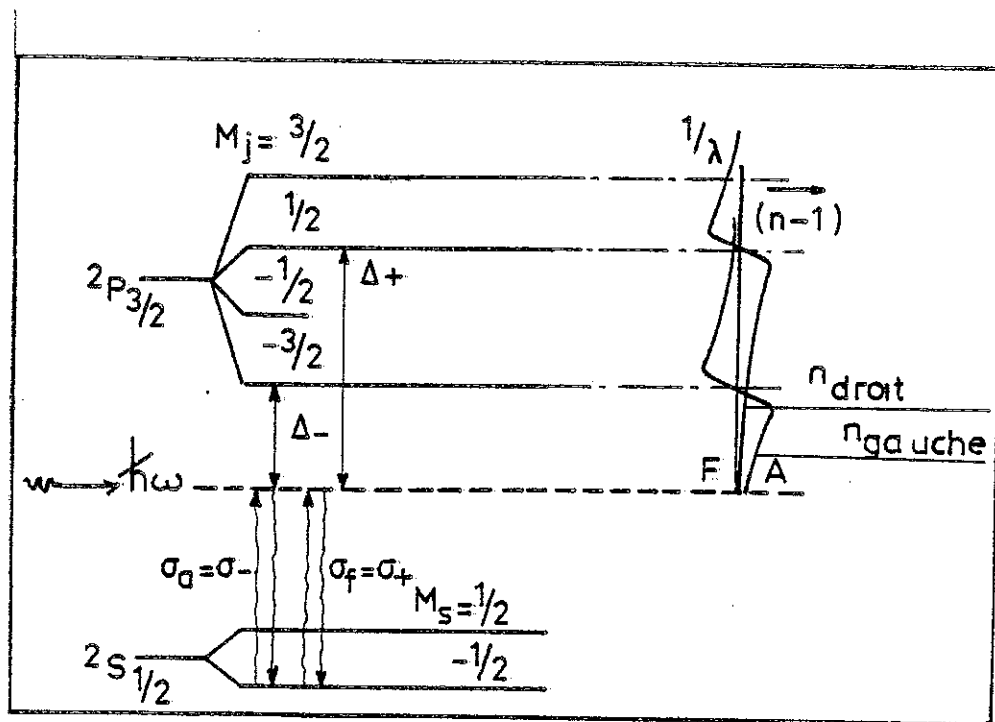


Fig II 3 Transition virtuelle Rotation Faraday
 $H \parallel Oz$

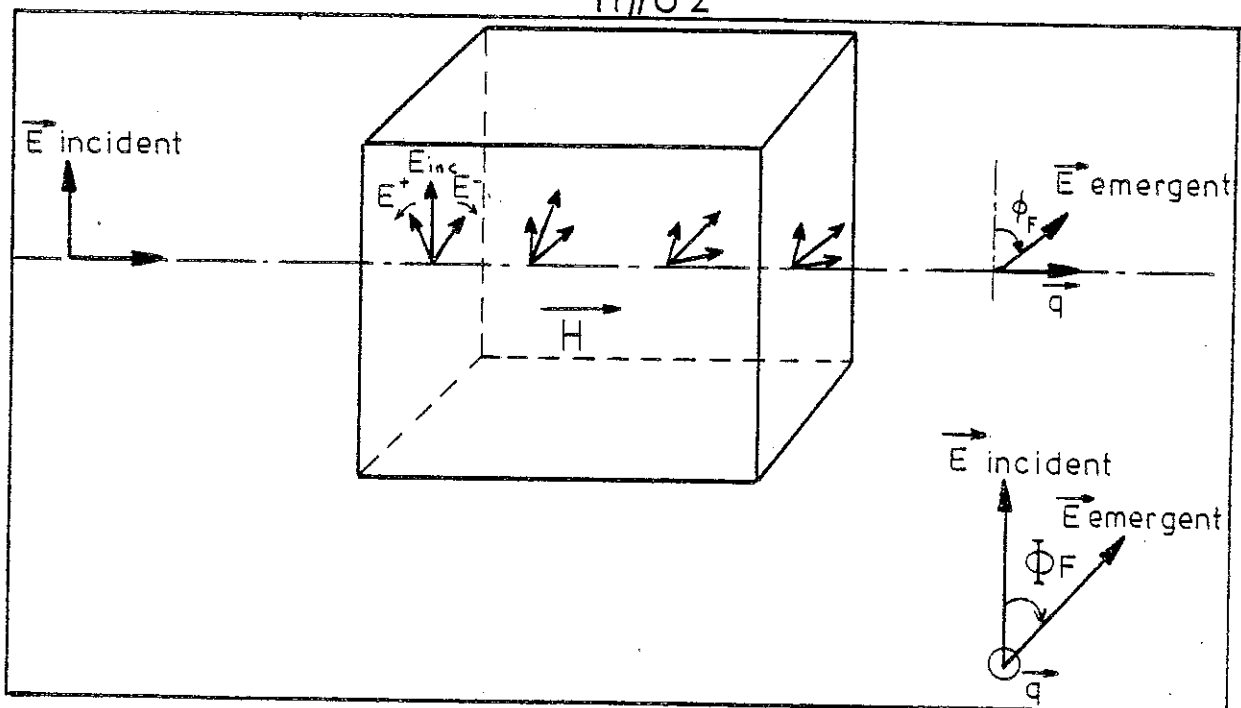


Fig II 4 Representation schematique effet faraday

La transition virtuelle peut avoir deux conséquences :

- modifier l'état du photon : les captures successives du photon par les ions magnétiques vont modifier la vitesse de propagation et donc perturber l'indice de réfraction (effet Faraday par exemple).

- modifier l'énergie de l'état fondamental de l'ion considéré par l'intermédiaire de l'état excité (effet Raman).

A toute transition réelle, correspondent un phénomène d'absorption et un phénomène de dispersion ; loin de la raie d'absorption, la dispersion qui varie en $1/(\omega_{fi}^2 - \omega^2)$ décroît moins vite que l'absorption qui évolue en $1/(\omega_{fi}^2 - \omega^2)^2$; c'est la raison pour laquelle :

Les effets M.O. dispersifs peuvent apparaître en dehors des raies d'absorption.

II-2-b - Effet Faraday

- Biréfringence magnétique circulaire $\vec{H} // Oz$ (propagation linéaire)

Sur la figure II.3, supposons seul le fondamental $^2S_{1/2}$ peuplé ; comme $\vec{H}$ est parallèle à la propagation, seules sont à considérer dans le diagramme de Zeeman, les deux transitions associées aux deux vibrations circulaires droite et gauche. Les séparations énergétiques, associées aux composantes σ_a (ou σ_-) et σ_f (ou σ_+) sont différentes, c'est pourquoi la dispersion est plus importante pour σ_- , ce qui entraîne que les indices de réfraction des deux circulaires soient différentes. Cette différence d'indice, bien que très faible (nous verrons au Chap. III) qu'elle est de l'ordre de 10^{-4}) est à l'origine de l'effet Faraday.

Le principe de mesure d'un effet Faraday est indiqué fig. II.4; la lumière incidente qui se propage parallèle à $\vec{H}$, présente une polarisation rectiligne, la lumière émergente a conservé cet état de polarisation mais la direction de la rectiligne repérée par l'analyseur a tourné de ϕ_F (rotation Faraday).

La constante de Verdet V est définie comme ϕ_F/H . A titre d'exemple, est représentée fig. II.5, l'évolution thermique de ϕ_F pour le grenat d'yttrium* $Y_3Fe_5O_{12}$ (YIG) ⁽³⁾.

Pour les deux vibrations circulaires, l'indice du cristal est complexe et s'écrit :

$$\tilde{n}_{g_d} = n_{g_d} - i k_{g_d} \quad (II.2)$$

* Une brève présentation des ferrites grenats est donnée dans l'annexe 1.

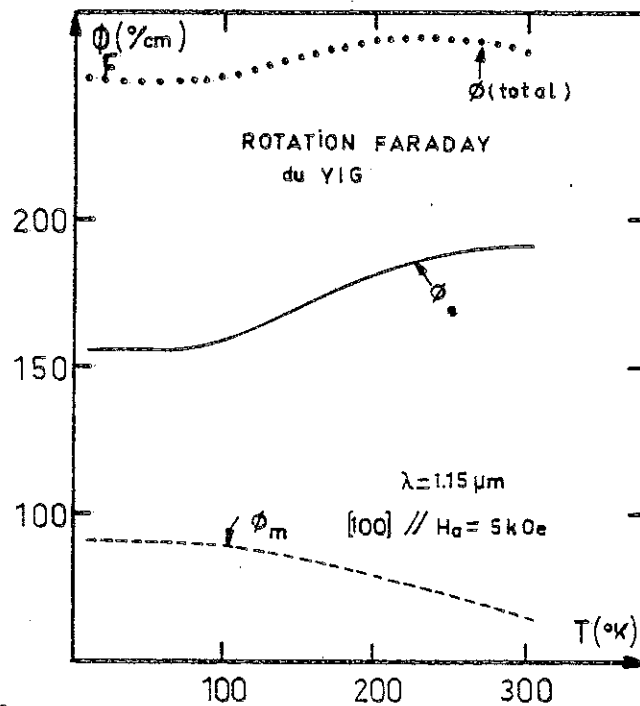


Fig II 5 - Variation thermique de la rotation Faraday de $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ (3)

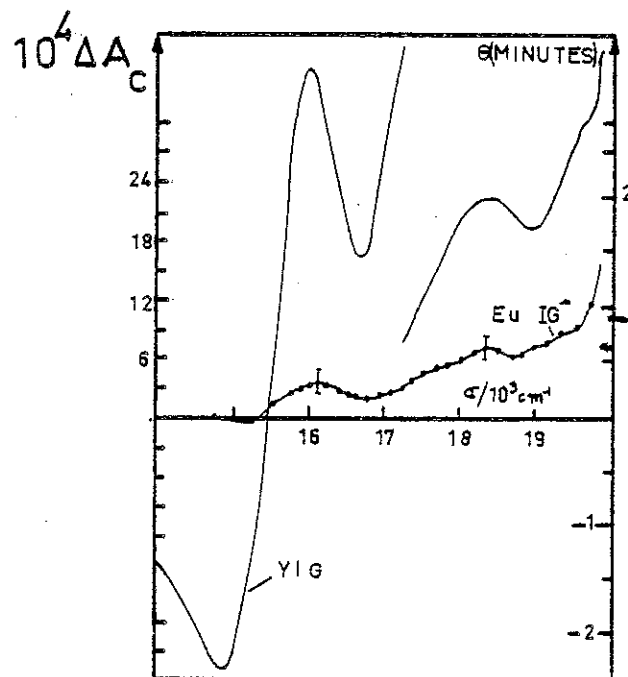


Fig II 6 - Dichroïsme circulaire magnétique : A_c de $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ et rotation Kerr de EuIG en fonction de l'énergie lumineuse (domaine du visible)(7).

où n_{gd} sont les indices de réfraction et k_{gd} les indices d'absorption. On montre que :

$$\phi_F = \frac{\pi \ell}{\lambda} (n_g - n_d) \quad (II.3)$$

où ℓ est l'épaisseur du cristal traversé.

Nous analyserons au Chap.III. les paramètres qui déterminent l'évolution de ϕ_F .

II-2-c - Dichroïsme magnétique circulaire (DMC)

Les conditions géométriques sont celles de l'effet Faraday mais les deux modes propres circulaires ont maintenant des absorptions A_d, A_g légèrement différentes

Le dichroïsme magnétique circulaire (DMC) se définit par :

$$A_c = A_d - A_g$$

Sur la Figure II.6 est représenté le dichroïsme du YIG qui est de l'ordre de 10^{-4} .

Lorsque le D.M.C. n'est plus négligeable, la lumière émergente est légèrement elliptique ; le pointé du grand axe par rapport à la rectiligne incidente définit alors la rotation Faraday alors que l'ellipticité ψ est directement reliée au D.M.C. par :

$$\psi = \frac{\pi \ell}{\lambda} (k_g - k_d) \quad (II.4)$$

Notons que les modulateurs correspondant aux schémas expérimentaux de E.F. et de D.M.C. (Fig.II.4 et fig.II.7) peuvent être différents; dans le 1er cas, il s'agit de moduler une rectiligne, dans le second de transformer la rectiligne alternativement en circulaire droite et en circulaire gauche.

II-2-d - Biréfringence magnétique linéaire - Effet Cotton-Mouton $\vec{H} \perp Oz$

Sur la fig. II.8, où nous supposons toujours que seul le fondamental $|^2S_{1/2}\rangle$ est peuplé, il nous faut considérer les 3 transitions associées aux 3 vibrations rectilignes puisque $\vec{H}$ est perpendiculaire à Oz.

Lorsque la polarisation rectiligne incidente $\vec{E}$ est parallèle à $\vec{H}$, ce sont les deux transitions a et f qui interviennent, alors que si $\vec{E}$ est perpendiculaire à $\vec{H}$, seule la transition c est à considérer. Les transitions virtuelles associées à ces trois polarisations ont des dispersions différentes (points A,C,F de la fig. II.8) et il apparaît deux indices complexes différents $\tilde{n}_{//}$ et $\tilde{n}_{\perp}$.

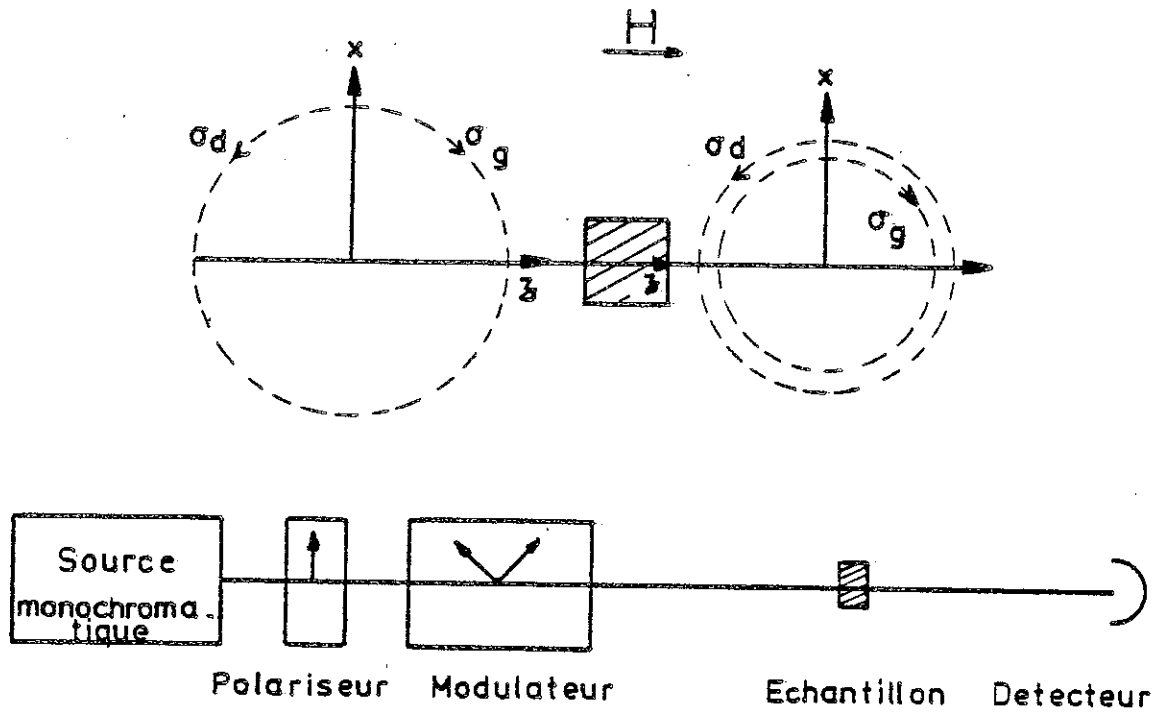


FIG. II-7 - MESURE DU DICHROISME CIRCULAIRE (D'après [7])

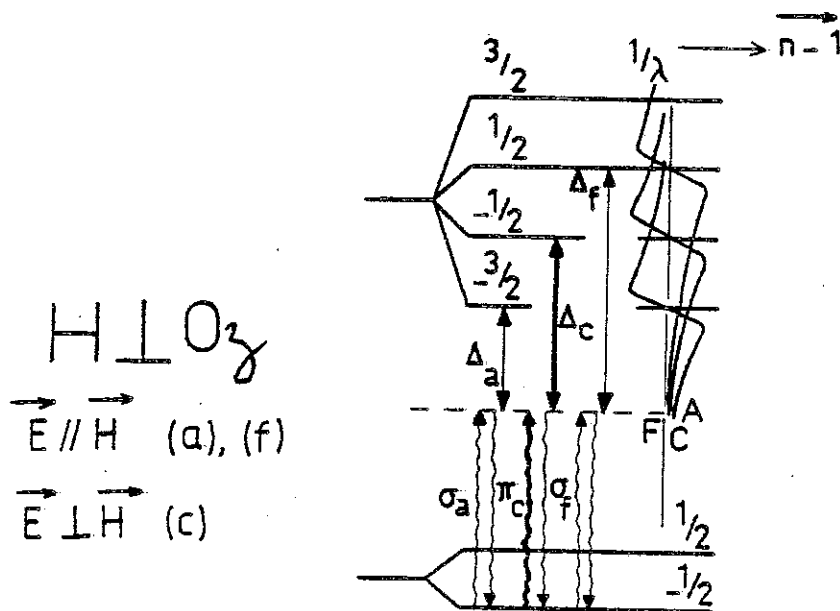


FIG. II-8 - BIREFRINGENCE MAGNETIQUE LINEAIRE : EFFET COTTON-MOUTON

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{//} &= n_{//} - i A_{//} \\ \tilde{n}_{\perp} &= n_{\perp} - i A_{\perp} \end{aligned} \quad (II.5)$$

Si la lumière incidente qui se propage perpendiculairement à $\vec{H}$ présente une polarisation rectiligne, la lumière émergente est généralement elliptique.

Par une méthode classique (analyseur tournant), on peut mesurer l'ellipticité χ qui conduit à la biréfringence magnétique linéaire (B.M.L.) Δn_{ℓ} donc au déphasage ϕ_{CM} (Cotton Mouton) tel que :

$$\frac{\phi_{CM}}{2} = \frac{\pi}{\lambda} \ell \Delta n_{\ell} = \frac{\pi}{\lambda} \ell (n_{//} - n_{\perp}) \quad (II.6)$$

χ est associée à ϕ_{CM} par :

$$\chi = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \phi_{CM} \quad (II.7)$$

La variation thermique, mesurée par P. Feldmann (4) sur le ferrite grenat de dysprosium est représentée fig.II.9.

Remarques - i) Nous verrons au Chapitre IV que le pointé d'une vibration elliptique peut être réalisé à l'aide du schéma optique utilisé par l'effet Faraday auquel est ajouté une lame quart d'onde.

ii) Il arrive que la B.M.L. soit inférieure à trois ordres de grandeur à la biréfringence cristalline. Ainsi Δn (lié à B.M.L.) est égal à 5.10^{-5} dans le grenat d'yttrium, tandis que Δn dans l'orthoferrite d'yttrium ($YFeO_3$ -orthorhombique) est $4.3.10^{-2}$.

II-2-e - Dichroïsme magnétique linéaire

On utilise les conditions géométriques de l'effet Cotton-Mouton, mais les deux rectilignes associées à $n_{//}$ et $n_{\perp}$ ont des absorptions légèrement différentes. On définit le D.M.L. par :

$$\Delta A_{\ell} = A_{//} - A_{\perp}$$

Si on envoie sur un cristal présentant du dichroïsme et de la biréfringence, une polarisation rectiligne $\vec{E}_i$ à 45° des lignes neutres, la lumière émergente est elliptique. La direction α par rapport à $\vec{E}_i$ est une mesure de ΔA_{ℓ} , alors que l'ellipticité était liée à la biréfringence linéaire.

Remarque - i) Photoélasticité : Lorsqu'on exerce une contrainte sur un matériau initialement isotrope, on peut obtenir un milieu biréfringent dont les axes sont parallèle et perpendiculaire à cette contrainte (Fig.II 10a). On est alors en présence de photoélasticité avec un déphasage χ fonction de la constante de Brewster du cristal et donné par :

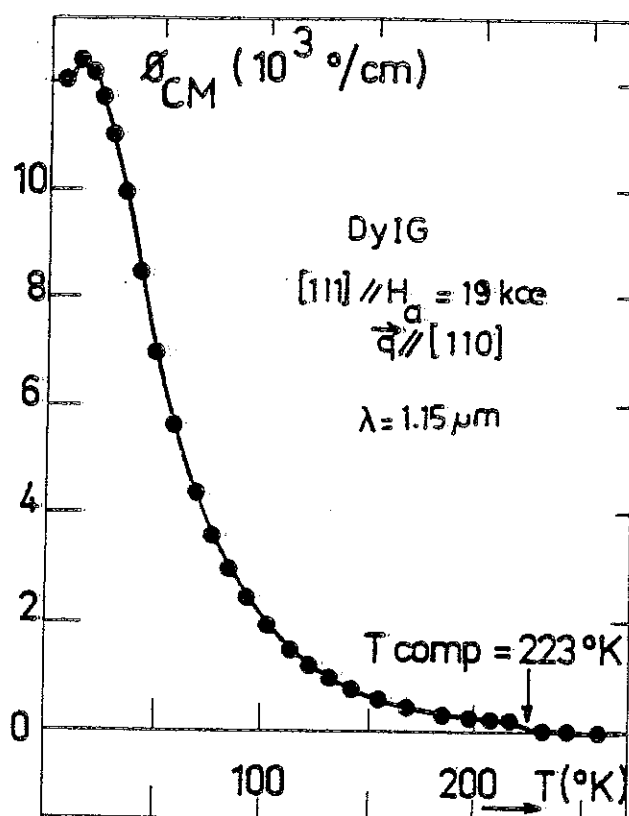


Fig II 9 : Variation thermique de l'effet Cotton-Mouton de DyIG (4).

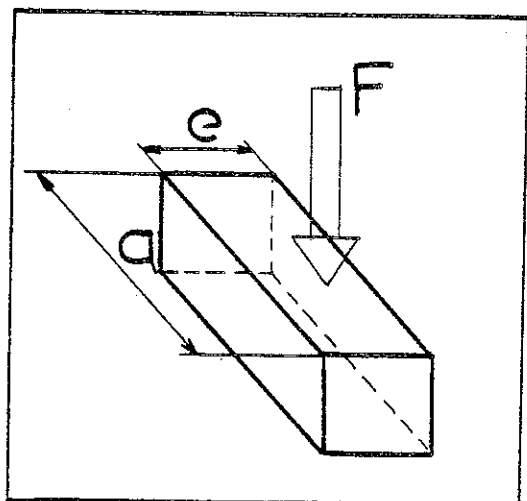


Fig II 10 a : Photoélasticité

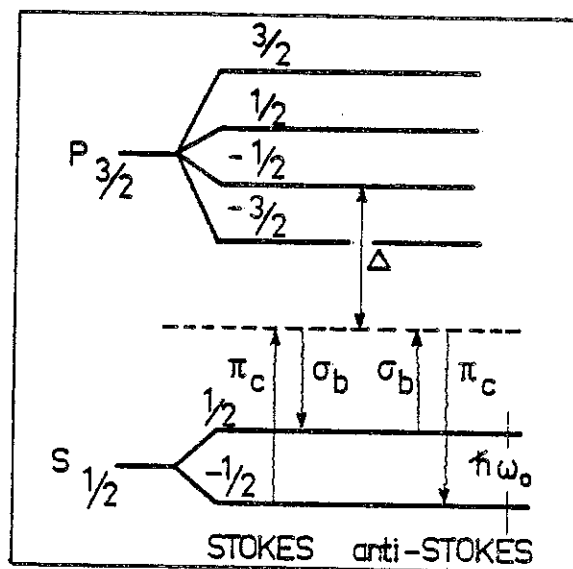


Fig II 10 b : Effet Raman (1)

$$\chi = \frac{2\pi}{\lambda} C \frac{F}{a} \quad (\text{II.8})$$

C est de l'ordre de $10^{-13} \text{ cm}^2 \text{ dyne}$ dans LiFa KBR. Nous verrons que cette biréfringence induite constitue un risque particulièrement néfaste au cours du serrage des hublots des cryostats optiques.

II-2-f - Effets Raman de Spin - Diffusion inélastique spin-photon

Dans les effets M.O. précédemment définis, la longueur d'onde du photon incident n'est pas modifiée (diffusion élastique spin-photon). Si comme illustré sur la fig. II.10b, la transition virtuelle modifie l'énergie finale de l'état de base, le photon émergent a subi un changement de fréquences $\pm \omega_0$ associé au quantum $\pm \hbar \omega_0$. Une augmentation de l'énergie du niveau de base définit la diffusion Stokes, une diminution la diffusion Anti-Stokes. $\Delta M_S = \pm 1$ correspond à l'effet Raman de spin du 1er ordre, $\Delta M_S = \pm 2$ à la diffusion Raman de 2ème ordre.

Lorsque les ions magnétiques sont couplés par des interactions d'échange, la transition virtuelle reste localisée sur un seul ion mais l'excitation magnétique finale se répartit sur un ensemble de N ions. Chaque ion ne subit alors qu'une faible variation d'énergie associée à $\Delta M_S/N$, c'est-à-dire que la diffusion inélastique spin-photon crée (ou absorbe) un (ou plusieurs) quanta d'onde de spin. Ce schéma donne naissance à la diffusion Raman à 1 ou 2 magnons.

II-3 - PRESENTATION MACROSCOPIQUE DES EFFETS MAGNETO-OPTIQUES (1) (5) (6)

A partir des équations de Maxwell, il s'agit de déterminer les modes propres de la propagation du rayonnement dans le cristal. Les tenseurs susceptibilité électrique et susceptibilité magnétique décrivent la réaction du milieu à des transitions dipolaires électriques et dipolaires magnétiques, autrement dit, il s'agit de calculer les dipôles électriques $\vec{P}(\vec{q})$ et magnétiques $\vec{m}(\vec{q})$ induits par le rayonnement incident (vecteur d'onde $\vec{q}$). Dans les milieux dia- ou paramagnétiques, ces dipôles dépendent du champ magnétique appliqué, dans les matériaux ferromagnétiques, ils sont fonction de l'aimantation spontanée et du champ appliqué. Cette approche macroscopique sera utilisée au Chap. III pour analyser les relations entre l'effet Faraday et l'aimantation.

II-3-a - Tenseur constante diélectrique

Considérons un cristal de symétrie cubique qui est isotrope optiquement. Si un champ magnétique $\vec{H}$ est appliqué suivant un axe d'ordre 3 ou plus, le cristal devient uniaxe optiquement. Du point de vue magnétique, le cristal est supposé monodomaine et saturé et nous pouvons faire l'hypothèse que le tenseur de perméabilité est égal à l'unité (nous verrons au chapitre III que la contribution de μ à la rotation Faraday est importante, cette hypothèse est donc essentiellement pédagogique).

La propagation d'une onde lumineuse de pulsation ω parallèlement à $\vec{H}$ est déterminée par la constante diélectrique $\epsilon(\omega)$ du cristal. $\epsilon(\omega)$ qui était un scalaire en absence de $\vec{H}$ est maintenant représenté par le tenseur :

$$\epsilon(\omega) = \begin{vmatrix} \epsilon_0 & -i\epsilon_2 & 0 \\ +i\epsilon_2 & \epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{vmatrix} \quad (\text{II.9})$$

L'aimantation $\vec{M}$ et $\vec{H}$ jouent alors le même rôle ; ϵ_0 est indépendant de $\vec{H}$ (ou de $\vec{M}$) alors que ϵ_2 est une fonction impaire de $\vec{H}$ (ou de $\vec{M}$).

Les deux modes propres de propagation sont deux ondes circulaires correspondant aux deux indices complexes :

$$\sqrt{n_d} = (\epsilon_0 \pm i\epsilon_2)^{1/2} = n_d - i k_d \quad (\text{II.10})$$

C'est la différence entre les indices de réfraction :

$$\Delta n = n_d - n_g \quad (\text{II.11})$$

qui est associée à l'effet Faraday,

et la différence entre les indices d'extinction :

$$\Delta k = k_d - k_g \quad (\text{II.12})$$

qui est liée au dichroïsme magnétique circulaire.

Si la propagation de la lumière se fait maintenant perpendiculairement à $\vec{H}$, on démontre que les modes propres de propagation sont maintenant deux ondes polarisées rectilignement, $\vec{E}$ étant respectivement parallèle et perpendiculaire à $\vec{H}$, ce qui permet de définir la biréfringence magnétique linéaire et le dichroïsme magnétique linéaire.

II-3-b - Effet Kerr Polaire - Magnéto-optique

- Absorption d'un cristal : Elle se définit par :

$$A = \log_{10} \frac{\phi}{\phi_0} \quad (\text{II.13})$$

où ϕ_0 et ϕ représentent respectivement le flux lumineux incident et le flux lumineux émergent. On peut ainsi introduire la relation :

$$\phi = \phi_0 \exp\left(-\frac{4\pi\ell k}{\lambda}\right) \quad (\text{II.14})$$

avec ℓ et k précédemment introduits (épaisseur du cristal et indice d'extinction).

Notons que A est fonction non seulement de la longueur d'onde mais aussi de l'état de polarisation. Ainsi le dichroïsme magnétique circulaire est directement donné par :

$$A_i = A_d - A_g = \frac{4\pi\ell}{\lambda} (k_g - k_d) \log e_{10} \quad (\text{II.15})$$

Il ne doit pas être confondu avec le D.M.L. où les absorbances des deux rectilignes parallèle et perpendiculaire à H interviennent.

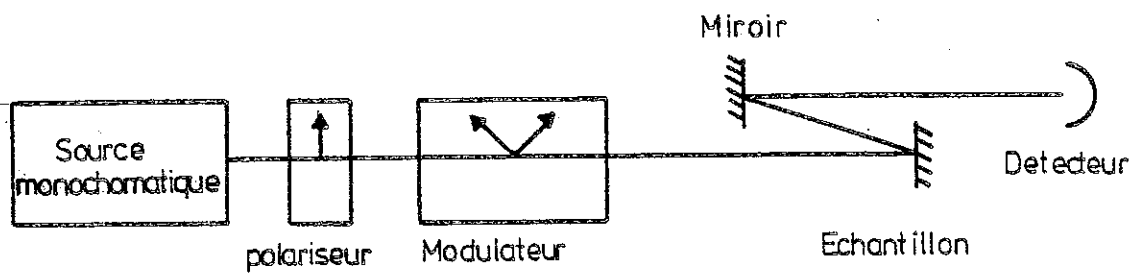
- Notion de corps absorbants : Numériquement $k \approx 0.01$ correspond à A , de l'ordre de 100 par millimètre de cristal traversé à une longueur de 0.5 micron. Si $k < 0.01$, l'absorption devient importante et les mesures de Δk ne peuvent être effectuées par transmission (sauf peut être dans quelques cas particuliers où l'échantillon est en couche mince) et il faut utiliser les mesures par technique de réflexion.

Lorsqu'une lumière polarisée rectilignement se réfléchit sous incidence normale sur un milieu absorbant isotrope, son état de polarisation reste inchangé. Par contre, si le milieu est soumis à H ou présente une aimantation normale à la surface réfléchissante, la vibration devient elliptique (fig. II.11).

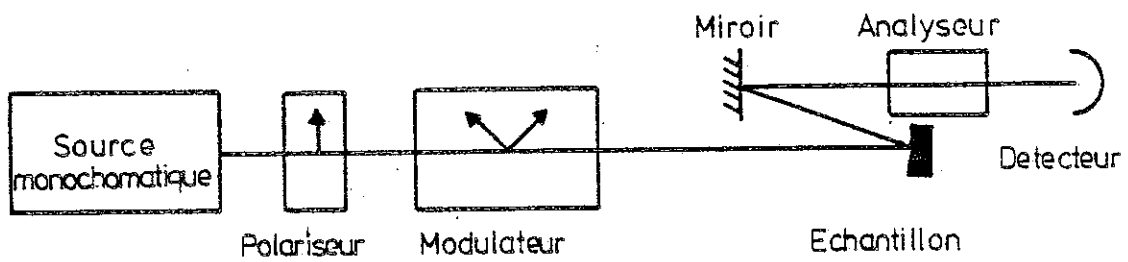
La rotation Kerr, θ_{kerr} , est définie comme l'angle du grand axe de l'ellipse avec la polarisation incidente.

L'ellipticité Kerr, ϵ , caractérise la dépolarisation partielle due à la réflexion.

Remarque - Si $\vec{H}$ (ou $\vec{M}$) est parallèle à la surface du miroir, on définit l'effet Kerr méridien ($\vec{H}$ dans le plan d'incidence) et l'effet Kerr équatorial ($\vec{H}$ perpendiculaire au plan d'incidence).



MESURE DE $\frac{\Delta R}{R}$



MESURE DE LA ROTATION KERR θ

Fig II 11

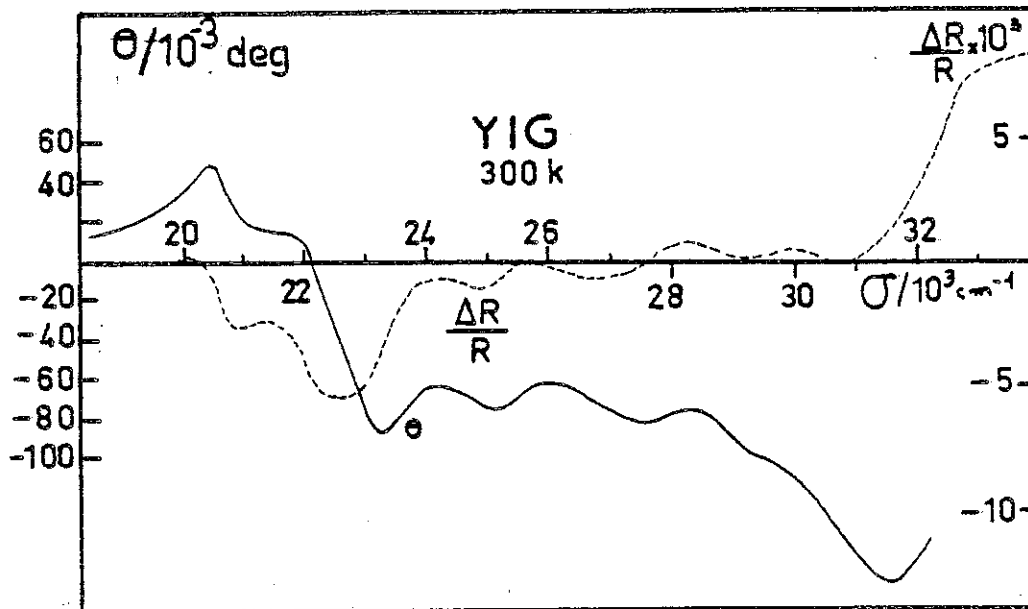


Fig II 12 Pouvoir reflecteur et rotation Kerr du YIG (7)

Revenons à l'effet Kerr polaire et considérons le comportement des 2 vibrations circulaires qui résultent de la décomposition de la polarisation rectiligne incidente. Chacune de ces circulaires ont un facteur de réflexion différent, la réflexion différentielle est définie par :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_d - R_g}{1/2 (R_d + R_g)} \quad (\text{II.16})$$

Pour les matériaux moyennement absorbants, pour lesquels k est inférieur à 0.1 (soit $A < 1000$ par millimètre de traversée à 0.5 micron), on montre que

$$\Delta n = \frac{n^2 - 1}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R} \quad (\text{II.17})$$

$$\Delta k = (n^2 - 1) \theta_{\text{kerr}} \quad (\text{II.18})$$

où Δn et Δk sont déduits des relations (II.2 et II.4) et n représente l'indice de réfraction moyen $1/2(n_d + n_g)$.

On peut ainsi conclure :

- La mesure de la réflexion différentielle $\Delta R/R$ est équivalente à la mesure par transmission de la rotation Faraday ϕ_F ; ces deux mesures conduisent à la détermination des différences d'indice des deux circulaires.

- La mesure par réflexion de la rotation Kerr θ est équivalente à la mesure par transmission du dichroïsme magnétique circulaire ; elles permettent d'obtenir la différence des indices d'extinction des deux circulaires.

Sur la figure II.12 sont données, à titre d'exemple les variations thermiques de $\Delta R/R$ et θ_{Kerr} du YIG ⁽⁷⁾.

II-4 - COMPARAISON DES SENSIBILITES DE MESURES PAR TRANSMISSION ET PAR REFLEXION

Si les cristaux étudiés sont très absorbants et s'ils n'existent pas en couches minces, seules des mesures par réflexion sont possibles. Dans le cas contraire, il s'agit de choisir entre des mesures par réflexion et des mesures par transmission. Par un exemple numérique, nous allons montrer que les techniques par transmission (rotation

Faraday) ont une sensibilité de mesure très supérieure puisqu'elles diffèrent de deux ou trois ordres de grandeur des techniques par réflexion.

$$\theta_{\text{Kerr}} = \frac{\Delta k}{n^2 - 1} = \frac{\Delta A_c \cdot \lambda}{4\pi l (n^2 - 1) \log e} \quad (\text{II.19})$$

ΔA_c est de l'ordre de 10^{-3} par millimètre de traversée (fig. II.6), on déduit que θ_{kerr} est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-6}$ degré. Il va de soi que le pointé d'une si faible rotation d'angle nécessite un dispositif expérimental de haute résolution. (Les techniques de pointé de vibrations rectilignes et elliptiques sont résumées au sous-chapitre IV.2).

Par contre, la rotation Faraday qui est obtenue en combinant les relations (II.3) et (II.17) s'écrit :

$$\phi_F = \frac{\pi l}{\lambda} \cdot \Delta n = \frac{\pi l}{\lambda} \frac{(n^2 - 1)}{4} \frac{\Delta R}{R} \quad (\text{II.20})$$

est de l'ordre de plusieurs degrés par millimètre puisque $\Delta R/R$ est de l'ordre de 10^{-3} (fig. II.12).

En conclusion, il apparaît que :

- les mesures par transmission présentent une sensibilité beaucoup plus grande que les mesures par réflexion.
- l'étude de la rotation Kerr est particulièrement bien adaptée aux matériaux à fort dichroïsme magnétique circulaire (de l'ordre de 10^{-3}) comme c'est le cas de nombreux matériaux magnétiques.
- pour ces matériaux à fort dichroïsme, les mesures de dichroïsme restent généralement plus sensibles que les mesures par rotation Kerr.

C H A P I T R E I I I

LA BIREFRINGENCE MAGNETIQUE CIRCULAIRE (ROTATION FARADAY)

ET

LA BIREFRINGENCE MAGNETIQUE LINEAIRE (EFFET COTTON-MOUTON)

	page
III - 1 - INTRODUCTION	33
III - 2 - DIPOLES ELECTRIQUES ET MAGNETIQUES INDUITS PAR LA LUMIERE	34
III - 3 - BIREFRINGENCE MAGNETIQUE CIRCULAIRE - ROTATION FARADAY	35
III-a - Contribution magnétique à la rotation Faraday	36
III-b - Contribution "électrique" à la rotation Faraday	37
III - 4 - BIREFRINGENCE MAGNETIQUE LINEAIRE - EFFET COTTON-MOUTON	38
III - 5 - PRINCIPAUX PARAMETRES PHYSIQUES DETERMINANT L'EVOLUTION DE L'EFFET FARADAY	40
III - 6 - POURQUOI CONSTRUIRE UN APPAREILLAGE DE MESURE DE B.M.C. ET DE B.M.L. EN CHAMP MAGNETIQUE INTENSE.	43

C H A P I T R E I I I

LA BIREFRINGENCE MAGNETIQUE CIRCULAIRE (ROTATION FARADAY) ET LA BIREFRINGENCE MAGNETIQUE LINEAIRE (EFFET COTTON-MOUTON) DES MATERIAUX MAGNETIQUES

III-1 - INTRODUCTION

Après avoir défini les principaux effets magnéto-optiques, nous nous proposons de présenter les différents paramètres physiques qui déterminent l'évolution de la B.M.C. et de la B.M.L.

Auparavant, il est peut-être utile de rappeler brièvement l'historique de la B.M.C. C'est Faraday qui, en 1846, a mis en évidence la rotation du plan de polarisation de la lumière traversant un verre au borate de plomb placé dans un électroaimant. Entre 1900 et 1920, l'effet Faraday fut une confirmation expérimentale éclatante de la nature électromagnétique de la lumière. En 1936, Van Vleck ⁽⁹⁾ compare les variations thermiques de la constante de Verdet et de la susceptibilité magnétique dans les sels paramagnétiques. Vers 1940, la notion traditionnelle selon laquelle un cristal ferromagnétique est opaque au rayonnement électromagnétique commence à être incertaine avec la synthèse des ferrites spinelles (ferromagnétiques diélectriques). En 1956, la découverte par Bertaut et Forrat ⁽¹⁰⁾ des ferrites grenats de terres rares dans lesquels de nombreuses substitutions étaient possibles allait entraîner la plupart des grands laboratoires vers les études magnéto-optiques. Ces composés transparents dans la bande proche infrarouge sont toujours l'objet d'importantes recherches tant sur le plan fondamental que sur le plan technologique ⁽¹¹⁾ (Annexe 1).

III-2 - DIPOLES ELECTRIQUES ET MAGNETIQUES INDUITS PAR LA LUMIERE

Reprenons la description macroscopique développée par H. Le Gall⁽¹⁾⁽²⁾, elle repose sur l'écriture des dipôles électriques $\vec{P}(\vec{q})$ et $\vec{m}(\vec{q})$ induits par la lumière, dipôles qui résultent de l'interaction entre le rayonnement incident et les ions magnétiques. L'hamiltonien d'interaction comprend deux termes : l'un "dipolaire électrique" - $\vec{P}(\vec{q}) \cdot \vec{E}(\vec{q})$, l'autre dipolaire magnétique - $\vec{m}(\vec{q}) \cdot \vec{h}(\vec{q})$ où $\vec{h}(\vec{q})$ représente le champ magnétique de l'onde lumineuse.

Sans entrer dans les détails des calculs (voir ⁽¹⁾⁽²⁾ pour une étude détaillée), on obtient :

Pour un cristal supposé quasi-transparent à la longueur d'onde considérée, un dipôle "électrique" dont les composantes sont des fonctions de $\vec{M}$ ($\vec{M}$ représente l'aimantation macroscopique).

Soit :

$$\vec{P}_j^{\pm}(\vec{q}) = \mp i \frac{f_1^e}{4} \{ \vec{E}(\vec{q}^{\pm}) \times \vec{M} \}_j + \frac{1}{4} \sum_{k, \ell, m} f_{2jk}^{(e)\ell m} M_{\ell} M_m \vec{E}_k^{\pm}(\vec{q}) \quad (\text{III.1})$$

où i est l'imaginaire pur ($j, k, \ell, m = x, y, z$)

f_1^e désigne la constante du 1er ordre des transitions dipolaires électriques. Elle va jouer un rôle essentiel dans les évolutions de l'effet Faraday,

$f_2^{(e)}$ représente une des 81 constantes de 2ème ordre des transitions dipolaires électriques. Dans un cristal cubique ce nombre se réduit à 3. $f_{11}^{(e)}$, $f_{12}^{(e)}$, $f_{44}^{(e)}$ (en utilisant les notations de Voigt).

En ce qui concerne le dipôle magnétique, notons qu'aux fréquences optiques, aucune transition dipolaire magnétique entre les multiplets de l'état de base n'est permise⁽⁵⁾⁽⁶⁾. La contribution "magnétique" a donc toujours un caractère dispersif ; elle se déduit de l'équation :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M}_0 \times \vec{H}_{\text{eff}} \quad (\text{III.2})$$

$$\text{où } \vec{M}_0 = \vec{M} + \vec{m}_k + \vec{m}(\vec{q})$$

$$\text{et } \vec{H}_{\text{eff}} = \vec{H} + \vec{H}_{\text{mol}} + \vec{H}_d + \vec{h}(\vec{q})$$

où $\vec{m}_k$ est l'aimantation dynamique de l'onde de spin de pulsation ω_k , $\vec{H}_{\text{mol}}$, $\vec{H}$ et $\vec{H}_d$ représentent respectivement le champ moléculaire, le champ appliqué et le champ démagnétisant, γ le rapport gyromagnétique de l'ion considéré ($\gamma = g_e/2mc$). Tout calcul fait, le "dipôle magnétique induit" s'écrit :

$$\vec{m}^{\pm}(\vec{q}, \vec{k}) = \pm i \frac{f_1^m}{4} \{ \vec{h}^{\pm}(\vec{q}) \times (\vec{M} + \vec{m}_k) \} \quad (\text{III.3})$$

f_1^m représente la constante de 1er ordre des transitions dipolaires magnétiques avec :

$$f_1^m = 4\pi |\gamma| \frac{\epsilon_r}{\omega_q} \quad (\text{III.4})$$

Elle va jouer un rôle essentiel dans la B.M.C.

III-3 - BIREFRINGENCE MAGNETIQUE CIRCULAIRE - ROTATION FARADAY

Pour une propagation parallèle à l'aimantation statique, M parallèle à Oz , on obtient les deux modes propres

$$q_d^2 = q_0^2 \left\{ \epsilon_r + (f_1^m - f_1^e) M_z - \epsilon_r^{-1} f_1^e f_1^m M_z^2 \right\} \quad (\text{III.5})$$

Les interactions magneto-optiques de 1er ordre se traduisent en milieu uniformément aimanté par deux types possibles d'interactions :

- En cas d'interactions lumière-matière relativement forte, il se produit une réfraction circulaire double (fig. III.1)

- En cas d'interactions très petites (cette limite sera précisée plus loin), la différence d'indice des deux circulaires est négligeable et les deux trajectoires sont confondues. Seul est à considérer le déphasage relatif entre les deux modes propres, d'où existence de rotation Faraday

Pour un cristal d'épaisseur ℓ , le déphasage devient :

$$\phi_g(\ell) - \phi_d(\ell) = (q_g - q_d) \ell \quad (\text{III.6})$$

La polarisation rectiligne résultante des deux circulaires a donc subi la rotation spatiale (fig. III.1)

$$\phi_F = \frac{1}{2\ell} (q_g - q_d) \ell \quad (\text{III.7})$$

En négligeant le terme quadratique en M , approximation justifiée quelques lignes plus bas, on obtient l'expression fondamentale de la rotation Faraday par unité de longueur (deg/cm)

$$\phi_F(\text{deg.cm}^{-1}) = \phi_F^e + \phi_F^m = - \frac{\omega}{2nc} (f_1^e - f_1^m) M_z \quad (\text{III.8})$$

Une propriété fondamentale est sa non réciprocity : inverser le champ de propagation ne change pas le sens de rotation d'où la possibilité d'effet cumulatif par réflexions multiples. La relation précédente montre que dans la bande optique, bande dans laquelle l'échantillon est supposé quasi-transparent, le cristal magnétique apparaît comme bigyrotropes, c'est à dire qu'il possède des propriétés gyroélectriques aussi bien que gyromagnétiques.

- Remarque : On retrouve la loi bien connue où effet Faraday et aimantation sont proportionnels, d'où l'observation de domaines magnétiques par effet Faraday comme proposé en premier par J. Dillon ⁽¹²⁾.

III-3-a - Contribution magnétique à la rotation Faraday

L'expression de cette contribution se déduit de (III.8)

$$\phi_F^m = 2\pi \frac{\bar{n}}{c} \gamma M_z \quad (\text{III.9})$$

qui peut s'écrire encore :

$$\phi_F^m = 0,106 \bar{ng} M_z \quad (\text{III.10})$$

où g est le facteur de Lande de l'ion considéré.

Elle apparaît comme :

- toujours positive

- indépendante de la fréquence du rayonnement optique ⁽⁶⁾, d'où son nom de rotation "non dispersive". Ceci revient à dire que ϕ_F^m , associée aux transitions dipolaires magnétiques qui apparaissent dans la bande microonde possède une dispersion constante dans la bande du visible.

- Remarque : Dans les ferrimagnétiques, la contribution magnétique totale résulte de la sommation sur chacun des sous-réseaux magnétiques. Pour les ferrites grenats, à des longueurs d'onde supérieures à environ 3 microns, la contribution des transitions dipolaires électriques est devenu négligeable et ϕ_F est indépendant de λ .

. Dans les cristaux paramagnétiques, il n'y a pas d'aimantation spontanée et la rotation Faraday est uniquement terminée par le terme dipolaire électrique.

III-3-b - Contribution "électrique" à la rotation Faraday

Elle dépend fortement de la longueur d'onde incidente dans la bande visible. Nous remarquons bien que :

$$\phi_F^e \approx - \frac{\omega}{2\bar{n}c} f_1^e M_z \quad (\text{III.11})$$

cela ne signifie nullement que ϕ_F^e varie comme $1/\lambda$, puisque f_1^e est généralement fonction de λ (nous reviendrons sur la dépendance en λ de ϕ_F^e au chapitre III.4).

- Ordre de grandeur de f_1^m et f_1^e

$\bar{n}$, indice moyen de réfraction est de l'ordre de quelques unités pour les cristaux magnétiques ($\bar{n} = 2,2$ pour le YIG).

f_1^m est de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-7} ; cette constante se calcule indépendamment de tout effet magnéto-optique (relation III.2 et III.4)

- La contribution ϕ_F^m est de plusieurs degrés cm^{-1} dès que M est de l'ordre de 100 uem/cm^3 . L'importance des transitions dipolaires magnétiques ne peuvent donc pas être négligée (fig. II.5)

A l'opposé, f_1^e ne peut être évalué qu'en partant d'une estimation de la rotation Faraday. Si l'on considère $\phi_F^e = 200 \text{ deg.cm}^{-1}$ pour $M = 100 \text{ uem/cm}^3$, on obtient alors $f_1^e \approx 10^{-6}$.

La différence des indices de propagation des deux circulaires s'écrit en tenant compte de la relation (III.6)

$$\Delta n = n_d - n_g = - (f_1^m - f_1^e) \frac{M_z}{\epsilon_r} \quad (\text{III.12})$$

Avec les valeurs précédentes de f_1^m et f_1^e , on calcule que Δn est de l'ordre de 10^{-4} , autrement dit :

Etant donné la faible différence d'indices des 2 circulaires droite et gauche, leur trajectoire sont bien confondues, ce qui justifie à la sortie du cristal leur recombinaison pour former une seule rectiligne.

Remarque : L'écart angulaire entre les deux circulaires est donné par

$$\Delta \alpha = \frac{2\phi_F^m}{\epsilon_r^{1/2} q_0 M_1} \quad (\text{III.13})$$

pour une incidence normale (fig. III.2).

Si l'on prend $\phi_F = 1000 \text{ deg.cm}^{-1}$, $\epsilon_r q_0^2 = 10^5 \text{ cm}^{-2}$, on voit que $\Delta\alpha$ ne dépasse pas 10^{-2} degré.

Une faible désorientation du cristal par rapport à la propagation optique n'affecte que très faiblement le parcours optique, et la notion d'effet Faraday garde tout son sens.

III-4 - BIREFRINGENCE MAGNETIQUE LINEAIRE- EFFET COTTON MOUTON

La propagation de la lumière rectiligne incidente est perpendiculaire à l'aimantation statique $\vec{M}_z$, $\vec{q}$ étant considéré comme parallèle à Ox

Les équations de Maxwell conduisent à deux modes propres qui définissent les axes optiques du cristal et dont les vecteurs d'onde sont :

$$\begin{aligned} q_\alpha^2 &= q_0^2 \{ \epsilon_r + f_{12}^e |\vec{M}|^2 - \epsilon_r^{-1} (f_1^e)^2 |\vec{M}|^2 \} = q_\perp^2 \\ q_\beta^2 &= q_0^2 \{ \epsilon_r + f_{12}^e |\vec{M}|^2 + f_{44}^e |\vec{M}|^2 \} = q^2 \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Leurs polarisations respectives sont rectilignes et correspondent à la polarisation rectiligne incidente perpendiculaire (q_α) et parallèle (q_β) à $\vec{M}$. Après traversée du cristal, la lumière est devenue elliptique.

Remarquons que le terme en f_{44}^e donne une contribution nulle si $\vec{E}$ et $\vec{M}$ sont perpendiculaires et maximum si $\vec{E}$ et $\vec{M}$ sont parallèles. Par contre, les constantes $f_{12}^{(e)}$ et $f_1^{(e)}$ interviennent sur q_α et q_β indépendamment de l'orientation de $\vec{M}$. C'est la première contribution en f_{44}^e qui par son anisotropie va être à l'origine de l'effet Cotton-Mouton.

Le déphasage dans le temps des deux composantes $E_{//}$ et $E_{\perp}$ s'écrit :

$$\phi_{CM} = q_{//} - q_{\perp} = \frac{\omega}{c} (n_{//} - n_{\perp}) = \frac{\omega}{2nc} \left\{ f_{44}^e + \frac{(f_1^e)^2}{\epsilon_r^2} \right\} M_z^2 \quad (\text{III.15})$$

Comme f_1^e est de l'ordre de 10^{-6} alors que f_{44}^e est obtenu de l'ordre de 10^{-8} , le terme en $(f_1^e)^2$ est généralement négligé. L'ellipticité de la lumière après traversée du cristal de longueur L est donnée par :

$$e = \text{tg} \left(\frac{f_{44}^e M_z^2 q_0 L}{4n} \right) \quad (\text{III.16})$$

et l'effet Cotton Mouton se définit par :

$$\text{tg}(\phi_{CM}/2) = e \quad (\text{III.17})$$

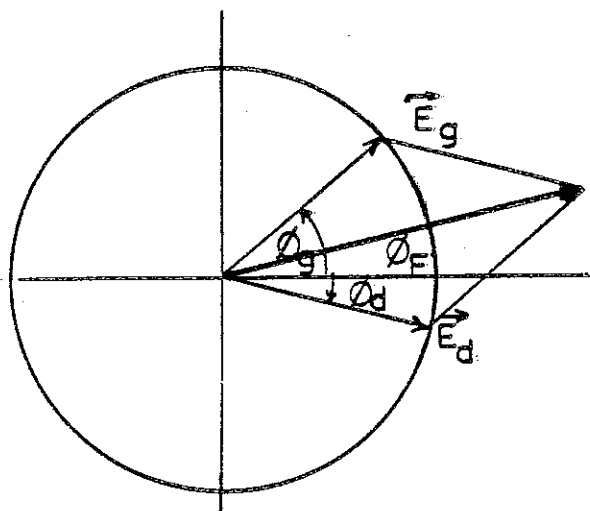


Fig. III.1 - Mode de propagation des deux circulaires

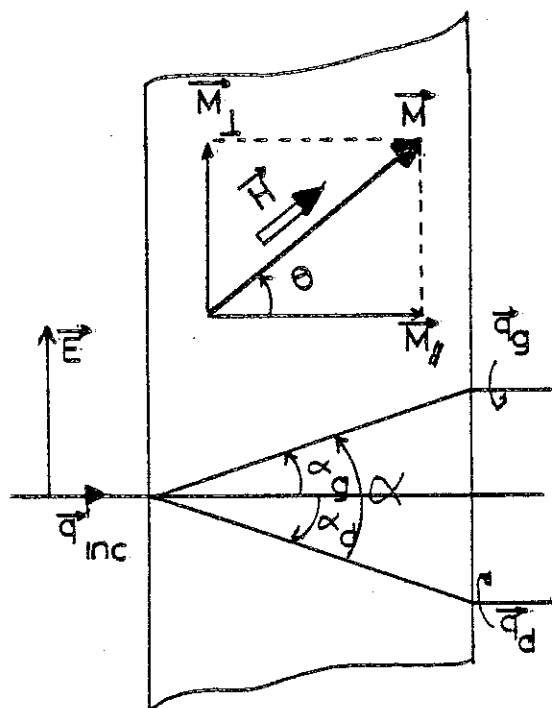


Fig. III.2 - Ecart angulaire entre les deux circulaires

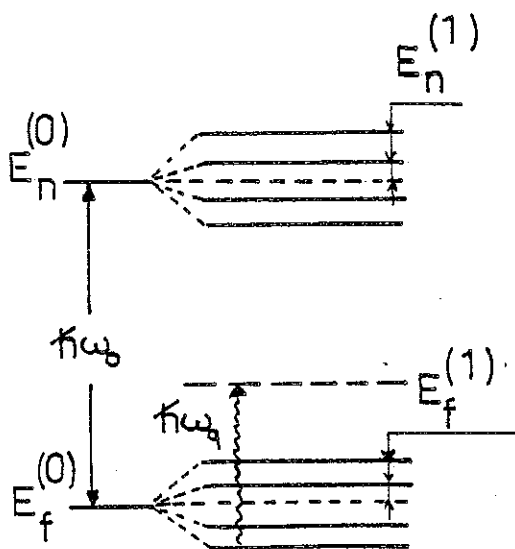


Fig. III.3 - Transitions virtuelles : effet Faraday

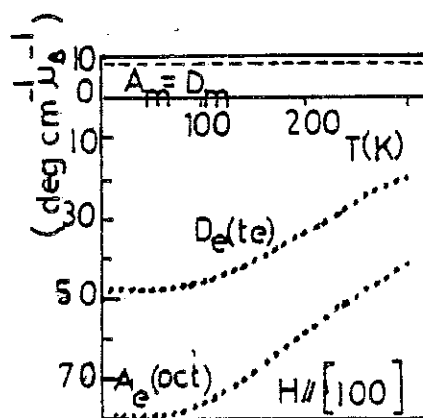


Fig. III.4 - Variation thermique de A_e et D_e pour le YIG (3).

expression rigoureuse uniquement pour les faibles ellipticités (ce qui est pratiquement le cas dans la plupart des expériences).

Remarques - L'ellipticité est couramment notée e et nous utilisons ici la notation classique.

- ϕ_{CM} de l'ordre de 100 deg.cm^{-1} pour un milieu d'aimantation M voisine de 100 uem/cm^3 (résultats valables pour les ferrites grenats à des longueurs de l'ordre du micron), conduit à une estimation de 10^{-8} pour f_{44}^e .

- l'ellipticité est maximum lorsque la polarisation incidente est à $\pi/4$ de $\vec{M}_0$.

III- 5 - PRINCIPAUX PARAMETRES PHYSIQUES DETERMINANT L'EVOLUTION DE L'EFFET FARADAY

Nous avons vu au Chap.III.3 qu'une différence fondamentale entre les contributions des transitions "dipolaires magnétiques" et des transitions "dipolaires électriques" était dans leur dépendance en fonction de la longueur d'onde. Comme aux fréquences optiques, la rotation Faraday "magnétique" est "non dispersive", le modèle macroscopique développé à partir des calculs de Wangness (5) est une bonne description. A l'opposé, ϕ_F^e (relation III.11) est dispersif et pour étudier son évolution en fonction de la fréquence optique, il faut avoir recours à un modèle macroscopique quantique.

Nous nous limiterons à présenter les résultats concernant l'expression quantique de ϕ_F^e dont l'étude détaillée est développée dans les références (13)(14).

La réponse d'un ion magnétique à l'onde lumineuse se manifeste par la polarisabilité dynamique qui contient une partie imaginaire (représentant l'absorption et qui va conduire au dichroïsme) et une partie réelle liée à la dispersion du rayonnement. C'est cette partie réelle qui conduit à l'expression quantique de ϕ_F^e :

$$\phi_F^e = \frac{\pi}{\hbar c} \frac{(\bar{n}^2 + 2)^2}{9\bar{n}} \sum_{f,n} N \rho_f \frac{(\omega_{nf}^2 - \omega_q^2) \omega_q^2}{|(\omega_{nf}^2 - \omega_q^2)^2 + \omega_q^2 \bar{n}_{nf}^2|} \quad (\text{III.18})$$

$$| \langle f | P_g^+ | n \rangle \langle n | P_g^- | f \rangle - \langle f | P_d^+ | n \rangle \langle n | P_d^- | f \rangle |$$

où $\bar{n}$ est l'indice moyen du cristal qui contient N ions magnétiques (nous supposons qu'il n'existe qu'un seul type d'ion) f et n sont les indices des sous-niveaux des multiplets de base et des multiplets excités, $h\omega_{nf}$ représentant les écarts d'énergie (origine prise au multiplet fondamental) (Fig.III.3), η_{nf} les largeurs énergétiques de chaque transition, ρ_f , la probabilité d'occupation du multiplet de base f, $P_{dg}^{\pm}$ sont les opérateurs dipolaires électriques associés aux deux polarisations circulaire droite et gauche.

Remarque importante

En notant $\hbar\omega_0$, l'écart énergétique entre les sous-niveaux des multiplets f et n en absence de champ, le mécanisme des transitions virtuelles impose :

$$|E_f^{(1)}|, |E_n^{(1)}| \ll \hbar\omega \ll \hbar\omega_0 = E_n^0 - E_f^0 \quad (\text{III.19})$$

ces conditions permettront le développement du facteur de fréquence.

- Cristaux paramagnétiques

Lorsque les interactions de superéchange entre ions magnétiques n'existent pas, l'application du champ H produit deux modifications essentielles * .

i) les dégénérescences de l'état de base et des états excités sont levées par effet Zeemann :

$$E_{f,n}^{(1)} = E_{f,n}^0 + |g_j m_j|_{f,n} \mu_B H \quad (\text{III.20})$$

ii) la population des multiplets de base évolue suivant la loi de Boltzmann :

$$\rho_f(m_j) = \rho_f^0 \left\{ 1 - \frac{(g_j m_j)_f \mu_B}{k} \cdot \frac{H}{T} + \dots \right\} \quad (\text{III.21})$$

* Les fonctions d'onde $|f\rangle$ et $|n\rangle$ sont perturbées par H, la contribution à ϕ_f^e de cette perturbation est négligeable devant les termes "A" et "C".

Chacune de ces modifications est à l'origine d'une contribution ϕ_F^e . Par analogie avec les susceptibilités magnétiques, la première contribution est appelée "terme A ou diamagnétique", elle est indépendante de la température, la seconde est appelée "terme C ou paramagnétique" et est fonction de T.

Ces deux termes sont linéaires en H et on retrouve la proportionnalité entre ϕ_F^e et H, qui définit la constante de Verdet.

Avec les conditions énergétiques de la remarque précédente, on montre que le terme "diamagnétique se divise en deux parties :

$$\phi_F^e = \phi_F^{e(\text{para})} + \phi_F^{e(\text{dia})}_f + \phi_F^{e(\text{dia})}_n$$

avec :

$$\alpha = \frac{\pi}{\hbar c} N$$

$$\phi_f^{e(\text{para})} \sim \frac{\omega_q^2}{\omega_o^2 - \omega_q^2} \alpha \sum_f \rho_f \sum_n [\pi_g(f,n) - \pi_d(f,n)]$$

$$\phi_F^{e(\text{dia})}_f \sim \frac{2\omega_o \omega_q^2}{\hbar(\omega_o^2 - \omega_q^2)^2} \alpha \sum_f \rho_f E_f^{(1)} \sum_n [\pi_g(f,n) - \pi_d(f,n)]$$

$$\phi_F^{e(\text{dia})}_n \sim \frac{2\omega_o \omega_q^2}{\hbar(\omega_o^2 - \omega_q^2)^2} \alpha \sum_f \rho_f \sum_n E_n^{(1)} [\pi_g(f,n) - \pi_d(f,n)]$$

$$\text{où } \pi_{g,d}(f,n) = \langle f | P_{g,d}^+ | n \rangle \langle n | P_{g,d}^- | f \rangle \quad (\text{III.22})$$

D'où la conclusion suivante :

Pour les ions paramagnétiques, la rotation Faraday est essentiellement d'origine dipolaire électrique. ϕ_F^e comprend :

- une contribution "paramagnétique" proportionnelle au moment magnétique de l'ion dont la dépendance en longueur d'onde est de la forme :

$$\frac{1}{\phi_F^{e(\text{para})}} \text{ proportionnel à } \frac{\lambda^2}{\lambda_o^2} - 1$$

- deux contributions "diamagnétiques" (proportionnelles au champ (par l'intermédiaire de $E_f^{(1)}$ et $E_n^{(1)}$) dont la dépendance en longueur d'onde s'écrit :

$$\frac{\lambda}{\phi_F^{e(\text{dia})}} \text{ proportionnel à } \frac{\lambda^2}{\lambda_o^2} - 1$$

- Cristaux ferromagnétiques, ferrimagnétiques, antiferromagnétiques

Deux cas sont à considérer suivant que l'interaction d'échange est plus grande ou plus petite que le couplage spin-orbite (S.O.)

- $\mathcal{H}_{SO} \gg \mathcal{H}_{\text{échange}}$: Lorsque le moment orbital du multiplet de base est non nul, seul subsiste le terme "C" (relation III.22), par contre, si ce moment orbital est zéro, c'est le terme $\phi_F^{e(\text{dia})}$ qui est prépondérant (relation III.22).

- $\mathcal{H}_{SO} \ll \mathcal{H}_{\text{échange}}$: Le champ d'échange sépare les états de nombres quantiques m_S différents ; seul le terme "diamagnétique A" contribue à ϕ_F^e ;

$$\phi_F^e \approx K' \lambda' \frac{\omega_o \omega_q}{(\omega_o^2 - \omega_q^2)^2} \quad (\text{III.23})$$

où λ' est la constante spin-orbite de l'état excité. Concrètement ce cas est celui des ions Fe^{3+} ($6S_{5/2}$) des ferrites grenats (annexe 1).

En conclusion : Si l'on se réfère aux relations (III.19) (III.20) (III.21), il est clair que la rotation Faraday est déterminée par les trois paramètres :

- Température
- Champ magnétique
- Longueur d'onde

III-6 - POURQUOI CONSTRUIRE UN APPAREILLAGE DE MESURE DE B.M.C. ET DE B.M.L. EN CHAMP MAGNETIQUE INTENSE ?

Dans les paramagnétiques où $M = \chi \cdot H$ (susceptibilité magnétique), l'effet Faraday s'écrit :

$$\phi_F = V H = \frac{V}{\chi} M \quad (\text{III.24})$$

et seules les transitions dipolaires électriques sont à considérer.

Dans les matériaux magnétiques ordonnés ϕ_F (ou ϕ_{CM}) va être obtenu par la sommation des effets de chaque sous-réseau magnétique en tenant compte de leur orientation respective. Compte-tenu des deux chapitres précédents, on peut dire que l'on se place dans le modèle à un ion.

Ainsi, pour les ferrites grenats (annexe 1), on obtient

$$\begin{aligned} \phi_F(\text{RIG}) = \phi_F^e + \phi_F^m &= \pm(A_e + A_m) |M_a| \mp (D_e + D_m) |M_d| \\ &\quad \pm(C_e + C_m) |M_d| \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

- où : - les signes + sont valables pour $T > T_{\text{comp}}$
 et : - les signes - sont valables pour $T < T_{\text{comp}}$
 - A_m, D_m, C_m sont les coefficients magnétooptiques et macroscopiques des transitions dipolaires magnétiques
 - A_e, D_e, C_e , les coefficients magnéto-optiques de 1er ordre des transitions dipolaires électriques.

La question fondamentale est de savoir comment évoluent $A_e, D_e, C_e, V/\chi$, en fonction et du champ appliqué et de la température ?

Certains auteurs (13,14,15) considèrent ces coefficients comme indépendants de H et T. Ce qui revient à admettre que susceptibilité magnétique et constante de Verdet ont respectivement la même dépendance en T. Ce point de vue repose notamment sur les travaux de Van Vleck et Hebb (9) bien que ceux-ci ne soient nullement affirmatifs dans leur conclusion.

D'autres auteurs (3) (16) ont montré que les coefficients magnéto-optiques de 1er ordre étaient fonction de T et de H, conclusion basée sur l'interprétation phénoménologique des résultats expérimentaux. Notons qu'une telle dépendance revient à considérer que dans la relation (III.22), il n'y a pas uniquement ρ_f qui soit fonction de H/T.

Les résultats suivants sont obtenus :

- pour les ions Fe^{3+} du YIG, A_e et D_e varient d'environ 50 % entre 4.2 et 300 K (fig. III.4)

- pour les ions de terre rare lourde, C_e s'écrit

$$C_e(T, H) = C_e(0) \{ 1 + \alpha T + \delta_1 H \dots \} \quad (\text{III.26})$$

avec $\alpha \approx 10^{-2} \text{ deg.cm}^{-1} \mu_B^{-1} \text{ K}^{-1}$ et $\delta_1 \approx 10^5 \text{ deg.cm}^{-1} \mu_B^{-1} \text{ Oe}^{-1}$

- dans les trifluorures de terre rare RF_3 , les évolutions en température de V et χ ont été déterminées expérimentalement, elles conduisent à V/χ linéaire en T dans NdF_3 , mais varient en $1/T$ dans CeF_3 (17).

En ce qui concerne l'effet Cotton-Mouton, notons tout d'abord que peu d'études expérimentales ont été effectuées et ce, même en champ magnétique faible. Pour l'ion Dy^{3+} dans le ferrite grenat, il a été mis en évidence que le coefficient magnéto-optique de 2ème ordre des transitions dipolaires électriques était de la forme (18) :

$$\Gamma_2(T, H) = \Gamma_2(0) \{ 1 + \beta T + \delta_2 H + \dots \} \quad (III.27)$$

avec β de l'ordre de $-10^{-2} \text{ deg.cm}^{-1} \mu_B^{-1} K^{-1}$ et $\delta_2 \approx -10^{-5} \text{ deg.cm}^{-1} \mu_B^{-1} Oe^{-1}$, ce qui correspond à une variation de 10 % dans 10 kOe (notons que β et α d'une part, δ_1 et δ_2 d'autre part sont du même ordre de grandeur)

Remarque - Les déterminations précédentes reposent sur des résultats expérimentaux obtenus en champ magnétique continu limités à 20 kOe.

En conclusion, il apparaît que la construction d'un appareillage de mesure de B.M.C. et de B.M.L. en champ magnétique intense se justifie par différents aspects :

- Indépendamment des effets optiques, H intense modifie l'ordre magnétique, par exemple spin-flop dans une transition anti-ferromagnétique $\rightarrow$ ferromagnétique ;

- Les coefficients magnéto-optiques de 1er ordre et de 2ème ordre présentent de fortes dépendances en champ et en température; sans aucune interprétation, c'est un domaine où l'absence de résultats expérimentaux semble totale

- "L'outil magnétooptique" apparaît comme d'une extrême sensibilité à la modification d'ordre magnétique (19)

Remarquons qu'à notre connaissance, aucune expérience en champ magnétique continu ne fonctionne actuellement dans 100 kOe (10 Tl). Les montages décrits dans la littérature fonctionnent en champ magnétique pulsé, ce qui pose le problème du caractère thermodynamique de l'expérience (adiabatique, pseudo-isotherme ?). Des travaux récents effectués sur la transition magnétique de CO_3Fe ont montré combien la rotation Faraday était différente selon que le champ extérieur est obtenu en régime transitoire ou en régime continu (20). Notons aussi que les expériences en champ pulsé ont des sensibilités relativement mauvaises, le caractère transitoire du champ rendant impossible toute technique de modulation (Chapitre V).

REFERENCES - CHAPITRES II ET III

1. H. LE GALL,
Proc. Indo. French Seminar on Optical Properties of Solids
New Delhi, 1971.
2. H. LE GALL,
J. Phys. Suppl. n° 2-3, 32, C1, 590 (1971)
3. C. ABULAFYA, H. LE GALL,
Sol. St. Comm., 11, 629 (1972).
4. P. FELDMANN, H. LE GALL, M. GUILLOT, M. ARTINIAN,
Rare Earths in Modern Science and Technology,
Edité par Gregory J. Mc Carthy and J.J. Rhyne - 1978.
5. R.K. WANGNESS,
Phys. Rev., 95, 339 (1956)
6. G.S. KRINCHICK, M.V. CHETKIN,
Sov. Phys. J. E. T. P., 14, 485 (1962).
7. J.C. CANIT,
Thèse d'Etat, Paris 1980.
9. J.H. VAN VLECK, M.H. HEBB,
Phys. Rev., 46, 17, 1934.
10. F. BERTAUT, F. FORRAT,
C. R. Acad. Sci., 242, 382 (1956).
11. P. COEURE, D. CHALETTON, J. DAVAL, J.P. JADOT, J.C. PEUZIN,
Rev. Phys. Appl. 10, 379 (1975).
12. J. DILLON "Physics of Magnetic Garnets"
A. Paoletti (Ed). Amsterdam - North Holland Publishing Co, 1978.
13. R.W. COOPER, W.A. CROSSLEY, J.L. PAGE, R.F. PEARSON,
J. Appl. Phys. 39, 565 (1968).
14. W.A. CROSSLEY, R.W. COOPER, J.L. PAGE, R.P. Van STAPELA,
Phys. Rev., 181, 896 (1969).
15. Ev. BERDENNIKOVA, R.V. PISAREV,
Sov. Phys. Sol. State, 18, 45 (1976).

16. M. GUILLOT, P. FELDMANN, H. LE GALL, D. MINELLA,
J.Phys., 40, 17 (1979).
17. C. LEYCURAS, H. LE GALL, M. GUILLOT, A. MARCHAND,
Conf. Pittsburg Nov. 83, à paraître dans J.A.P.
18. M. GUILLOT, P. FELDMANN, H. LE GALL,
J.M.M.M., 30, 223 (1982).
19. P. FELDMANN, H. LE GALL, M. GUILLOT, A. MARCHAND
"Rare Earth in Modern Science and Technology, 1978.
Eds.J.MacCarthy, J.J. Rhyne
20. V.V. EREMENKO, N.P. KHARCHENKO, L.I. BELIY, M. GUILLOT, P. FELDMANN,
A. MARCHAND,
J.Phys.C., 15, pp.4379-4383 (1982).

CHAPITRE IV

ETUDE DE L'APPAREILLAGE : COMPENSATION DES EFFETS FARADAY DES HUBLOTS

	Page
IV-1- INTRODUCTION : POSITION DU PROBLEME : UN PREMIER CHOIX	49
IV-2- CHOIX D'UNE METHODE DE MESURE DE L'EFFET FARADAY ET DE L'EFFET COTTON-MOUTON	51
IV-2-a - Mesure de la rotation Faraday	51
IV-2-b - Mesure de l'effet Cotton-Mouton	51
IV-2-c - Eclairement du récepteur	55
IV-3 - CONTRAINTES DUES AUX TROIS PARAMETRES : H INTENSE, BASSE TEMPERATURE, TRAJET OPTIQUE	57
IV-3-a - La production du champ magnétique intense	57
IV-3-b - Cryogénie et optique	60
IV-3-c - Correction des effets Faraday des fenêtres optiques par mesure préalable : Abaques - Cellule de Faraday	61
IV-4 - PRINCIPE FONDAMENTAL - AUTO-COMPENSATION	63
IV-5 - MONTAGE A MIROIRS PLANS (Fig. IV.10)	65
IV-5-a - Présentation	65
IV-5-b - Détermination de l'"élément compensateur"	65
IV-5-c - Position de l'échantillon - Polarisation incidente	68
IV-6 - MONTAGE A DIEDRES DROITS	69
IV-6-a - Déphasage dû aux réflexions	69
IV-6-b - Effet Faraday d'une double traversée des hublots	72
IV-6-c - Détermination de l'élément compensateur	74
IV-6-d - Effet Faraday	80
IV-6-e - Effet Cotton-Mouton	83
IV-6-f - Détermination de la fonction d'erreur dans les mesures de l'effet Cotton-Mouton	85
IV-6-g - Vibration incidente circulaire	86
REFERENCES CHAPITRE IV	89

C H A P I T R E I V

ETUDE DE L'APPAREILLAGE :

COMPENSATION DES EFFETS FARADAY DES HUBLOTS

IV-1 - INTRODUCTION : POSITION DU PROBLEME : UN PREMIER CHOIX

Dans ce chapitre, nous présentons une analyse approfondie des contraintes rencontrées au cours de la construction de notre appareillage de mesure de biréfringence magnétique circulaire et linéaire en champs magnétiques intenses. Nous avons vu au Chapitre III comment les effets magnéto-optiques étaient fonction de :

- i) la longueur d'onde de la lumière incidente,
- ii) le champ appliqué $\vec{H}$,
- iii) la température T (T , et $\vec{H}$ définissent l'aimantation $\vec{M}^*$)
- iiii) l'orientation de $\vec{H}$ (ou $\vec{M}$) par rapport à la direction de propagation (Oz) de la lumière.

Comme nous considérons soit la rotation Faraday ($Oz // \vec{H}$), soit l'effet Cotton-Mouton ($Oz \perp \vec{H}$), le dernier paramètre est défini sans ambiguïté. Il en est de même du champ qui, fourni par le "Service National des Champs Intenses", doit être considéré comme fixé, c'est à dire qu'il n'est nullement question de modifier quoi que ce soit à la "machine", ô combien encombrante, que constitue la bobine productrice de champ très intense! De plus, l'espoir de voir fonctionner à Grenoble dans un avenir prochain l'enroulement hybride ^(IV.1) (à la fois résistif et supra-conducteur), dont les dimensions sont encore plus imposantes que les enroulements "Bitter", nous a encouragés à étudier un montage le plus indépendant possible de la source "champ intense".

* Comme au Chapitre précédent, $\vec{M}$ représente l'aimantation de l'échantillon supposé monodomaine. $\vec{M}$ et $\vec{H}$ sont considérés comme parallèles.

- La longueur d'onde - La mise au point d'un montage optique est évidemment facilitée par l'utilisation de lumière visible. Cependant, comme nous l'avons vu au Chapitre III de nombreuses études ne peuvent s'effectuer que hors du visible (grenats ferrimagnétiques par exemple). C'est pourquoi nous étudierons la possibilité d'extension de notre appareillage dans le domaine de l'infra-rouge chaque fois qu'un choix important sera analysé.
- La température - Il va de soi que l'association de champs très intenses et de basses températures est une obligation sur laquelle le physicien "fondamentaliste" ne transige pas. Il était donc impératif d'étudier l'association d'un cryostat optique et du champ fort. Nous verrons très rapidement que la présence simultanée de ces deux paramètres va devenir le fil directeur de tout notre travail.
- Il reste enfin un dernier point à préciser, et c'est sans doute le seul sur lequel nous avons une liberté totale de décision. Nous avons le choix entre des mesures par transmission (traversée totale du cristal par la lumière) et des mesures par réflexion (réflexion de la lumière incidente sur la surface de l'échantillon).
La "transmission" impose de travailler à une longueur d'onde pour laquelle le cristal n'est pas très absorbant (ou d'utiliser des échantillons en forme de couche mince). Cette condition est compatible avec l'interprétation des phénomènes magnéto-optiques qui imposent que λ soit éloignée des raies d'absorption (cf. chapitre II).
La "réflexion" sera d'autant plus favorable que le pouvoir réflecteur R de l'échantillon est élevé, mais celui-ci est lié à la transmission (T) et à l'absorption (A) par $R + T + A = 1$. Comme T et A sont reliés et que T croît loin des bandes d'absorption, R va décroître. On peut donc dire que les phénomènes mesurés seront moins marqués s'ils sont étudiés par réflexion; comme, de plus, nous avons vu au chapitre II que les sensibilités des techniques par transmission étaient bien supérieures à celles des techniques par réflexion, aussi avons nous fait le choix suivant :

*Les mesures de B.M.C. et de B.M.L. seront faites par transmission**

* La transmission ainsi définie est uniquement relative à la traversée de l'échantillon. Elle ne doit pas être confondue avec la traversée de la bobine de champ dont nous parlerons plus loin.

IV-2 - CHOIX D'UNE METHODE DE MESURE DE L'EFFET FARADAY ET DE L'EFFET COTTON-MOUTON

Nous avons rappelé au Chapitre II que la mesure de l'effet Faraday revient à suivre l'évolution de la direction d'une lumière rectiligne alors que la mesure de la biréfringence magnétique linéaire (effet Cotton-Mouton) consiste à déterminer les paramètres d'une polarisation elliptique (χ ellipticité et α orientation du grand axe par rapport à une origine arbitraire).

IV-2-a- Mesure de la rotation Faraday

Le suivi de l'évolution d'un plan de polarisation peut s'effectuer visuellement en croisant un analyseur avec la vibration rectiligne de façon à réaliser l'extinction de la lumière émergente et en maintenant l'extinction quand la polarisation évolue (fig. IV.1). Dans la pratique, le détecteur est photoélectrique et on superpose au signal de mesure une modulation destinée essentiellement à augmenter la résolution et à faciliter l'association éventuelle du montage optique à une chaîne de mesure et de calcul.

IV-2-b - Mesure d'effet Cotton-Mouton

La mesure de l'évolution de la vibration elliptique due à l'effet Cotton-Mouton est un problème d'ellipsométrie : connaissant les caractéristiques de la lumière incidente sur l'échantillon, il faut déterminer les modifications entraînées par la traversée du cristal : changement d'ellipticité et rotation des axes ou encore, pour reprendre les termes et les notations des familiers de l'ellipsométrie ^(IV.2), le déphasage relatif Δ et le paramètre d'amplitude relative ψ (fig. IV.2)

Le premier problème qui se pose est le choix d'un type d'ellipsomètre : avec ou sans compensation du déphasage relatif Δ par rapport à un système d'axes orthogonaux repérés par les points M et M' sur la fig. IV.2. Le rôle du (ou des) compensateur(s) est de rendre rectiligne la lumière transmise par le cristal afin qu'elle soit facilement repérable au moyen d'un analyseur. Les paramètres de réglage du (ou des) compensateur(s) sont évidemment reliés aux caractéristiques de la vibration elliptique.

La méthode sans compensation la plus utilisée est celle de l'analyseur tournant. Les caractéristiques de la vibration elliptique sont déterminées par des mesures d'éclairement. En effet, l'amplitude de la lumière effectivement transmise par un polariseur touché par un

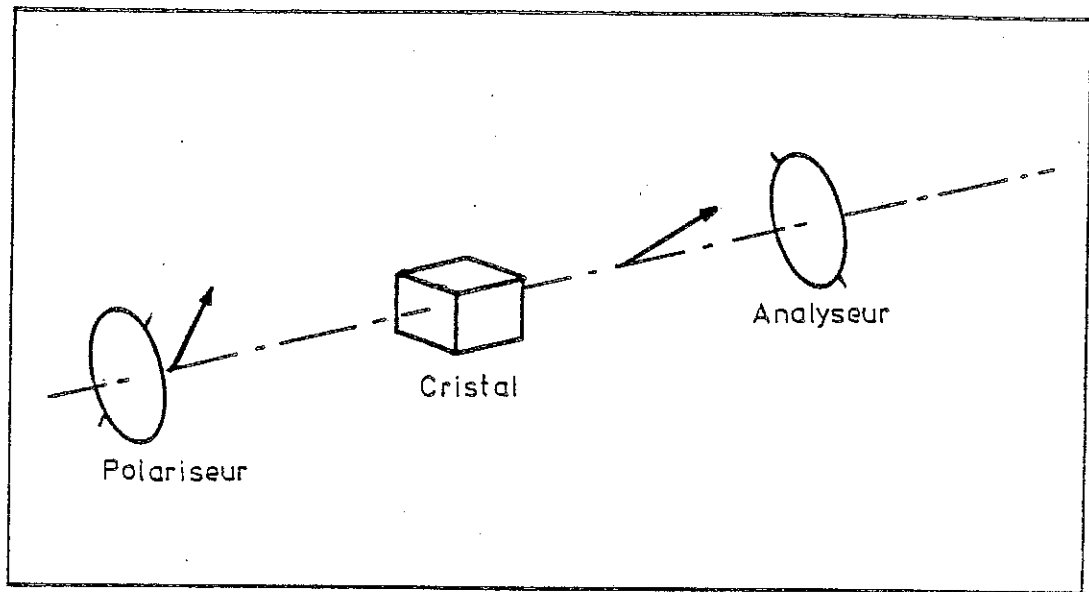


Fig.IV.1 - Mesure de la rotation Faraday

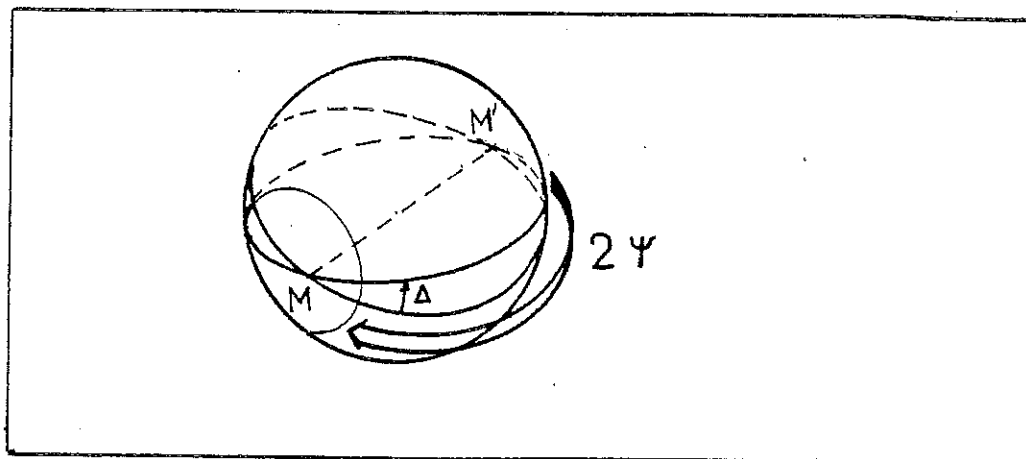


Fig.IV.2 - Déphasage Δ et amplitude Ψ relatifs

faisceau de lumière elliptique est proportionnelle à la projection de l'ellipse sur la direction du polariseur. Comme la mesure est sensible aux vibrations de flux lumineux il est nécessaire d'effectuer une moyenne sur plusieurs tours d'analyseur. La rapidité de la mesure devient ainsi comparable à celle effectuée par une méthode avec compensation qui fait intervenir un filtrage (par exemple une détection synchrone) donc une constante de temps.

Les résolutions obtenues à partir des méthodes avec et sans compensation sont comparables (de l'ordre de 10^{-3} degré pour les mesures de α , χ , Δ et ψ), toutefois celle d'un ellipsomètre non compensé dépend beaucoup du taux de polarisation tandis qu'un système compensé n'y est pas sensible dans une large mesure.

La dynamique des montages non compensés est en général supérieure à celle des montages compensés mais il y a ambiguïté sur le sens de rotation de la vibration elliptique. Toutefois, certains ellipsomètres à compensation (par exemple à compensateur du type Sénarmont : lame quart d'onde associée à un analyseur) ne présentent pas cet inconvénient : ils n'ont pas de limite dans leur course et pas d'ambiguïté de sens de rotation ($\pm k2\pi$).

Bien que les modifications de biréfringence des composants relatifs à la polarisation puissent être pris en compte par une correction ou par une achromatisation effective les ellipsomètres compensés sont en général réalisés pour une longueur d'onde donnée. Par contre, un dispositif sans compensation s'accommode mieux d'un changement de longueur d'onde si les matériaux ont été convenablement choisis. Malgré le dernier point, nous choisissons un montage avec compensation pour mesurer l'évolution de la biréfringence magnétique linéaire.

Considérant que l'effet Cotton-Mouton de l'échantillon est prépondérant dans la variation de polarisation de la lumière, nous avons choisi :

Un compensateur de Sénarmont (lame quart d'onde associée à un analyseur) tel que les lignes neutres de la lame quart d'onde soient à 45° des lignes neutres du cristal (fig. IV.3).

La polarisation incidente sur le cristal doit donc être d'une façon générale elliptique avec deux axes à $\pm 45^\circ$.

Nous verrons que, à condition d'effectuer un choix convenable parmi les états de polarisation répondant à ce critère, l'influence de l'effet Faraday des hublots pourra être considérée comme une perturbation que nous corrigerons.

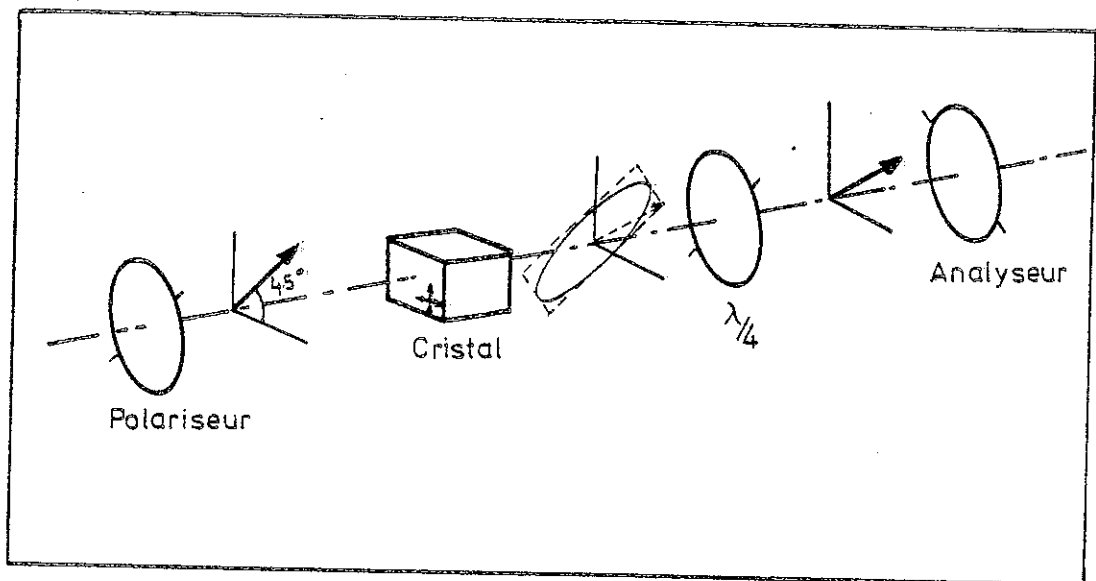


Fig. IV.3 - Mesure de l'effet Cotton-Mouton

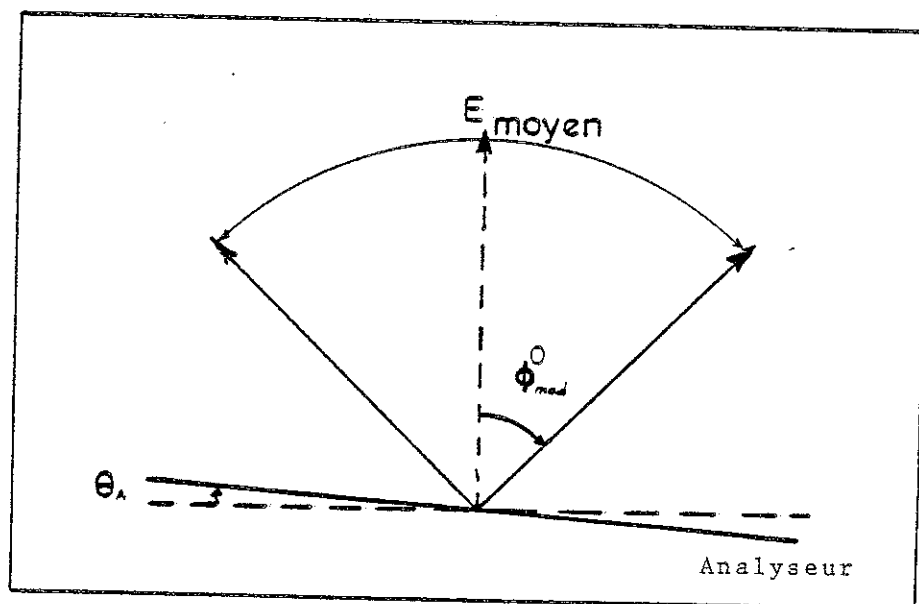


Fig. IV.4 - Evolution temporelle de la vibration lumineuse par rapport à l'analyseur.

Conclusion - Le choix fait aussi bien pour la B.M.C. que pour la B.M.L. :

Les pointés de la vibration rectiligne (effet Faraday) et de la vibration elliptique (effet Cotton Mouton) s'effectuent à l'aide d'un seul élément mobile : l'analyseur (fig. IV.1 et fig. IV.3).

IV-2-c - Eclairage du récepteur

Il est bien évident que la modulation de la polarisation va améliorer le "confort" de l'expérience encore qu'elle ne soit pas indispensable au fonctionnement du montage. Nous verrons au chapitre V que nous avons préféré la modulation de phase à la modulation d'amplitude.

Une modulation de phase associée à une lame quart d'onde fournit une vibration lumineuse rectiligne. Le champ électrique lumineux $\vec{E}$ est une double fonction du temps puisque, à l'élongation $E_0 \cos \omega t$, s'ajoute une variation de sa direction autour d'une direction moyenne $\vec{E}_{\text{moyen}}$ (fig. IV.4)

$$\text{Soit : } \phi_{\text{mod}}^{(t)} = \phi_{\text{mod}}^0 \sin 2\pi f_0 t \quad (\text{IV.1})$$

le déphasage entre les deux composantes de la vibration lumineuse issue du modulateur (avant la traversée de la lame $\lambda/4$). L'élongation du champ émergeant d'un analyseur dont la direction fait l'angle $\pi/2 + \theta_A$ avec $\vec{E}_{\text{moyen}}$ s'écrit :

$$E_A = E_0 \cos \left[\pi/2 + \theta_A - \phi_{\text{mod}}^{(t)}/2 \right] \cos \omega t \quad (\text{IV.2})$$

Le signal photoélectrique délivré par un détecteur quadratique est donc de la forme :

$$\mathcal{E} \propto \cos^2 \left(\pi/2 + \theta_A - \phi_{\text{mod}}^{(t)}/2 \right)$$

$$\text{Soit : } \mathcal{E} \propto 1 - \cos 2 \left(\theta_A - \phi_{\text{mod}}^{(t)}/2 \right) \quad (\text{IV.3})$$

soit après décomposition en série :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t, \phi_{\text{mod}}^0, f_0, \theta_A) &\propto 1 - \cos 2\theta_A \left\{ J_0(\phi_{\text{mod}}^0) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(\phi_{\text{mod}}^0) \cos 2p \cdot 2\pi f_0 t \right\} \\ &\quad - \sin 2\theta_A \left\{ 2 \sum_{p'=1}^{\infty} J_{2p'-1}(\phi_{\text{mod}}^0) \sin ((2p'-1) 2\pi f_0 t) \right\}. \end{aligned}$$

où J_{2p} et $J_{2p'-1}$ sont les fonctions de Bessel d'ordre $2p$ et $2p'-1$.

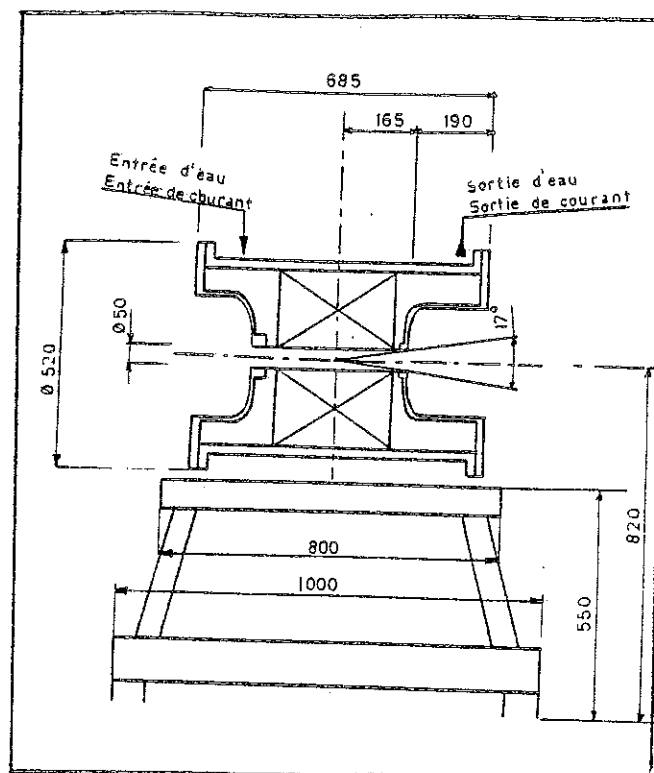


Fig.IV.5 - Bobine de Bitter et son support

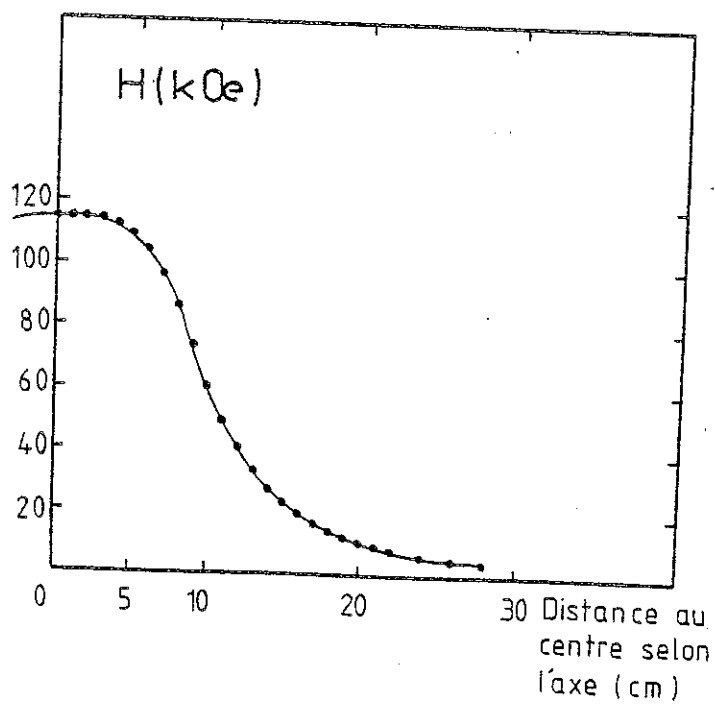


Fig.IV.6 - Champ magnétique créé par la bobine
($I = I_{\max} = 13.000 \text{ A}$).

IV-3- CONTRAINTES DUES AUX TROIS PARAMETRES : H INTENSE, BASSE
TEMPERATURE, TRAJET OPTIQUE.

Ayant fait le choix de travailler par transmission nous allons montrer comment l'association H intense - basse température - trajet optique va constituer un lot de contraintes qui a joué un rôle déterminant dans les choix que nous avons faits. Nous analyserons successivement la source de production de champ intense puis les contraintes liées à la "cryogénie optique".

IV-3-a - La production du champ magnétique intense

La direction du Service National des Champs Intenses avait mis à notre disposition une bobine dite de Bitter dont l'enroulement est constitué de disques de cuivre (fig. IV.5)

Le champ magnétique atteint 114,7 kOe (11,47 Teslas) lorsque la bobine est alimentée par une puissance électrique de 5 mégawatts. Comme H est produit en régime continu un refroidissement important de l'enroulement est nécessaire ; il est assuré par un débit d'eau déminéralisé de 55 l/s (les caractéristiques de la bobine sont résumées dans le tableau I). Un tel débit provoque évidemment des vibrations importantes de la bobine, voire de la salle dans laquelle est implanté le montage.

Pour les mesures envisagées l'uniformité spatiale du champ maximum (c'est à dire au centre de l'enroulement) est excellente ; elle est de l'ordre de 5.10^{-5} dans une sphère de 10 mm de diamètre. La variation de H sur l'axe de l'enroulement est représentée figure IV.6 .

Extérieurement, la "source champ intense" se présente sous forme d'un gros parallélépipède à base carrée de 1 mètre de côté et dont la hauteur est d'environ 1,50 mètre .

La "cavité champ intense" a la forme d'un cylindre d'axe horizontal, de diamètre égal à 50 mm et de longueur égale à 1 mètre. L'axe de la cavité est situé à environ 82 cm par rapport au sol de la salle d'expérience.

$H_{\max}$ KOe	114,7
$P_{\max}$ MW	5
$V_{\max}$ Volts	340
$I_{\max}$ A	13000
H/I Oe/A	8,83
Débit d'eau l/s	55
Pression d'entrée (bars)	26
Pression de sortie (bars)	3
Vitesse de circulation (m/s)	20

Tableau I : Caractéristiques de la bobine

Verres d'optique (silicates et fluorures)	EY 1	FR 4	FR 7	SF 57	BK 7
	-2,4	-1,75	-2	1,14	0,23
Cristaux	LaF_3	$\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$	EuF_2	NdF_3	$\text{Tb}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$
	0,2	1,65	- 15	-4,9	- 7,68

Tableau II

Constantes de Verdet en degré $\text{kOe}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ de quelques verres d'optique (dénomination Schott) et cristaux à la température ambiante $\lambda = 6328 \text{ Å} \cdot (3)$.

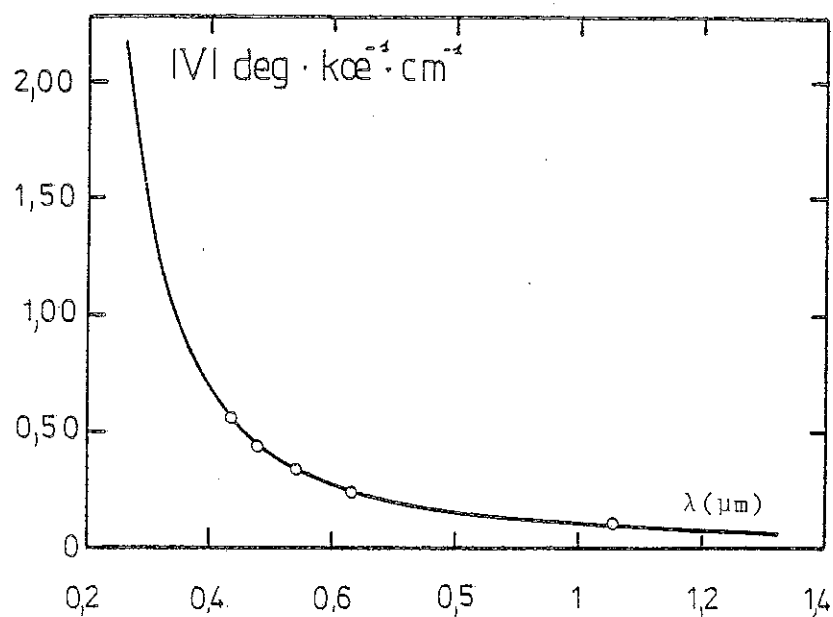


Fig.IV.7 - Constante de Verdet pour le verre BK7 d'après référence ⁽³⁾

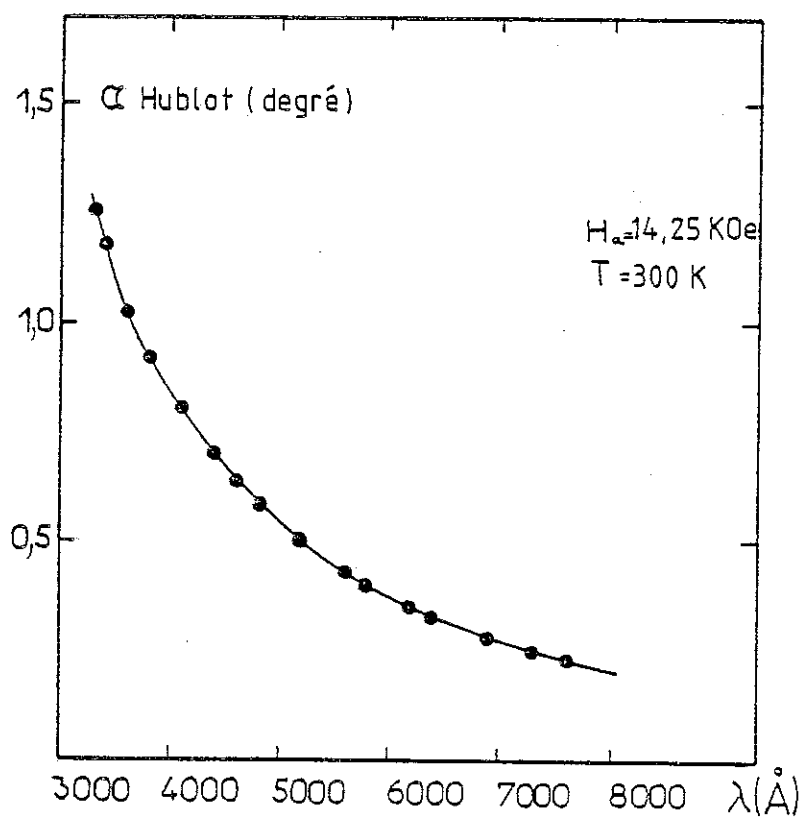


Fig.IV.8 - Rotation Faraday d'un hublot dans un électroaimant (d'après C. Leycuras : communication personnelle)

IV-3-b - Cryogénie et Optique

Compte-tenu des dimensions précédentes et des vibrations importantes de la paroi interne de la cavité de champ, il est préférable d'éviter tout contact mécanique entre le cryostat et la bobine et une côte hors-tout du cryostat est de l'ordre de 48 mm. Il devient alors difficile d'envisager un cryostat à double réserve (hélium et azote liquides). Comme nous recherchons l'obtention de la plus basse température possible, associée à une bonne stabilité et à une bonne uniformité au niveau de l'échantillon (les effets M.O. évoluent rapidement avec T), nous avons été contraints aux deux choix suivants :

- une circulation à hélium (ou azote liquide) permettra le refroidissement de l'échantillon ; compte-tenu des vides d'isolement indispensables, on va aboutir à un diamètre intérieur du circulateur de l'ordre de 20 mm.
- la présence d'un gaz d'échange (hélium à pression réduite) permettra un bon échange thermique entre le circulateur et l'échantillon.

La lumière polarisée doit atteindre l'échantillon et chaque enceinte doit comporter une fenêtre optique. Puisque le domaine de longueurs d'onde où nous désirons étudier les effets magnéto-optiques couvre la bande visible - infra-rouge le (ou les) hublot(s) doivent être transparents dans une zone spectrale. Sur l'échantillon va donc parvenir le rayonnement infra-rouge provenant des hublots chauds et des enceintes à 300 K. Nous verrons au Chapitre VI que pour réduire ces difficultés, le volume du gaz d'échange doit être le plus réduit possible. Le hublot se trouve alors localisé dans une zone où le champ est très intense. Comme de plus, l'épaisseur de chaque hublot est au moins de l'ordre du millimètre il nous faut comparer la rotation Faraday des fenêtres à celle des quelques cristaux magnétiques.

En se rapportant au tableau (II) et à la fig. IV.7 , dans lesquels ont été reportées les constantes de Verdet des principaux verres d'optique et les rotations Faraday de quelques échantillons magnétiques, ^(IV.3) on voit apparaître le problème fondamental de notre étude :

La rotation Faraday introduite par les fenêtres optiques soumises au champ intense n'est pas négligeable devant la rotation de la plupart des matériaux. La nécessité d'une correction devient impérative. Elle a fait l'objet d'une partie importante de notre travail.

Remarque - i) Il serait imprudent de croire que l'effet des hublots se limite uniquement à la rotation Faraday. Nous verrons au chapitre VI comment une biréfringence parasite peut être induite soit par des contraintes intenses, soit par des efforts exercés au cours du montage du hublot.

ii) Il est évident que la suppression du hublot de la cuve de gaz d'échange réduit de beaucoup l'effet des fenêtres puisque les hublots "chauds" sont situés, tout au moins pour la bobine utilisée, dans un champ relativement faible (1% du champ maximum). Mais la suppression de la cuve "gaz d'échange" a des conséquences néfastes tant sur l'homogénéité de température que sur la limite en température (difficulté de travailler au-dessous d'environ 50 K)

Enfin, rappelons que, pour l'enroulement "hybride", le champ de "fuite" même au niveau des hublots chauds (50 à 60 cm de l'échantillon) ne pourra pas être considéré comme négligeable.

IV-3-c - Correction des effets Faraday des fenêtres optiques par mesure préalable : Abaques - Cellule de Faraday

La rotation Faraday des hublots dépend évidemment de sa nature, de son épaisseur, de la longueur d'onde utilisée, de la température et du champ appliqué. Une première solution consiste à soustraire au signal mesuré avec échantillon la contribution du hublot ; elle exige évidemment la mesure préalable de cette contribution dans des conditions expérimentales rigoureusement identiques à celles de la mesure (T et H notamment). Cela impose un travail important qui doit être repris à chaque changement de longueur d'onde et à chaque changement de bobine.

Si on dispose d'un réseau d'abaques (par ex. ϕ_F (hublot) à T constant pour H variant de 0 à H_{max}) on peut, plutôt que d'effectuer la correction par le calcul, introduire une cellule de Faraday qui sera préréglée pour compenser la rotation des hublots (pour T et H fixés). Cette technique est utilisée dans la réf.(IV.4) jusqu'à 21,5kOe à des températures comprises entre 90 et 293 K.

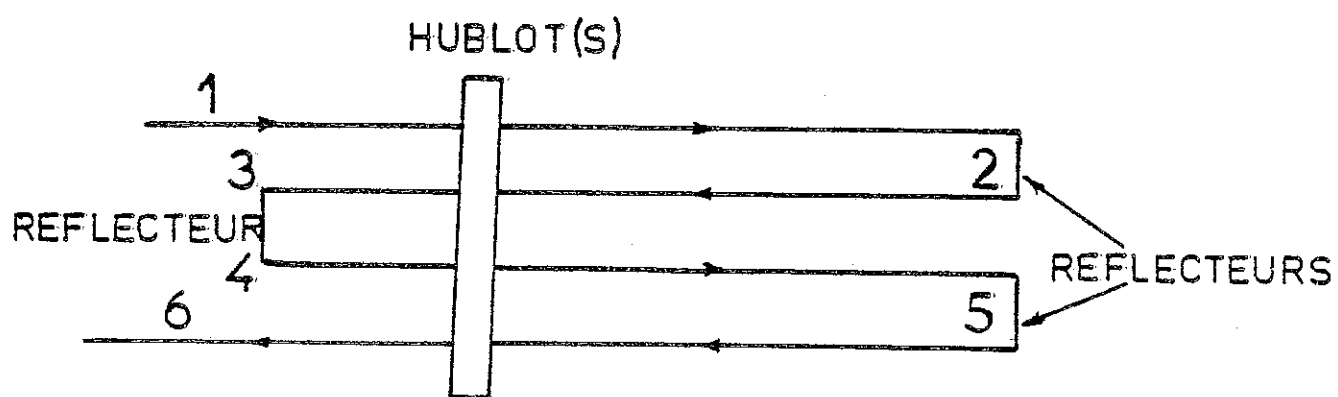


FIG. IV.9

PRINCIPE DE L'AUTOCOMPENSATION

Pour souligner combien le problème soulevé n'est pas spécifique au champ intense, nous montrons (fig. IV.8) l'effet des hublots, mesuré par C. Leycuras sur un appareillage de mesure de rotation Faraday sur un électro-aimant (Laboratoire de Magnétisme et d'Optique des Solides de Bellevue).

IV-4 - PRINCIPE FONDAMENTAL - AUTO COMPENSATION

Le principe fondamental d'une compensation des effets Faraday induits par le champ magnétique sur les fenêtres optiques consiste à :

- Rechercher deux doubles traversées des fenêtres comme schématisé sur la fig. IV. 9 .

*Le problème fondamental à résoudre est de déterminer :
quel est l'élément optique à introduire sur le trajet optique pour que l'état de polarisation en (1) se retrouve identique à lui-même en (6) et ce, bien entendu, en l'absence d'échantillon (fig. IV.9).*

Autrement dit, il s'agit de déterminer quel élément optique sera introduit sur le trajet pour que non seulement les effets Faraday des hublots mais aussi les déphasages éventuels des réflecteurs n'affectent pas la mesure.

Remarquons de suite que, pour des raisons de symétrie, il semble logique de positionner cet élément "compensateur" entre les positions 3 et 4 (fig. IV.9). Avant d'analyser en détail les deux montages expérimentés, nous rappelons brièvement le déphasage lié à toute réflexion métallique.

Rappel : Déphasage à la réflexion métallique : A incidence non nulle, toute réflexion introduit un déphasage :

$$\chi = \chi_{//} - \chi_{\perp} = \text{Arg} \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$$

entre les composantes perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence. χ est fonction de l'angle d'incidence i et de l'angle de réfraction r ainsi que de la nature du miroir,

En conclusion, il apparaît que les réflexions à incidence non nulle contribuent aussi à l'évolution de la polarisation en introduisant des déphasages qui doivent être compensés.

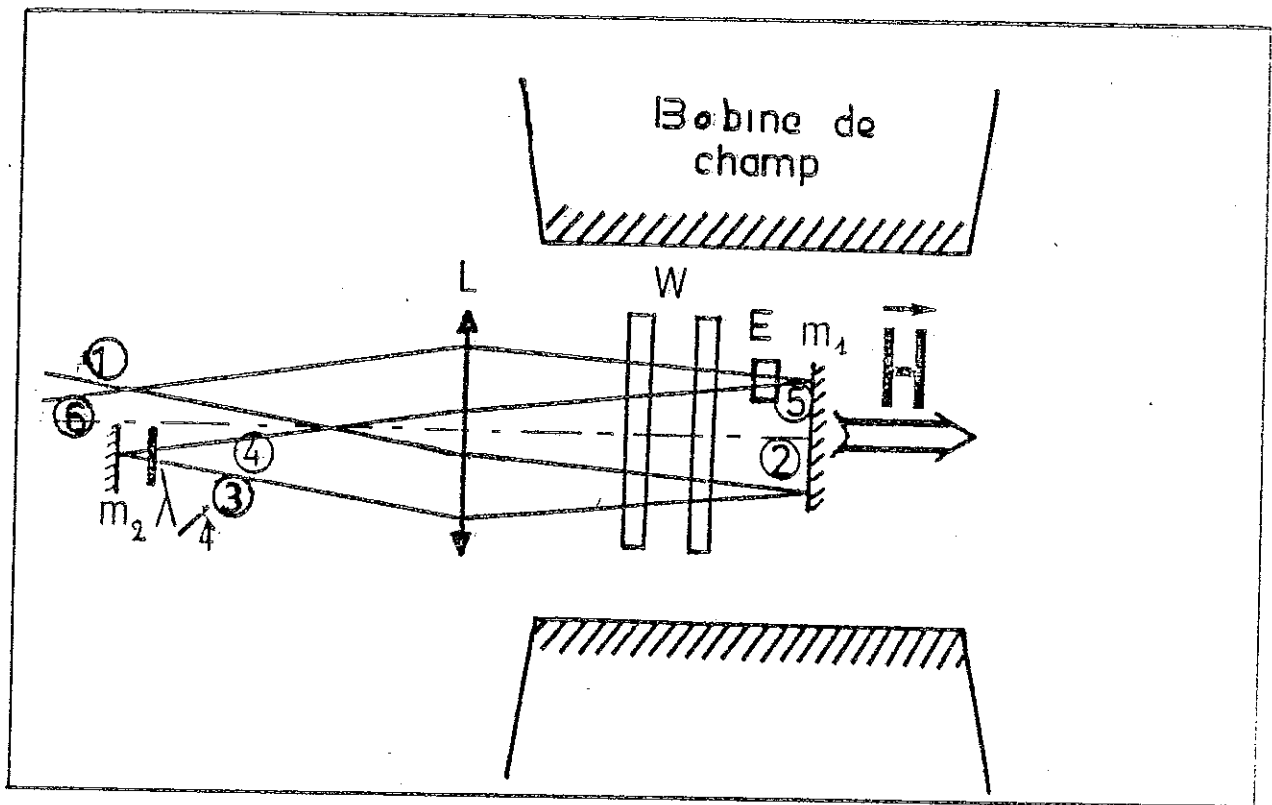


Fig.IV.10 - Montage à miroirs plans

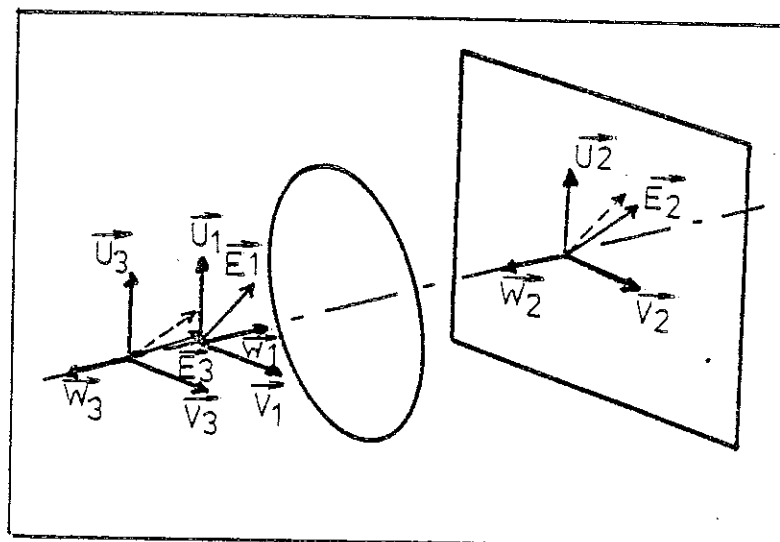


Fig.IV.11 - Doublement de l'effet Faraday avec une seule réflexion plane.

IV-5 - MONTAGE A MIROIRS PLANS (Fig. IV.10) (IV.5)

IV-5-a - Présentation -

Deux miroirs plans m_1 et m_2 sont situés respectivement dans le plan focal objet et dans le plan focal image d'une lentille L. Deux doubles traversées du (ou des) hublot(s) sont ainsi obtenues et notées 1,2,3 et 4,5,6 (fig. IV.10). Comme (L) est situé à l'extérieur de la bobine de champ, la distance (L)- $m_{1,2}$ est d'environ 40 cm. En conséquence, les incidences sur les deux miroirs sont extrêmement faibles (quelques degrés) et, dans une très bonne approximation, les modifications des états de polarisation introduites par les deux réflexions peuvent être négligées.

Seule reste à considérer la rotation Faraday de l'ensemble des hublots

IV-5-b - Détermination de l'"élément compensateur"

Nous avons rappelé au Chapitre I que toute action d'un milieu biréfringent (pouvoir rotatoire, réflexion) peut être représentée par le quaternion $e^{\hat{n}\psi/2}$. Sur la sphère de Poincaré, le point représentatif de l'état final s'obtient en faisant subir au point correspondant à l'état initial une rotation d'angle ψ autour de l'axe Δ de vecteur unitaire $\vec{n}$.

Si le (ou les) hublot(s) présente(nt) une rotation Faraday α , son (leur) action sur une lumière polarisée est schématisée sur la sphère de Poincaré par la rotation d'angle 2α autour de l'axe Oz de vecteur unitaire $\vec{k}$, qui est défini par les deux états propres orthogonaux : circulaire droite et circulaire gauche. Dans l'ensemble des quaternions, une traversée de hublot est représentée par l'opérateur $e^{R\alpha}$

Déterminons maintenant quel est l'opérateur qui représente une double traversée de hublot après réflexion sur un miroir plan. La réflexion sur un miroir plan conserve le système d'axe $O\vec{u}\vec{v}$ et la rotation Faraday est doublée (Fig. IV. 11) . (C'est la propriété bien connue de la non réciprocity de l'effet Faraday), d'où la conclusion :

Une double traversée des hublots qui résulte de l'action d'un miroir plan se traduit dans l'ensemble des quaternions par l'opérateur $e^{2R\alpha}$ (nous verrons qu'il n'en est pas de même si le miroir est remplacé par un dièdre).

En absence d'échantillon, l'opérateur représentant l'ensemble du trajet optique s'écrit :

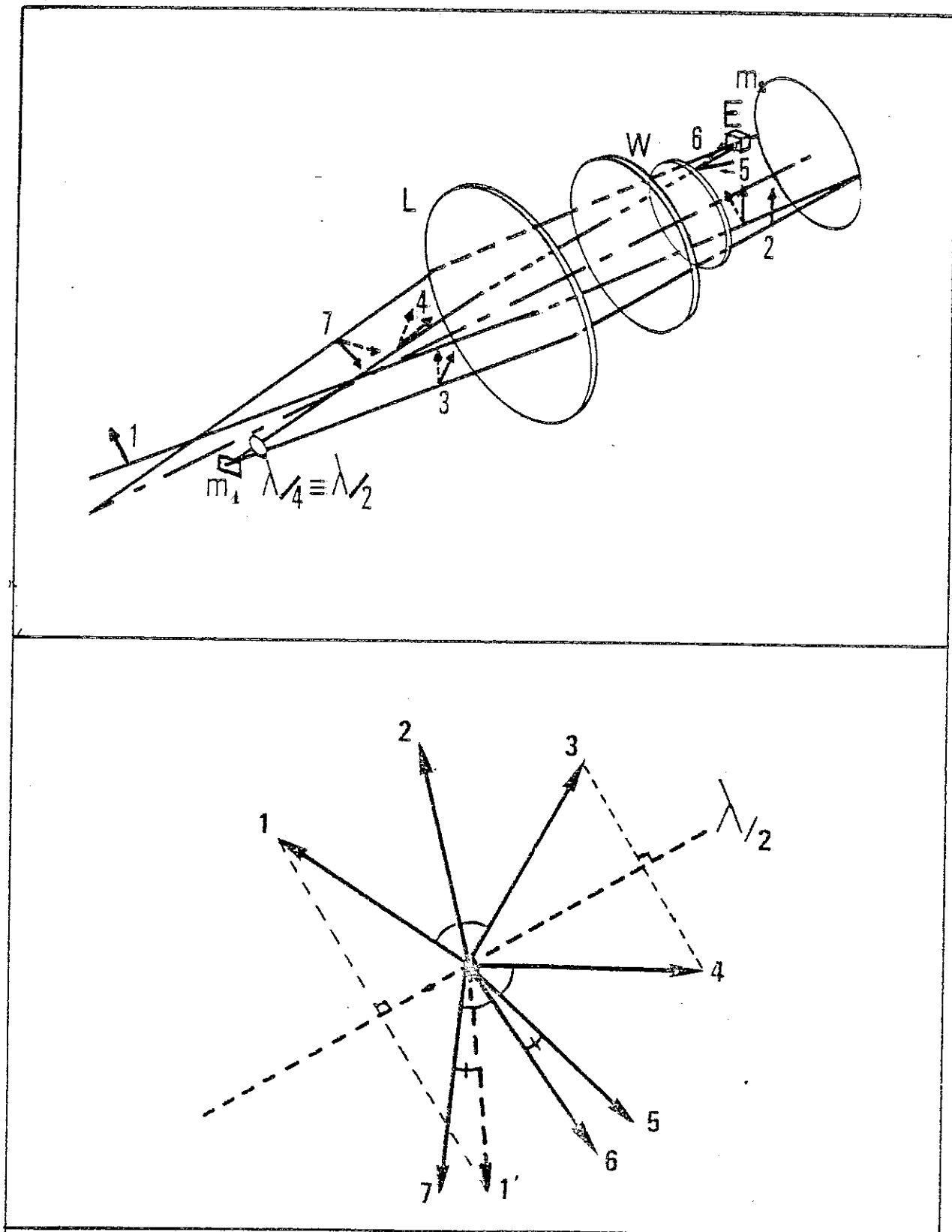


Fig. IV.12 - Montage miroirs plans - Evolution de la polarisation

$$\hat{A} = e^{2k\alpha} \quad e^{\hat{\ell}\theta} \quad e^{2\hat{k}\alpha}$$

1ère double traversée 2ème double traversée
(1,2,3) (4,5,6)

Compensateur

où le biréfringent "compensateur" est un biréfringent pur dont l'axe a pour vecteur $\hat{\ell}$ et dont le déphasage est 2θ .

Il nous faut déterminer les deux constantes ℓ et θ pour que le quaternion $\hat{A}$ soit indépendant de α :

Posons :

$$\hat{\ell} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$$

où
$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

Si on substitue $e^{\hat{k}\alpha} = \cos \alpha + \hat{k} \sin \alpha$ (idem pour tous les termes équivalents), on obtient :

$$\hat{A} = \cos \theta \cos 4\alpha - z \sin \theta \sin 4\alpha + x \sin \theta \hat{i} + y \sin \theta \hat{j} + (z \sin \theta \cos 4\alpha + \sin 4\alpha \sin \theta) \hat{k}$$

α étant non nul par hypothèse, $\hat{A}$ est indépendant de α si la double condition :

$$\begin{cases} \cos \theta = 0 \\ z = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \theta = (2k+1)\frac{\pi}{2} \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{où } k \text{ entier}$$

est remplie, c'est à dire :

$$e^{\hat{\ell}\theta} = e^{\pm(x\hat{i}+y\hat{j})\frac{\pi}{2}} \quad (\text{avec } k = 0 \text{ ou } k = -1)$$

quaternion qui, sur la sphère de Poincaré, représente un biréfringent pur d'axe Δ situé dans le plan équatorial et de déphasage $\pm\pi$. Ce biréfringent est une lame demi-onde.

Concrètement, comme les incidences sur le miroir m_2 sont extrêmement faibles, il s'avère difficile d'introduire le biréfringent "compensateur" sur un seul faisceau (4,5 par exemple). Cette difficulté est facilement contournée en plaçant, non plus une lame demi-onde sur un seul faisceau, mais une lame quart-d'onde devant m_2 ; cette lame traversée deux fois va jouer le rôle d'une lame demi-onde.

Remarques: - La position des lignes neutres de la lame compensatrice peut être absolument quelconque, et aucun réglage optique n'est à prévoir.

- Le faisceau émergent est insensible à de faibles rotations du miroir m_1 , car celui-ci se trouve dans le plan focal de la lentille L.

IV-5-c - Position de l'échantillon - Polarisation incidente.

L'échantillon peut être situé soit sur l'un des quatre faisceaux et ne subir qu'une seule traversée, soit sur deux faisceaux (on double le signal à mesurer). Chacune de ces six possibilités maintient la compensation du fait de la commutativité des opérateurs.

Si l'échantillon est en (5) (fig. IV.10), l'opérateur A devient:

$$\hat{B} = e^{2\hat{k}\alpha} e^{\hat{\ell}\theta} e^{2\hat{k}\alpha} e^{\hat{k}\phi_F}$$

soit :

$$\hat{B} = e^{\hat{k}\phi_F} e^{\pm(x\hat{i}+y\hat{j})\pi/2}$$

Cette relation montre que :

Quel que soit l'état de la polarisation initiale en (1) rectiligne ou elliptique, le pointé de la polarisation émergente en (6) (fig. IV.10) ne mesure que la rotation ϕ_F de l'échantillon. Néanmoins, pour des raisons évidentes de simplicité, il est préférable de travailler en polarisation incidente rectiligne.

La figure (IV.12) permet de suivre l'évolution de la polarisation durant tout le trajet optique. Notons simplement qu'en absence d'échantillon, la vibration émergente en (1') est symétrique de la vibration incidente en (1). Lorsqu'un échantillon présente une biréfringence magnétique circulaire, sa rotation Faraday n'est pas compensée et est mesurable directement (1' → 7).

Conclusion : - L'expérimentation du montage à miroirs plans est décrite au Chapitre VIII.

- Comme ce montage ne permet pas de travailler en géométrie Cotton-Mouton (lumière et champ perpendiculaires), nous avons recherché une seconde configuration.

IV-6- MONTAGE A DIEDRES DROITS

Les réflecteurs indispensables aux deux doubles traversées des hublots ne sont plus des miroirs plans mais deux dièdres droits réfléchissants (M_1M_2) et (M_3M_4) dont les arêtes sont perpendiculaires (fig.IV.13). Deux remarques s'imposent immédiatement :

- les conditions géométriques de la mesure d'effet Cotton-Mouton sont réalisées (cf. § II.2.d).

- l'incidence sur les surfaces réfléchissantes est égale à 45° et les modifications des états de polarisation par les réflexions successives devront être prises en compte. Dans un but de simplification, nous choisissons des miroirs de même nature, mais nous verrons que cette condition n'est pas impérative. Nous supposerons un pouvoir réflecteur des miroirs unitaire.

IV-6-a - Déphasage dû aux réflexions

Considérons tout d'abord le déphasage introduit par une double réflexion sur un dièdre droit (miroirs plans à 90° de même nature). Si le plan d'incidence commun est perpendiculaire à l'arête du dièdre et si l'angle d'incidence est de 45° , le déphasage entre les composantes $\vec{E}_{//}$ et $\vec{E}_{\perp}$ étant χ après une réflexion, le déphasage total du dièdre est 2χ .

Considérons maintenant le déphasage qui résulte des quatre réflexions sur deux dièdres droits dont les arêtes sont perpendiculaires. Les plans d'incidence sont alors perpendiculaires; les composantes parallèles et perpendiculaires du vecteur $\vec{E}$ vont donc s'échanger, d'où la conclusion :

Si le premier dièdre (M_1M_2) déphase de 2χ , le second (M_3M_4) va déphaser de -2χ (miroirs supposés de même nature), χ étant le déphasage lié à une réflexion.

Recherchons maintenant dans l'ensemble des quaternions l'effet optique des différentes réflexions. Sur la sphère de Poincaré, l'axe Oy de vecteur unitaire $\vec{j}$ est défini par les deux vibrations rectilignes orthogonales qui, il est important de le souligner, sont les deux seules polarisations qui ne sont pas altérées par les réflexions sur le dièdre. Comme ces polarisations sont à 0 et 90° , et que les arêtes des dièdres sont perpendiculaires, on obtient la conclusion suivante :

Sur la sphère de Poincaré, l'effet de réflexion de chacun des dièdres sera représenté par une rotation autour de Oy (vecteur directeur $\vec{j}$).

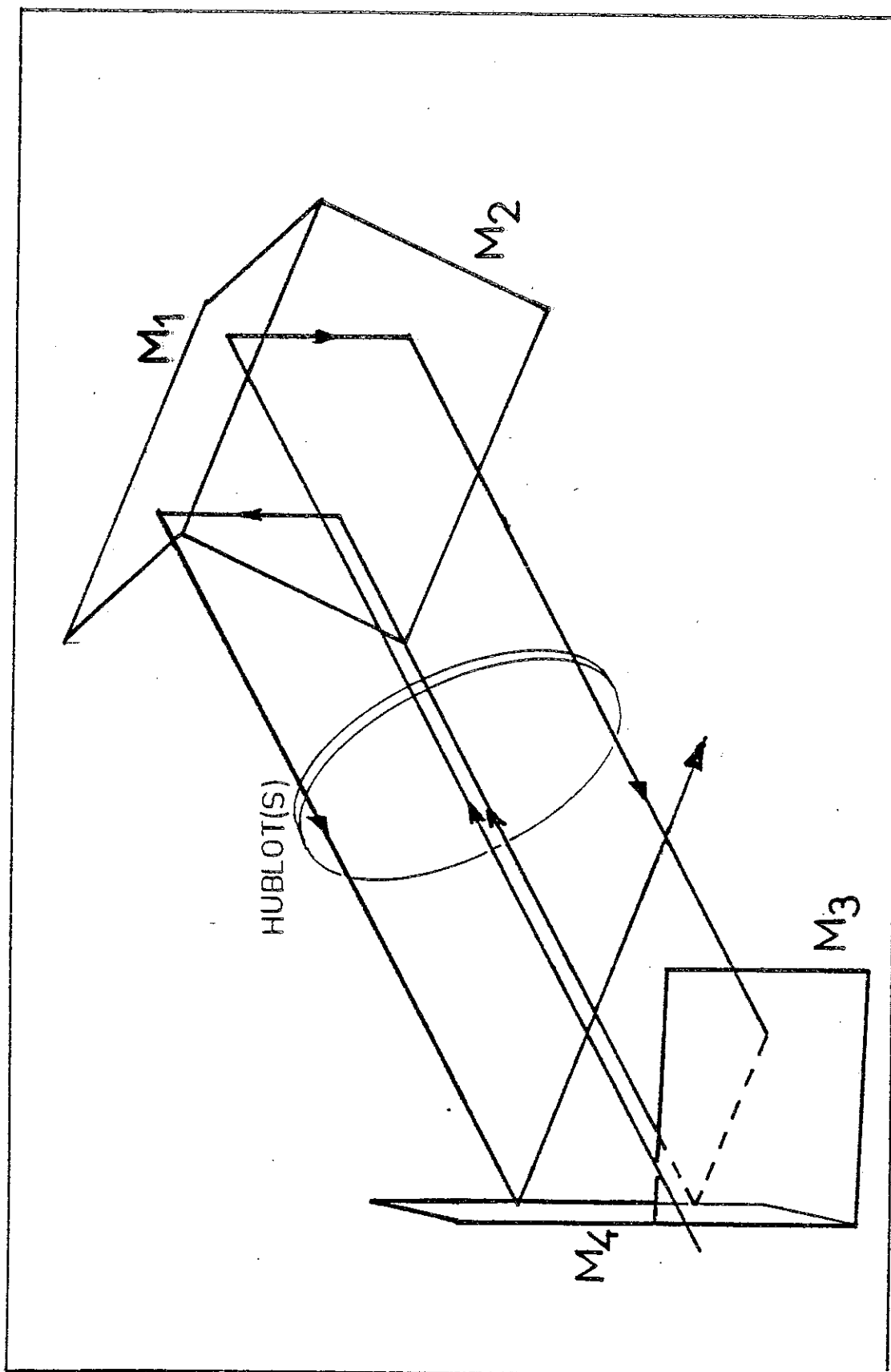


Fig.IV.13 - Disposition des dièdres droits

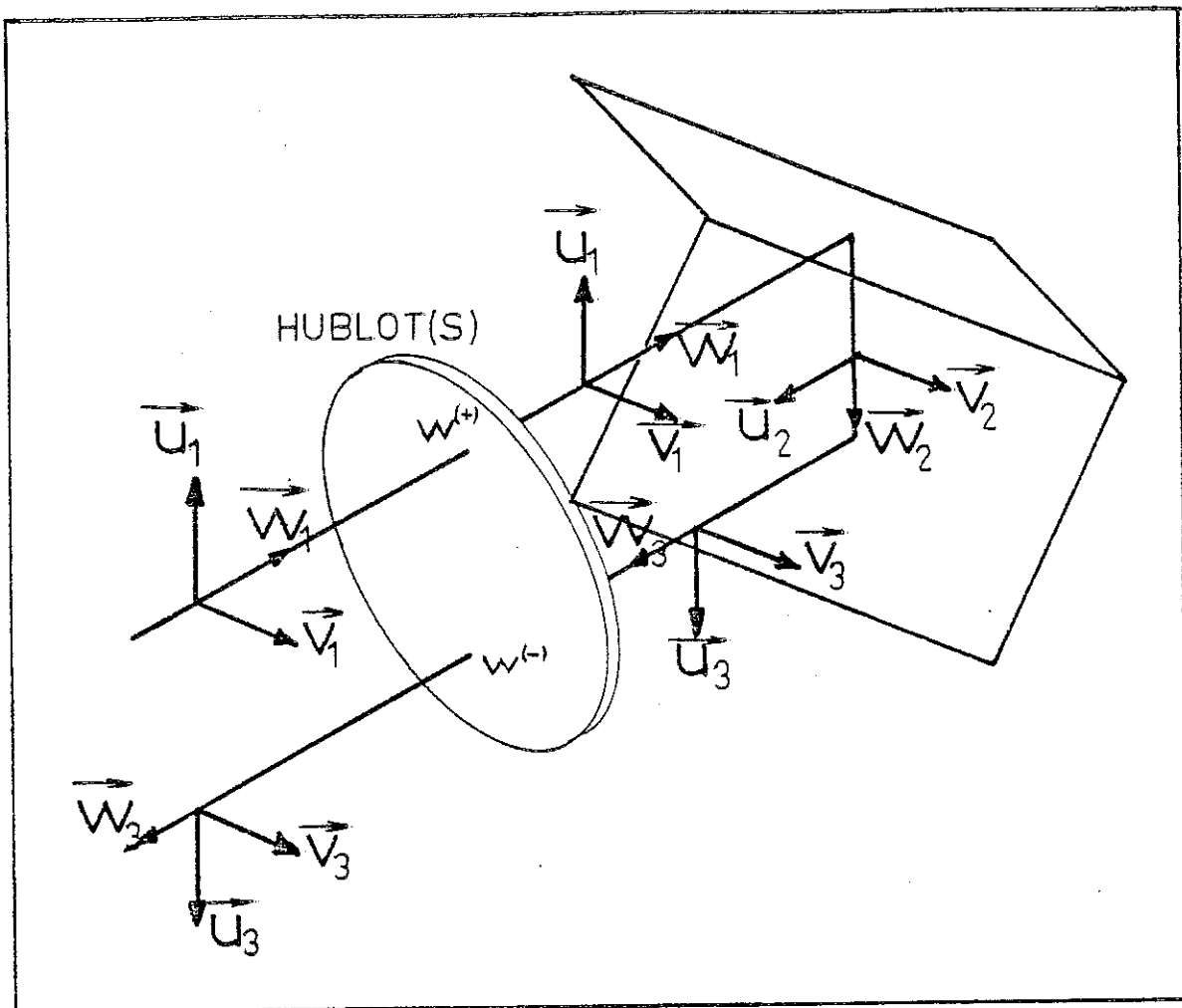


Fig.IV.14 - Les symétries d'un dièdre droit

Rappelons que l'axe Ox (vecteur $\vec{i}$) joint les deux points représentatifs des polarisations rectilignes à $\pm\pi/4$, tandis que l'axe Oz (vecteur $\vec{k}$) est associé aux deux points images des deux vibrations circulaires droite et gauche (c'est donc autour de cette direction que s'effectueront les rotations liées à l'effet Faraday).

D'où la conclusion :

Dans l'ensemble des quaternions, la réflexion sur le dièdre (M_1M_2) est représentée par l'opérateur $e^{j\chi}$ tandis que l'effet du dièdre (M_3M_4) sera donné par l'opérateur $e^{-j\chi}$ lorsque les arêtes des deux dièdres sont perpendiculaires.

IV-6-b - Effet Faraday d'une double traversée des hublots

Nous avons vu dans le cas du montage à miroirs plans qu'une double traversée d'un hublot était représentée par $e^{2k\alpha}$, opérateur provenant du fait que le miroir plan est un plan de symétrie, pour le repère mobile associé au rayon lumineux.

La question est de savoir quel est l'opérateur qui représente la rotation Faraday d'une double traversée d'un hublot lorsque cette dernière résulte d'une réflexion sur un dièdre droit. Le système ne présente alors qu'un axe de symétrie constitué par l'arête du dièdre. Nous utilisons le référentiel fixe $(\vec{u} \vec{v} \vec{w})$ où $\vec{w}$ est le vecteur de propagation et $\vec{v}$, le vecteur parallèle à l'arête du dièdre M_1M_2 (fig. IV.14)

Soit la polarisation incidente sur le hublot :

$$\vec{P} = a \vec{u}_1 + b \vec{v}_1 \quad (\text{IV.5})$$

Après une première traversée des hublots, la rotation Faraday α conduit à :

$$\vec{P}_1 = (a \cos\alpha - b \sin\alpha) \vec{u}_1 + (a \sin\alpha + b \cos\alpha) \vec{v}_1 \quad (\text{IV.6})$$

$$\vec{P}_1 = a_1 \vec{u}_1 + b_1 \vec{v}_1$$

$\vec{P}_1$ subit la réflexion sur M_1 et devient :

$$\vec{P}_2 = a_1 e^{j\chi} \vec{u}_2 + b_1 \vec{v}_2 \quad (\text{IV.7})$$

puis après réflexion sur M_2 :

$$\vec{P}_3 = a_1 e^{2j\chi} \vec{u}_3 + b_1 \vec{v}_3 \quad (\text{IV.8})$$

la seconde traversée du hublot conduisant à :

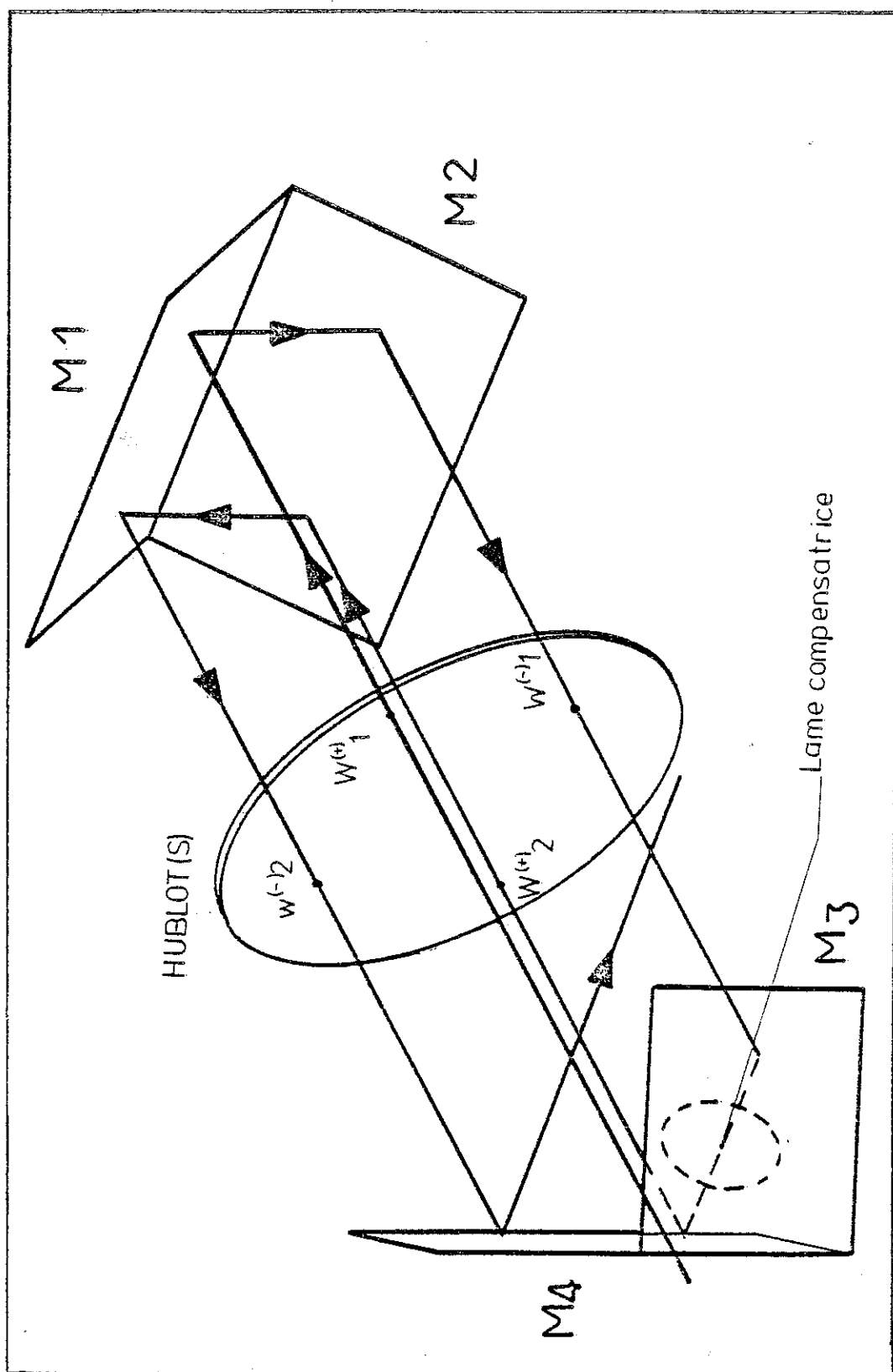


Fig. IV.15 - Trajet optique du montage à dièdres droits

$$\vec{P}_4 = (+ a_1 e^{2j\chi} \cos\alpha + b_1 \sin\alpha) \vec{u}_3 + (-a_1 e^{j2\chi} \sin\alpha + b_1 \cos\alpha) \vec{v}_3 \quad (\text{IV.9})$$

avec : $\vec{u}_3 = -\vec{u}_1$ et $\vec{v}_3 = \vec{v}_1$

ainsi qu'il est montré sur la fig. (IV.14).

La comparaison des relations (IV.5) et (IV.6) montre que $\vec{P}_1$ se déduit de $\vec{P}$ par une rotation α alors que les relations (IV.8) et (IV.9) montrent que $\vec{P}_4$ se déduit de $\vec{P}_3$ par une rotation de (moins α). La première traversée $W^{(+)} M_1$ sera donc représentée par l'opérateur $e^{+\hat{k}\alpha}$ alors que la seconde $M_2 W^{(-)}$ le sera par $e^{-\hat{k}\alpha}$.

Conclusion :

Une double traversée du hublot qui résulte de l'action d'un dièdre droit, de déphasage χ pour chaque miroir, se traduit donc dans l'ensemble des quaternions par l'opérateur :

$$\hat{D} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1ère traversée}}}{e^{\hat{k}\alpha}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{réflexion } M_1}}{e^{j\chi/2}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{réflexion } M_2}}{e^{j\chi/2}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2ème traversée}}}{e^{-\hat{k}\alpha}}$$

Relation obtenue en effectuant la suite des produits des opérateurs dans l'ordre où la lumière rencontre les différents éléments.

IV-6-c - Détermination de l'élément compensateur :

A chaque traversée du hublot W^* , il nous faut donc distinguer le sens de propagation de la lumière pour écrire l'opérateur rotation Faraday.

Le trajet optique de la figure (IV.15) peut se décomposer en deux doubles traversées avec :

- Première double traversée $W^{(+)} 1, M_1, M_2, W^{(-)} 1, M_3$
- Deuxième double traversée $M_4, W^{(+)} 2, M_2, M_1, W^{(-)} 2, M_3$

où le signe (+) représente une incidence sur le dièdre ($M_1 M_2$), le signe (-) une incidence sur le dièdre ($M_3 M_4$).

* Ce hublot W représente la somme de tous les hublots présents sur le trajet optique. Nous supposons évidemment qu'aucun élément optique n'est incorporé entre ces hublots.

Compte-tenu des opérateurs déterminés précédemment pour les déphasages de chaque réflexion sur deux dièdres à arêtes perpendiculaires et pour les effets Faraday de chaque passage de hublot, on a dans l'ensemble des quaternions :

- la première traversée représentée par :

$$\hat{T}_1 = e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{j}\chi/2} \cdot e^{\hat{j}\chi/2} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{-\hat{j}\chi/2} \quad (\text{IV.11})$$

(le produit des opérateurs s'effectue dans l'ordre où l'on rencontre les éléments)

tandis que la seconde double traversée correspond à l'opérateur :

$$\hat{T}_2 = e^{-\hat{j}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{j}\chi/2} \cdot e^{\hat{j}\chi/2} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \quad (\text{IV.12})$$

Il s'agit maintenant de déterminer le biréfringent pur qui, incorporé dans le plan de symétrie du parcours (entre M_3 et M_4), va rendre l'opérateur :

$$\hat{T}_{1,2} = \hat{T}_1 \cdot e^{\hat{\ell}\theta} \cdot \hat{T}_2 \quad (\text{IV.13})$$

indépendant aussi bien de α que de χ .

En définissant les deux opérateurs :

$$\hat{R} = e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{j}\chi} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \quad (\text{IV.14})$$

$$\hat{Q} = e^{-\hat{j}\chi/2} \quad (\text{IV.15})$$

On obtient :

$$\hat{T}_{1,2} = \hat{R} \cdot \hat{Q} \cdot e^{\hat{\ell}\theta} \cdot \hat{Q} \cdot \hat{R} \quad (\text{IV.16})$$

Comme dans le cas général :

$$\hat{R} \cdot \hat{Q} \neq \hat{Q} \cdot \hat{R} \quad (\text{IV.17})$$

et que $\hat{Q}$ est un opérateur représentant uniquement un déphasage, nous allons rechercher $\hat{\ell}$ et θ en deux étapes :

i) déterminer le (ou les) couples, $\hat{\ell}', \theta'$ qui rendent :

$$\hat{s} = \hat{Q} \cdot e^{\hat{\ell}'\theta'} \cdot \hat{Q} \quad (\text{IV.18})$$

indépendant de χ .

ii) parmi les solutions, $\hat{\ell}', \theta'$, nous essaierons de trouver celle(s) qui correspond(ent) à $\hat{T}_{1,2}$ indépendant de χ et de α .

Posons : $\hat{\ell}' = x'\hat{i} + y'\hat{j} + z'\hat{k}$
avec : $x'^2 + y'^2 + z'^2 = 1$

AUTOCOMPENSATION

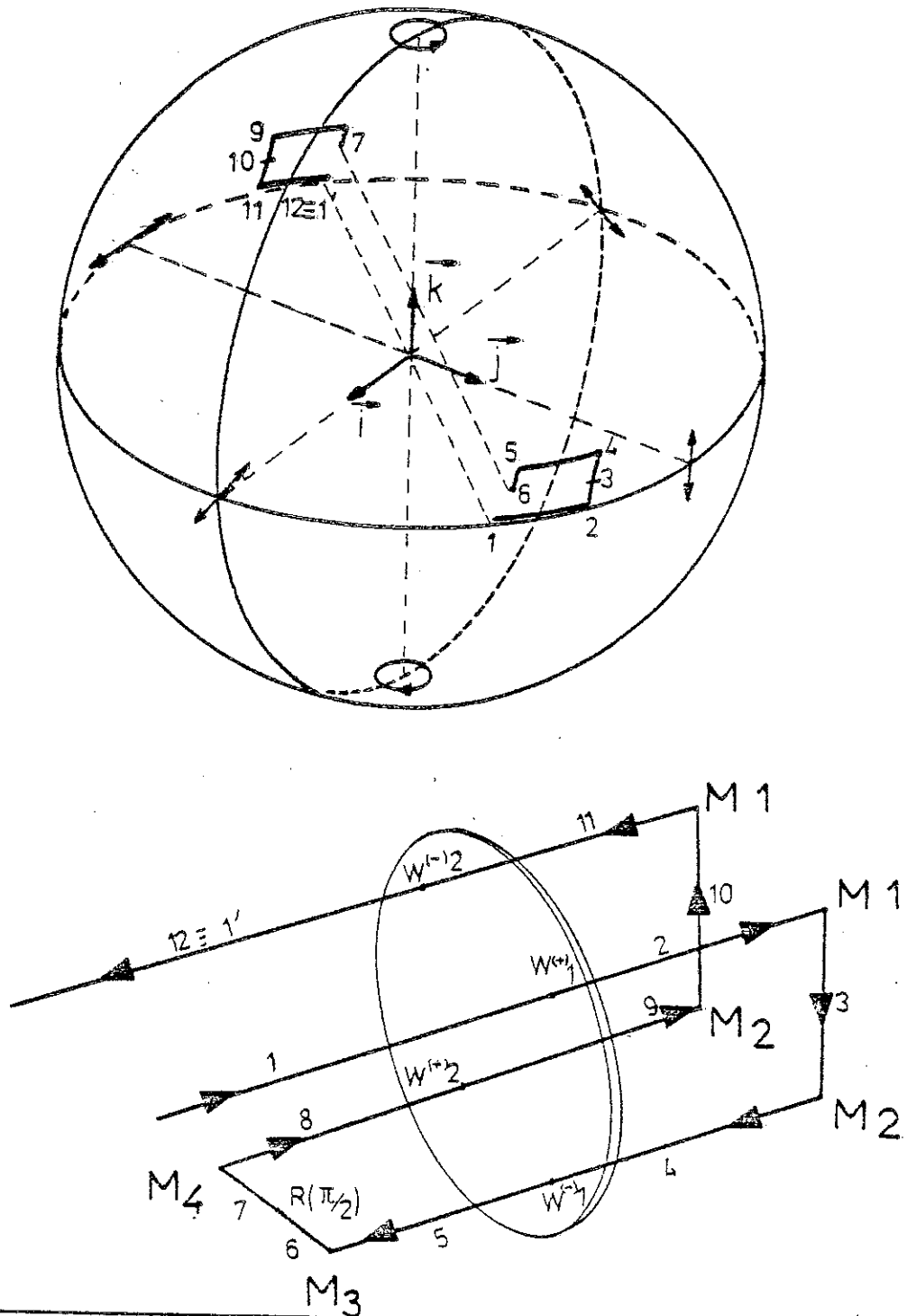


Fig.IV.16 - Autocompensation sans échantillon

L'opérateur $\hat{s}$ s'écrit :

$$\hat{s} = \cos\theta' \cos\chi + (x' \sin\theta')\hat{i} + (\cos\theta' \sin\chi + y' \cos\chi \sin\theta')\hat{j} + (z' \sin\theta')\hat{k} \quad (\text{IV.20})$$

Il sera indépendant de χ si :

$$\begin{aligned} y' &= 0 \\ \theta' &= (2k + 1)\pi/2 \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

$$\begin{aligned} \text{d'où la solution : } \hat{l}' &= x'\hat{i} + z'\hat{k} \\ \theta' &= \pm \pi/2 \end{aligned} \quad (\text{IV.22})$$

Ces deux conditions entraînent :

$$\hat{s} = \pm(x'\hat{i} + z'\hat{k}) = \pm\hat{l}' = e^{\pm\hat{l}'\pi/2} \quad (\text{IV.23})$$

$\hat{T}_{1,2}$ se réduit alors d'après (IV.16) (IV.18) (IV.23) à : (avec $\theta' = +\pi/2$)

$$\hat{T}_{1,2} = \hat{R} \cdot e^{\hat{l}'\pi/2} \cdot \hat{R} \quad (\text{IV.24})$$

expression qui s'écrit sous la forme :

$$\hat{T}_{1,2} = x' \sin 2\chi \sin 2\alpha + A\hat{i} + B\hat{j} + C\hat{k} \quad (\text{IV.25})$$

où A,B,C sont fonction de x', α, χ et z' .

Cette expression devient indépendante de χ et α si l'on impose x (ou x') nul :

$$x' = 0 \quad (\text{IV.26})$$

soit $z' = 1$ puisque $y' = 0$ d'après la relation (IV.22). On obtient alors :

$$\hat{l}' = \hat{k} \quad (\text{IV.27})$$

d'où l'opérateur de l'élément compensateur :

$$\hat{s} = e^{\hat{l}'\theta} = e^{\pm\hat{k}\pi/2} \quad \text{où } k \text{ entier} \quad (\text{IV.28})$$

L'opérateur de l'ensemble du trajet optique (y compris l'élément compensateur défini à la relation (IV.13)) s'écrit :

$$T_{1,2} = e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{j}\chi} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{-\hat{j}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{-\hat{j}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{j}\chi} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \quad (\text{IV.29})$$

où nous avons choisi un déphasage du compensateur de $+\pi/2$, tout le raisonnement ci-dessous restant valable si l'on choisit $-\pi/2$.

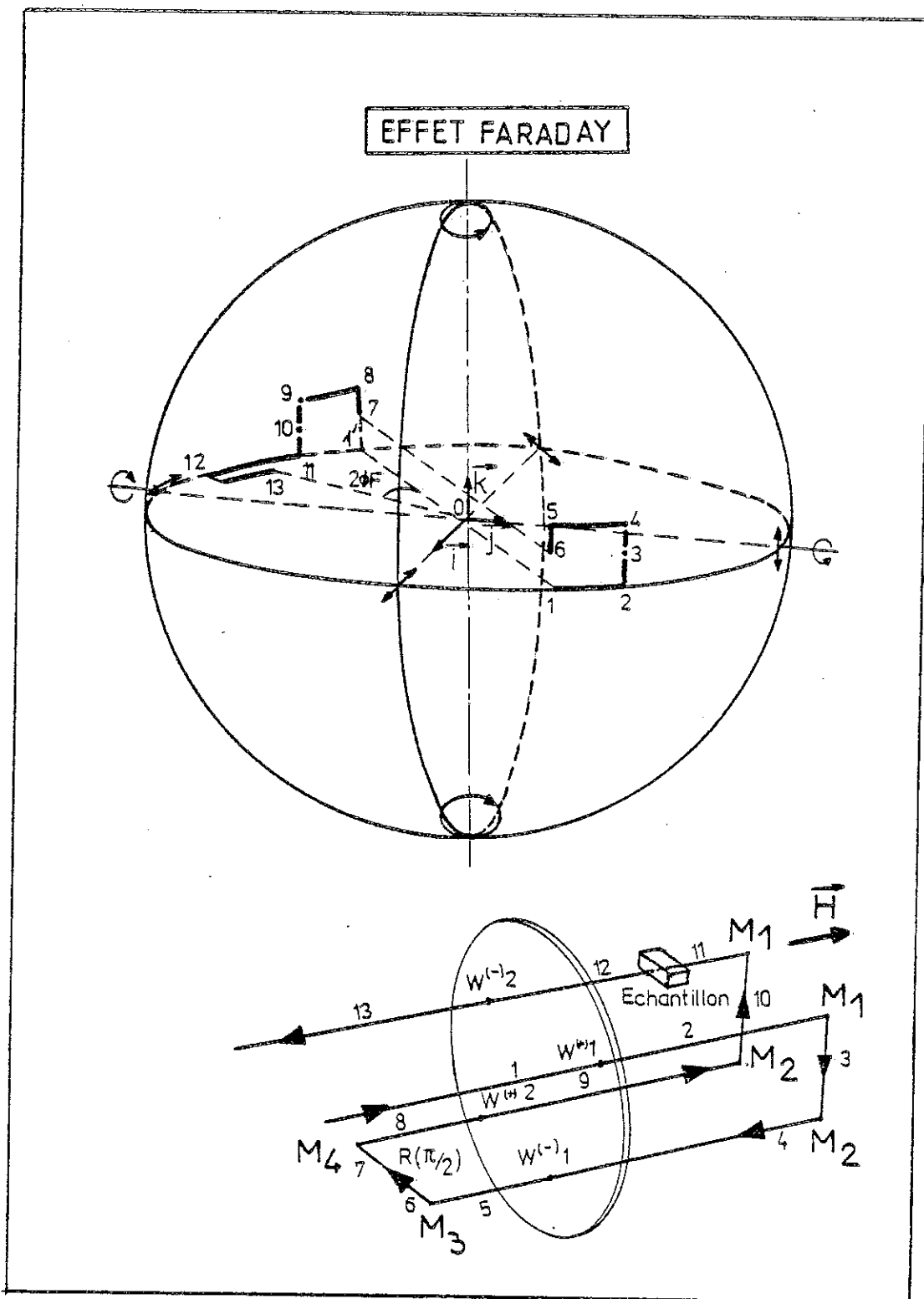


Fig.IV.17 - Evolution de la polarisation pour l'effet Faraday

En reprenant la définition de $\hat{s}$ (relation IV.28) combinée aux relations (IV.15) (IV.18) et (IV.20), on vérifie :

$$\hat{s} = e^{-j\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{-j\chi/2} = e^{\hat{k}\pi/2} \quad (\text{IV.30})$$

expression qui se conserve lorsque $-\chi$ devient χ et permet d'obtenir :

$$e^{j\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{j\chi/2} = e^{\hat{k}\pi/2} \quad (\text{IV.31})$$

De plus, nous avons :

$$e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{k\pi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} = e^{\hat{k}\pi/2} \quad (\text{IV.32})$$

puisque : $e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} = (\cos\alpha - \hat{k} \cdot \cos\alpha) \hat{k} = \sin\alpha + \cos\alpha \hat{k}$

et : $e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} = (\sin\alpha + \hat{k}\cos\alpha) (\cos\alpha + \hat{k}\sin\alpha)$
 $= \hat{k} = e^{\hat{k}\pi/2}$

Remarque : Les trois relations (IV.30) (IV.31) (IV.32) joueront un rôle très important dans le calcul des opérateurs en présence d'échantillon (cf. IV.6-c et IV.6.e). En les reportant dans l'opérateur $\hat{T}_{1,2}$, on obtient finalement :

$$\hat{T}_{1,2} = e^{\hat{k}\pi/2}$$

On vérifie ainsi que si un biréfringent pur d'opérateur $e^{\pm k\pi/2}$ est incorporé entre les doubles traversées, l'opérateur $\hat{T}_{1,2}$ est indépendant de χ et de α .

Nous décrirons au § V.4 comment peut se réaliser cette lame de pouvoir rotatoire $\pi/2$ qui doit s'intercaler entre M_3 et M_4 . Il est important de prêter attention aux deux points suivants :

Remarque : i) La compensation des effets des hublots comme des effets des miroirs est réalisée quelle que soit la polarisation incidente (rectiligne, elliptique ou circulaire).

ii) Dans notre calcul, nous avons supposé que les quatre miroirs M_1, M_2, M_3, M_4 étaient de même nature (soit le même déphasage). En fait seuls M_3 et M_4 doivent être identiques tandis que M_1 et M_2 peuvent être différents.

Sur la sphère de Poincaré la compensation (en absence d'échantillon) est représentée fig. IV.16 pour une polarisation incidente rectiligne. A la fin du trajet optique, on retrouve une lumière

rectiligne faisant l'angle $\pi/2$ avec la polarisation incidente. On retrouve bien que le plan de polarisation de la lumière incidente a tourné d'un angle π autour de $\vec{k}$, angle qui, évidemment, est indépendant de α et χ .

Dans les paragraphes suivants, nous étudierons l'introduction d'un échantillon distinguant la géométrie Faraday et la géométrie Cotton-Mouton.

IV. 6.d - Effet Faraday

Au cours de la traversée de l'échantillon, la lumière doit être parallèle à $\vec{H}$. Supposons l'échantillon en fin de la seconde double traversée, c'est à dire entre M_1 et $W^{(-2)}$ (fig. IV.17). Ce choix sera justifié plus tard, mais disons de suite qu'il est impératif.

Pour une rotation Faraday de l'échantillon notée ϕ_F , l'opérateur de l'ensemble du trajet optique qui contient la lame compensatrice s'écrit :

$$\hat{F} = e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{j\chi} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{-j\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{-j\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{j\chi} \cdot e^{\hat{k}\phi_F} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \quad (\text{IV.33})$$

Si l'on introduit les relations (IV.30) (IV.31) (IV.32) et en sachant que :

$$e^{\hat{k}\phi_F} e^{-\hat{k}\alpha} = e^{-\hat{k}\alpha} e^{\hat{k}\phi_F} \quad (\text{IV.34})$$

on obtient une expression fort simple de $\hat{F}$

$$\hat{F} = e^{\hat{k}\pi/2} e^{\hat{k}\phi_F} \quad (\text{IV.35})$$

qui permet de tirer la conclusion :

Quelle que soit la polarisation de la vibration incidente, le pointé de la vibration émergente du trajet optique schématisé fig. IV.17 ne représente que l'effet Faraday de l'échantillon et ce quel que soit l'effet perturbateur des hublots et des miroirs.

Pour des raisons de facilité de pointé nous avons choisi dans la réalisation de notre montage une vibration incidente rectiligne. L'évolution des états de polarisation sur la sphère de Poincaré est représentée fig. IV.17. En désignant la polarisation par le numéro du point, on voit que, si $\phi_F = 0$ (champ magnétique nul), 11 et 12 sont confondus. Dans ce cas, 13 est identique à 1', 1' représentant la vibration orthogonale à la vibration incidente 1. Autrement dit 1 représente la direction de l'analyseur pour avoir l'extinction.

Quand ϕ_F apparaît ($H \neq 0$) on a, sur la sphère de centre 0, l'angle (13. 0. 1') qui est égal à $2\phi_F$ et l'extinction est rétablie en tournant l'analyseur à partir de l'd'un angle ϕ_F . On confirme ainsi que la rotation Faraday de l'échantillon est convenablement mesurée.

Remarques : Position de l'échantillon

Pour satisfaire la géométrie Faraday, quatre positions de l'échantillon sont possibles, montrons que seules deux positions, échantillon avant la première réflexion sur M_1 ou après la dernière réflexion sur M_1 , sont correctes.

Si l'échantillon est entre M_2 et $W_1^{(-)}$, il faudra écrire l'opérateur : (IV.36) :

$$\hat{F}_1 = e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{J}\chi/2} \cdot e^{\hat{J}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\phi_F} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{\hat{J}\chi/2} \cdot e^{\hat{J}\chi/2} \cdot e^{-\hat{k}\alpha}$$

où on tient compte que : $e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{-\hat{J}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{-\hat{J}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} = e^{\hat{k}\pi/2}$

mais comme :

$$e^{\hat{J}\chi} \cdot e^{\hat{k}\phi_F} \neq e^{\hat{k}\phi_F} \cdot e^{\hat{J}\chi} \quad (IV.37)$$

il est évident que cette non commutativité (voir paragraphe suivant) interdit l'élimination de χ et donc conduit à une mesure de ϕ_F entachée d'erreur. La même conclusion est obtenue si l'échantillon est introduit entre $W_2^{(+)}$ et M_2 . Par contre si l'échantillon est entre $W^{(+)}_1$ et M_1 on a :

$$\hat{F}_1 = e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{k}\phi_F} \cdot e^{\hat{J}\chi} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{-\hat{J}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{-\hat{J}\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{J}\chi} \cdot e^{-\hat{k}\alpha}$$

comme : $e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{k}\phi_F} = e^{\hat{k}\phi_F} \cdot e^{\hat{k}\alpha}$ (IV.38)

On a d'après (IV.33): $\hat{F}_2 = e^{\hat{k}\phi_F} \cdot e^{\hat{k}\pi/2}$

Conclusion

Parmi les 4 positions possibles, en géométrie Faraday, deux seules permettent une mesure correcte de ϕ_F . Elles situent l'échantillon soit entre $W_1^{(+)}$ et M_1 soit entre M_1 et $W_2^{(-)}$.

Remarques - Comme la traversée de l'échantillon induit plus ou moins une déviation du faisceau lumineux, il semble raisonnable de placer l'échantillon à la fin du trajet optique (entre M_2 et $W_2^{(-)}$).

.On peut envisager une expérience avec deux échantillons conduisant directement à la différence ou à la somme de leur effet Faraday à condition de les choisir d'épaisseur égale.

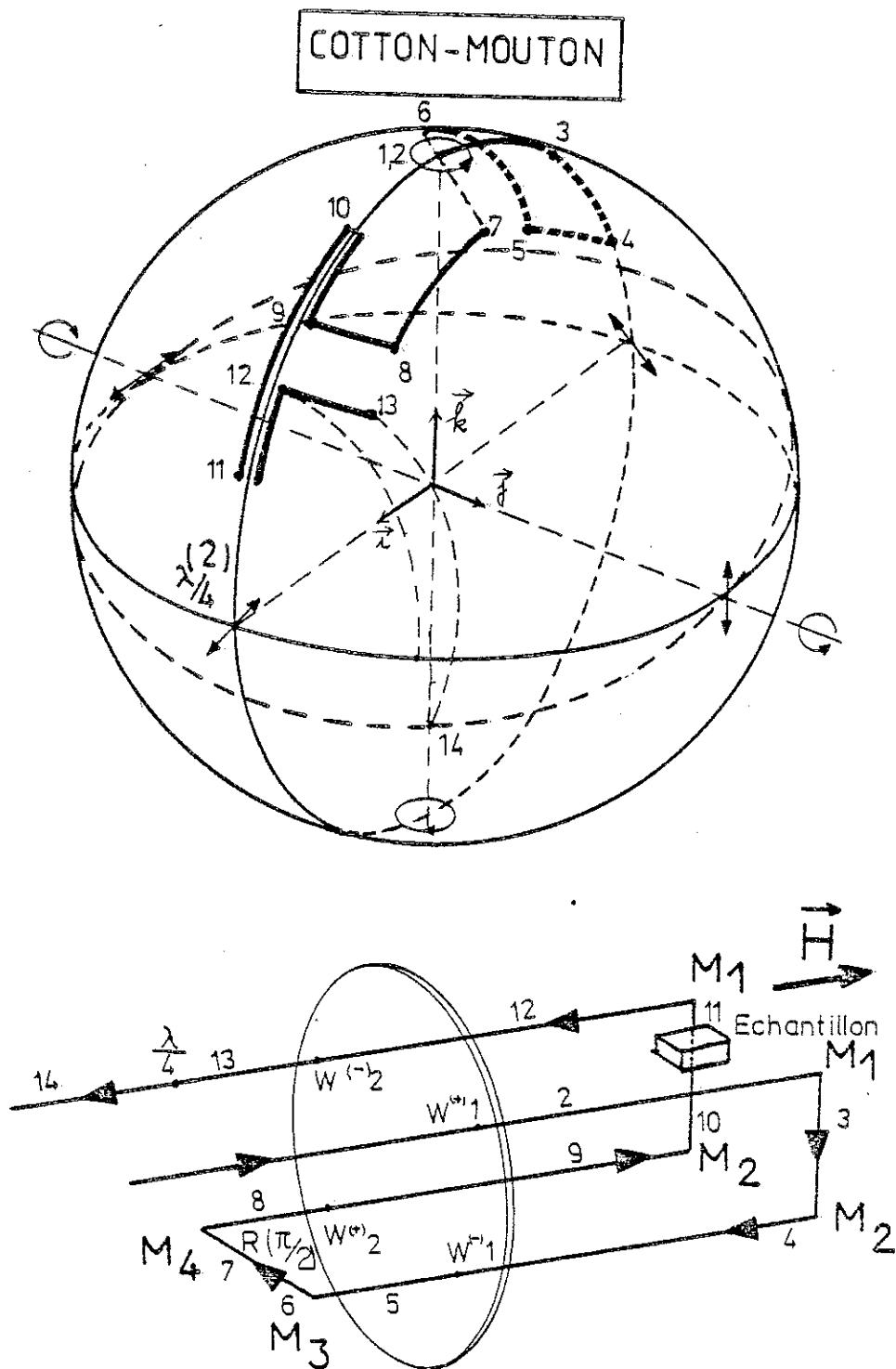


Fig.IV.18 - Evolution de la polarisation pour l'effet Cotton-Mouton

IV-6-e - Effet Cotton-Mouton

Au cours de la traversée de l'échantillon, la lumière doit être perpendiculaire à H. Supposons l'échantillon en fin de la seconde double traversée, c'est à dire entre M_2 et M_1 , hypothèse que nous discuterons à la fin de ce sous-chapitre.

L'effet Cotton-Mouton introduit un déphasage ϕ_{CM} . En posant :

$$\phi_{CM} = 2 \cdot \delta \quad (IV.39)$$

il sera donc représenté par l'opérateur $e^{j\delta}$

Le trajet optique de la figure (IV.5) a pour opérateur :

$$CM = \underbrace{e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{j\chi} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{-j\chi/2}}_{\text{Première double traversée}} \cdot \underbrace{e^{\hat{k}\pi/2}}_{\text{"Compensateur"}} \cdot \underbrace{e^{-j\chi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{j\chi/2} \cdot e^{j\delta}}_{\substack{\text{Deuxième double} \\ \text{traversée} \\ \text{Echantillon}}} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \quad (IV.40)$$

réflexion M_1, M_2 réflexion M_3 réflexion M_4 réflexion M_2 réflexion M_1

En combinant avec les relations (IV.30) (IV.31) (IV.32), on obtient:

$$CM = e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{j\delta} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \quad (IV.41)$$

Malheureusement, le produit : $e^{j\delta} \cdot e^{-\hat{k}\alpha}$ n'est pas commutatif puisque :

$$e^{j\delta} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} = \cos\delta \cos\alpha - \hat{i} \sin\delta \sin\alpha + \hat{j} \sin\delta \cos\alpha - \hat{k} \cos\delta \sin\alpha$$

$$e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{j\delta} = \cos\delta \cos\alpha + \hat{i} \sin\delta \sin\alpha + \hat{j} \sin\delta \cos\alpha - \hat{k} \cos\delta \sin\alpha$$

et l'on doit conclure :

La compensation des effets Faraday des hublots et des effets de réflexion, qui était réalisée en l'absence d'échantillon, n'est plus totale lorsque le cristal est en position "Cotton Mouton".

Autrement dit, la mesure de δ et donc de ϕ_{CM} est entachée d'une erreur, erreur étudiée dans les paragraphes suivants.

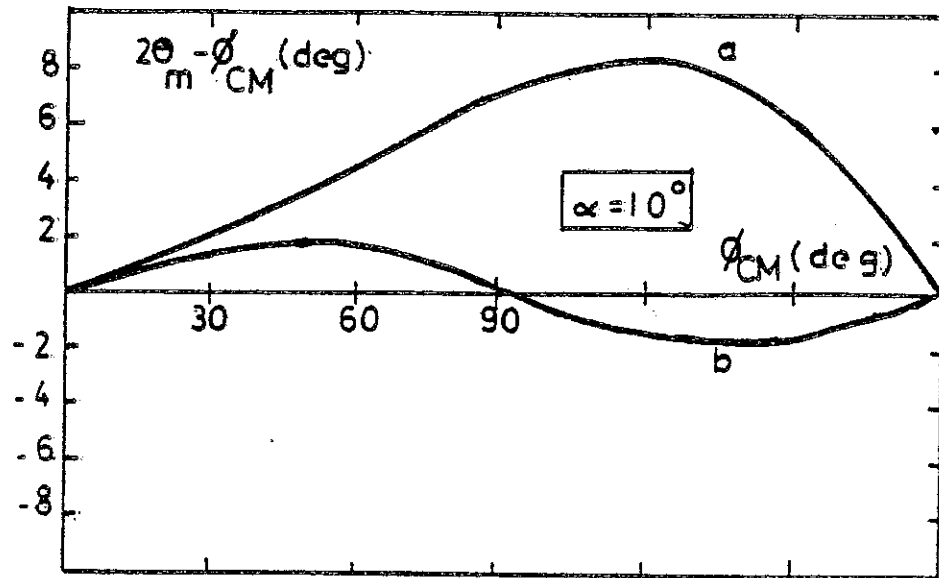


Fig. IV.19 (1) - $\alpha = 10^\circ$

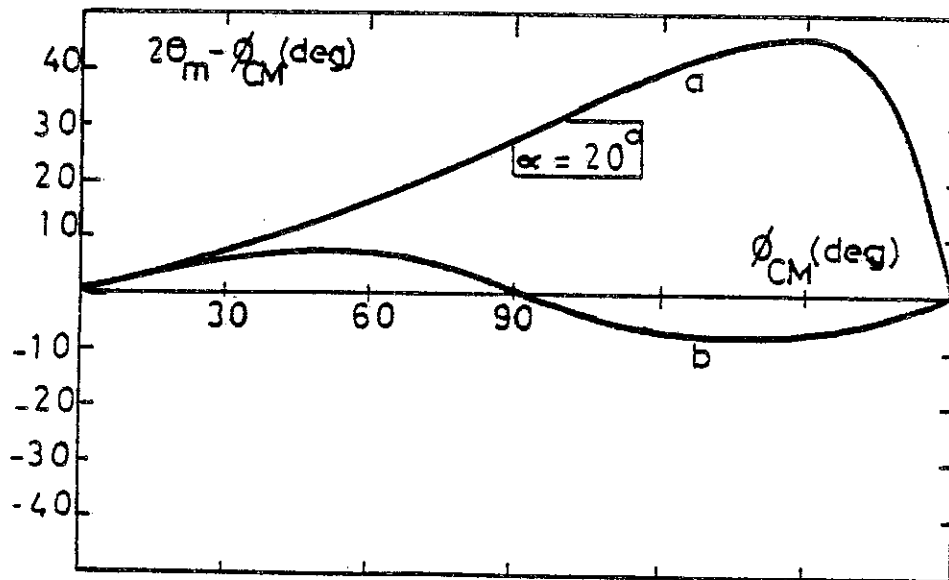


Fig. IV.19 (2) - $\alpha = 20^\circ$

Erreur sur la mesure de la BML pour $\alpha = 10^\circ$ et $\alpha = 20^\circ$

a : P_{inc} = rectiligne

b : P_{inc} = circulaire

IV-6-f - Détermination de la fonction d'erreur dans les mesures d'effet Cotton-Mouton

Les caractéristiques de la vibration émergente du schéma optique représentée fig. IV.15 sont fonction de la vibration incidente.

Avant d'étudier en détail deux cas simples qui se sont avérés particulièrement intéressants :

- vibration incidente circulaire représentée par le quaternion $\hat{P}_1 = \hat{k}$ et vibration rectiligne à 45°, associée au quaternion $\hat{P}_2 = \hat{i}$, examinons le cas le plus général possible.

Nous avons vu précédemment que nous avons choisi pour pointer la vibration elliptique un "Sénarmont" qui nécessite une quart d'onde dont une ligne neutre est parallèle à la polarisation incidente. Son action sur la polarisation se manifeste sur la sphère de Poincaré par une rotation de $\pm\pi/2$ autour de l'axe $\hat{i}$. D'où le résultat intéressant à noter :

La lame quart d'onde utilisée dans le pointé de la vibration elliptique est représentée par le quaternion $e^{\hat{i}(\pm)\pi/4}$.

En conséquence, l'opérateur associé au trajet optique de la géométrie Cotton-Mouton (fig. IV.18) auquel s'ajoute la lame $\lambda/4$ s'écrit :

$$(CM)_1 = CM \cdot e^{\hat{i}(\pm)\pi/4} \quad (IV.42)$$

Appliquons cet opérateur à une vibration incidente $\hat{P}_{in}$ supposée quelconque et notons $\hat{P}_{em}$ la polarisation émergente. Rappelons brièvement que l'action de $\hat{O}$ sur $\hat{P}$ est donnée par :

$$\hat{P}' = \hat{O} \cdot \hat{P} \cdot \bar{\hat{O}} \quad (IV.43)$$

où $\bar{\hat{O}}$ est l'opérateur quaternion conjugué.

L'action de l'opérateur CM_1 sur $\hat{P}_{in}$ est donnée par :

$$\hat{P}_{em} = e^{\hat{i}(\pm)\pi/4} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{j}\delta} \cdot e^{\hat{k}\pi/2} \cdot e^{\hat{k}\alpha} \cdot \hat{P}_{in} \cdot e^{-\hat{k}\alpha} \cdot e^{-\hat{k}\pi/2} \cdot e^{-\hat{j}\delta} \cdot e^{\hat{k}\alpha} \cdot e^{\hat{i}(\mp)\pi/4} \quad (IV.44)$$

↑ effet Cotton-Mouton
↑ échantillon

↑ Faraday hublot
↑

↑ élément compensateur

$\lambda/4$ (pointé elliptique)

expression résultant des expressions (IV.41) (IV.42).

Pour une polarisation incidente quelconque on démontre, en annexe, que $\hat{P}_{em}$ est donnée (en ne prenant que le signe + du terme en $\pi/4$) par :

$$\begin{aligned} \hat{P}_{em} = & \hat{i} [x (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{CM}) + y (\sin 2\alpha \cos 2\alpha) (1 - \cos \phi_{CM}) \\ & - z (\sin \phi_{CM} \cos 2\alpha)] \\ & + \hat{j} [x (\sin \phi_{CM} \cos 2\alpha) - y \sin \phi_{CM} \sin 2\alpha - z \cos \phi_{CM}] \\ & + \hat{k} [x \cos 2\alpha \sin 2\alpha (1 - \cos \phi_{CM}) + y (\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha \cos \phi_{CM}) \\ & - z \sin \phi_{CM} \sin 2\alpha] \quad (IV.45) \end{aligned}$$

avec toujours $\hat{P}_{in} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$ et $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

IV-6-g - Vibration incidente circulaire

Elle correspond à :

$$\hat{P}_{in} = \hat{k} \text{ soit } x = y = 0 \text{ et } z = 1$$

et le suivi de l'évolution des états de polarisation est représentée sur la sphère de Poincaré de la fig. IV.18.

i) $H = 0$, ϕ_{CM} et α sont nuls, d'où :

$$(P_{em})_{14}^{H=0} = \pm \hat{j} \quad (IV.46)$$

$\pm$ selon la disposition des lignes neutres de la lame $\lambda/4$

(nous avons noté 14 l'état de polarisation au point 14 de la fig. IV.18).

Remarque-i) La polarisation émergente à ($H = 0$) est la rectiligne à 0° (ou 90°) par conséquent la position de l'analyseur correspondant à l'extinction n'est rien d'autre que la direction de la rectiligne à 90° (ou 0°) : C'est cette direction qui doit être considérée comme position d'origine de l'analyseur c'est-à-dire que les angles ϕ_{CM} seront mesurés à partir de cette référence.

ii) Application de H (ϕ_{CM} et α sont différents de zéro), et l'expression (IV.45) se réduit à :

$$(P_{em})_{14}^H = - (\sin \phi_{CM} \cos 2\alpha) \hat{i} - (\cos \phi_{CM}) \hat{j} - (\sin \phi_{CM} \sin 2\alpha) \cdot \hat{k} \quad (IV.47)$$

qui représente une vibration elliptique dont le grand axe fait avec

l'axe $-\vec{j}$ (suivant lequel se situait la rectiligne en absence de champ), un angle θ_m qui va être l'angle mesuré.

On a :

$$\operatorname{tg} 2\theta_m = (\operatorname{tg} \phi_{CM}) \cdot \cos 2\alpha \quad (\text{IV.48})$$

c'est à dire que $2\theta_m$ n'est pas rigoureusement égal au ϕ_{CM} de l'échantillon et ce uniquement du fait de la présence de l'effet Faraday α des hublots. alors que les déphasages des miroirs restent complètement compensés.

La mesure de l'effet Cotton Mouton dans le montage à double dièdres droits impose en général la connaissance de l'effet Faraday des hublots.

Nous verrons au Chap. V quelle est l'influence de cette conclusion sur le processus expérimental.

Remarques - i) Nous montrons plus loin par divers exemples numériques combien la mesure de ϕ_{CM} est perturbée par l'effet Faraday

ii) Dans le cas où les ellipticités finales sont faibles on peut enlever la lame quart d'onde. La polarisation émergente (au point 13 de la fig. IV.18) se déduit de la sphère de Poincaré :

$$(P_{em})_{13}^H = -\sin \phi_{CM} \cos 2\alpha \hat{i} - \sin \phi_{CM} \sin 2\alpha \hat{j} + \cos \phi_{CM} \hat{k} \quad (\text{IV.49})$$

On a ainsi une vibration elliptique dont le grand axe a tourné de $\theta_m^{(1)}$ par rapport à la rectiligne ($H = 0$) avec :

$$\operatorname{tg} 2\theta_m^{(1)} = \cotg 2\alpha \quad (\text{IV.50})$$

En combinant ce résultat avec la relation (IV.48), on déduit que :

Deux mesures successives (même champ) avec et sans lame quart d'onde permettent d'obtenir une estimation correcte de ϕ_{CM} à l'aide de la vibration :

$$\phi_{CM} = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\operatorname{tg} 2\theta_m}{\sin 2\theta_m^{(1)}} \right) \quad (\text{IV.51})$$

iii) Remarquons que lorsque l'analyseur effectue une rotation de 180° pour réaliser l'extinction, il passe par 4 positions sans erreur (indépendantes de α). Ce sont les positions correspondants à $\phi_{CM} = 0$, $\pi/2$, π et $3\pi/2$.

- vibration incidente rectiligne à 45°

$\hat{P}_i$ est donnée par $\hat{i}$ et on déduit immédiatement de la relation (IV.45)

$$\begin{aligned} \hat{P}_{em}^{rect.} = & (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{CM}) \hat{i} + (\sin \phi_{CM} \cos 2\alpha) \hat{j} \\ & + (\cos 2\alpha \sin 2\alpha) (1 - \cos \phi_{CM}) \hat{k} \end{aligned} \quad (IV.52)$$

- $H = 0$ (ϕ_{CM} et α sont nuls) et

$$(\hat{P}_{em}^{rect})_{H=0} = \hat{i} \quad (IV.53)$$

- $H \neq 0$, le grand axe de la vibration elliptique fait un angle $\theta_m^{(2)}$ tel que :

$$\operatorname{tg} 2\theta_m^{(2)} = \frac{(\sin \phi_{CM}) \cos 2\alpha}{(\sin 2\alpha)^2 + (\cos 2\alpha)^2 \cos \phi_{CM}} \quad (IV.54)$$

Remarques - i) $\theta_m^{(2)}$ se déduit par le rapport (composante) $\hat{i}$ /(composante) $\hat{j}$ (puisque $\hat{i}$ correspond à l'état mesuré en H nul) alors que dans le cas précédent (circulaire) $\theta_m^{(1)}$ et θ_m s'obtenaient par (composante) $\hat{j}$ /(composante) $\hat{i}$ ($\hat{j}$ correspondant à l'état $H = 0$)

ii) La compensation des effets des miroirs est maintenue ; celle des effets Faraday n'est pas réalisée.

A titre de comparaison de ces deux cas particuliers, nous donnons pour des valeurs de α de 10°, 20°, $2\theta_m^{(1)} - \phi_{CM}$ et $2\theta_m^{(2)} - \phi_{CM}$ en fonction de ϕ_{CM} (fig. IV.19). On voit que l'erreur commise est toujours plus faible dans le cas d'une polarisation incidente circulaire que nous adopterons pour toutes nos mesures expérimentales concernant l'effet Cotton-Mouton.

REFERENCES CHAPITRE IV.

1. "A 30 Tesla hybrid magnet with 5 cm bore, a french german project"
I.E.E.E. Trans. on Magn. Vol. 17, n° 5, 1783, Sept. 1981.
2. N.M. BASHARA, R.M.A. AZZAM ,
Ellipsometry - North Holland Publishing Company - Amsterdam - (1976).
3. M.J. WEBER,
Faraday rotator materials - Livermore University - Juin 1982.
4. V.V. MUSSIL, V.K. MILOSLAVISKII, V.V. KARMAZIN,
Sov.Phys.Solid State, Vol. 17, N° 3, 1975.
5. Y. SOUCHE, A. SAADAOU, M. GUILLOT
"Measuring high field Faraday rotation : self compensation of
windows". A paraître dans Journal of Physics E : Scientific
Instruments.

C H A P I T R E V

REALISATION DE L'APPAREILLAGE

	Page
V-1 - INTRODUCTION	91
V-2 - PRESENTATION GENERALE	93
V-3 - L'ECHANTILLON ET SON ENVIRONNEMENT. SIGNIFICATION DE LA MESURE	97
V-4 - LE DETECTEUR - LA COMPENSATION	104
V-5 - LE MODULATEUR	105
V.5.a : Choix du modulateur de phase	107
V.5.b : Réalisation	108
V.5.c : Modulation à diverses longueurs d'onde	109
V-6 - REGLAGE	113
V.6.a : Alignement géométrique	113
V.6.b : Réglage de la polarisation	113
V.6.c : Réglage du modulateur (mesure effet Cotton-Mouton)	117
V-7 - TOLERANCES	117
V.7.a : Géométrie optique	117
V.7.b : Polarisation	118

C H A P I T R E V

REALISATION DE L'APPAREILLAGE

V-1 - INTRODUCTION

Rappelons tout d'abord les principaux points des chapitres précédents qui vont déterminer la construction du montage :

- le choix d'une méthode de mesure (IV.2) conduit à un seul élément mobile, l'analyseur, mobilité qui va être assurée par un moteur pas à pas (au 1/100 de degré)(fig(V.1)).

- le pointé s'effectue par la recherche du zéro d'un signal modulé (fréquence f_0)(IV.2) ; cette recherche va être menée à l'aide d'un amplificateur à détection synchrone.

- la compensation des effets Faraday des hublots impose une double traversée de ces hublots et la présence d'une "compensatrice" de pouvoir rotatoire $\pi/2$ (IV.4).

- la polarisation incidente est rectiligne dans les mesures de rotation Faraday (IV.6.c), circulaire pour celles d'effet Cotton-Mouton (IV.6.d).

- l'expérimentation de l'appareillage a été faite dans le visible à 6328 Å (laser hélium-néon) mais le fonctionnement à d'autres longueurs d'onde (infrarouge notamment) sera analysé à chaque étape de la construction.

- le cryostat fera l'objet d'un chapitre propre puisqu'il a constitué une part importante de notre travail.

Compte-tenu de ces remarques, le schéma optique réel adopté lors de la réalisation du montage est très proche du schéma de principe (Chap.IV.1). Après la présentation de l'ensemble du dispositif expérimental, nous nous efforcerons de décrire d'une manière plus approfondie les principaux éléments du montage, en accordant une attention particulière à l'échantillon et son environnement. Réglages et tolérances feront l'objet du dernier paragraphe.

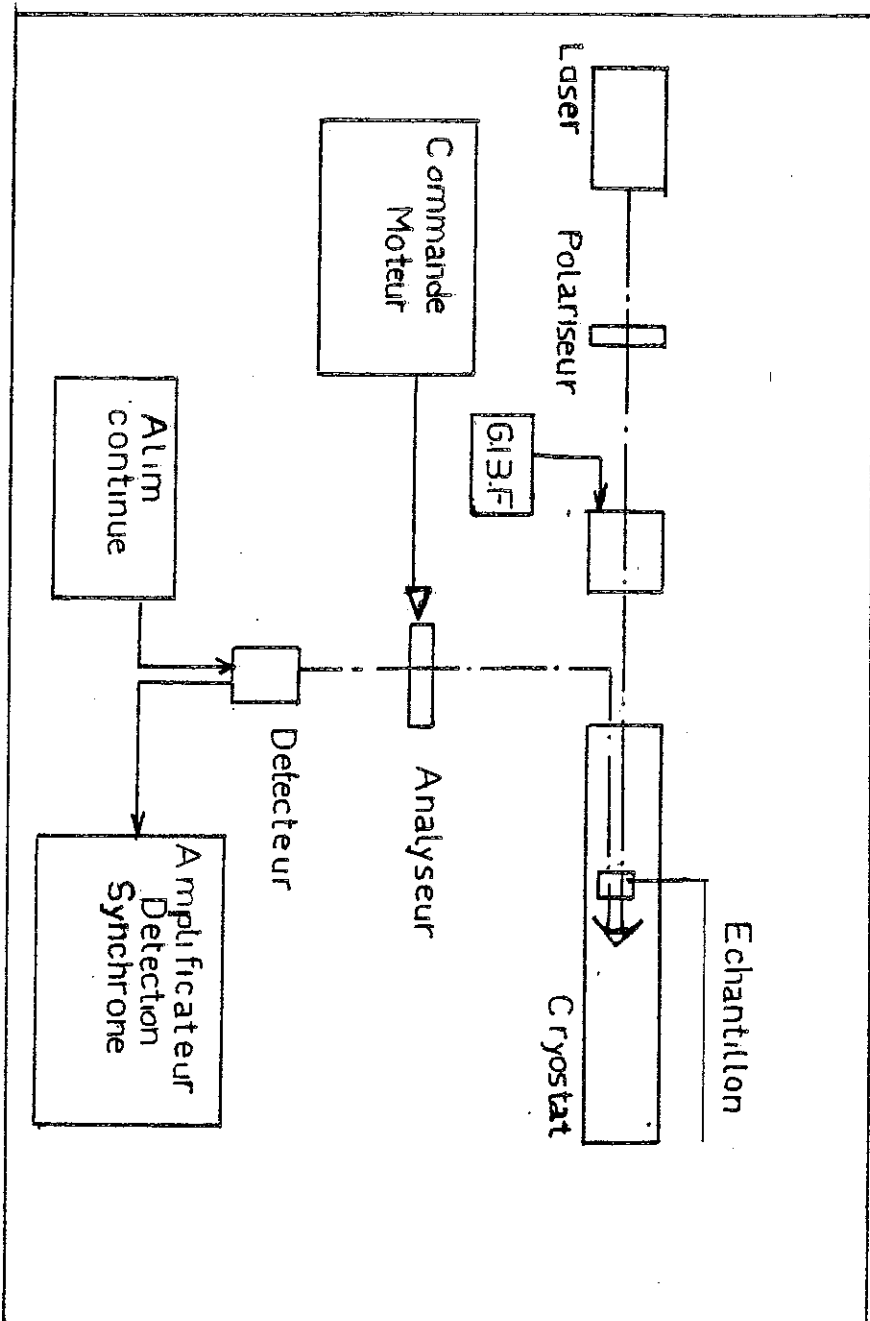


Fig-V.1: Methode de mesure

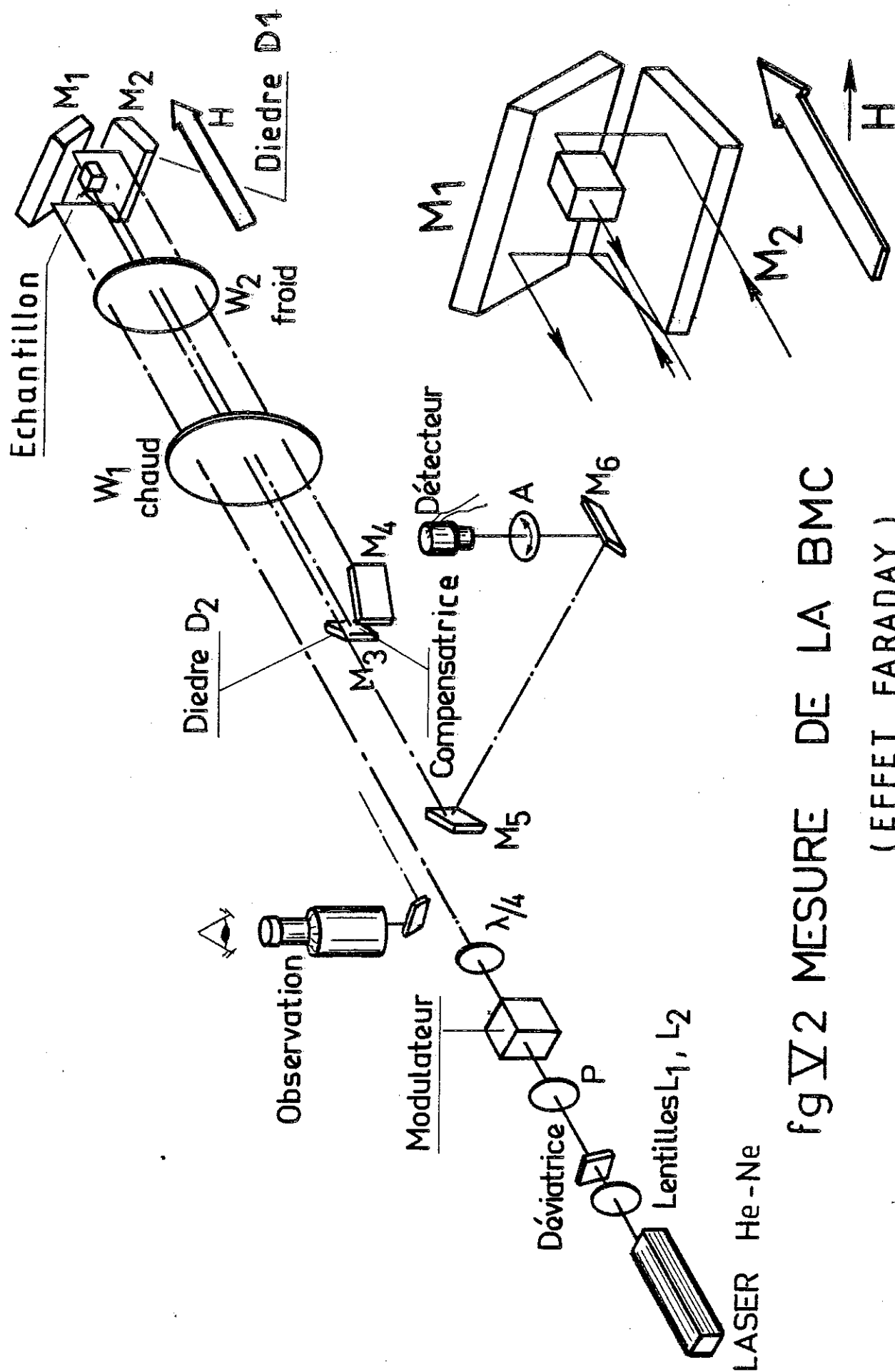
V.2 - PRESENTATION GENERALE

Les figures V.2 et V.3 représentent les schémas optiques dans les deux configurations qui nous intéressent : Faraday et Cotton-Mouton. On remarque que la géométrie du faisceau est la même dans les deux cas et que la différence essentielle, outre la nature et la disposition des composants, concerne la traversée de l'échantillon : faisceau parallèle au champ appliqué et à l'axe longitudinal du montage pour le cas Faraday, partie du faisceau perpendiculaire au précédent pour le cas Cotton-Mouton.

La lumière issue du laser monomode He-Ne (Spectra Physics, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, 5 mw) est focalisée sur l'échantillon cubique de 3 mm d'arête environ situé à 3 m par un groupe de deux lentilles convergentes L_1 et L_2 ($f_1 = 200 \text{ mm}$, $f_2 = 100 \text{ mm}$) quasiment afocal. En fait, l'échantillon n'est traversé que lors de la deuxième double traversée. Le faisceau réalise le double passage par réflexion d'abord sur le dièdre droit D_1 (miroir M_1, M_2) à arête à peu près horizontale (position notée 0° dans la suite de l'exposé) et perpendiculaire au faisceau. Le faisceau réfléchi par D_1 , est symétrique de l'incident par rapport à l'arête du dièdre : il lui est donc parallèle et vient se réfléchir sur les miroirs M_3 et M_4 du dièdre D_2 dont l'arête est perpendiculaire d'une part à celle de D_1 (position notée 90°), d'autre part à la direction du faisceau. Le trajet du faisceau réfléchi par D_2 entre de nouveau dans le cryostat, il est symétrique du trajet du faisceau incident par rapport au plan perpendiculaire à l'arête de D_1 et contenant l'arête de D_2 . L'élément de "compensation" de pouvoir rotatoire de $\pi/2$, est, bien entendu, dans ce plan de symétrie.

Comme les quatre faisceaux (deux allers, deux retours) doivent traverser les hublots du cryostat, ils sont très proches (5 mm) et il devient indispensable de disposer un miroir plan (M_5) sur le faisceau émergent pour conduire la lumière jusqu'au détecteur.

L'anisotropie optique introduite par M_5 sur lequel l'angle d'incidence est de 45° est immédiatement compensée par un miroir (M_6) optiquement identique à (M_5) (en particulier surface réfléchissante de même nature), réfléchissant sous le même angle d'incidence (45°) mais avec un plan d'incidence perpendiculaire à M_5 .



fg V 2 MESURE DE LA BMC
(EFFET FARADAY)

Le faisceau arrivant sur le détecteur est ainsi pratiquement vertical et perpendiculaire à l'axe de l'ensemble bobine-cryostat.

Les composants relatifs à la polarisation disposés le long de ce trajet diffèrent selon qu'il s'agit de la configuration Faraday ou de la configuration Cotton-Mouton.

- Faraday : Les polarisations incidente et émergente sont rectilignes (chap. IV), d'où le polariseur, après le laser, et l'analyseur avant le détecteur. La modulation de la direction de la vibration rectiligne rend plus aisé le repérage photoélectrique de la vibration émergente, elle s'obtient à l'aide d'un modulateur de phase décrit en détail en V.5

- Cotton-Mouton : C'est avec une lumière incidente circulaire que la fonction d'erreur est minimum ; cette polarisation est obtenue de façon classique par un polariseur circulaire (polariseur associé à une lame quart d'onde).

La lumière, généralement elliptique, issue du montage après M_6 , est analysée, conformément au choix que nous avons précisé au chapitre précédent, au moyen d'un compensateur de Sénarmont, constitué par une lame quart d'onde (noté $\lambda/4^{(2)}$ sur la fig. V.3) suivie de l'analyseur.

Nous avons vu, dans le chapitre précédent, que la mesure est entachée d'erreur qu'il convient de corriger en tenant compte de l'effet Faraday des hublots. Comme pour la configuration Faraday, le pointé photoélectrique de la vibration émergente est réalisé grâce au modulateur de phase opérant sur la vibration elliptique émergente du double aller-retour (nécessaire à la compensation du déphasage des miroirs du dièdre D_1)

En résumé : le passage de la configuration Faraday à la configuration Cotton Mouton s'effectue en déplaçant uniquement le modulateur et en introduisant une seconde lame quart d'onde (fig. V.2 et V.3).

Remarquons qu'il n'est pas nécessaire de modifier le réglage du banc optique puisque la déviatrice située après les deux lentilles permet de changer la hauteur du faisceau tout en le laissant horizontal (fig. V.6).

Tous les composants sont montés sur un banc d'optique en granit, le plus souvent par l'intermédiaire de platines xyz qui sont, soit de type commercial (Micro-Contrôle), soit de conception et réalisation locales (fig V. 4). Sans entrer dans une description détaillée, nous noterons simplement que la première étape de toute expérience étant l'alignement de l'axe de la bobine et du banc optique, ce dernier a été monté sur

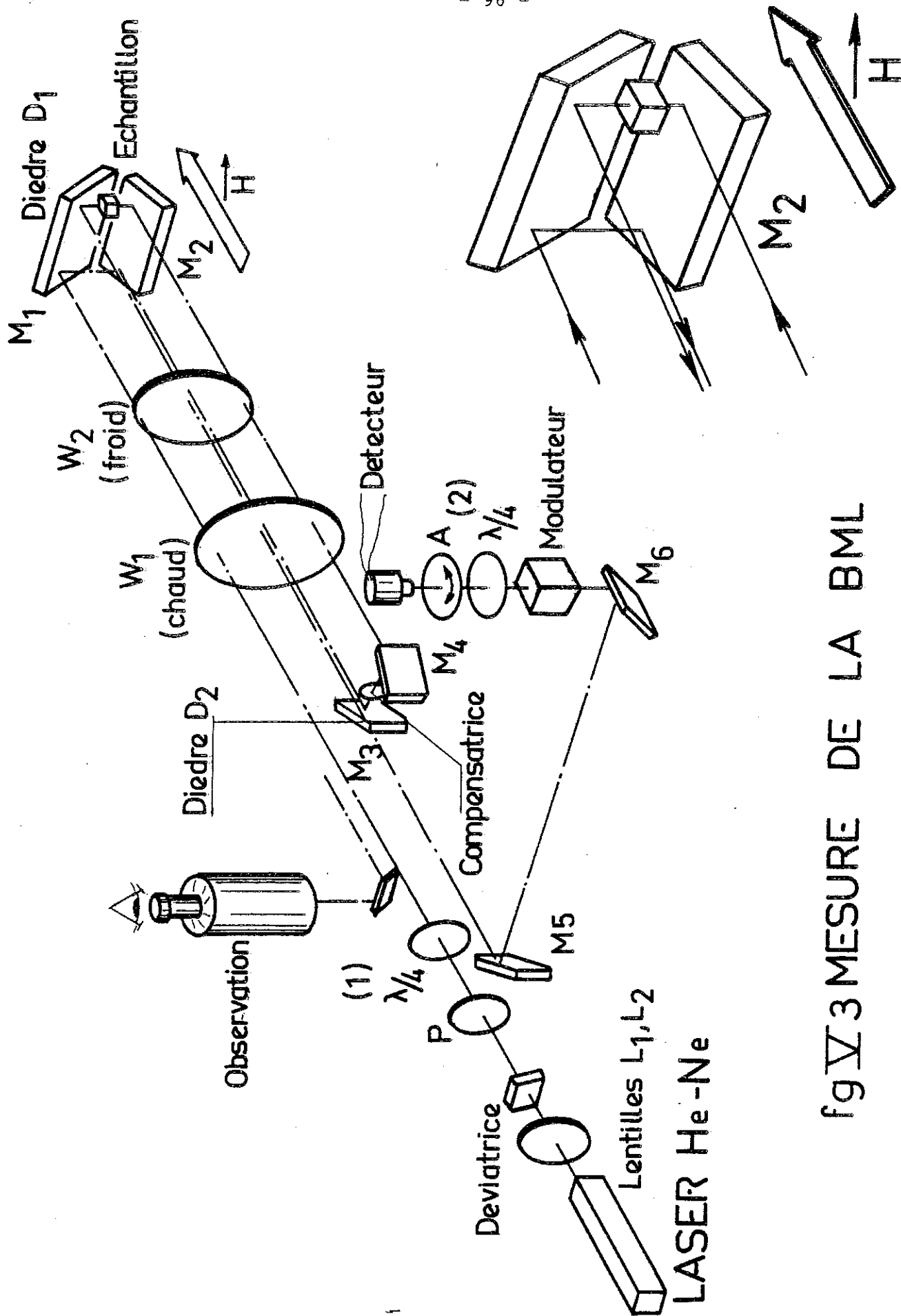


fig V 3 MESURE DE LA BML
(EFFET COTTON-MOUTON)

un ensemble mécanique conduisant à un réglage précis et stable et ce, malgré le poids du banc (400 kg). Une observation à l'aide d'une lunette permet de suivre les impacts du faisceau sur le dièdre D_1 (fig.V.5).

Pour compléter la présentation générale du montage, il faut préciser que la rotation de l'analyseur est pilotée par un "indexeur translateur" IT 6D CAV Microcontrôle" à l'aide d'un moteur pas à pas. La position de l'analyseur est déterminée au 1/100 de degré près à partir d'une origine absolue de l'appareil. Quant au signal photoélectrique, il est analysé par un amplificateur à détection synchrone "A.T.N.E., type ADS1".

V.3. - L'ECHANTILLON ET SON ENVIRONNEMENT. SIGNIFICATION DE LA MESURE

Lorsque la possibilité du choix existe, les dimensions à donner à l'échantillon, sont déterminées à partir d'un certain nombre de considérations d'ordres géométrique , optique , magnéto-optique , technique .

Il faut en effet tenir compte :

- de la dimension moyenne des cristaux bruts,
- de l'encombrement vis à vis de l'espace disponible dans le cryostat (Chap. VI)
- de la dimension du faisceau laser (2 mm de diamètre)
- de l'absorption éventuelle du matériau étudié pour la longueur d'onde utilisée (Chap. II et III)
- de l'éventuel effet géométrique de l'échantillon sur le faisceau.
- de la sensibilité du matériau à la désorientation par rapport à la position idéale.
- de l'importance de l'effet magnéto-optique étudié, toujours proportionnel à l'épaisseur de l'échantillon.
- des problèmes techniques de la mise en forme par le polisseur et de la tenue dans l'appareillage de mesure.

La prise en compte de ces différents facteurs nous a amenés à un échantillon de forme cubique de 3 mm d'arête maximum dont quatre faces, opposées deux à deux, sont polies optiquement (fig. V.8).

Si l'échantillon se présente sous forme d'une plaquette de faibles dimensions, celui-ci peut toujours être collé sur le diaphragme correspondant à l'effet Faraday ou à l'effet Cotton-Mouton (fig.V.11) et les dimensions minimales de la plaquette peuvent donc être estimées à environ 2,5 x 2,5 mm.

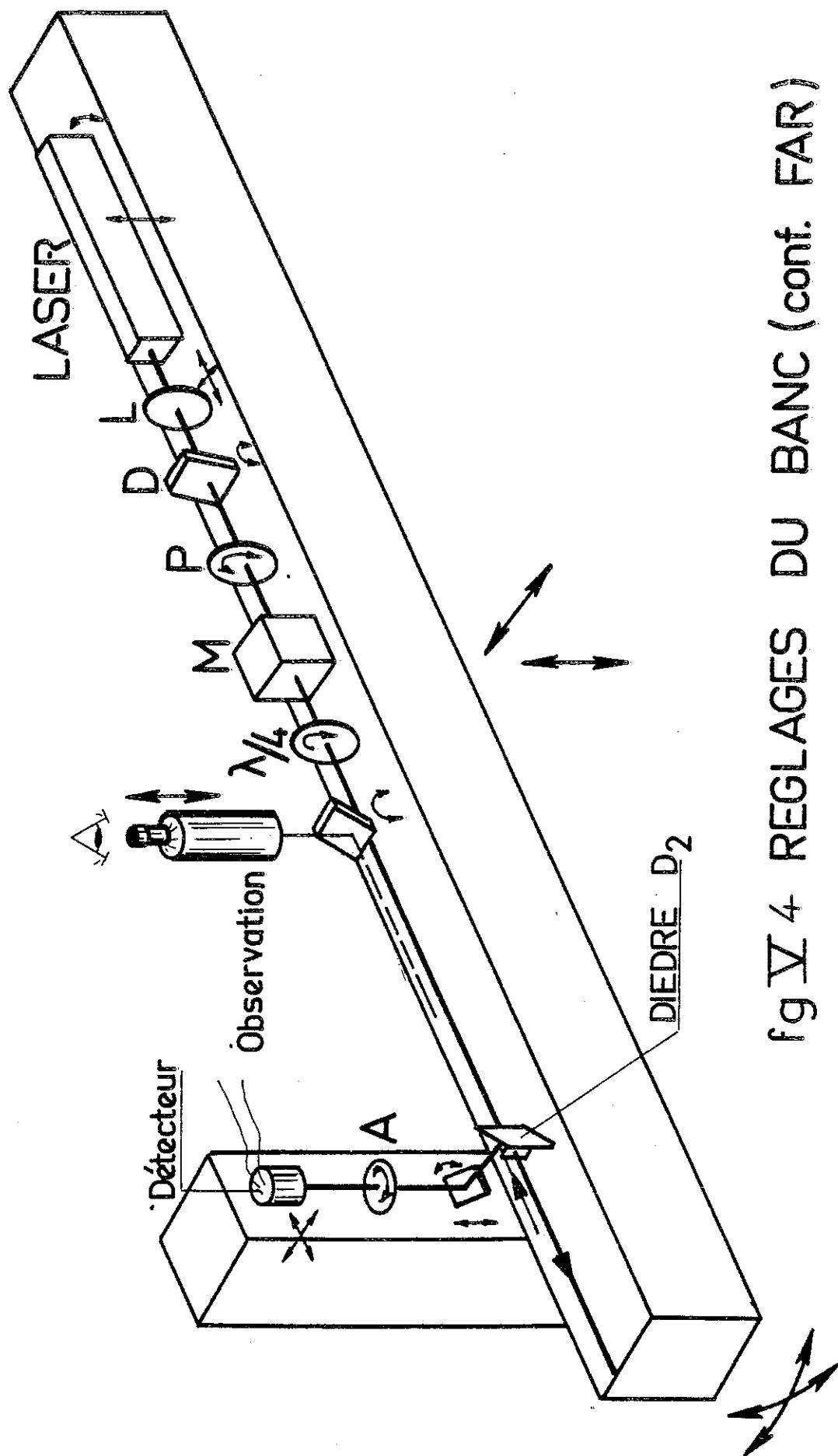


fig V 4 REGLAGES DU BANC (cont. FAR)

Au delà de l'allure géométrique de l'échantillon, se pose le problème des tolérances de fabrication et celui, plus fondamental, de la signification de la mesure.

La planéité la plus parfaite réalisable sur un matériau présentant les qualités requises par un bon polissage ne saurait guère aller en deçà d'un défaut du 1/100ème de longueur d'onde. En fait, pour un cube de 3 mm d'arête une telle perfection est illusoire. Or, dans le cas d'un cristal homogène présentant une forte activité optique, ou une importante biréfringence, toute variation d'épaisseur se traduit pour la lumière émergente par un écart à la valeur moyenne supérieure à la résolution de l'appareillage de mesure. Prenons l'exemple d'un cristal de $Y_{3-x}Bi_xFe_5O_{12}$ ($x = 0,16$), dont la rotation Faraday à 77 K est de $20.000^\circ/\text{cm}$ et dont on mesure l'évolution en fonction de T et de $\vec{H}$ au moyen d'un dispositif de résolution $0,01^\circ$. Une homogénéité sur l'aire mesurée, inférieure à $0,01^\circ$, conduit à une dispersion sur l'épaisseur du cristal inférieure à $50 \text{ \AA}$, soit mieux que $\lambda/100$.

Si, sur un élément d'aire dS , le défaut de pointé est ϵ , la contribution de cet élément au signal photoélectrique $\mathcal{C}$ sera proportionnelle à $\sin 2\epsilon dS$ (composante à f_0 voir IV.2c), soit, sur l'aire totale S de mesure :

$$\int_S \sin 2\epsilon dS$$

La position de l'analyseur réalisant l'"extinction" est obtenue quand $\epsilon = 0$, soit

$$\int_S \sin 2\epsilon dS = 0 \quad (V.1)$$

ce qui conduit à définir une valeur moyenne ϵ_m de ϵ telle que :

$$S(\sin 2\epsilon_m) = \int_S \sin 2\epsilon dS$$

La fluctuation de ϵ (ou variance) notée $\sigma^2 = \int (\epsilon - \epsilon_m)^2 p(\epsilon) d\epsilon$ où $p(\epsilon)$ est la probabilité associée à la valeur ϵ , est maintenue à une valeur assez faible pour qu'il n'y ait pas d'ambiguïté sur la valeur de ϵ , correspondant à un domaine dS (soit $\epsilon < 45^\circ$). Cette tolérance est respectée sans beaucoup de difficulté. Néanmoins, on se rend compte aisément que la sensibilité $d\mathcal{C}/d\epsilon$ diminue quand la dispersion des valeurs de ϵ augmente. En effet :

$$\left(\frac{d\mathcal{C}}{d\epsilon}\right) \sim \int_S \cos 2\epsilon dS \quad (V.2)$$

Si $\epsilon = 0$ en tout point (échantillon à faces parfaitement parallèles)

$$\left(\frac{d\mathcal{C}}{d\epsilon}\right)_{\epsilon=0} \sim S \quad (V.3)$$

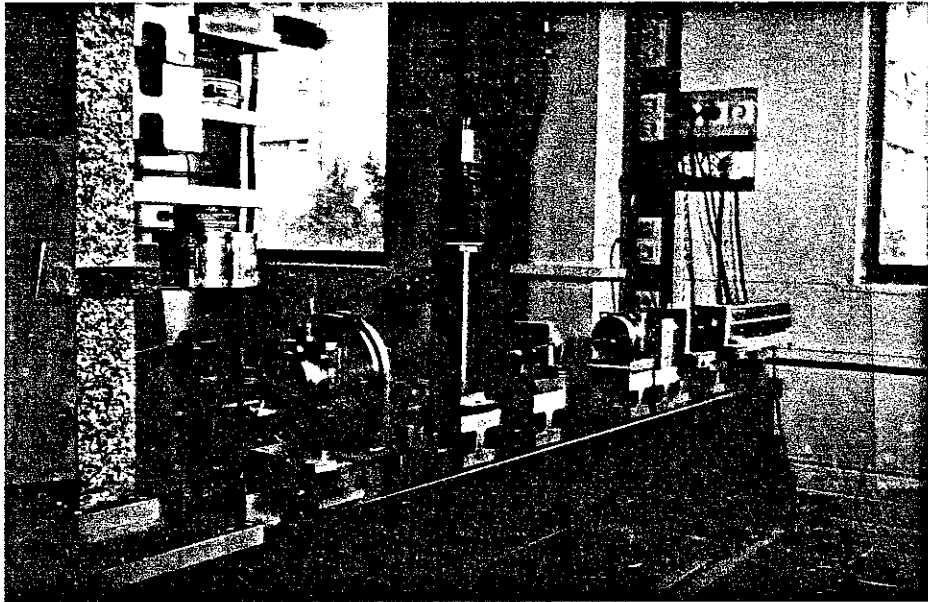


Fig.V.5 - Photographie du banc d'optique

En général, ε est petit donc :

$$\left(\frac{d\ell}{d\varepsilon}\right)_\varepsilon \sim S = \int_S \varepsilon^2 dS \quad (V.4)$$

soit : $\left(\frac{d\ell}{d\varepsilon}\right)_\varepsilon = \left(\frac{d\ell}{d\varepsilon}\right)_{\varepsilon=0} - K \int_S \varepsilon^2 dS$

avec $K = 8 J_1(\phi_0)$

Illustrons ces expressions par une application simple : supposons que l'échantillon ait une forme prismatique d'angle ε_1 (fig. V.9).

Soit θ la rotation spécifique du matériau aux conditions $(T, \vec{H})$ considérées.

Le défaut de pointé correspondant est :

$$\varepsilon = \theta x$$

d'où :

$$\left(\frac{d\ell}{d\varepsilon}\right)_\varepsilon \sim \int_L \int_{x_1}^{x_2} \cos 2\theta x \, dx \, dy \quad (V.5)$$

soit :

$$\left(\frac{d\ell}{d\varepsilon}\right)_\varepsilon \sim L/\theta \sin [\theta(x_2-x_1)] \cos [\theta(x_2+x_1)] \quad (V.6)$$

On vérifie que pour un échantillon quasi-parfait (ε_1 très petit), ou dont le pouvoir rotatoire spécifique θ est faible :

$$\left(\frac{d\ell}{d\varepsilon}\right)_\varepsilon \sim S \quad \text{avec} \quad S = L(x_2-x_1)$$

Il paraît difficile de déterminer une tolérance sur la sensibilité aussi prendrons-nous comme critère primordial l'angle de prisme A de l'échantillon qui devra être inférieur à une valeur limite déduite de la géométrie du montage.

Si on tolère un écart maximum de 1mm entre l'impact réel du faisceau et celui correspondant à la géométrie idéale au niveau du dièdre D_2 (miroir M_5), situé à $\ell = 1,2$ m de l'échantillon d'indice moyen n , l'angle A maximum tolérable est donné par :

$$A \leq \frac{1}{(n-1)\ell} \quad (\text{cas du prisme d'angle faible})$$

soit :

$$A \leq 2'$$

Un polisseur expérimenté sait réaliser sans difficulté majeure un tel échantillon puisque avec un indice de 1,5 et nos dimensions, cela fera plus de 10 franges selon la diagonale .

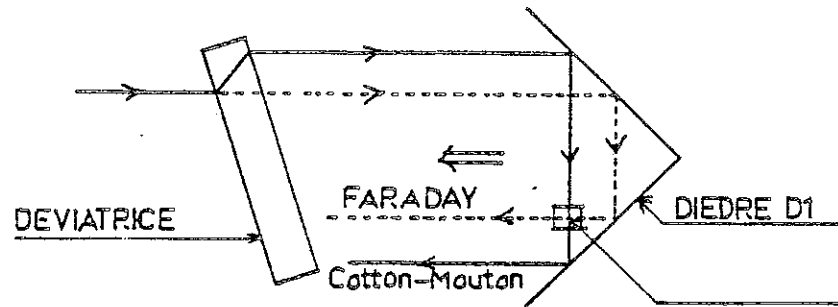


Fig.V-6 - Changement de géométrie Faraday - Cotton-Mouton

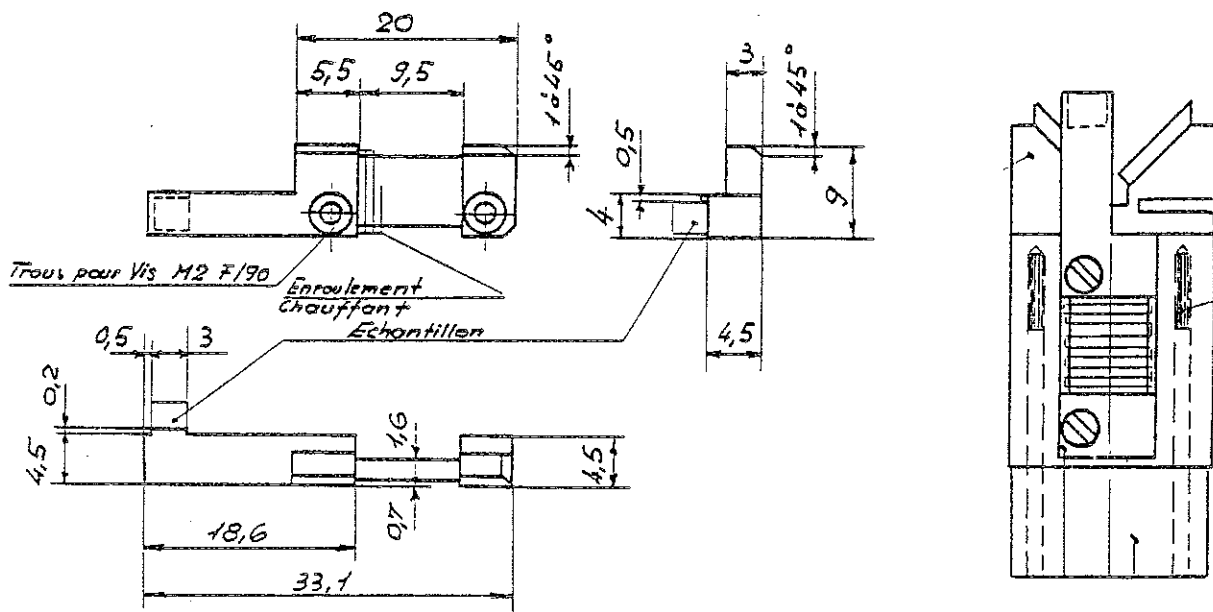


Fig.V-7 - Ensemble porte-échantillon dièdre D1

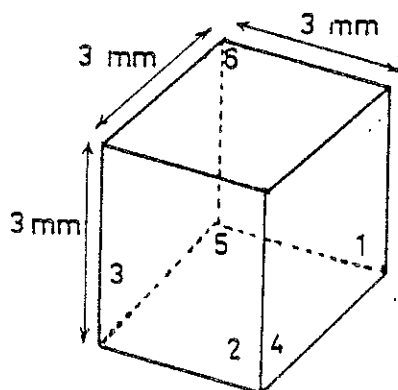


Fig.V-8 - Echantillon : 4 faces polies optiquement (1,2,3,4)

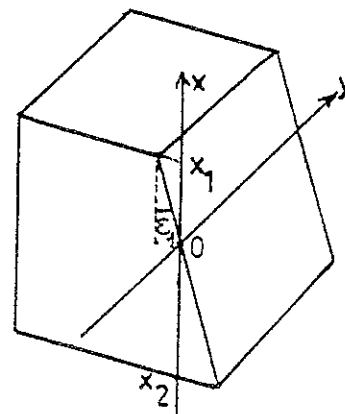


Fig.V-9 : Echantillon prismatique

- Dièdre et porte-échantillon

Le porte échantillon et le dièdre $D_1(M_1, M_2)$ constituent un ensemble que l'on peut difficilement dissocier de la description du montage mais qui est aussi lié à l'ensemble cryogénique (Chapitre VI).

Pour procéder successivement sur le même échantillon à la mesure Faraday puis Cotton-Mouton, nous avons déjà noté qu'une lame déviatrice permettait de déplacer le faisceau (fig. V.6). Elle est constituée d'une lame de verre B 1664 ($n = 1,516$) de 12,7 mm d'épaisseur, sa rotation de $\pm 45^\circ$ autour d'un axe horizontal conduit à une variation de hauteur de 8,54mm du faisceau. Cette possibilité a été déterminante lors de la conception du porte-échantillon puisqu'elle a conduit à rendre celui-ci solidaire du dièdre D_1 . Néanmoins le porte-échantillon proprement dit peut être séparé du dièdre.

La figure (V.7) représente l'ensemble dièdre-porte-échantillon qui sont réalisés en alliage cuivre - 2% beryllium. Le choix de ce matériau s'expliquant par ces excellentes qualités mécaniques et sa bonne conduction thermique. On remarque que l'angle du dièdre peut être ajusté à 90° à l'aide de 3 vis (fig. V.10)

L'échantillon est tenu sur le porte-échantillon par un collage qui doit présenter deux propriétés contradictoires, être assez léger afin de ne pas apporter des contraintes indésirables génératrices d'anisotropie optique, être assez solide pour supporter le couple mécanique résultant de l'anisotropie magnétocristalline.

Les diaphragmes permettent de s'assurer que la lumière traverse bien l'échantillon lors du dernier trajet ; l'un correspond à la géométrie Faraday, l'autre à la géométrie Cotton-Mouton (fig. V.11).

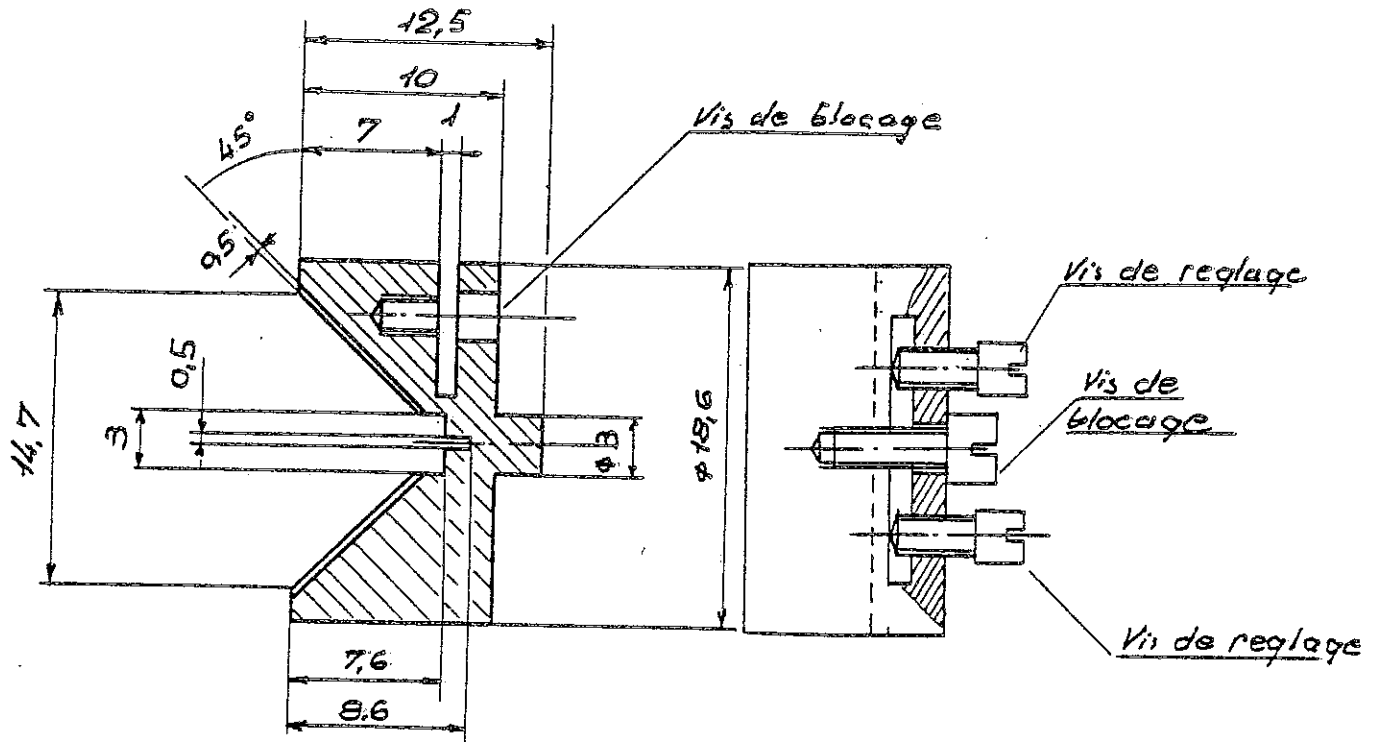


Fig.V.10 - Dièdre D_1 à vis de réglage

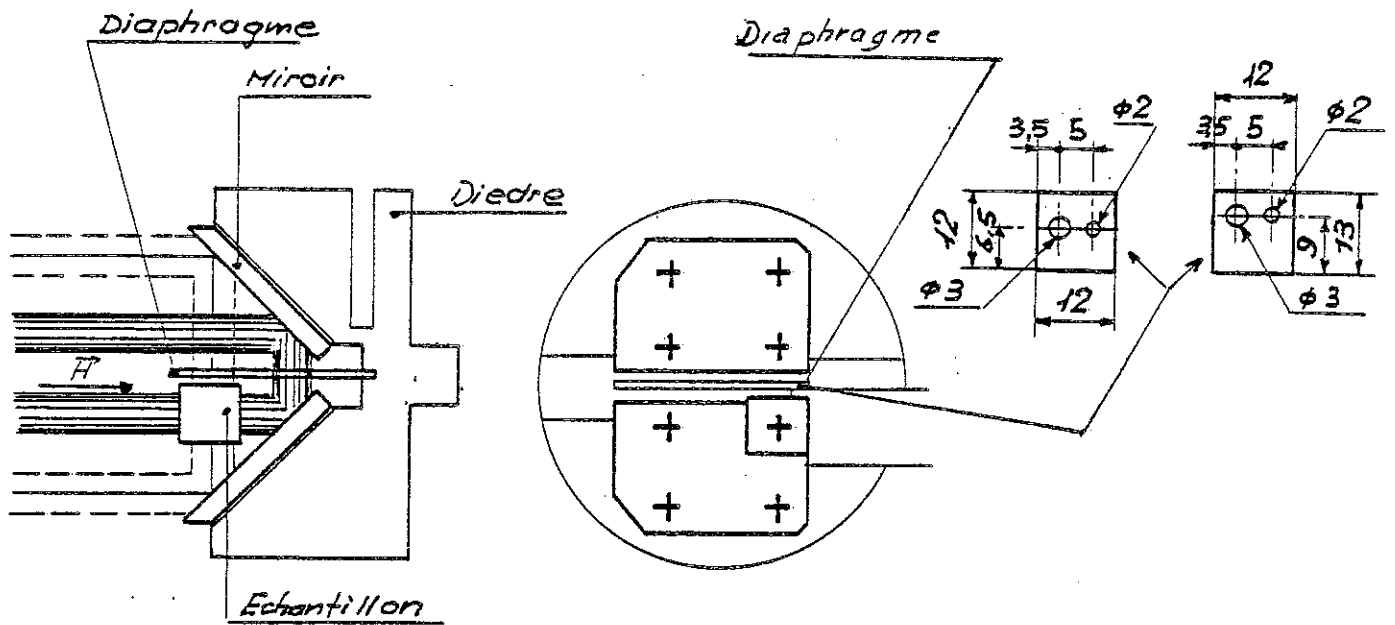


Fig.V.11 - Faisceau lumineux et diaphragme pour les deux géométries.

V.4. - LE DETECTEUR - LA COMPENSATRICE

C'est un détecteur-photoconducteur au sulfure de plomb, type 61 SV, fabriqué par R.T.C. (Radio Technique Compelec) qui a été choisi. Les principales raisons de ce choix sont : le domaine spectral s'étend du visible à l'infra-rouge (3 microns), la surface sensible est importante (carré de 6 mm de côté), le coût est raisonnable (2000 F au début de 1984). La tension continue d'alimentation que nous avons utilisée est de l'ordre de 30 volts, ce qui conduit à des amplitudes de signaux (millivolt à dizaine de microvolts) bien adaptées avec l'amplificateur à détection synchrone et au bon rapport signal/bruit.

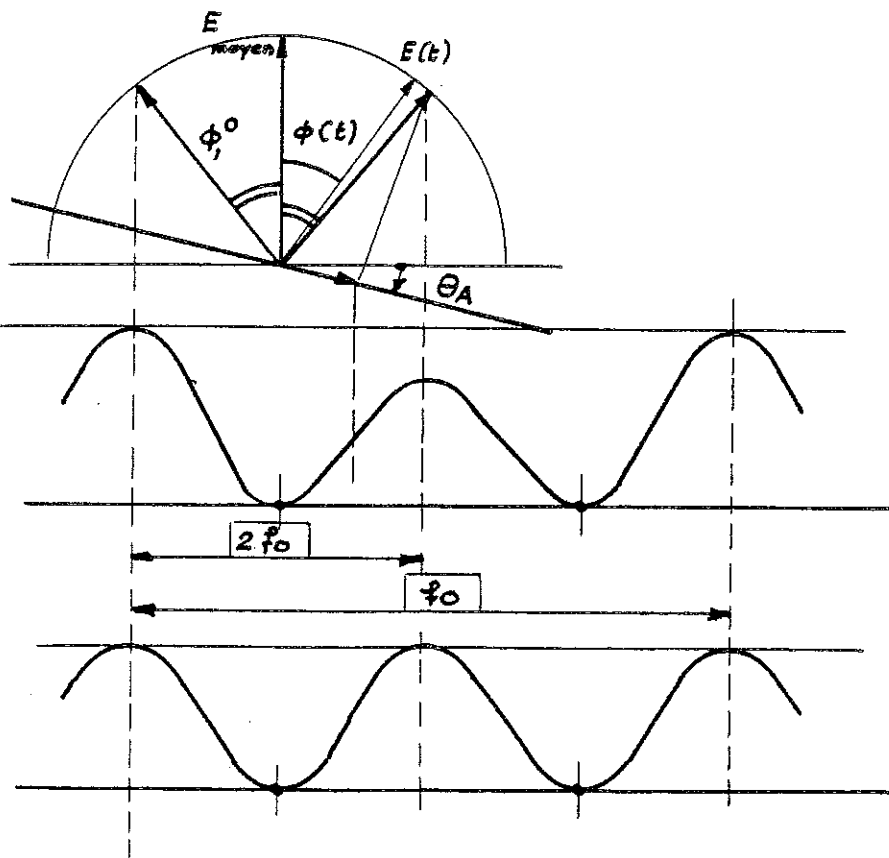
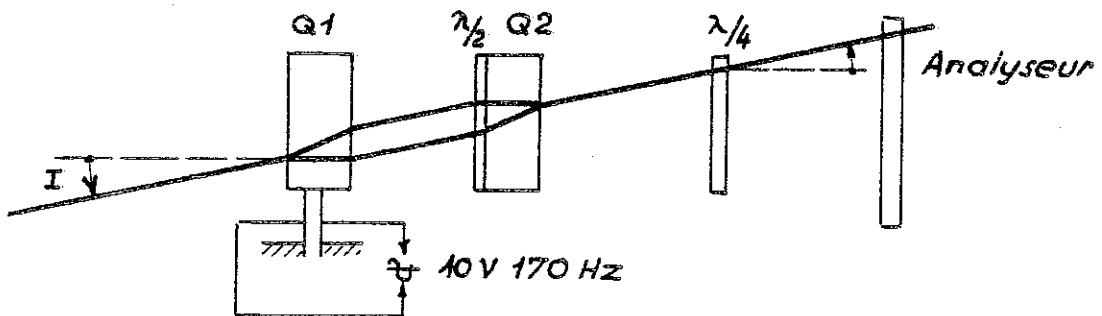
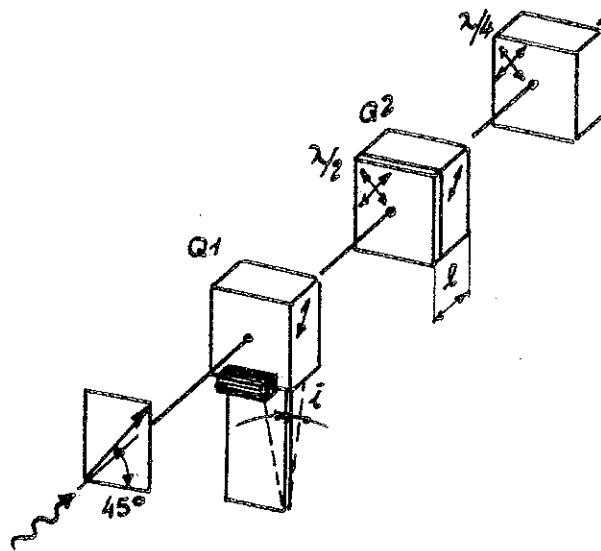
La compensatrice (Pouvoir rotatoire $\pi/2$). Pour compenser l'effet Faraday des hublots (Chap. IV), une lame de pouvoir rotatoire $\pi/2$ doit être introduite entre les miroirs M_3 et M_4 du dièdre D_2 . Etant données les dimensions géométriques du trajet optique, l'épaisseur de cette lame ne peut dépasser 1,5 mm.

La compensation a été obtenue en collant deux lames demi-onde suffisamment rigides, c'est à dire d'ordre élevé, (pour la longueur d'onde 0,6328 micron), de sorte que la position relative des lignes neutres des deux lames soient de $\pm 45^\circ$. Comme une telle lame est fragile (épaisseur $> 2 \times 457$ microns) et coûteuse, elle a été montée sur une plaque de cuivre (amagnétique) de faible épaisseur (0,1 mm) qui permet un positionnement précis entre les deux miroirs du dièdre D_2 .

V.5. - LE MODULATEUR

La mesure de ϕ_F ou de ϕ_{CM} s'effectue par la rotation de l'analyseur (IV.2). Si θ_A représente l'angle de la direction de l'analyseur avec la position d'extinction, l'éclairement du récepteur varie en $I_0 \sin^2 \theta_A$.

Il est évident qu'en milieu particulièrement bruyant électriquement (n'oublions pas qu'au S.N.C.I., les puissances électriques mises en jeu sont de l'ordre de plusieurs mégawatts), repérer le zéro d'un signal continu de bas niveau n'est pas chose aisée. En particulier, les sauts d'amplitude du réseau entraînent une fluctuation de la source laser et donc une dérive du signal photoélectrique lorsque l'analyseur n'est pas en position d'extinction.



$\theta_A \neq 0$

$\theta_A = 0$
Pointé Correct

Fig-V.12: La modulation de phase

Pour s'affranchir de ces difficultés, il faut utiliser une technique de modulation dont les principaux avantages ont été maintes fois exposés (1) :

- élimination de la lumière parasite, non modulée,
- amélioration du rapport signal sur bruit
- suppression de tout bruit dont la fréquence est différente de f_0 , fréquence de modulation.

Nous avons le choix entre la modulation d'amplitude et la modulation de phase. Cette dernière permet d'obtenir une meilleure sensibilité autour du zéro du détecteur et nous l'avons choisie (2). En effet, si l'on module en amplitude, le signal varie en $\sin^2 \theta_A$ alors qu'il est en $J_1(\theta_{\text{mod}}^\circ) \sin 2\theta_A$ dans la modulation de phase (IV.2)

V.5.a - Choix du modulateur de phase

La modulation de phase peut s'obtenir de différentes manières, citons quelques exemples: i) application des effets Pockels (3), Kerr (4), Faraday (4) ou photo-élastiques (5); il faut alors employer des cristaux de grande pureté donc souvent de coût élevé; ii) interféromètre de Michelson (6) ou de Perot Fabry (7) à différence de marche ou épaisseur optique variable; ils exigent des tolérances de centrage et d'inclinaison très sévères.

Comme nous avons besoin d'un modulateur dont le réglage est aisé puisque sa position dans le trajet optique change lorsque l'on passe du Faraday au Cotton Mouton, c'est un interféromètre à polarisation de Jamin (8), adapté à la modulation de phase par Nomarski et Roblin (9) qui a été choisi. Notons qu'un tel modulateur est bien connu dans notre laboratoire puisqu'il a été utilisé par Y. Souche et R. Vergne dans un appareillage de mesure de dilatométrie. (2). Il est d'un coût modique; seules de faibles tensions électriques sont utilisées; sa fréquence de fonctionnement est élevée par rapport aux constantes de temps du phénomène étudié.

Le modulateur est constitué de deux lames de quartz Q_1 et Q_2 identiques, d'épaisseur l , séparées par une lame demi-onde. Les axes optiques de chaque lame sont à 45° des faces, les lignes neutres de la lame demi-onde sont à 45° de celles des lames Q_1 et Q_2 (fig. V.12).

Lorsqu'une lumière rectiligne arrive sur la lame Q_1 en étant polarisée à 45° des lignes neutres de Q_1 , elle se divise en deux faisceaux polarisés orthogonalement qui, à la sortie, seront déphasés de :

$$\phi_{(Q_1)} = \frac{2\pi\ell}{\lambda} \left(\frac{n_e n_o}{\sqrt{n_e^2 + n_o^2}} - n_o + i \frac{\frac{n_e^2}{2} - \frac{n_o^2}{2}}{\frac{n_e^2}{2} + \frac{n_o^2}{2}} \right) \quad (V.7)$$

où n_o et n_e sont les indices ordinaire et extraordinaire du quartz et i l'angle d'incidence que l'on suppose faible, exprimé en radian.

La lame demi-onde ajoute au déphasage précédent, un déphasage (exprimé en degré)

$$\phi_{(\lambda/2)} = \frac{180}{\lambda} \cdot \left(\ell \frac{n_e}{n_o^2} \right) \cdot i^2 + 180^\circ \quad (V.8)$$

à $2\text{ k}\pi$ près.

La vibration émergente est elliptique, elle devient rectiligne grâce à une lame quart-d'onde dont les axes sont parallèles à celles de la lame demi-onde.

Si l'on impose à la lame Q_1 une oscillation sinusoïdale de fréquence f_o , l'angle d'incidence varie comme :

$$i_{(Q_1)}(t) = i_o \sin 2\pi f_o t$$

On obtient ainsi la modulation de phase qui conduit à l'éclairement du récepteur, établi au Chap. IV.2.

V.5.b - Réalisation

Le modulateur construit est constitué de deux lames de quartz d'épaisseur 3 mm, d'indice $n_e = 1,552$ et $n_o = 1,542$ (à 6328 Å). La lame demi-onde qui est aussi en quartz a une épaisseur de 0,457 mm et est collée directement sur Q_2 .

L'oscillation de Q_1 est produite par une bilame de céramique ferroélectrique (titanate et zirconate de plomb PZT), chacune de ces lames étant encastrée entre deux électrodes. L'application d'une tension électriques (environ 10 Volts) provoque la contraction d'une lame et l'al-

longement de l'autre d'où la flexion de l'ensemble. La fréquence d'excitation est de 170 Hz.

Numériquement, on obtient :

$$\phi_{(Q_1)}(i) = -764811 + 192,5 i \quad (V.9)$$

relation où $\phi_{(Q_1)}$ et i sont exprimés en degrés. Elle montre qu'il suffit d'incliner la lame de 0,5 degré pour obtenir un $\phi_{(Q_1)}$ égal à . Comme à un tel déphasage, est associée une rotation θ_A de l'analyseur (origine de l'angle de rotation prise à l'extinction totale), on obtient la sensibilité intrinsèque $\theta_A/i \approx 90^{(2)}$. Comme la valeur la plus faible de θ_A que nous détectons est de 0,01 degré, le système est donc sensible à une inclinaison i de 10^{-4} degré.

Nous avons constaté une dérive de la position moyenne du bilame diélectrique, induite par les variations de température du laboratoire Fig.V.13 a-b), une fluctuation de cette dernière d'un demi-degré, entraînant une variation de la position d'extinction de l'analyseur d'environ 0,5 degré.

Pour ramener à des valeurs tolérables l'amplitude de ces fluctuations, le modulateur a été introduit dans une enceinte dont la température est réglée à 0.1 degré près autour de 23°C. Comme le montre la fig. V.13c , la dérive de la composante moyenne de la polarisation reste inférieure à $\pm 0,06$ degré durant plus de quatre heures.

V.5.c - Modulation à diverses longueurs d'onde

Comme le montre la fig. V.16 , il est évident que les lames de quartz ont une bonne transmission dans une grande bande optique. Par contre, la lame demi-onde doit être éliminée si l'on veut faire fonctionner le modulateur à diverses longueurs d'onde.

Comme la relation (V.7) montre que l'oscillation de la lame Q_1 suffit à créer un déphasage, il pouvait être intéressant de comparer les modulateurs à une ou deux lames.

Dans le formalisme des quaternions, le modulateur à 2 lames suivi de la quart d'onde agit sur toute polarisation incidente par le produit d'opérateurs:

$$e^{i\pi/4} \quad e^{j\phi(Q_1)/2} \quad e^{i\phi(\lambda/2)/2} \quad e^{j\phi(Q_1)/2} \quad (V.10)$$

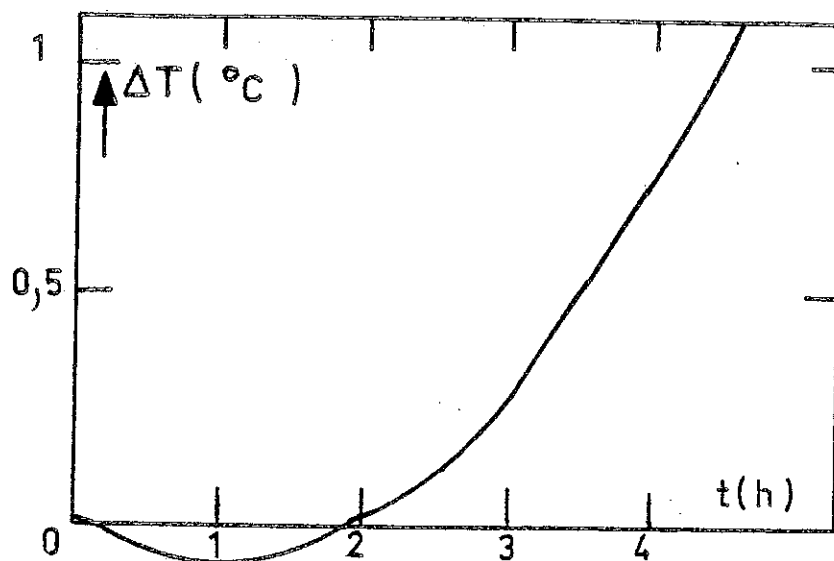


Fig.V.13.a - Enregistrement de la variation de température du laboratoire.

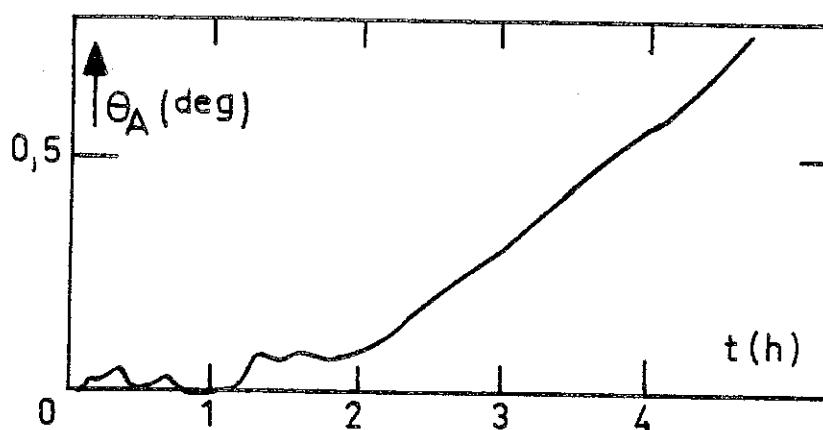


Fig.V.13.b - Dérivée du modulateur associée à la variation de température (fig.V.13.a).

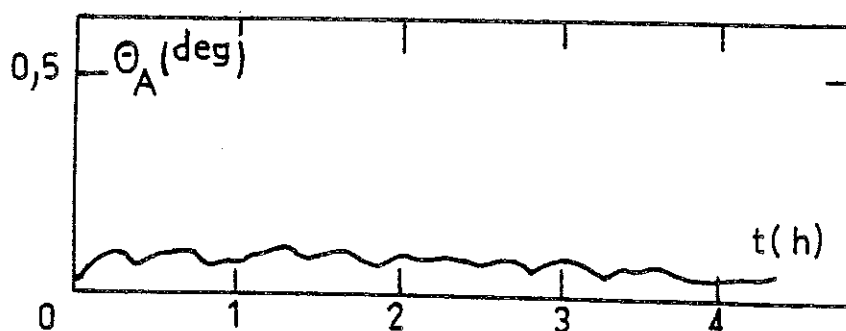


Fig.V.13.c - Stabilité du modulateur réglé à 0.1 degré

Une polarisation rectiligne à 45° des lignes neutres de la lame ($\hat{p}_{inci} = \hat{i}$) va se transformer en :

$$\begin{aligned} \hat{p}_{mod, \lambda/4}^{emerg} = & (\sin^2 \frac{1}{2} \phi(\lambda/2) + \cos^2 \frac{1}{2} \phi(\lambda/2) \cos 2\phi(Q)) \hat{i} \\ & + (\cos^2 \frac{1}{2} \phi(\lambda/2) \sin 2\phi(Q)) \hat{j} + (\sin \phi(\lambda/2) \sin \phi(Q)) \hat{k} \end{aligned} \quad (V.11)$$

En absence de toute oscillation de Q_1 , une lumière rectiligne à incidence normale n'est pas perturbée par la traversée du système. Par contre, si le faisceau fait un angle I avec l'ensemble $(Q_1, \lambda/2, Q_2)$, la quart d'onde étant supposée fixe, il faut pour rétablir l'extinction tourner l'analyseur de

$$\theta_A^{(2lames)}(I) = \frac{1}{2} \text{Arctg} \frac{\cos^2 \frac{1}{2} \phi(\lambda/2) \sin 2\phi(Q)}{\sin^2 \frac{1}{2} \phi(\lambda/2) + \cos^2 \frac{1}{2} \phi(\lambda/2) \cos 2\phi(Q)} \quad (V.12)$$

où dans les relations (V.7 et V.8), i est remplacé par I .

Par contre, pour un modulateur constituée uniquement de Q_1 , suivi de la lame quart d'onde, une inclinaison I de l'ensemble conduit à :

$$\theta_A^{1 \text{ lame}}(I) = \frac{\pi}{\lambda} \cdot I \cdot \ell \frac{n_e^2 - n_o^2}{n_e^2 + n_o^2} \quad (V.13)$$

en exprimant I en radians.

Sur les figures (V.14 et V.15) sont représentées les variations de θ_A pour les deux modulateurs ; il apparaît que le modulateur à une lame est beaucoup plus sensible aux fluctuations de l'inclinaison du faisceau (par ex. $I = 0,2$ degré correspond à $\theta_A^{2lames} = 0,02$ degré alors que $\theta_A^{1 \text{ lame}} = 18$ degrés). Néanmoins, pour les mesures de rotation Faraday où la modulation est située à la sortie du laser (fig. V.2), un modulateur à une lame peut être utilisé. Nous avons construit un tel modulateur, son fonctionnement s'est avéré très satisfaisant. Sur la fig. V.17 est représentée l'amplitude d'oscillation i_0 en fonction de λ correspondant à $\phi(Q_1) = 90^\circ$.

Le réglage du modulateur sera représenté au paragraphe V.6c.

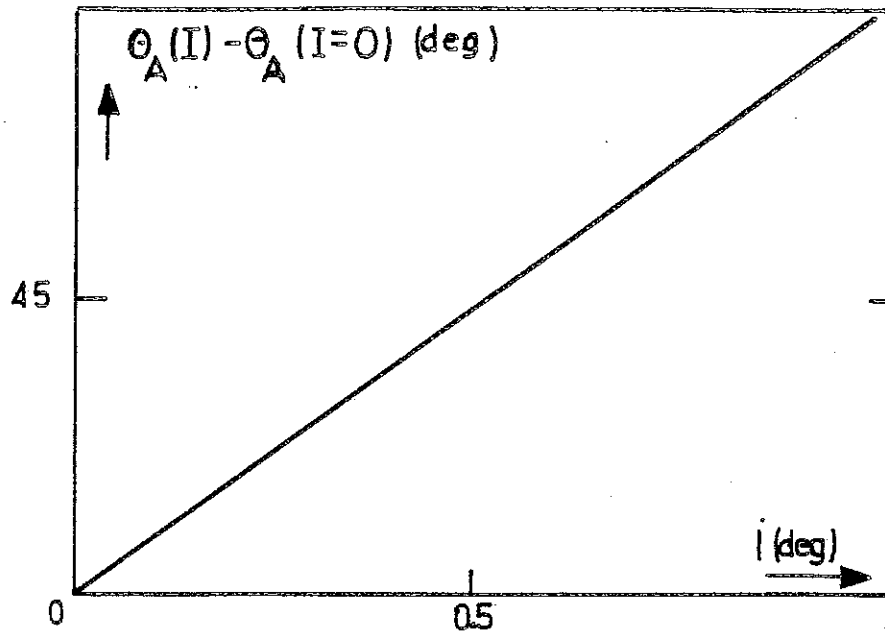


Fig.V.14. - Modulateur à une lame : sensibilité en fonction de l'incidence.

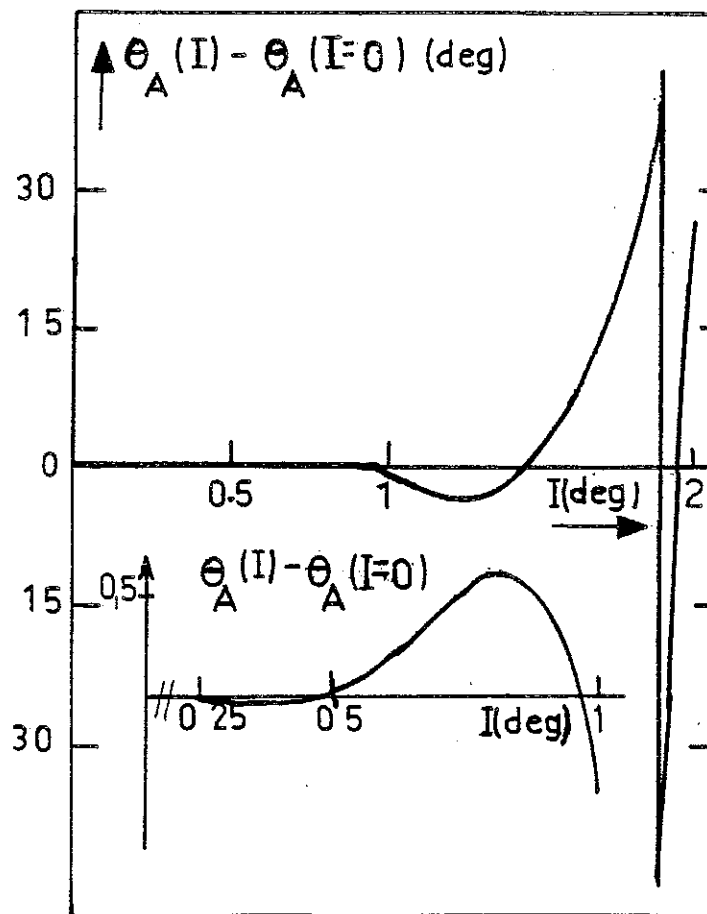


Fig.V.15. - Modulateur à deux lames : sensibilité en fonction de l'incidence.

En conclusion, le modulateur à une lame est simple et économique ; il est bien adapté aux mesures de rotation Faraday et présente l'avantage de travailler dans une large gamme de longueurs d'onde.

Le modulateur à deux lames doit être obligatoirement utilisé pour les mesures d'effet Cotton Mouton, son principal inconvénient est de nécessiter le changement de la lame demi-onde lorsque on désire modifier la longueur d'onde.

V.6. - REGLAGE

Les dièdres D_1 (fig. V.18) et (V.19) et D_2 sont réglés à 90° à l'aide d'une lunette autocollimatrice Möller (résolution $0,25'$) en utilisant les vis de réglage de la figure V.10.

V.6.a - Alignement géométrique

Les différents éléments du banc optique sont alignés géométriquement au moyen des différents mouvements schématisés sur la fig.V.4.

Le banc d'optique est aligné par rapport à l'ensemble bobine-cryostat (en utilisant les réglages du banc d'optique). Il s'agit pour obtenir la totalité du trajet optique de rendre perpendiculaire les plans d'incidence des deux dièdres. Pour cela, le dièdre D_1 , muni du diaphragme (fig. V.11) étant fixe, on optimise la position de D_2 à l'aide d'un ensemble Micro-Contrôle θxyz (fig. V.20)

V.6.b - Réglage de la polarisation

Lorsque tout le trajet optique est réalisé, l'intersection des plans d'incidence des deux dièdres et sa perpendiculaire définissent les "lignes caractéristiques" 0 et 90° pour la polarisation. Ces lignes sont déterminées par un ensemble polariseur-analyseur : l'extinction correspond aux axes des deux polariseurs à 0 et 90° .

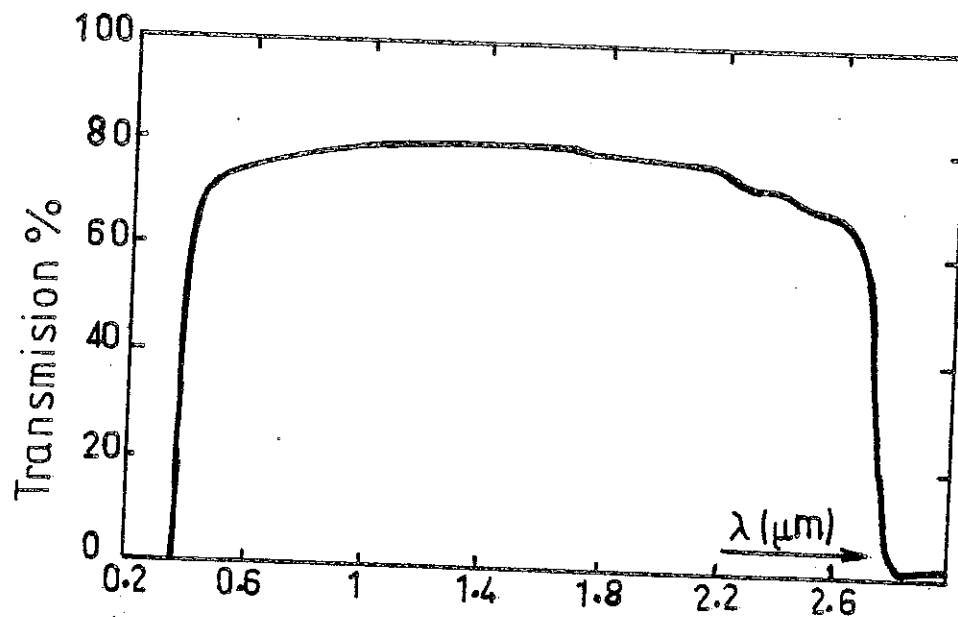


Fig.V.16. - Transmission du quartz.

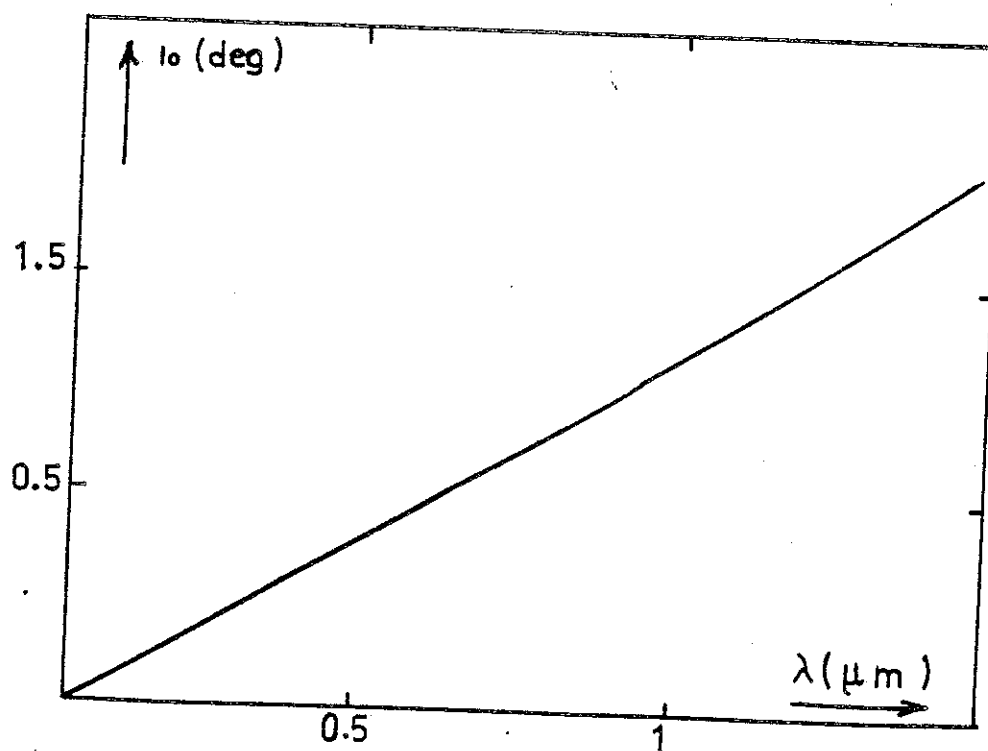


Fig.V.17. - Amplitude d'oscillation de la lame en fonction de la longueur d'onde pour un déphasage de la lame égal à 90° .

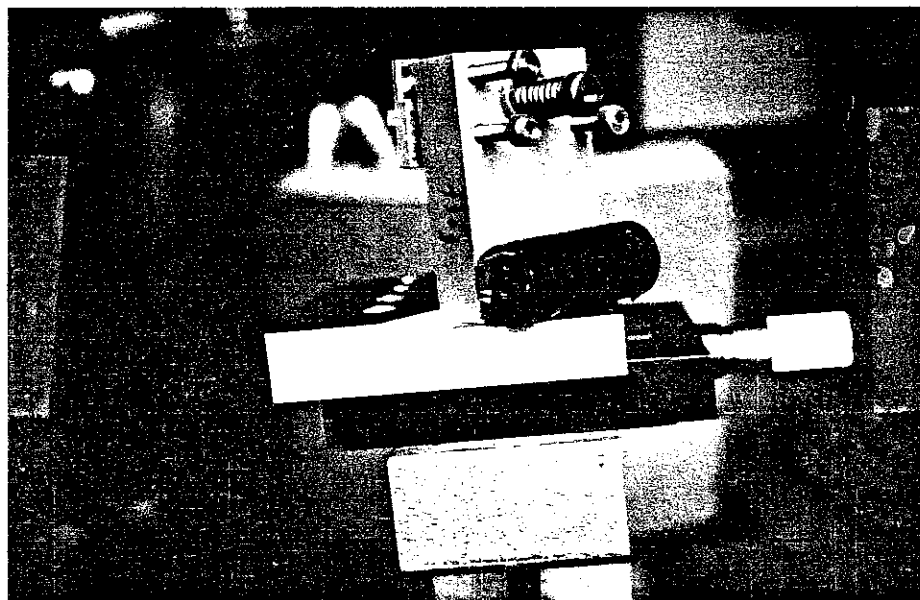


Fig.V.18. - Photographie du dièdre D_1 avec le porte-échantillon

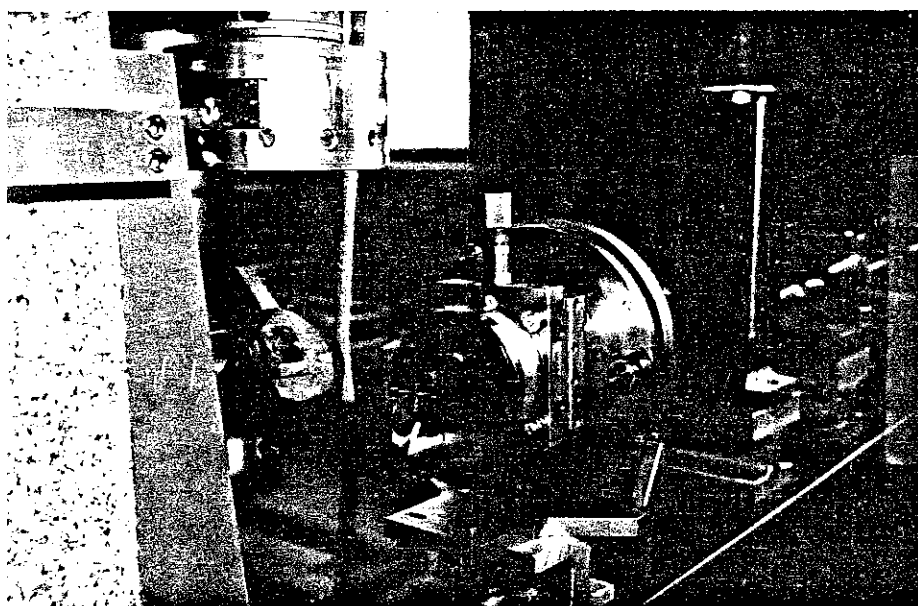


Fig.V.19. - Photographie du dièdre D_2 et des miroirs M_5 M_6

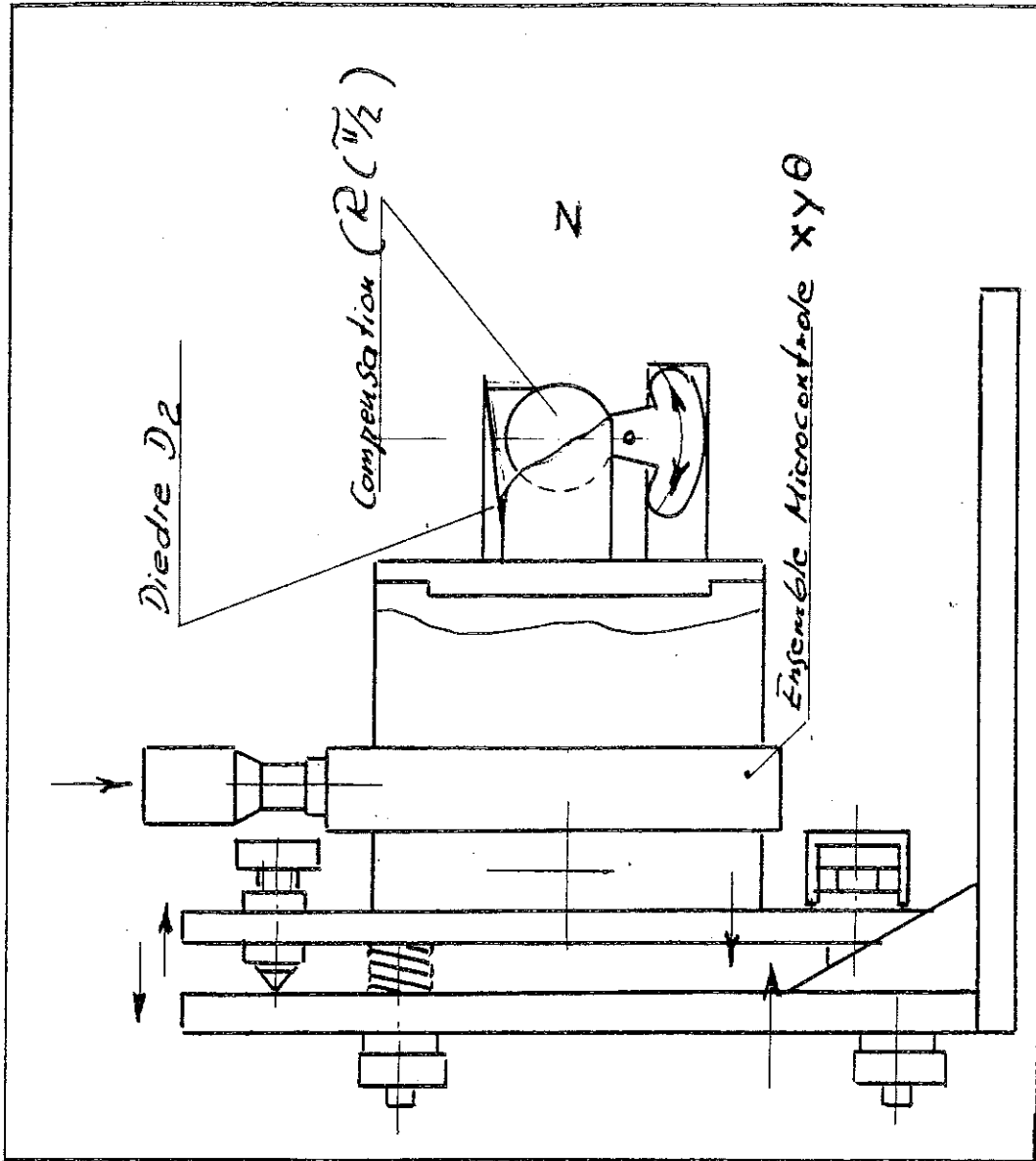


Fig-V.20: Réglage du diedre D₂.

V.6.c - Réglage du modulateur (mesure effet Cotton-Mouton)

Comme dans les mesures de l'effet Cotton-Mouton, le réglage du modulateur doit être très rigoureux ; il est impératif que la lame Q_1 étant immobile, aucun déphasage ne soit introduit par la traversée du modulateur. Les étapes du réglage qui s'effectuent en lumière blanche sont les suivantes (fig. V.21).

- Après avoir sorti la lame Q_1 du modulateur, on intercale l'ensemble $(\lambda/2, Q_2)$ entre analyseur et polariseur dont les directions ont été réglées parallèles (croisées s'il n'y avait pas de lame demi-onde). On recherche l'extinction en tournant $(\lambda/2, Q_2)$ dans un plan perpendiculaire au faisceau

- Q_1 est mise en place et positionnée de façon à maintenir l'extinction,

- On tourne l'analyseur de θ_A et le polariseur de $-\theta_A$, on reprend le réglage de l'ensemble $(\lambda/2, Q_2)$ en recherchant de nouveau l'extinction. On vérifie que pour d'autres couples $(\theta_A, -\theta_A)$, l'extinction est conservée

- Lorsque le modulateur est mis en place, on s'assure que le faisceau est bien perpendiculaire aux deux lames.

V.7 - TOLERANCES

Etant donnée la complexité du trajet optique, on doit s'interroger si la mesure physique est fortement perturbée lorsque les réglages décrits au paragraphe précédent ne sont pas effectués de manière très rigoureuse.

V.7.a - Géométrie optique

Il est évident qu'un élément capital de l'appareillage est le comportement du dièdre D_1 sous l'action conjuguée de la température et du champ intense. C'est pourquoi nous nous proposons d'étudier l'influence sur la mesure de différents mouvements du dièdre D_1 , en supposant tout d'abord que ce dièdre reste droit.

- Rotation autour de l'arête : aucune influence géométrique, le faisceau réfléchi étant toujours symétrique par rapport à l'arête du dièdre (fig. V.22a).

- Rotation ε_1 autour d'un axe parallèle à l'arête du dièdre et situé à la distance ℓ de celle-ci (fig. V.22b). Le rayon émergent est décalé de :

$$dx = 2 \ell \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \quad (V.15)$$

Pratiquement dx_1 ne doit pas dépasser le diamètre du faisceau soit environ 2 millimètres.

- Rotation ε du dièdre autour d'un axe perpendiculaire à l'arête du dièdre. Le rayon émergent est toujours parallèle au rayon incident mais il est décalé de :

$$d_1 = 4 L_0 \varepsilon \quad (V.16)$$

à la distance L_0 . Dans notre montage, $L_0 \approx 1,2$ m, on voit que $\varepsilon = 0,5$ minute, correspond à $d_1 \approx 0,8$ mm.

Notons que les décalages dx ou d_1 peuvent toujours être rattrapés en jouant sur la position du dièdre D_2 . (fig. 5.22c)

- Variation de l'angle du dièdre D_1 - Si cet angle devient $90 + \xi$, le faisceau émergent est décalé de :

$$d_2 = 4 \varepsilon \times 2 L_0 \quad (V.17)$$

relation qui montre qu'il suffit d'une variation d'angle de 1' pour déplacer le faisceau de 2 mm puisque $L_0 = 1,2$ mètre.

Pour remédier à de tels déplacements, on peut incliner l'axe de D_2 dans un plan vertical défini par le faisceau et la position initiale de l'arête (fig. V.22a).

Au niveau de l'échantillon, l'incidence varie de 4ε aussi bien en géométrie Faraday qu'en géométrie Cotton Mouton; étant données les faibles valeurs de ε , on peut considérer que la mesure n'est pas affectée.

Concrètement, pour que les différents mouvements que nous venons d'analyser soient les plus faibles possibles, il est évident qu'il faille rechercher la meilleure symétrie de révolution possible pour le cryostat.

V.7.b - Polarisation

Etudions maintenant l'influence sur les mesures si l'un des éléments définissant les états de polarisation est faiblement dérégulé (disons un déréglage de l'ordre du degré par rapport au réglage parfait).

V.7.b.1 - Rotation Faraday

Une faible variation soit du polariseur, soit de l'ensemble du modulateur, soit de la lame quart d'onde du Sénarmont conduit à une vibration incidente qui, soit est restée rectiligne, soit est devenue faiblement elliptique. Dans ces deux cas, la mesure de ϕ_F n'est pas perturbée et seule une faible baisse de la sensibilité est éventuellement à déplorer.

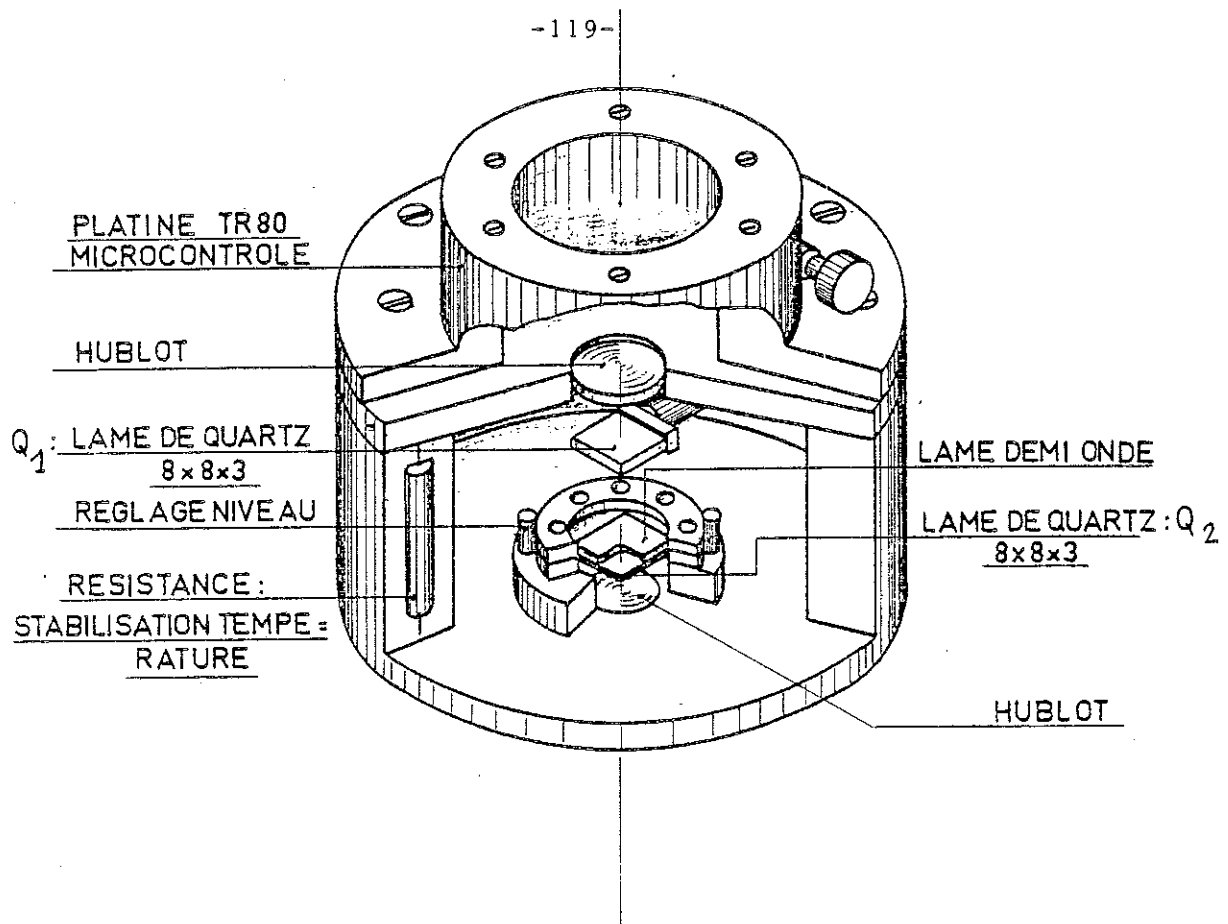


Fig.V.21.a - Coupe du modulateur

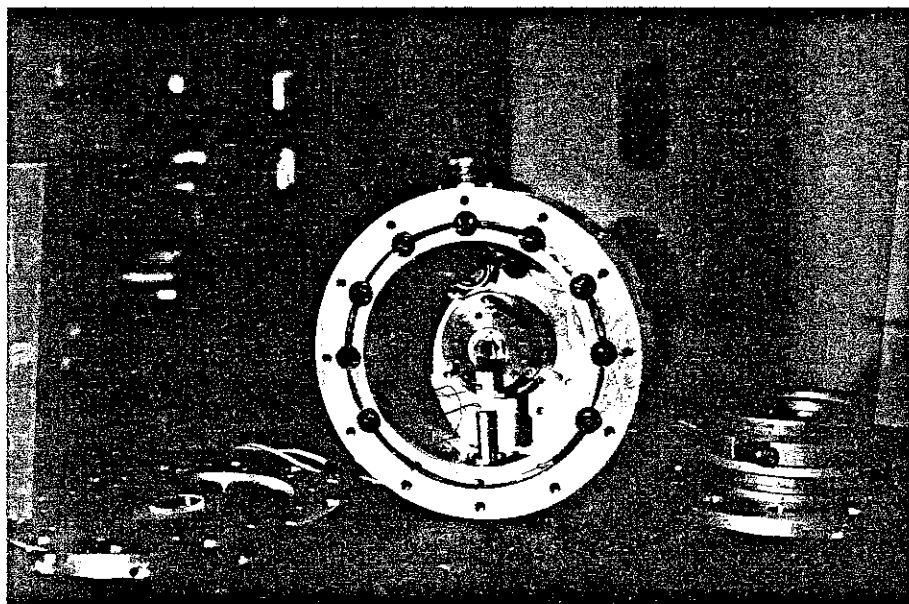


Fig.V.21.b - Photographie du modulateur

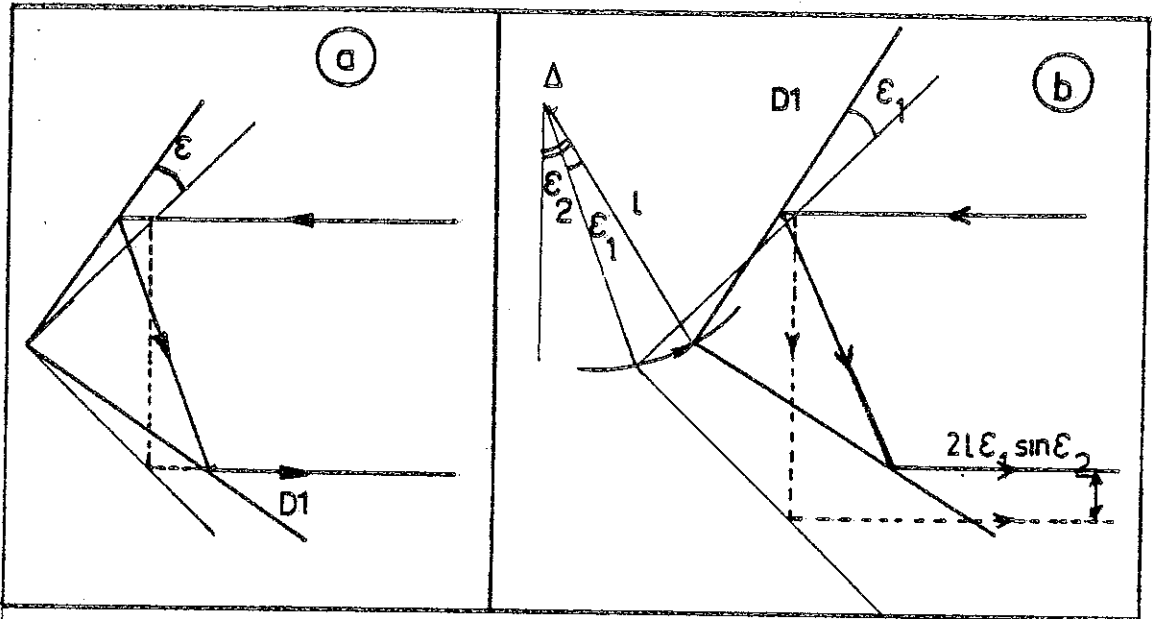


Fig.V.22.a - Rotation de D_1 autour de son arête

Fig.V.22.b - Rotation de D_1 autour d'un axe, parallèle à l'arête, situé à la distance l .

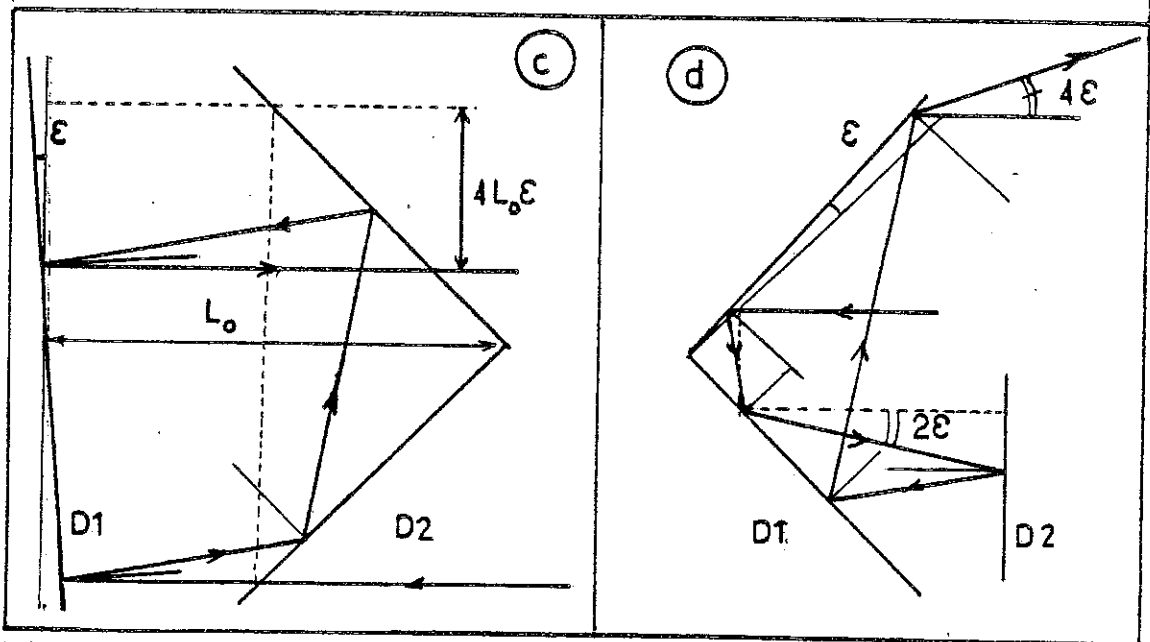


Fig.V.22.c. - Rotation autour d'un axe perpendiculaire à l'arête

Fig.V.22.d. - Variation de l'angle du dièdre D_1

V.7.b.2 - Rotation Cotton Mouton

La fonction d'erreur établie au chapitre précédent (relation IV.48) est particulièrement sensible aux dérèglages des éléments ainsi que le montre l'annexe 3. Numériquement, les résultats obtenus sont représentés par le tableau V.1 pour deux couples arbitrairement choisis de α et de ϕ_{cm} . On voit que l'erreur relative peut atteindre 10 %.

Tableau V.1 - Influence des dérèglages des éléments optiques sur la qualité des mesures effet Cotton-Mouton

Elément Optique	Angle de mesure θ_m	$\phi_{CM} - 2\theta_m$ $\epsilon = 1$
Réglage parfait	$\text{tg } 2\theta_m = \text{tg } \phi_{CM} \cos 2\alpha$	1,12
Polariseur dérégulé	$\text{tg } 2\theta_m = \frac{2\epsilon \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos \phi_{CM}) + \sin \phi_{CM} \cos 2\alpha}{- 2 \epsilon \sin \phi_{CM} \sin 2\alpha + \cos \phi_{CM}}$	2,17
$\lambda/4$ (1)	relation ci-dessus	2,17
$\lambda/4$ (1) quart d'onde + ϵ	$\text{tg } 2\theta_m = \frac{- 2\epsilon (\sin^2 2\alpha (1 - \cos \phi_{CM})) + \sin \phi_{CM} \cos 2\alpha}{- 2\epsilon (\sin \phi_{CM} (1 - \cos 2\alpha)) + \cos \phi_{CM}}$	1,11
Déphasage ϵ additionnel à ϕ_{CM} dû au modulateur	$\text{tg } 2\theta_m = \text{tg } (\phi_{CM} + \epsilon) (\cos 2\alpha)$	$\epsilon = 0,5 \rightarrow 0,65$ $= -0,5 \rightarrow 1,6$ $\epsilon = +1 \rightarrow 0,17$ $= -1 \rightarrow 2,8$
Calculs faits pour $\phi_{CM} = 20^\circ$ et $\alpha = 10^\circ$.		

REFERENCES CHAPITRE V

1. G. ROBLIN,
Thèse Paris VI, (1972)
2. Y. SOUCHE, Thèse USMG, (1982).
3. F. POCKELS,
Lehrbuch der Kristall Optik, Teubner Ed., Leipzig, (1906).
4. G. BRUHAT,
Cours d'Optique, Masson Ed., Paris, (1959)
5. M. BILLARDON et J. BADOZ,
C.R.Acad.Sci., 262B, 1672, (1966).
6. O.L. FRIED, W.S. READ and D.B. POLLOCK,
Appl.Opt., 3, 697 (1964).
7. V.N. DEL PIANO Jr. and A.F. QUESADA,
Appl.Opt., 4, 1386 (1965).
8. J. JAMIN,
C.R.Acad.Sci., 67, 814, (1868).
9. G. NOMARSKI, G. ROBLIN,
C.R.Acad.Sci. 276 B, 251 (1973).

C H A P I T R E V I

LE CRYOSTAT

	Page
VI-1 - POSITION DU PROBLEME : CHOIX D'UN TYPE DE CRYOSTAT	125
VI-2 - DESCRIPTION	126
VI-3 - ESSAIS DU CRYOSTAT	131
VI-3-a : Rôle du gaz d'échange et de la thermalisation du capillaire d'alimentation	131
VI-3-b : Enroulement chauffant - Porte échantillon	131
VI-3-c : Enroulement chauffant sur le circulateur	138
VI-4 - COMPORTEMENT DES ELEMENTS OPTIQUES EN PRESENCE DE BASSE TEMPERATURE ET DE CHAMP INTENSE	138
VI-4-a : Influence de la température ($H = 0$)	138
VI-4-b : Influence de la température et du champ intense	141
VI-5 - CONCLUSION	142

CHAPITRE VI

LE CRYOSTAT^{*}

VI-1- POSITION DU PROBLEME : CHOIX D'UN TYPE DE CRYOSTAT

Le "cahier des charges" du cryostat peut se résumer en quatre points essentiels :

- Obtention de la température la plus basse possible, 4,2 K étant la valeur idéale; variation jusqu'à 300 K accessible.
- Ensemble cryogénique compatible avec les trajets optiques définis au Chapitre IV.
- Fonctionnement dans l'enroulement producteur de champs intenses.
- Bonne homogénéité de température dans le volume de l'échantillon.

La très grande majorité des bobines du S.N.C.I. ont un diamètre intérieur de 50 mm, ce qui, compte-tenu des vibrations de l'enroulement, conduit à un cryostat dont la côte extérieure ne dépasse pas 48 mm. De plus, comme dans le projet hybride (IV.1), le champ magnétique est vertical, il est souhaitable de concevoir un cryostat fonctionnant aussi bien en position horizontale qu'en position verticale. Comme en plus les bobines sont relativement longues (au moins 50 cm), ces impératifs ont fait que nous avons abandonné le cryostat de type "classique" comprenant deux réservoirs d'hélium et d'azote liquides et les volumes d'isolement associés. Cet abandon est aussi justifié par notre volonté de conserver la traversée totale de la bobine et ce, précisément à toute

* Cryostat réalisé en collaboration avec les Services Techniques centraux du CNRS

température : un cryostat classique aurait aussi conduit en plus des problèmes d'encombrement à un nombre de hublots sans doute plus important. Une dernière remarque concerne les matériaux à utiliser. Si pour une raison accidentelle, le champ intense est brusquement interrompu, tout métal situé dans le champ devient le siège de courants induits d'autant plus importants que la résistivité du matériau est faible. De tels effets peuvent aller jusqu'à provoquer l'"implosion" du cryostat. Pour diminuer de tels risques, l'acier inoxydable (résistivité 50 fois plus forte que celle du cuivre) a été utilisé dans notre construction sauf pour quelques éléments.

VI-2 - DESCRIPTION

Toutes ces considérations ont fait que nous nous sommes orientés vers un circulateur à hélium (ou azote) liquide (fig. VI.1, VI.2, VI.3, VI.4) la circulation s'effectuant dans une "double spirale" de section rectangulaire (2 x 3,6 mm), réalisée dans un cylindre en acier inoxydable : un double filetage est tout d'abord effectué sur le cylindre ; on ajuste ensuite un tube extérieur à mieux que 0,05 mm, afin d'obtenir une double spirale. La longueur totale de la spirale est supérieure à 2 m et le transfert thermique entre le fluide et la masse métallique s'effectue avec un bon rendement. Comme il nous fallait prévoir, en plus du vide d'isolement, plusieurs couches de super-isolant et l'enroulement chauffant (voir plus loin), le circulateur a un diamètre extérieur de 33 mm, sa longueur étant de 95 mm et son diamètre intérieur de 21,6 mm. Une pompe Reciprotor 406 G, située à l'extérieur du cryostat, assure la circulation du fluide. A l'intérieur du circulateur est introduit le dièdre portant l'échantillon, déjà présenté au chapitre précédent (V.3).

Quelle que soit la géométrie optique choisie (dièdre ou traversée totale de la bobine), deux configurations "cryogéniques" sont possibles, avec ou sans gaz d'échange. Comme l'échantillon doit présenter au faisceau laser 4 faces libres et comme d'autre part la conduction des métaux est insuffisante pour descendre aux très basses températures et est susceptible d'induire sur l'échantillon des gradients de température importants, il est indispensable d'adjoindre une homogénéisation par la conduction gazeuse d'hélium à basse pression (quelques torrs) et en plus de réaliser la partie métallique du dièdre et le porte-échantillon en bronze-béryllium, bon conducteur thermique et "quasiment non magnétique". Les sondes de température (platine et carbone) sont implantées dans le support de l'ensemble porte-échantillon-dièdre. L'élévation de température de l'échantillon peut être effectuée soit

Capillaire Alimentation



FIG. VI. 1

SAISONNIERE GENERALE DE (nom) (adresse) (ville)		TOURNAGE GENERAL DE (nom) (adresse) (ville)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20)		N° (21) (22) (23) (24) (25) (26) (27) (28) (29) (30) (31) (32) (33) (34) (35) (36) (37) (38) (39) (40)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (41) (42) (43) (44) (45) (46) (47) (48) (49) (50) (51) (52) (53) (54) (55) (56) (57) (58) (59) (60)		N° (61) (62) (63) (64) (65) (66) (67) (68) (69) (70) (71) (72) (73) (74) (75) (76) (77) (78) (79) (80)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (81) (82) (83) (84) (85) (86) (87) (88) (89) (90) (91) (92) (93) (94) (95) (96) (97) (98) (99) (100)		N° (101) (102) (103) (104) (105) (106) (107) (108) (109) (110) (111) (112) (113) (114) (115) (116) (117) (118) (119) (120)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (121) (122) (123) (124) (125) (126) (127) (128) (129) (130) (131) (132) (133) (134) (135) (136) (137) (138) (139) (140)		N° (141) (142) (143) (144) (145) (146) (147) (148) (149) (150) (151) (152) (153) (154) (155) (156) (157) (158) (159) (160)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (161) (162) (163) (164) (165) (166) (167) (168) (169) (170) (171) (172) (173) (174) (175) (176) (177) (178) (179) (180)		N° (181) (182) (183) (184) (185) (186) (187) (188) (189) (190) (191) (192) (193) (194) (195) (196) (197) (198) (199) (200)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (201) (202) (203) (204) (205) (206) (207) (208) (209) (210) (211) (212) (213) (214) (215) (216) (217) (218) (219) (220)		N° (221) (222) (223) (224) (225) (226) (227) (228) (229) (230) (231) (232) (233) (234) (235) (236) (237) (238) (239) (240)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (241) (242) (243) (244) (245) (246) (247) (248) (249) (250) (251) (252) (253) (254) (255) (256) (257) (258) (259) (260)		N° (261) (262) (263) (264) (265) (266) (267) (268) (269) (270) (271) (272) (273) (274) (275) (276) (277) (278) (279) (280)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (281) (282) (283) (284) (285) (286) (287) (288) (289) (290) (291) (292) (293) (294) (295) (296) (297) (298) (299) (300)		N° (301) (302) (303) (304) (305) (306) (307) (308) (309) (310) (311) (312) (313) (314) (315) (316) (317) (318) (319) (320)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (321) (322) (323) (324) (325) (326) (327) (328) (329) (330) (331) (332) (333) (334) (335) (336) (337) (338) (339) (340)		N° (341) (342) (343) (344) (345) (346) (347) (348) (349) (350) (351) (352) (353) (354) (355) (356) (357) (358) (359) (360)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (361) (362) (363) (364) (365) (366) (367) (368) (369) (370) (371) (372) (373) (374) (375) (376) (377) (378) (379) (380)		N° (381) (382) (383) (384) (385) (386) (387) (388) (389) (390) (391) (392) (393) (394) (395) (396) (397) (398) (399) (400)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (401) (402) (403) (404) (405) (406) (407) (408) (409) (410) (411) (412) (413) (414) (415) (416) (417) (418) (419) (420)		N° (421) (422) (423) (424) (425) (426) (427) (428) (429) (430) (431) (432) (433) (434) (435) (436) (437) (438) (439) (440)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (441) (442) (443) (444) (445) (446) (447) (448) (449) (450) (451) (452) (453) (454) (455) (456) (457) (458) (459) (460)		N° (461) (462) (463) (464) (465) (466) (467) (468) (469) (470) (471) (472) (473) (474) (475) (476) (477) (478) (479) (480)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (481) (482) (483) (484) (485) (486) (487) (488) (489) (490) (491) (492) (493) (494) (495) (496) (497) (498) (499) (500)		N° (501) (502) (503) (504) (505) (506) (507) (508) (509) (510) (511) (512) (513) (514) (515) (516) (517) (518) (519) (520)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (521) (522) (523) (524) (525) (526) (527) (528) (529) (530) (531) (532) (533) (534) (535) (536) (537) (538) (539) (540)		N° (541) (542) (543) (544) (545) (546) (547) (548) (549) (550) (551) (552) (553) (554) (555) (556) (557) (558) (559) (560)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	
N° (561) (562) (563) (564) (565) (566) (567) (568) (569) (570) (571) (572) (573) (574) (575) (576) (577) (578) (579) (580)		N° (581) (582) (583) (584) (585) (586) (587) (588) (589) (590) (591) (592) (593) (594) (595) (596) (597) (598) (599) (600)		DATE DE PREPARATION (jour) (mois) (année)	

à l'aide d'un enroulement chauffant situé sur le circulateur (résistance 50Ω , puissance maximum 50 watts) (fig. VI.5a) soit au moyen d'un autre enroulement (5Ω , 5 watts) qui se trouve directement sur le porte-échantillon. L'utilisation d'un gaz d'échange implique la présence d'un second hublot, le premier dit "hublot chaud" étant celui de l'enceinte vide d'isolement. Puisque l'échantillon doit être transparent à la lumière utilisée, il faut que les hublots soient transparents dans le domaine visible-infrarouge (ce qui interdit tout traitement anti-réfléchissant dans ce domaine). Le rayonnement infra-rouge qui atteint l'échantillon et son environnement est particulièrement néfaste ; il provient du hublot "chaud" et de l'enceinte métallique à 300 K. Pour faire réfléchir ce rayonnement, le circulateur est enveloppé dans une dizaine de couches de matériaux "superisolant" (mylar aluminisé d'épaisseur 0,1mm). Comme il n'était pas possible de faire un traitement anti-reflet des hublots (nous pourrions évidemment changer le hublot avec la longueur d'onde), nous avons cherché à réduire le volume du gaz d'échange, encore que le fait de rapprocher le hublot "froid" de l'échantillon augmente l'angle solide depuis l'échantillon. Un compromis a consisté à prendre un hublot "froid" de diamètre minimum 18 mm. Toujours pour réduire l'influence du rayonnement, il s'est avéré extrêmement salutaire de thermaliser le capillaire d'alimentation du circulateur par les gaz de retour (fig. VI.6 a et tableau VI.1).

Pour changer facilement d'échantillon sans avoir à sortir le circulateur le porte-échantillon et le dièdre sont montés à l'extrémité d'un cylindre creux ajusté sur l'alésage du circulateur; un presse-étoupe permet à toute température de sortir l'échantillon. Pour mesurer l'effet Faraday par traversée totale de la bobine il suffit de changer de "canne" de mesure (fig. VI.6 b et c).

Un problème, souvent analysé pour les cryostats optiques faisant intervenir de la lumière polarisée, est constitué par le montage des hublots, les deux points délicats étant : étanchéité à basse température et biréfringence induite par le serrage de la fenêtre optique, les lignes neutres induites étant perpendiculaires à l'axe de révolution et donc non compatibles avec nos conditions expérimentales. Nous n'aborderons ce problème que très brièvement notant, tout d'abord, que pour diminuer la biréfringence accidentelle des hublots, on peut utiliser de très faibles épaisseurs de verre ; considérant que la différence de



Fig.VI.3 - Photographie du cryostat

pression (enceinte de vide - gaz d'échange) est très faible. Malheureusement, il peut arriver (entrée d'air par exemple) que cette différence soit d'une atmosphère et l'épaisseur du hublot "froid" a été choisie égale à 2,5 mm.

Deux géométries de hublot ont été utilisées : (fig. VI.5.b) simple disque en verre type B 1664 (Sovirel) ayant subi une recuisson pour réduire les tensions résiduelles, hublot en puropsil A à l'extrémité d'un doigt de gant en quartz, ce qui permet de repousser loin du hublot la zone de serrage. Le puropsil A* est particulièrement bien adapté à notre problème étant donné sa faible constante de Brewster ($C = 0,5$ Brewster = $0,5 \cdot 10^{-13}$ cm²/dyne) et son excellente transparence dans la bande 0,215 - 3,5 microns. Quelle que soit la forme des hublots, l'étanchéité de la liaison verre - métal, s'effectue par un joint, soit en Rhodorsil CAF 538, soit en indium.

VI-3 - ESSAIS DU CRYOSTAT

VI-3-a - Rôle du gaz d'échange et de la thermalisation du capillaire d'alimentation.

Les résultats, résumés dans le tableau VI.1, soulignent l'importance aussi bien du gaz d'échange que de la thermalisation. A ce jour, les essais ont abouti à la conclusion suivante :

La température la plus basse obtenue dans notre cryostat au niveau de l'échantillon est de 17 K. (Fig. VI.7 et VI.8).

VI-3-b - Enroulement chauffant - Porte échantillon

En utilisant cette résistance de chauffage, on laisse constante la température du circulateur et on minimise les effets de dilatation sur le dièdre. Lorsque l'intensité varie de 0 à 1 A, les tableaux VI.2 et VI.3 montrent qu'il est possible de couvrir toute la gamme de températures de 17 à 300 K, les différents paliers étant obtenus soit en travaillant à débit constant, soit en jouant non seulement sur l'intensité mais aussi sur le débit du fluide.

* Documentation Verelec : 91 Avenue Villeneuve St-Georges
94600 Choisy le Roi.

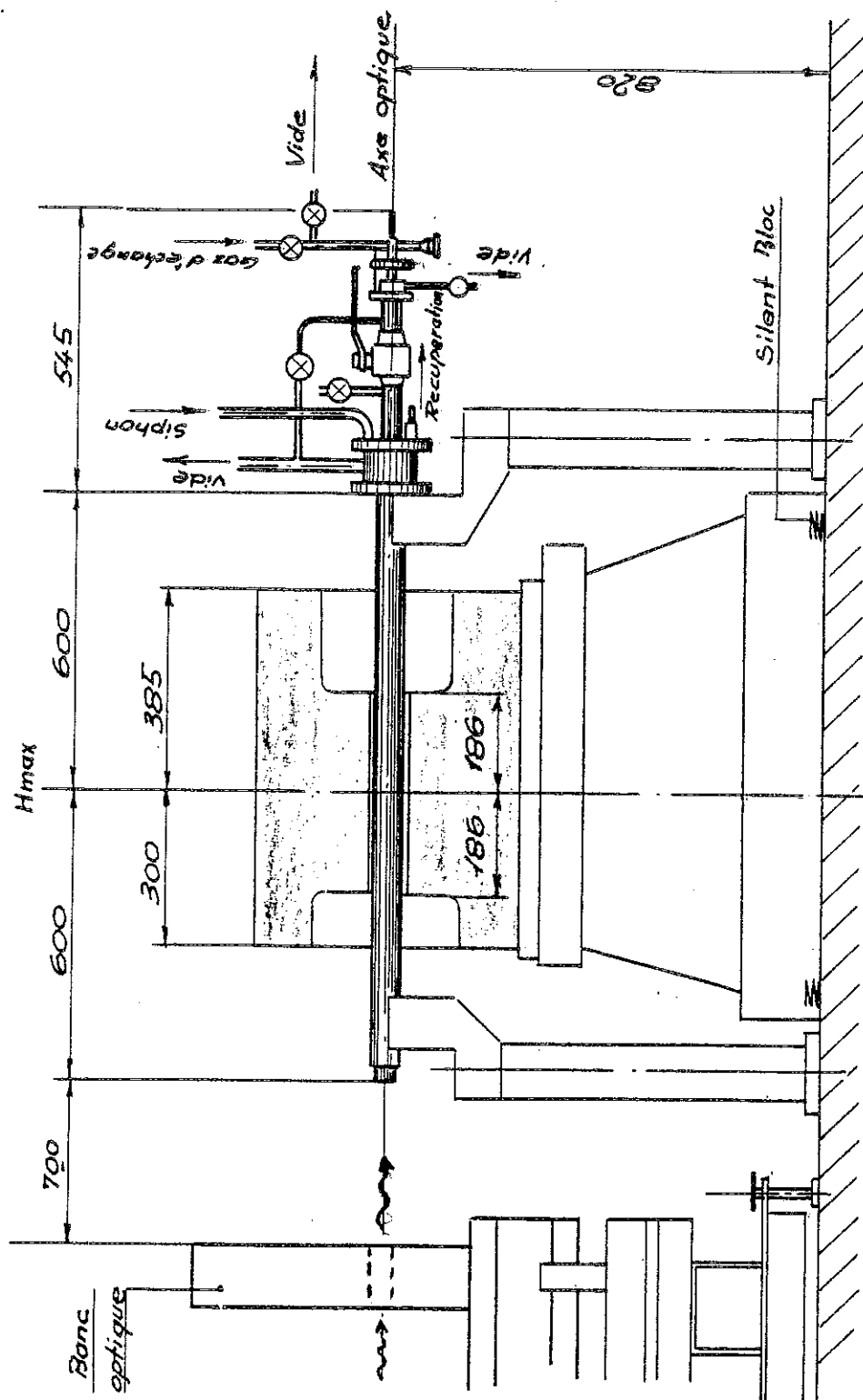


Fig-VI.4: Implantation du cryostat

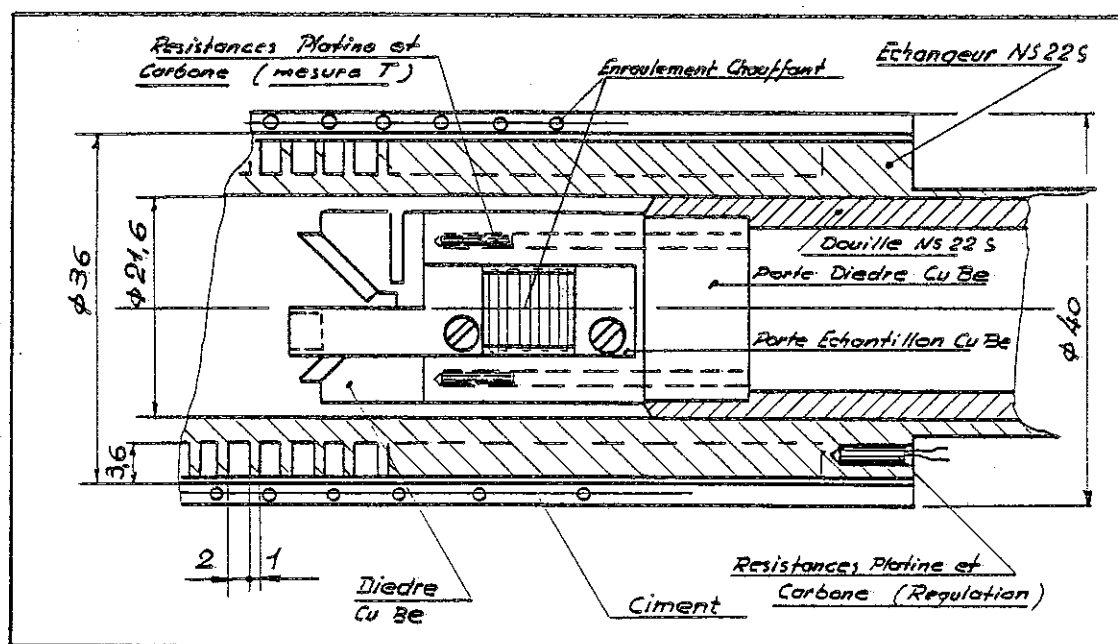


Fig-VI.5a: Intérieur du circulateur

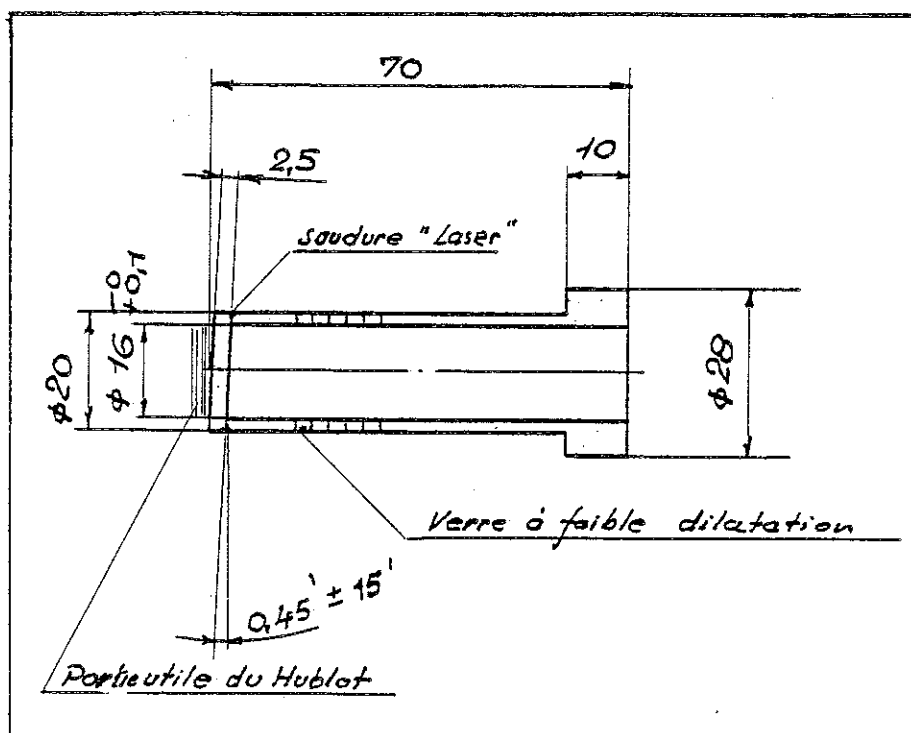


Fig-VI.3b: Hublot froid

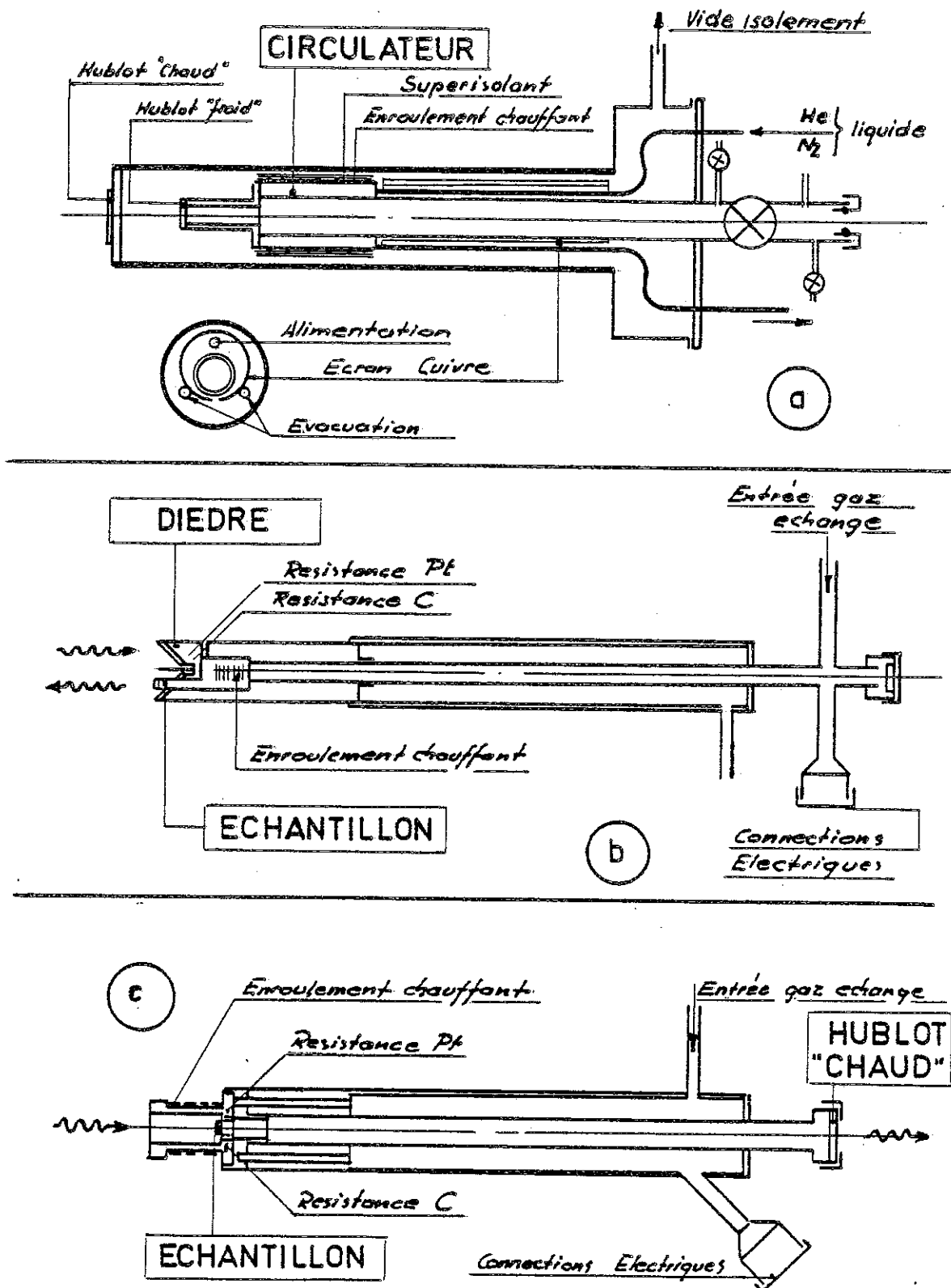


Fig-VI.6a: Isolement du liquide froid du rayonnement. b: Canne pour dièdre DI
c: Canne de mesure par transmission

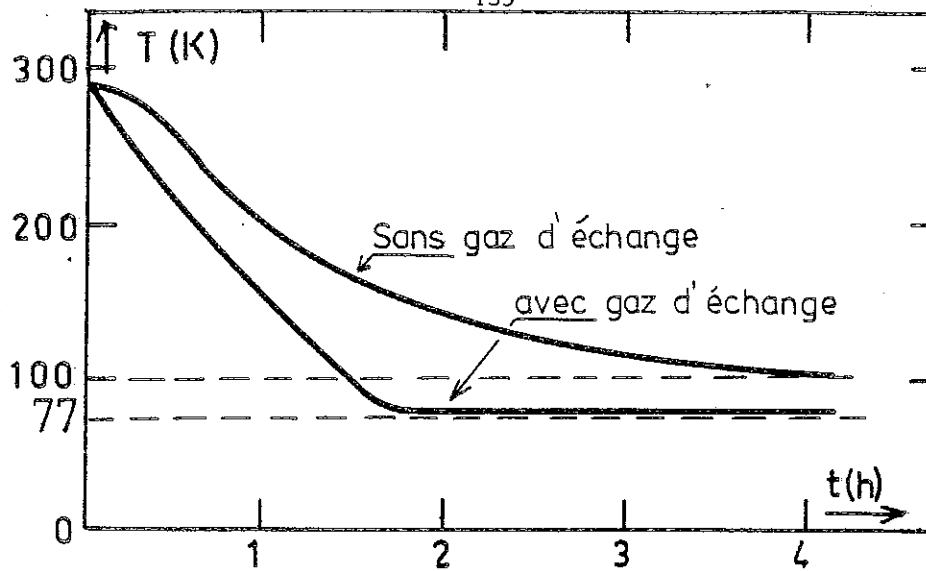


Fig.VI.7 a - Refroidissement du cryostat avec circulation N_2 liquide

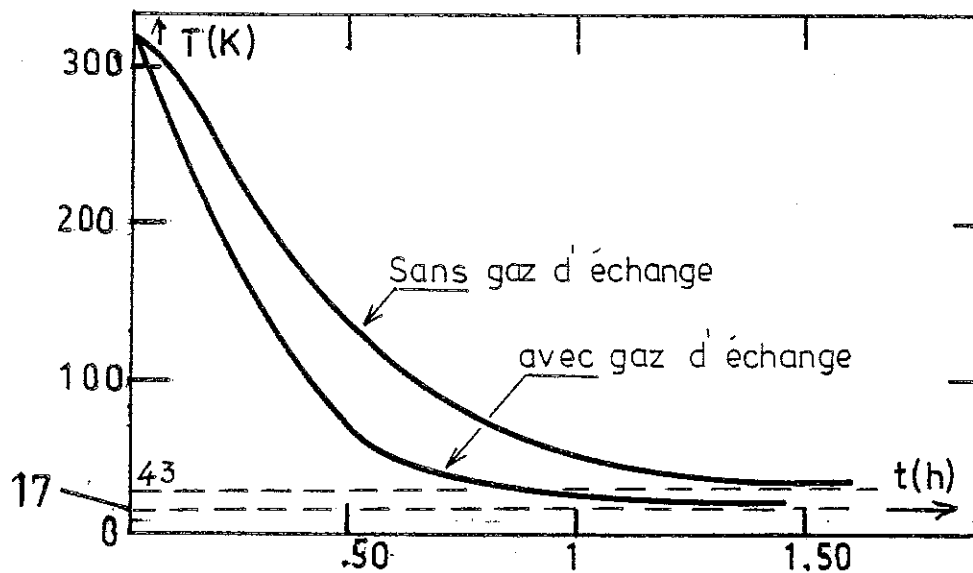


Fig. VI.7 b - Refroidissement du cryostat avec circulation He liquide

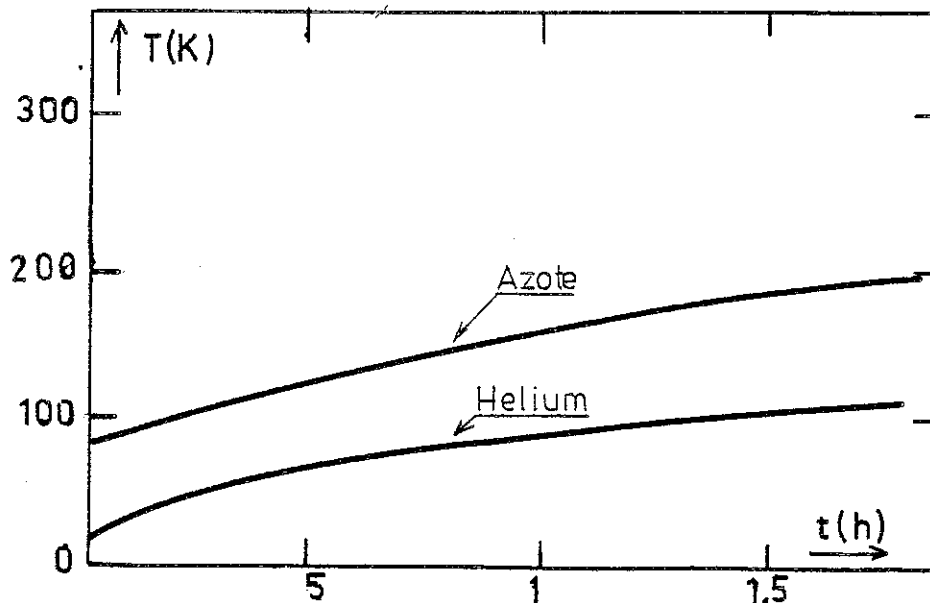


Fig.VI.8 : Réchauffement du cryostat après les descentes en température des deux figures ci-dessus.

Fluide	Présence gaz échange	Thermalisation capillaire alimentation	T limite K	Temps pour atteindre T limite
Hélium Liquide	oui	oui	17	1 h 15'
	oui	non	25	1 h 15
	non	non	59	3 h 30
	non	oui	43	1 h 50
Azote Liquide	oui	oui	77	1 h 40
	non	oui	100	2 h 35
	oui	non	94	1 h 15
	non	non	100	2 h 35

Tableau VI-1 : Influence gaz d'échange et thermalisation du capillaire d'alimentation

I (A)	T avec gaz échange	T sans gaz d'échange
0	79	100
0,2	79	104
0,4	81	129
0,6	84	180
0,8	86,5	228
1	90,5	278

Tableau VI-2 : Enroulement chauffant porte-échantillon :
Circulation N₂ liquide (débit $\approx$ 0,5 l/h)

I (A)	T échantillon	T circulation
0	17	17
0,2	17	17
0,4	35	39
0,6	43	42
0,8	66	59
0,9	70	60

Tableau VI-3 : Enroulement chauffant - porte échantillon
 Fluide He liquide (1,2 l/h) - gaz d'échange

I (A)	T échantillon	T circulation
0	17	17
0,2	31	24
0,4	53	32
0,6	125	111
0,7	180	161
0,8	240	218

Tableau VI-4 : Enroulement chauffant - circulateur
 Fluide He liquide (1,2 l/h) - gaz d'échange

VI-3-c - Enroulement chauffant sur le circulateur

Les résultats résumés dans le tableau VI.4 montrent la souplesse de notre ensemble cryogénique. Rappelons qu'aucune régulation "électronique" n'est utilisée et que sur un palier, la fluctuation de température n'excède pas 1 degré.

VI-4 - COMPORTEMENT DES ELEMENTS OPTIQUES EN PRESENCE DE BASSE TEMPERATURE ET DE CHAMP INTENSE

Nous avons vu au § . V.7 qu'il suffisait d'une faible variation de l'angle du dièdre D_1 ou d'une petite rotation de ce même dièdre pour détruire le trajet optique. Une question immédiatement se pose : qu'elle est l'influence de la présence simultanée de basses températures et du champ intense non seulement sur la "géométrie optique", mais aussi sur les états de polarisation ? Pour répondre à cette importante question, différentes expériences ont été effectuées.

VI-4-a - Influence de la température ($H = 0$)

VI-4-a-1 - Observation optique

A l'aide d'une lunette auto-collimatrice placée dans l'axe de la bobine, nous avons suivi la superposition des deux images (miroirs M_1 , M_2) du réticule. Au cours de la mise en froid une variation de l'angle du dièdre D_1 a été mise en évidence, variation fonction non seulement du matériau (cuivre ou cuivre beryllium) mais aussi du type de dièdre : angle ajustable à 90° par vis de serrage (fig. V.6) ou dièdre massif.

Les résultats résumés au tableau VI.5 montrent que la variation de l'angle n'excède guère 10 minutes et que, de plus, la nature des vis de réglage joue un rôle important (encore que ce dernier aspect soit, jusqu'à ce jour, resté mal expliqué).

Il eut été sans doute intéressant de tester aussi des dièdres en acier inoxydable (malgré la mauvaise conductivité thermique), des difficultés d'usinage nous ont interdit de mener à bien ce projet.

VI-4-a-2 - Suivi du trajet optique en absence d'échantillon

Utilisant le dièdre D_1 en cuivre-béryllium avec vis de réglage en laiton (fig. V.6 , tableau VI.5), nous avons, après avoir ajusté l'angle du dièdre à la température ambiante, établi le trajet optique complet (géométrie Faraday).

Dièdre D_1	Vis Réglage (fig. V.11)	Variation angle (300 $\rightarrow$ 77 K)
Cuivre massif	-	1'
Cuivre - Beryllium (avec réglage) (fig. V.6)	-	3'
	laiton	1'
	Cu-Be	11'

Tableau VI-5 - Variation de l'angle du dièdre D_1 déterminée par observation optique (VI.1-a)

T	Signal détecteur (mV)	
	Sans échantillon	PrF_3
250 < T < 300	8	4
200 < T < 250	7	3
150 < T < 200	5	2
17 < T < 150	4	1

Tableau VI-6 - Signal photoélectrique avec et sans échantillon

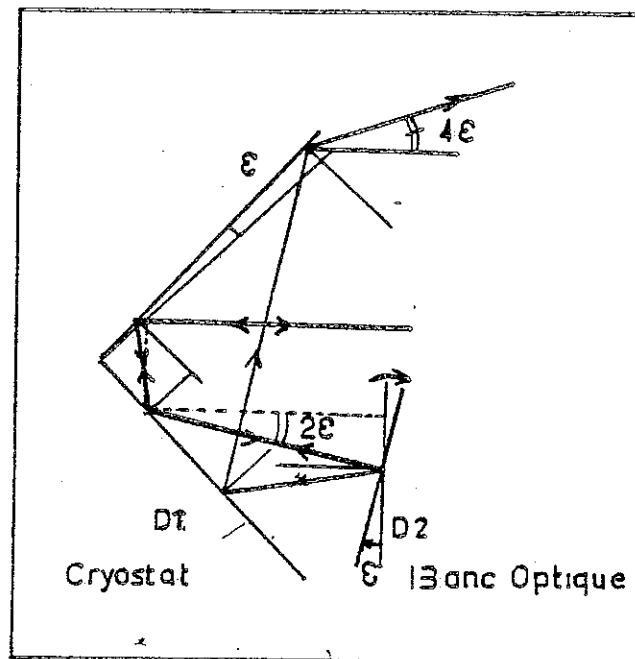


Fig-VI.9: Compensation par le dièdre extérieur D2 d'une faible variation de l'angle du dièdre D1

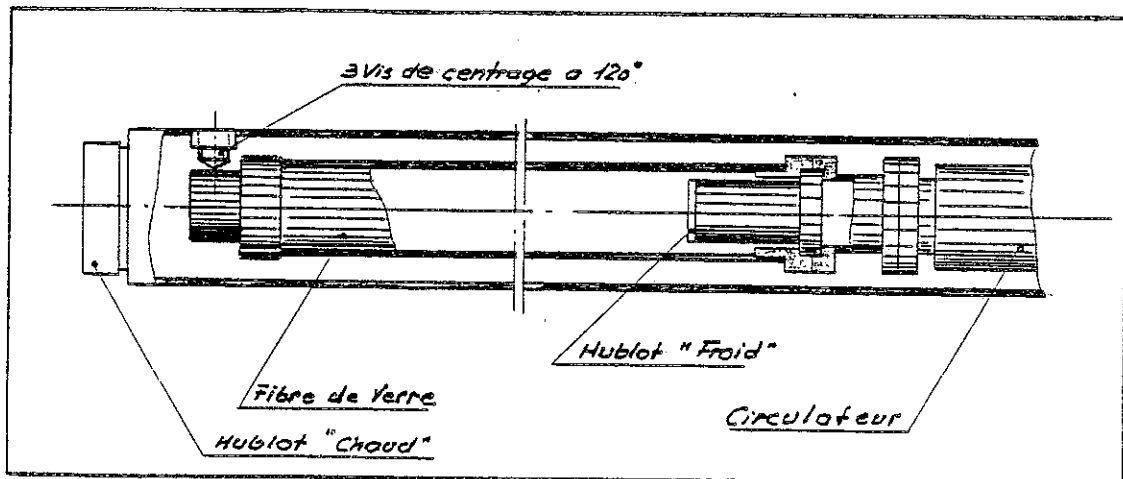


Fig.VI.10 : Stabilisation du circulateur par ensemble fibre de verre

En absence d'échantillon, mais en présence de diaphragme, nous avons suivi l'évolution de la géométrie du faisceau, en faisant circuler de l'hélium liquide. Il a été mis en évidence que :

i) la position de l'axe du dièdre n'est pas affectée par la température ,

ii) l'angle du dièdre s'accroît immédiatement à la mise en froid et dès 275 K, le 4ème passage ($M_3 \rightarrow M_4$) (fig. V.2) a complètement disparu. Pour rétablir le trajet optique, il suffit d'utiliser le dièdre (D_2), en tournant son arête d'un angle 2ϵ autour de l'axe horizontal perpendiculaire aux faisceaux lumineux (fig. VI.9). Notons que la disparition vers 275 K n'est pratiquement pas influencée par l'importance du débit du fluide, des essais à très faible circulation ayant conduit aux mêmes conclusions.

VI-4-a-3 - Suivi du trajet optique en présence d'échantillon

Nous nous sommes placés dans un cas relativement défavorable, en utilisant un échantillon de trifluorure de praséodyme (PrF_3) dont le défaut de parallélisme des deux faces était de l'ordre de 0,2 degré.

Jusqu'à 17 K, température limite du cryostat, le trajet optique complet fut conservé.

Remarquons cependant que, lors de la descente en température, la valeur moyenne du signal du détecteur décroît de façon importante (tableau VI.6). Une telle chute s'explique par le fait que les miroirs M_1 et M_2 ont une dimension un peu trop faible et que seule une fraction de la lumière est réfléchiée. Comme la géométrie du dièdre nous autorise à accroître d'environ 15 % la surface réfléchissante, nous pensons qu'il est possible de solutionner ce problème. Cependant, il est capital de noter que cette baisse de signal photoélectrique n'a aucune influence sur l'état de polarisation, autrement dit, la position zéro de l'analyseur n'évolue pas lorsque l'échantillon est refroidi (n'oublions pas que nous sommes en champ nul).

VI-4-b - Influence de la température et du Champ Intense

Les premiers essais ont révélé que, à partir de 140 K, la présence du champ intense faisait disparaître tout alignement optique, ceci étant dû essentiellement au déplacement de tout le circulateur sous l'action du champ. Pour remédier à cette situation, nous avons stabilisé le circulateur en le prolongeant d'un cylindre en fibre de verre (pour

diminuer les pertes par conduction), l'ensemble étant centré à l'aide de 3 vis situées à proximité du hublot "chaud" Fig.VI.10. Avec une telle configuration la présence du champ n'a aucune influence sur les résultats décrits au paragraphe VI.1 .

VI.5 - CONCLUSION

L'ensemble cryogénique que nous avons étudié et mis au point permet, jusqu'à ce jour, de travailler à toute température entre 17 et 300 K. Il laisse à l'expérimentateur le choix total du trajet optique

- traversée directe de la bobine,
- mesure de ϕ_F avec montage miroir plan,
- mesure de ϕ_F ou de ϕ_{CM} avec trajet optique (voir fig. V.2 et V.3)

De plus, il constitue un cryostat optique dont le diamètre utile est important (20 mm) qui peut être adapté à d'autres mesures physiques (observation de domaines magnétiques en présence de champ intense par exemple).

C H A P I T R E V I I

PROCEDURE ET ORGANISATION GENERALE

	Page
VII-1 - CHOIX D'UNE PROCEDURE	143
VII-2 - ORGANISATION GENERALE	147

CHAPITRE VII

PROCEDURE ET ORGANISATION GENERALE

VII-1 - CHOIX D'UNE PROCEDURE

Nous avons maintes fois répété que le pointé de la rotation Faraday comme celui de la rotation Cotton-Mouton revient à déterminer la position de l'analyseur correspondant au zéro du signal photo-électrique.

Une première solution consiste donc à immobiliser l'analyseur lorsque le zéro est atteint et de lire sa position. Il est bien évident que dans un milieu particulièrement bruyant au point de vue électrique, comme la proximité d'une bobine Bitter, le zéro risque d'être plus ou moins "plat".

Une seconde solution revient à noter différentes valeurs du couple signal photoélectrique (S) - position analyseur (θ_A) à grande proximité du zéro. On déduit ensuite, par un simple ajustement de la fonction $S(\theta_A)$, θ_A^m correspondant à S minimum. Une telle procédure évite évidemment l'immobilisation de l'analyseur ; sa mise en oeuvre en est beaucoup facilitée par l'utilisation d'un petit calculateur (Hewlett-Packart HP 85).

Cependant, nous remarquons que le signal S ne traduira réellement la position θ_A^m , que si l'amplificateur à détection synchrone travaille avec une faible constante de temps, ce qui augmente d'autant le bruit et la dispersion des points. Pour minimiser l'erreur sur θ_A^m , on doit donc augmenter le nombre de couple (S, θ_A). L'expérience nous a montré qu'un pas de rotation de 0,1 degré permettait un fonctionnement satisfaisant.

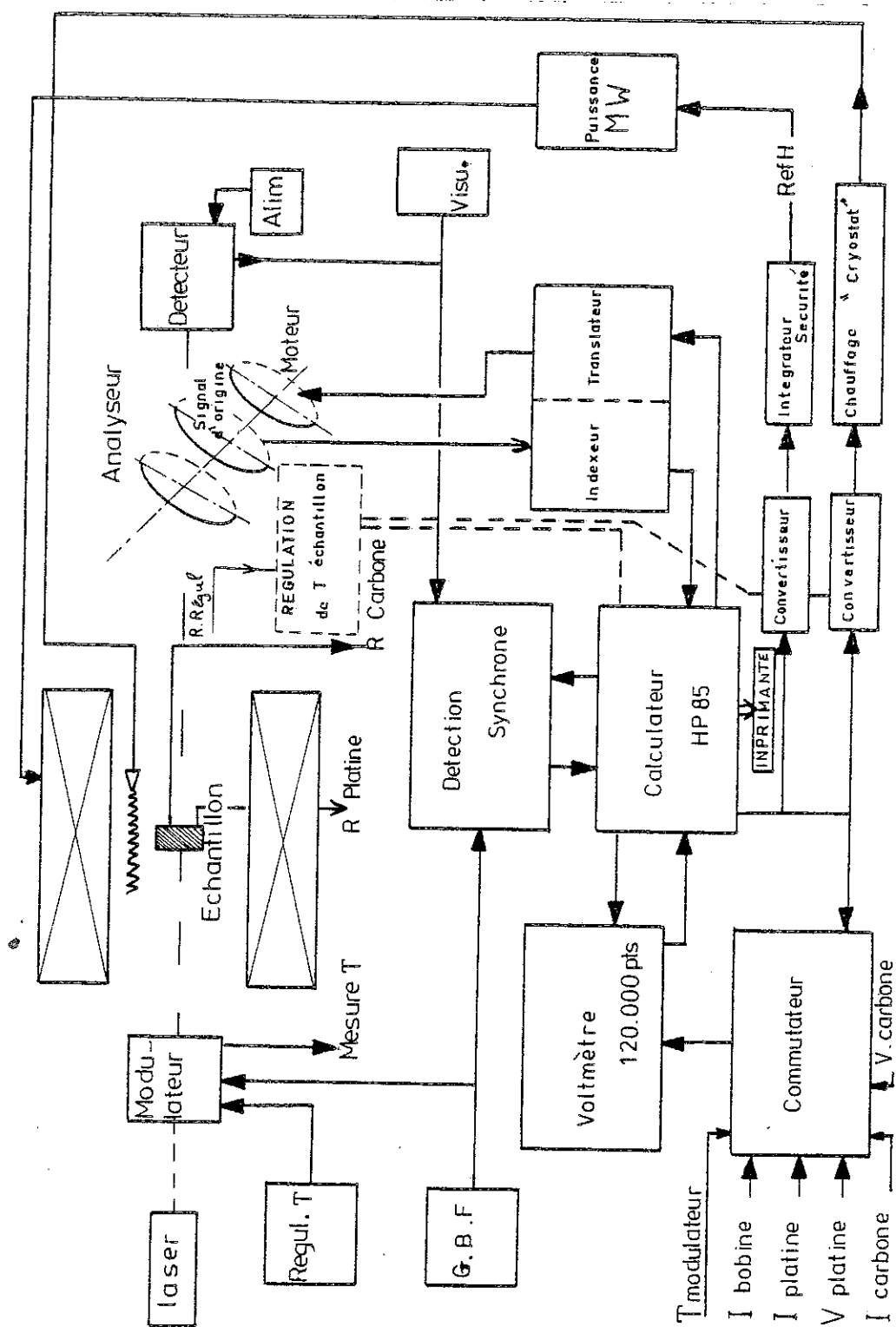


Fig. VII.1 - Synoptique général de l'expérience (trajet optique exclu)

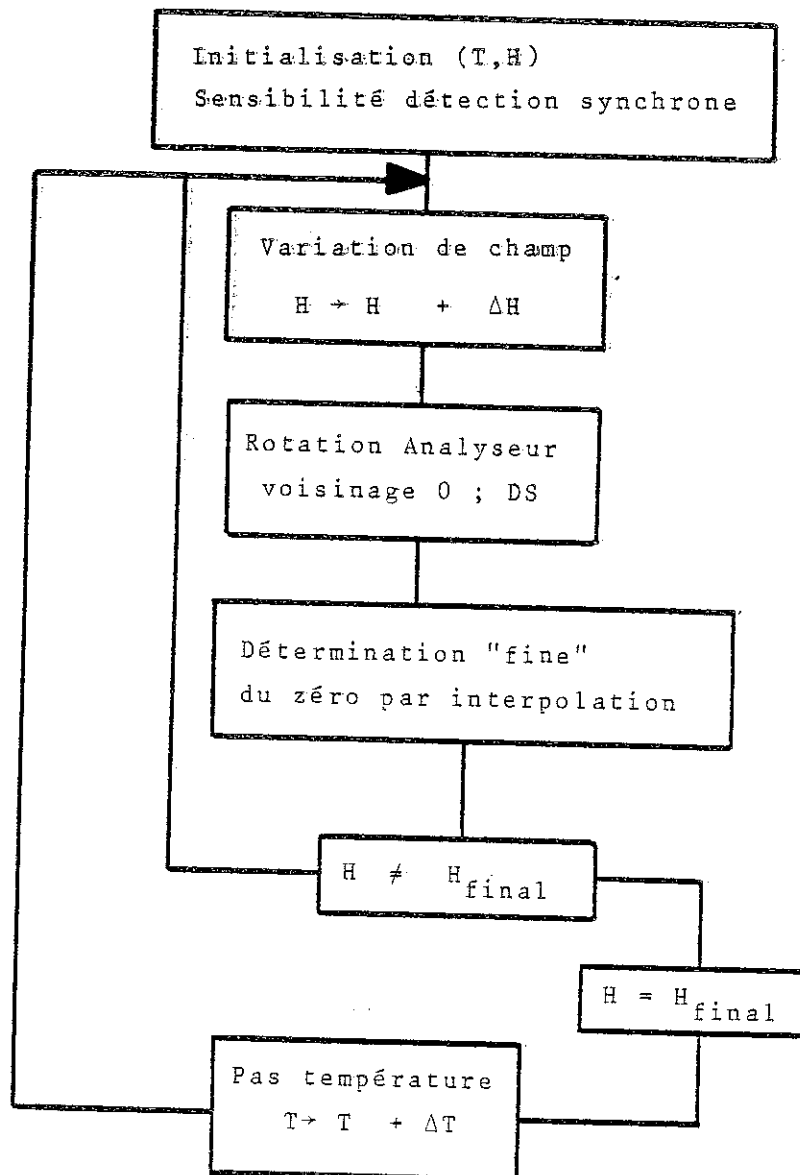


Fig. VII.2 - Procédure générale d'une expérience isotherme ($T = \text{cte}$, H variant de H_i à H_f).

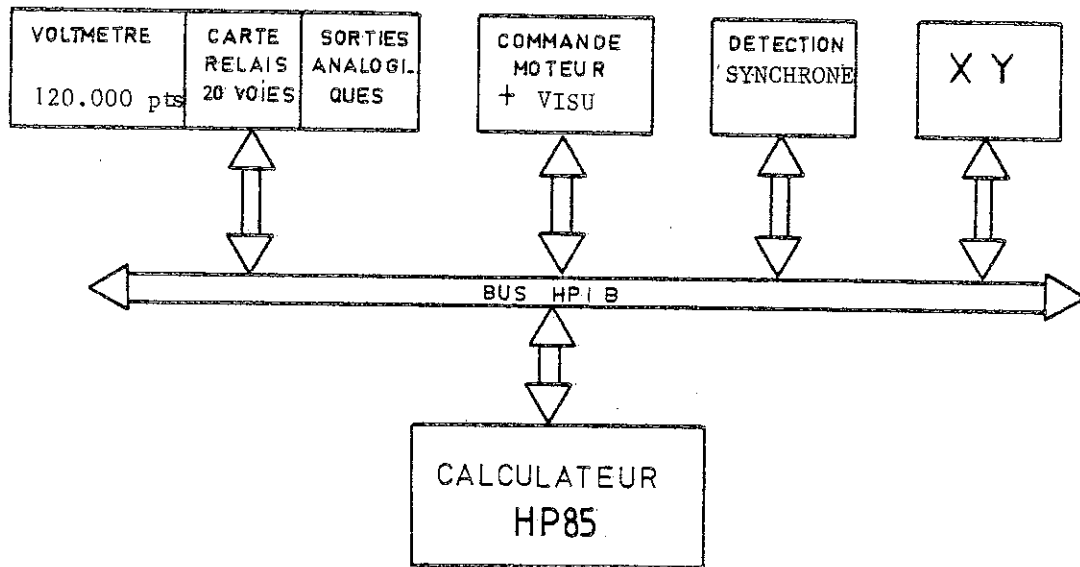


Fig.VII.3 - Automatisation par ordinateur

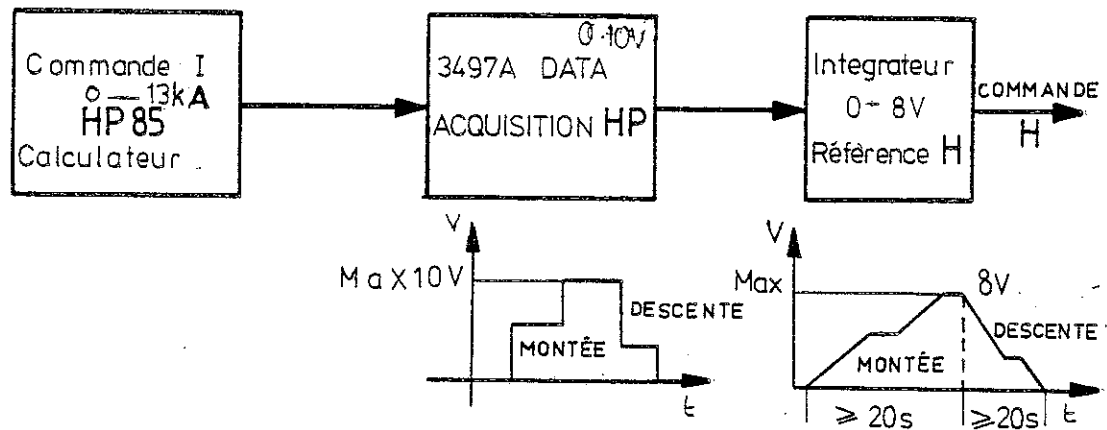


Fig.VII.4 - Pilotage du champ magnétique de la bobine de Bitter

VII - 2 - ORGANISATION GENERALE

Laissant ici de côté tout problème optique, le descriptif de notre appareillage est schématisé fig. VII-1. Nous noterons que la rotation de l'analyseur s'effectue par l'intermédiaire du moteur pas à pas par bond de $1/100^{\text{ème}}$ de degré. Sa position est lue par le codeur indexeur par rapport à une origine absolue.

Jusqu'à ce jour seules des études isothermes ont été effectuées. T étant fixé, on choisit le champ initial (H_i), le pas de champ (ΔH) et le nombre de pas. En l'absence de champ on détermine manuellement quelles sont les sensibilités de la détection synchrone permettant de suivre des rotations d'analyseur de 0,1 degré. La fig. VII-2 et l'annexe 4* donnent notre organigramme qui repose sur l'idée de diviser le pas de champ (facteur 5, 20, 100) si la variation du signal photoélectrique est trop importante. Notons que S = 1800 représente dans l'annexe 4 un signal photoélectrique très proche de la saturation (2048 pts) sur la sensibilité utilisée. Une telle procédure présente l'avantage de prendre plus de points de mesure si l'effet magnéto-optique varie beaucoup.

Les expériences peuvent s'effectuer en champ croissant ou décroissant. Le schéma de principe du pilotage en champ est donné fig. VII.4. La présence de l'intégrateur (20 secondes envion) s'explique uniquement par notre désir de ne pas provoquer de sauts trop brusques de champs intenses, sauts toujours néfastes et pour la bobine "Bitter" et pour notre cryostat (fig. VII.3, VII.4).

* Programme réalisé avec l'aide de Madame V. SOUZA BARTHEM - Chercheur brésilien séjournant dans notre laboratoire.

C H A P I T R E VIII

LES PREMIERS RESULTATS EXPERIMENTAUX

	Page
VIII - 1 - INTRODUCTION	149
VIII - 2 - MONTAGE A DIEDRES	151
VIII-2-a : Compensation de l'effet Faraday des hublots avec le "faux" cryostat	151
VIII-2-b : Essais à basse température	153
VIII - 3 - MESURE DE L'EFFET FARADAY DE PrF_3	157
VIII - 4 - EFFET COTTON-MOUTON	165
VIII-4-a : Vérification de la fonction d'erreur	165
VIII-4-b : Effet Cotton-Mouton de PrF_3	165
VIII - 5 - MONTAGE A MIROIRS PLANS - ROTATION FARADAY	167
VIII - 6 - MESURE DE L'EFFET FARADAY PAR "SIMPLE" TRANSMISSION A BASSE TEMPERATURE	167
REFERENCES DU CHAPITRE VIII	172

CHAPITRE VIII

LES PREMIERS RESULTATS EXPERIMENTAUX

VIII-1 - INTRODUCTION

Les deux montages, à miroirs plans et à dièdres, ont été expérimentés. On a commencé par vérifier le principe de l'autocompensation à la température ambiante, avec et sans échantillon. En attendant que le cryostat soit réalisé nous avons construit un "faux cryostat", maquette à l'échelle 1, dans lequel on pouvait monter le dièdre D_1 ainsi que les deux hublots, de l'enceinte extérieure et de la cavité de gaz d'échange. Une fois que nous avons pu refroidir l'échantillon, des essais de vérification de l'autocompensation des effets des hublots et des miroirs, à différentes températures, ont été réalisés, bien entendu sans échantillon. Nous présentons ensuite la mesure de l'effet Faraday, jusqu'à 77 K, et de l'effet Cotton-Mouton, jusqu'à 28 K, du trifluorure de praséodyme PrF_3 .

Pour une expérimentation d'appareillage, il était recommandé de comparer nos premières valeurs à des références. Celles-ci ont été obtenues soit en supprimant les fenêtres (simple transmission à température ambiante), soit en comparant aux résultats obtenus en champs faibles.

A partir des manipulations qui nous ont amenés à ces premiers résultats nous avons défini les performances intrinsèques de l'appareillage dans son état actuel.

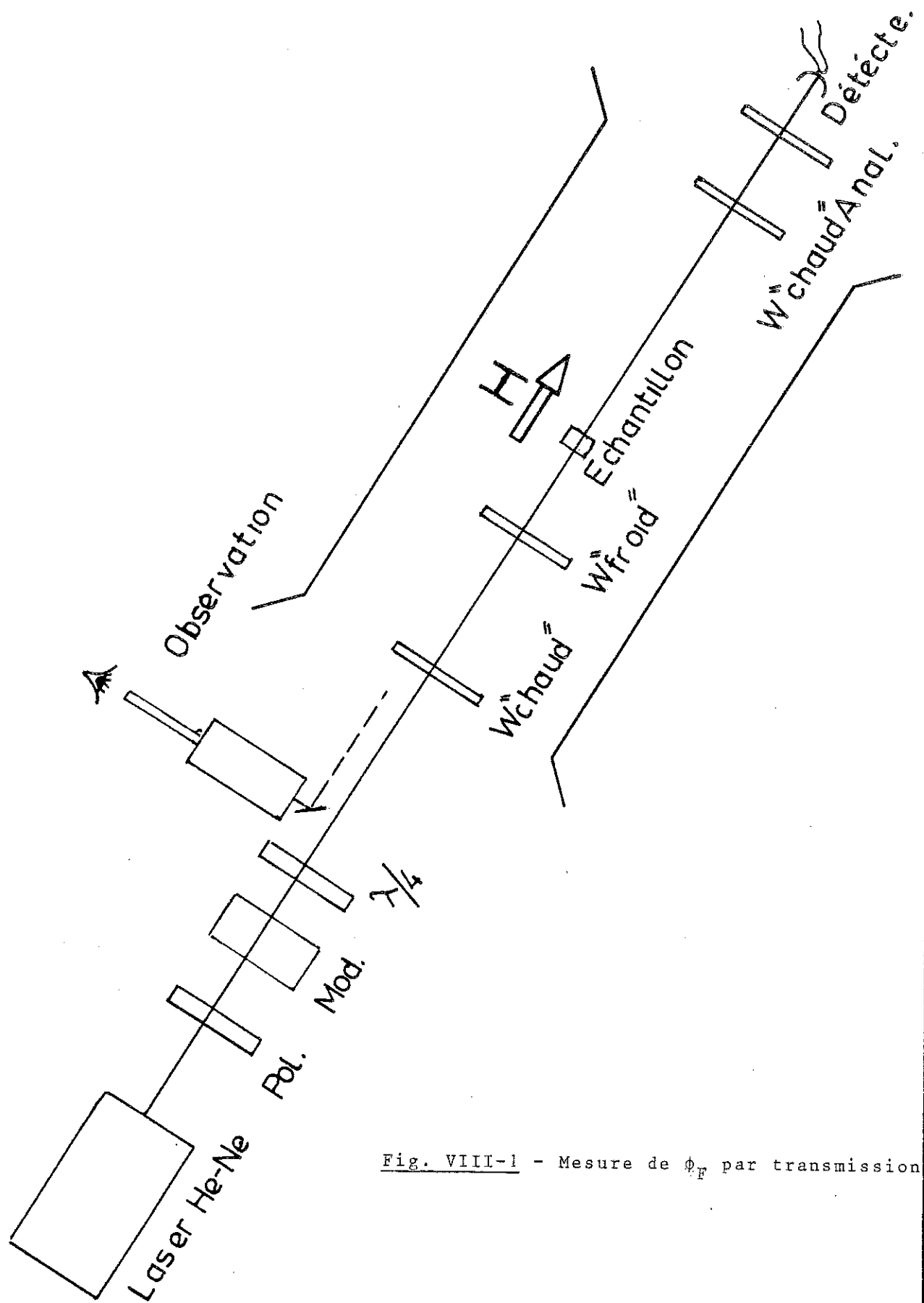


Fig. VIII-1 - Mesure de ϕ_F par transmission

- Champ : $0 \leq H \leq 120$ kOe
- Température : $17 \leq T \leq 300$ K
 - résolution appareil : $\Delta T = 5.10^{-3}$ deg.
 - bruit : 5.10^{-3} deg.
 - dérive : pas de régulation de température.
- Rotation Faraday :
 - résolution angulaire analyseur $\approx 0,01$ degré
 - bruit (pour $\tau = 1s$) $\approx 0,02$ degré
- Cotton Mouton ϕ_{CM}
 - résolution : $\phi_{CM}/2 \approx 0,1$ degré
 - bruit (pour $\tau = 1s$) $> 0,1$ degré

VIII-2 - MONTAGE A DIEDRES

VIII 2-a - Compensation de l'effet Faraday des hublots avec le "faux" cryostat

Grâce au montage de la fig. (VIII-1), nous avons mesuré l'effet Faraday, α , d'un hublot en verre d'épaisseur 5 mm, situé à 7 cm du centre de la bobine (il subit 84 % du champ maximum), par simple transmission. La fig. (VIII-2-a) donne α en fonction du champ au centre de la bobine. Pour $H = 114$ kOe, il atteint une valeur de 13° loin d'être négligeable, comme nous le verrons, devant l'effet Faraday des échantillons que nous étudierons.

Vérifions que l'autocompensation de ces effets indésirables est réalisée grâce aux doubles traversées et à la lame compensatrice.

i) sans échantillon

En l'absence de tout échantillon, l'évolution du plan de la polarisation émergente θ_A (rotation de l'analyseur pour le suivi de l'extinction) ne dépasse pas 1/10ème de degré pour $H_{max} = 114$ kOe, ce qui témoigne d'une bonne compensation des effets parasites des hublots et des miroirs (fig. VIII 3a- Compensatrice 1).

ii) avec échantillon

Les trois échantillons utilisés sont : un verre d'optique D 4445, un gallate de gadolinium $Gd_3Ga_5O_{12}$, tous deux de forme cubique avec 4 faces polies optiquement (arête 3 mm) et un trifluorure PrF_3 d'épaisseur 1,5 mm. Pour chacun, nous avons comparé l'effet Faraday mesuré par "simple" transmission à celui obtenu, grâce au montage à dièdres, en

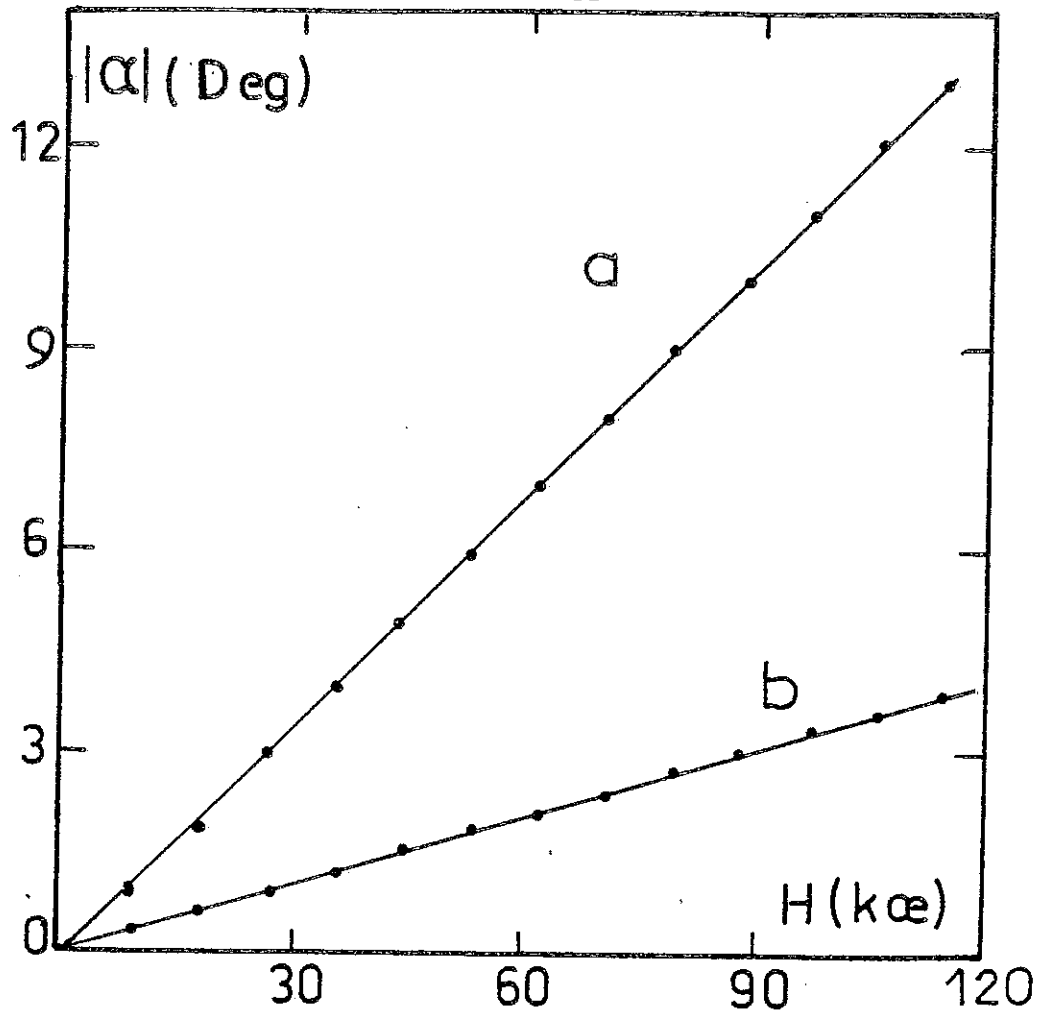


Fig VIII 2 : Effet Faraday des hublots à $T=300K$
a: avec faux cryostat
b: avec cryostat

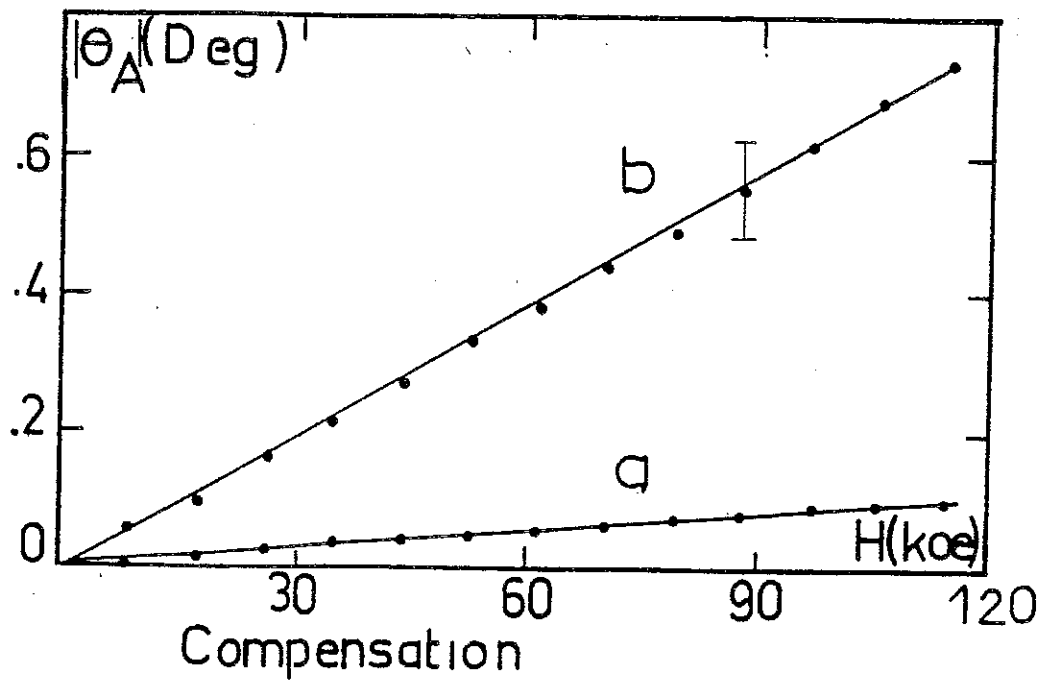


Fig VIII 3 a-Compensatrice 1
b- / / / / 2

présence des hublots . Les fig. (VIII-4) (VIII-5) (VIII-6) donnent les résultats, et le tableau VIII-1 les constantes de Verdet pour chacune des deux méthodes, obtenues par un ajustement par moindres carrés ainsi que l'écart relatif.

$$\frac{V_{\text{comp}} - V_{\text{trans}}}{V_{\text{moyen}}}$$

Type d'expérience	V (deg/cm kOe)			Ecart relatif		
	D 4445	Gd ₃ Ga ₅ O ₁₂	PrF ₃	D 4445	Gd ₃ Ga ₅ O ₁₂	PrF ₃
Simple transmission	. 246	.747	.693	1 %	.5 %	. 5 %
Autocompensation	. 244	.751	.689			

Tableau 1

VIII-2 -b - Essais à basse température

Ces essais ont été effectués avec une autre compensatrice (accident !) dont l'une des deux demi-ondes n'est pas rigoureusement $\lambda/2$,* contrairement à la compensatrice 1. Ceci peut expliquer que, en l'absence d'échantillon, la compensation n'est pas excellente (Annexe 3-5b), bien que l'effet Faraday des hublots du cryostat soit beaucoup plus faible (fig. VIII.2b). En effet, à la température ambiante, la compensation n'est pas tout à fait satisfaisante puisque, comme le montre la fig. VIII-3b, on mesure pour $H = 114$ kOe une rotation $\theta_A = 0,72^\circ$ de l'analyseur pour rétablir l'extinction. A plusieurs autres températures, les résultats sont tout à fait voisins de ceux que nous obtenons à l'ambiante. La fig. (VIII-7) confirme en effet que la rotation Faraday du hublot de 5 mm d'épaisseur, situé à 15 cm du centre de la bobine (soit 20 % du champ maximum) et à 10 cm du circulateur, varie peu avec la température. Un tel comportement témoigne d'une qualité que nous recherchions pour notre cryostat : la possibilité d'atteindre une température relativement basse, tout en maintenant le hublot "froid" éloigné du centre de la bobine. Signalons que les températures (300 et 80 K), indiquées sur la fig. (VIII-7) sont celles correspondant à la "sonde échantillon" et ne représentent nullement la température du hublot.

* Après contact avec le fournisseur, il apparaît que ce problème puisse être facilement résolu.

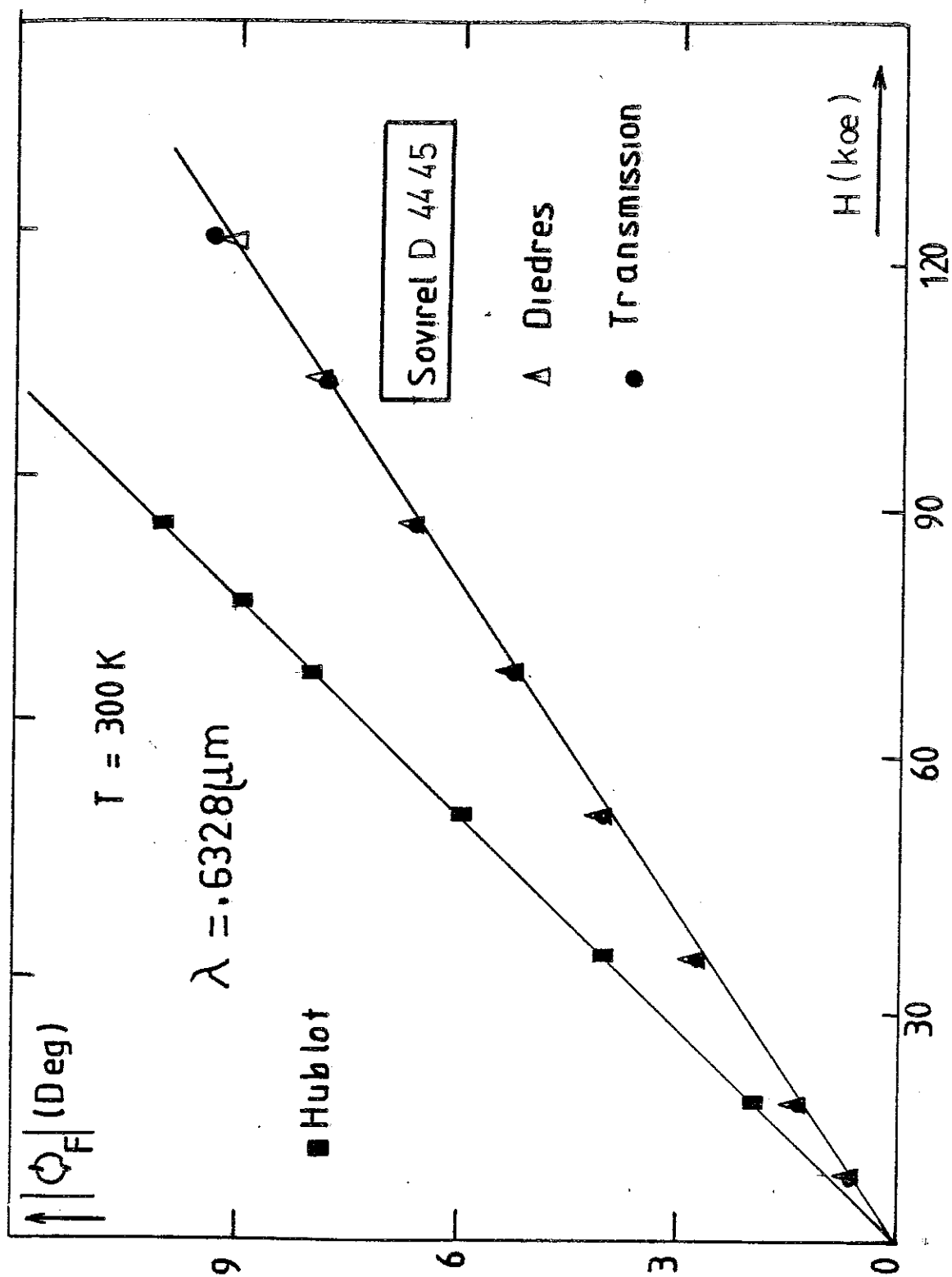


Fig. VIII.4 - Effet Faraday du verre d'optique D 4445.

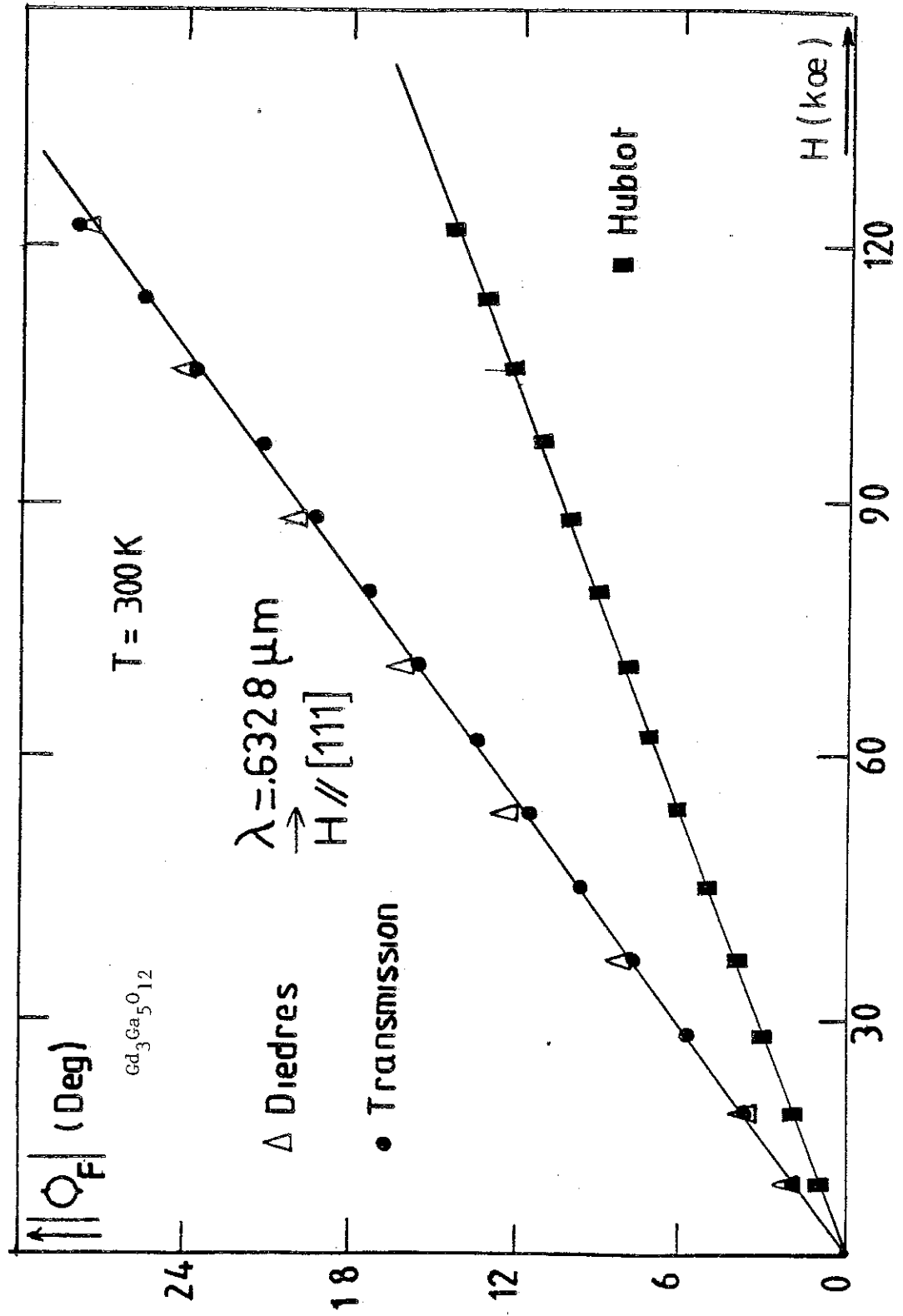


Fig.VIII.5 - Effet Faraday de $Gd_3Ga_5O_{12}$

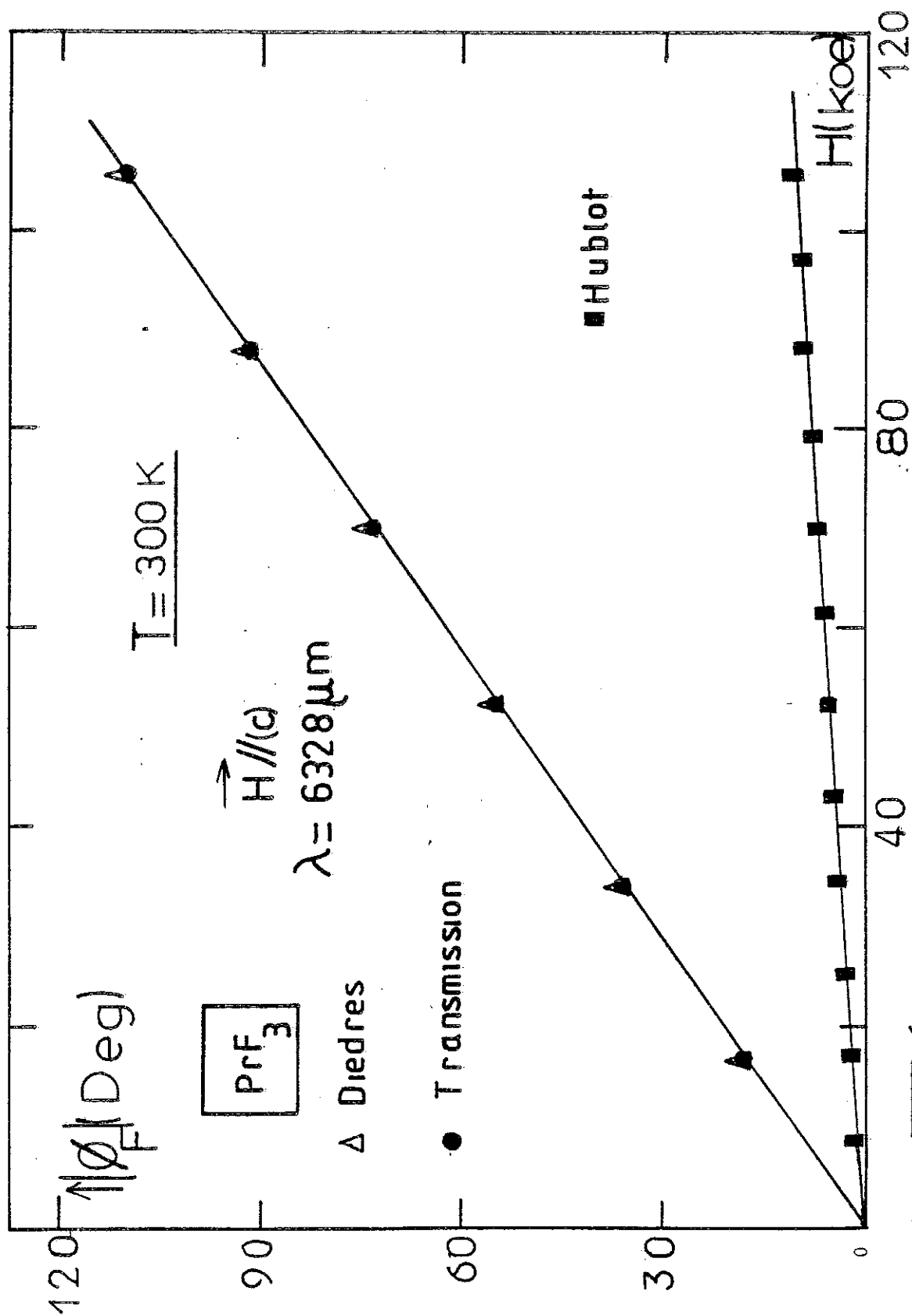


Fig VIII 6 - Effet Faraday du PrF_3 à $T = 300 \text{ K}$.

VIII-3 - MESURE DE L'EFFET FARADAY DE PrF_3

Rappelons très brièvement quelques propriétés des trifluorures :

Les fluorures RF_3 (où R : Cl, Pr, Nd) ont la structure du composé minéral naturel, la tysonite (cristal mixte de trifluorures de La, Ce, Pr, Nd), qui peut être décrit dans le groupe d'espace trigonal P3C1 (D_{3d}^4) avec 6 molécules par unité de formule. La symétrie du site de l'ion est C_2 . Les transitions électroniques entre les configurations $4f^n$ et $4f^{n-1}5d$ de la terre rare trivalente ont lieu avec une grande probabilité puisqu'elles sont permises. En conséquence, les cristaux RF_3 présentent des rotations Faraday élevées dans la bande visible.

Expérimentalement, nous nous sommes intéressés au trifluorure PrF_3 préparé par J. Picard, utilisant la méthode de Stockebarger ⁽¹⁾.

Il se présente sous forme d'un parallélépipède de dimensions $4 \times 3 \times 1,5$ mm. Son axe (c), trigonal, est perpendiculaire à ses plus grandes faces. Les mesures magnétiques montrent que ce matériau est paramagnétique ⁽²⁾.

Pour la mesure de ϕ_F , le champ continu, parallèle à l'axe (c), varie jusqu'à 114 kOe alors que la température T est telle que $77 \leq T \leq 300$ K. Les fig. (VIII-8) et (VIII-9) représentent les isothermes $|\phi_F|(H)$ de deux séries d'expériences différentes qui montrent bien la reproductibilité des mesures. Notons que ϕ_F est négatif. Les pentes de chacune de ces isothermes représentent la valeur absolue de la constante de Verdet. La variation thermique de $1/|V|$ exprimé en $(\text{deg/cm Oe})^{-1}$ est donnée fig. (VIII-10). Sur cette même courbe, figure l'évolution de $1/|V|$ préalablement déterminé par C. Leycuras ⁽²⁾ en champ continu jusqu'à 19,6 kOe. Pour $T \geq 120$ K, les deux courbes ont un comportement linéaire en fonction de la température :

$$1/|V| = 15,4 + 0,508 T \quad (\text{Bellevue})$$

$$1/|V| = 18,1 + 0,427 T \quad (\text{Grenoble})$$

qui donnent respectivement les températures paramagnéto-optiques $\theta_p = -30$ K et -42 K. Cet écart ne peut être expliqué par la définition de la mesure de la température, puisque la mesure de l'effet Faraday du PrF_3 à 79 K par "simple" transmission* et avec le montage à dièdres sont en excellent accord, fig. (VIII-11). Cette différence peut, par contre, provenir de l'anisotropie ⁽³⁾ de l'effet Faraday du PrF_3 qui est fonction de la direction du champ magnétique par rapport à l'axe (c) : ϕ_F est en effet atténué d'un facteur 50 lorsque $\vec{H}$, initialement parallèle à (c) lui devient perpendiculaire.

* Nous verrons au chapitre VIII-6 comment on mesure l'effet Faraday à basse température par "simple" transmission.

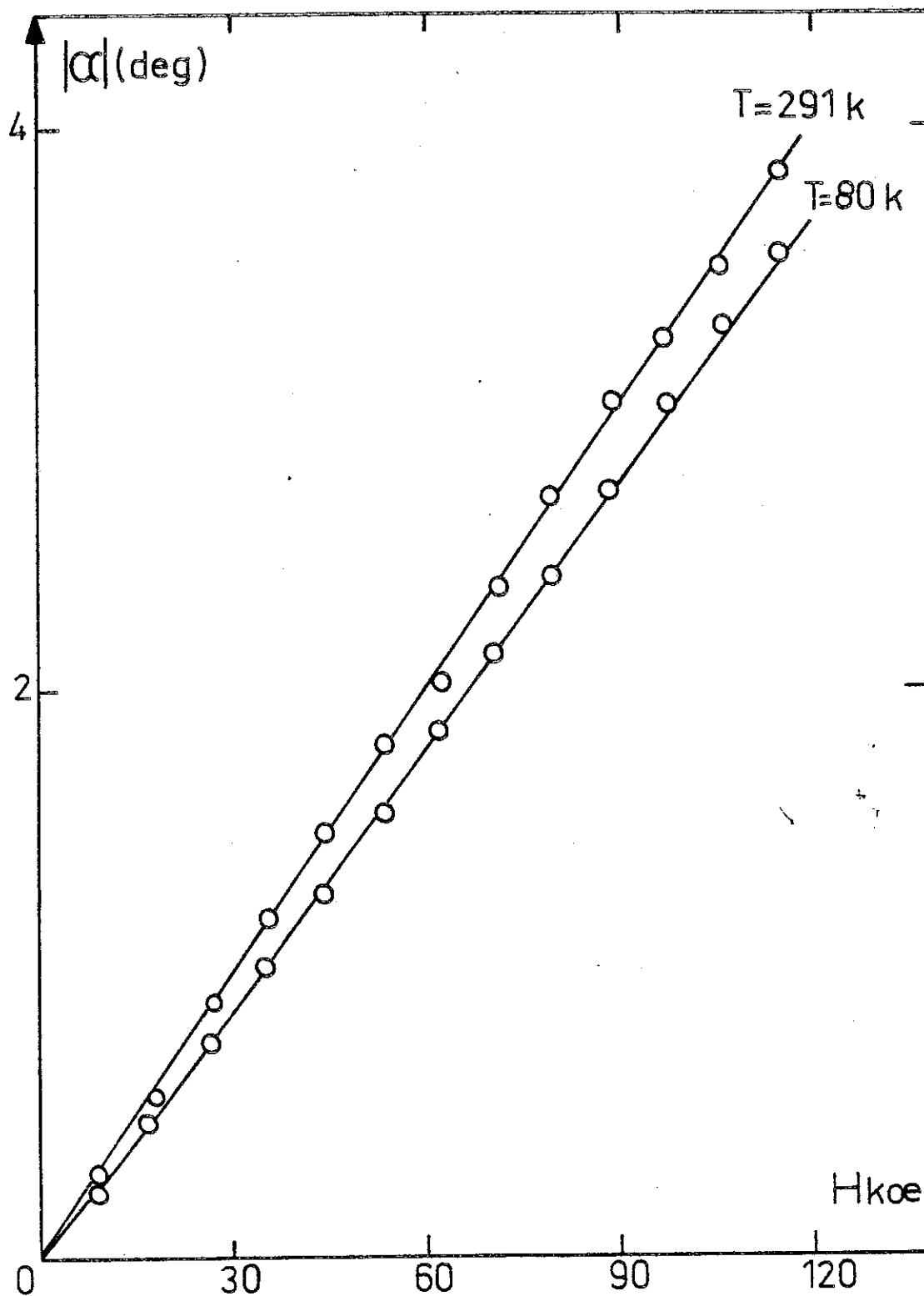


Fig.VIII-7 : Effet Faraday des hublots du cryostat décrit au Chapitre VI.
T représente la température du porte-échantillon.

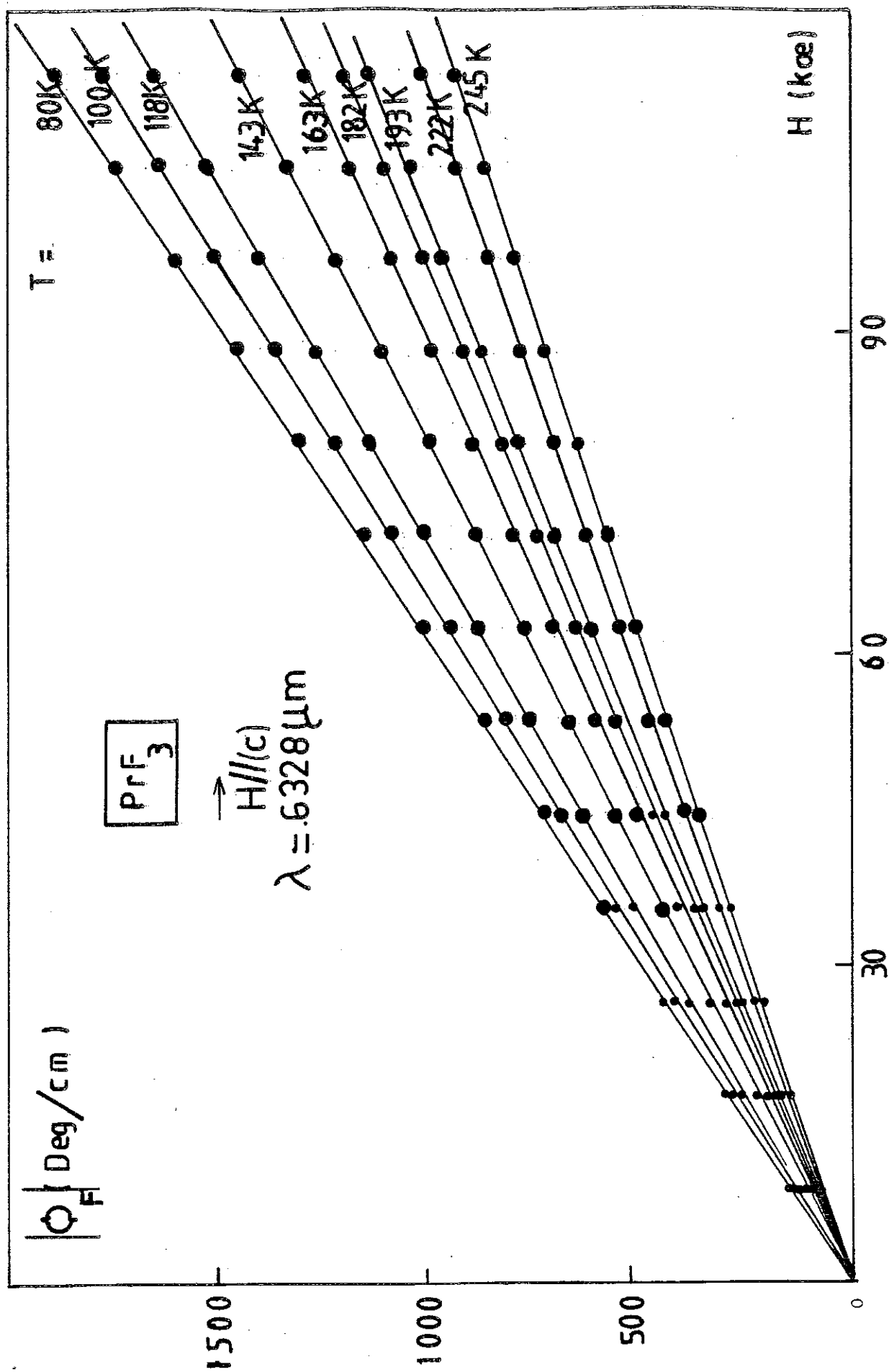


Fig-VIII.6: Isothermes de la rotation Faraday du PrF_3 .

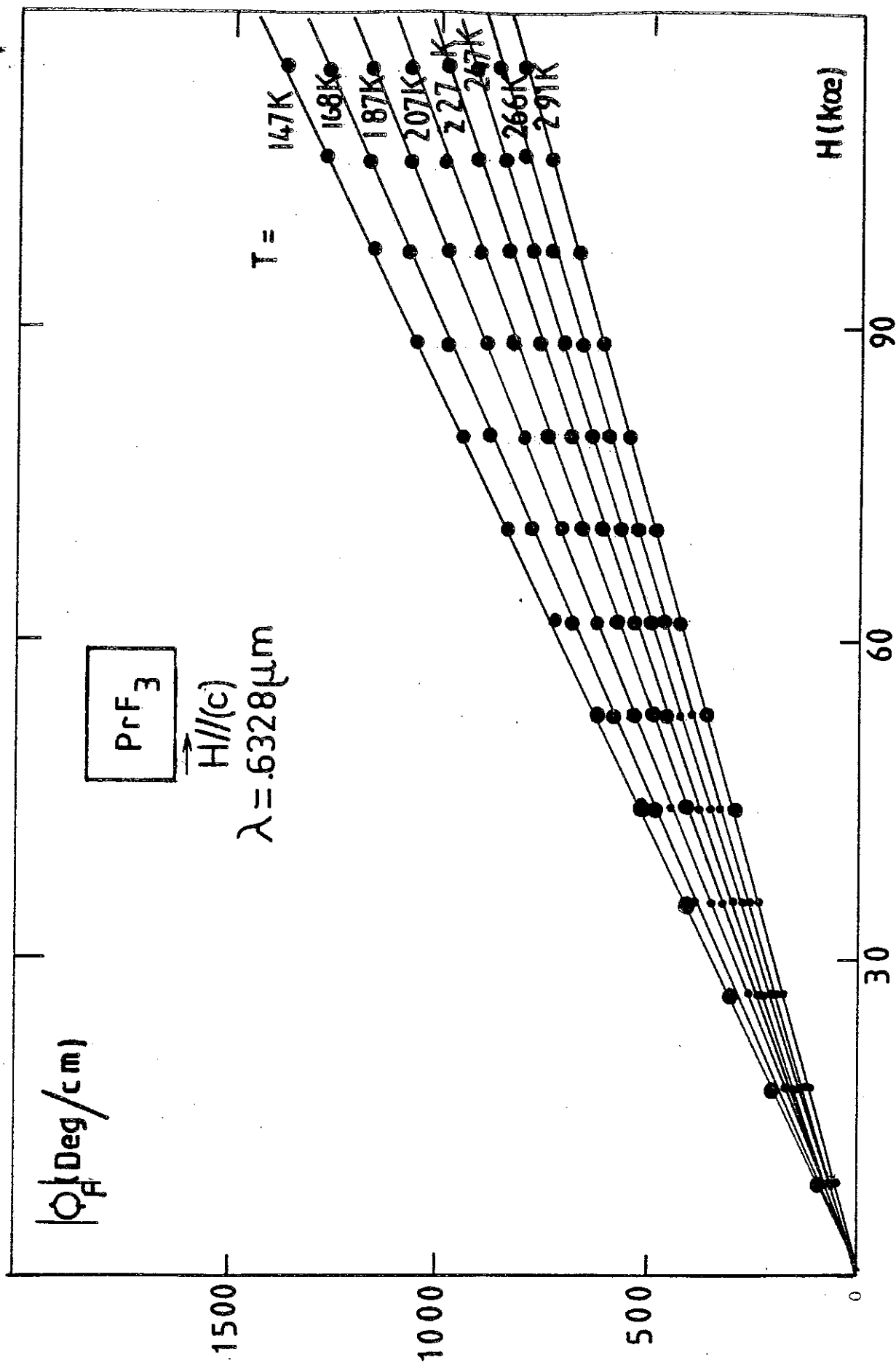


Fig-VIII.9: Isothermes de la rotation Faraday du PrF_3 .

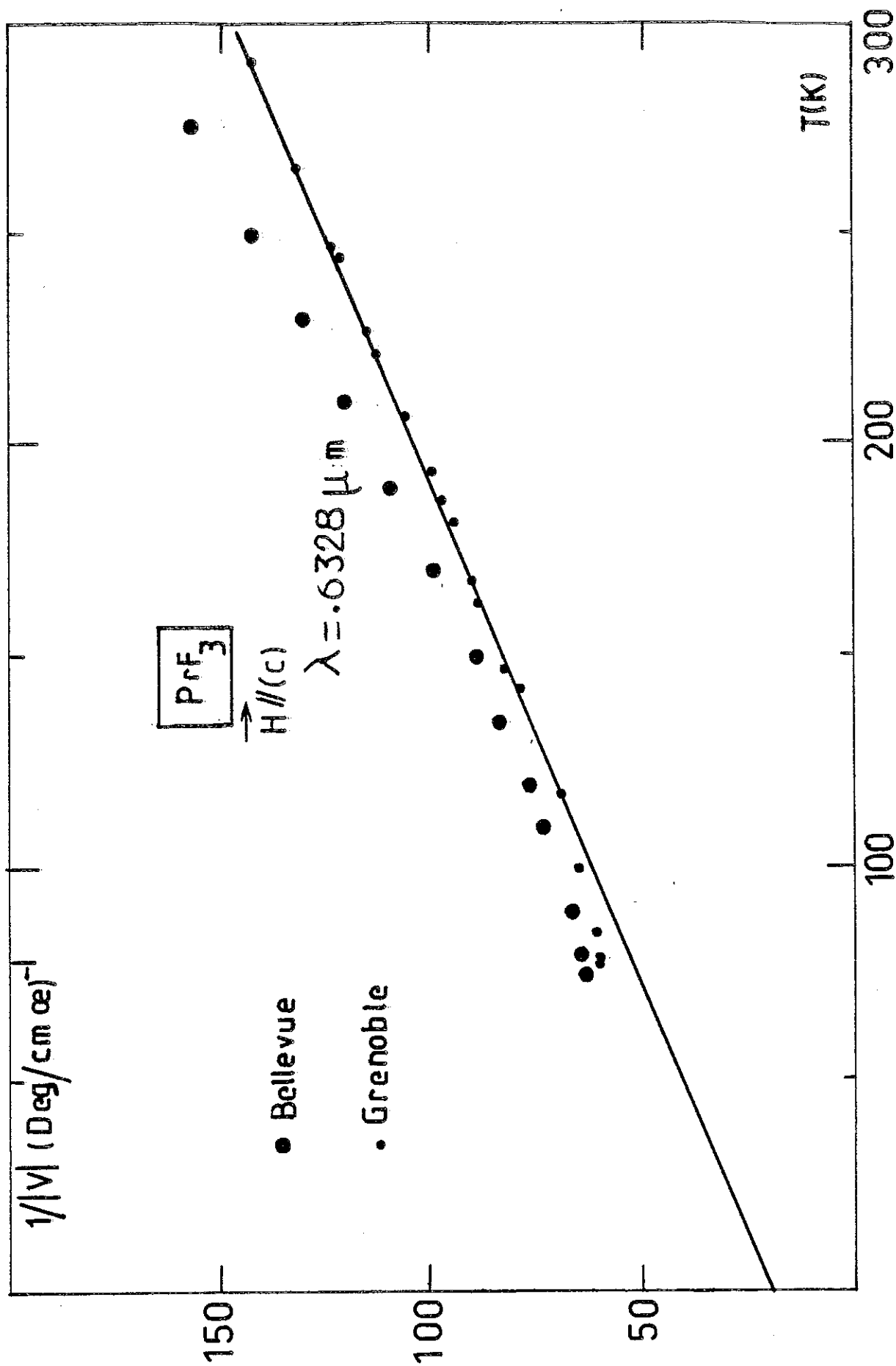


Fig. VIII.10 : Variation de la valeur absolue de l'inverse de la constante de Verdet (3) dans PrF_3 : Bellevue représente les résultats obtenus par C. Leycuras

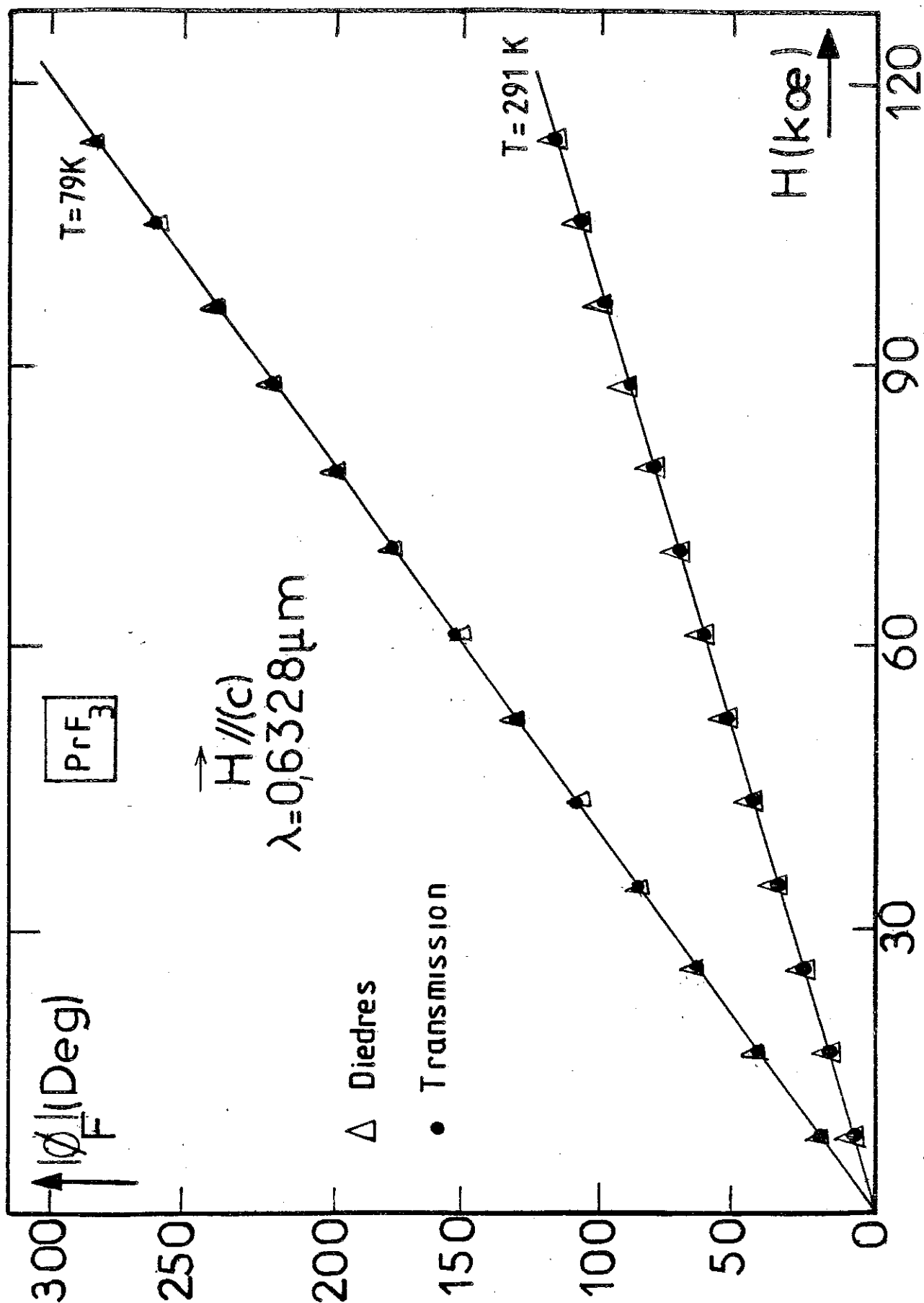


Fig.VIII.11 - Comparaison des résultats obtenus par "autocompensation" et par transmission avec l'ensemble cryogénique du Chapitre VI.

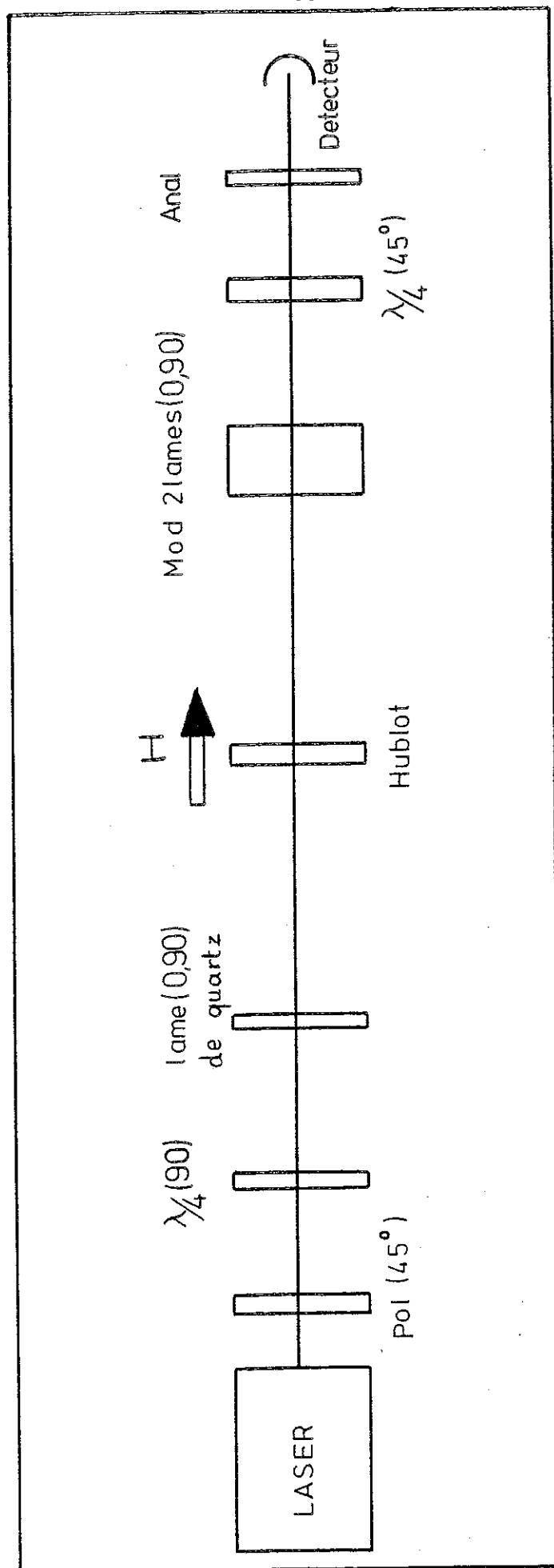


Fig. VIII.12 - Schéma de principe de vérification de la fonction d'erreur sur les mesures d'effet Cotton-Mouton (Chapitre IV.6.f).

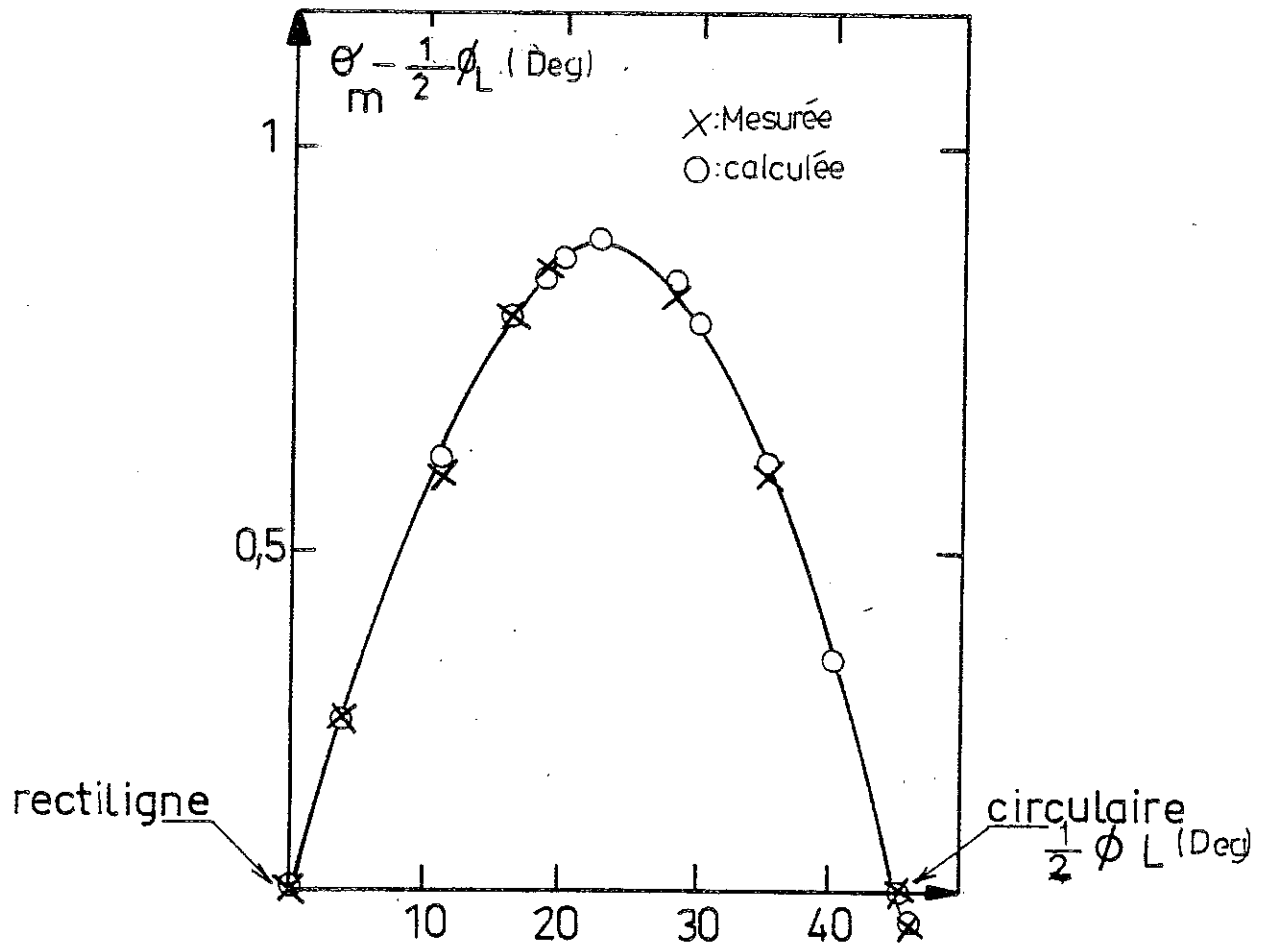


Fig.VIII.13 : Fonction d'erreur (Chap.VI.6.f) sur la mesure d'effet Cotton-Mouton obtenue expérimentalement (fig.VIII.12) et calculée (relation IV.48) . La rotation Faraday des hublots α a été mesurée comme égale à $10,39^\circ$ dans $H = 114 \text{ kOe}$.

VIII-4 - EFFET COTTON-MOUTON

Nous avons vu au chapitre IV que la mesure de θ de l'effet Cotton-Mouton ϕ_{CM} est entachée d'erreur à cause de la dernière traversée du hublot. La vibration incidente étant polarisée circulairement, on a la relation (IV-48) :

$$\operatorname{tg} 2\theta_m = \operatorname{tg} \phi_{CM} \cos 2\alpha$$

VIII-4-a - Vérification de la fonction d'erreur

La fonction d'erreur a été vérifiée en recréant les conditions expérimentales dans la bobine de champ. Le déphasage dû à l'échantillon est simulé par une lame de quartz et sa variation est obtenue par rotation autour de sa ligne neutre verticale. La rotation Faraday, α , est celle des hublots dans la bobine. La fig. (VIII-12) représente le schéma de principe.

On prend comme origine de la rotation de l'analyseur, la valeur θ_m^0 obtenue avec une vibration émergeant de l'ensemble (lame quartz - hublots) rectiligne, soit : $\phi_{CM} = (2K + 1) \pi/2$. Il s'agit d'un des points sans erreur déjà évoqué au chapitre IV.

La figure (VIII-13) montre le bon accord entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées ; pour une valeur donnée de α (c'est-à-dire du champ H) : $\theta_A = \theta_m - \phi_L/2$ où ϕ_L est le déphasage de la lame.

VIII-4-b- Effet Cotton-Mouton de PrF_3

Ces mesures ont été faites avec l'axe (c) du PrF_3 perpendiculaire au champ magnétique qui varie de 0 à 114 kOe. La figure (VIII-14) donne le réseau des isothermes ($28 \text{ K} \leq T \leq 100 \text{ K}$). Comme la rotation Faraday du hublot est faible (4 degrés pour $H = 114 \text{ kOe}$) et varie peu avec la température, fig. (VIII-7), nous pourrions considérer en première approximation (relation (IV - 48) que nous mesurons directement l'effet Cotton-Mouton du PrF_3).

En considérant le grand gradient de température, existant en l'absence de gaz d'échange, ces mesures ne pourraient pas être comparées à celles obtenues sans le hublot froid (l'écart de température entre l'échantillon et la sonde pourrait être important). Néanmoins, et malgré la faible B.M.L., nous vérifions à l'ambiante, pour $H = 114 \text{ kOe}$, qu'avec et sans hublots, nous mesurons $\theta_A = \phi_{CM}/2 \approx 1,2^\circ$.

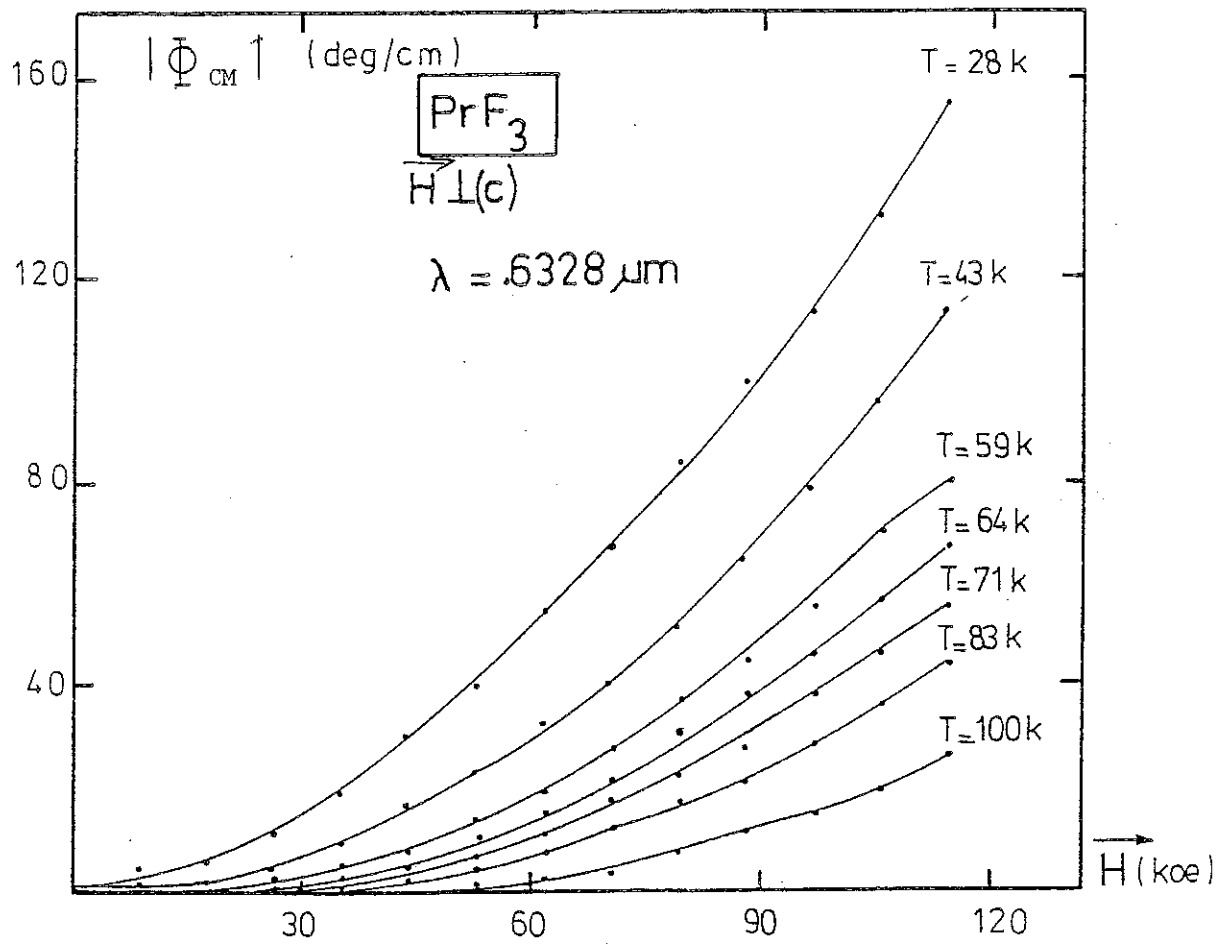


Fig.VIII-14 : Evolution thermique de l'effet Cotton-Mouton mesuré sur le trifluorure de Praséodyme.

VIII-5 - MONTAGE A MIROIRS PLANS - ROTATION FARADAY (4)

Ce montage ne représentant pas la partie maitresse de notre étude a été très peu étudié. Ainsi, pour des raisons de stabilité des supports ferromagnétiques, nous nous sommes limités à des valeurs de champ inférieures à 40 kOe. Nous avons mesuré l'échantillon de gallate de gadolinium, à la température ambiante pour vérifier le principe de l'autocompensation de ce montage. La fig. (VIII-16) donne la rotation Faraday des hublots W utilisés ainsi que la B.M.C. de l'échantillon obtenue à l'aide du montage. Nous l'avons comparée à celle obtenue par "simple" transmission. Ces deux mesures sont en bon accord. La valeur de la constante de Verdet, déterminée à partir de ces quelques points, est égale à $0,73 \text{ deg.cm}^{-1} \text{ kOe}^{-1}$. L'écart légèrement inférieur à 3 % par rapport aux valeurs déterminées plus haut (VIII.2.ii), avec le montage à dièdres droits, tient au fait que la pente est calculée à partir d'un faible nombre de points correspondants à des champs inférieures à 40 kOe.

VIII-6 - MESURE DE L'EFFET FARADAY PAR "SIMPLE" TRANSMISSION A BASSE TEMPERATURE.

Pour mesurer l'effet Faraday par "simple" transmission, à basse température, fig. (VIII-1), nous sommes contraints d'utiliser la cuve de gaz d'échange. A la rotation Faraday de l'échantillon s'ajoute alors l'effet parasite du hublot froid. Pour éviter la correction de la mesure, à l'aide d'abaques, nous avons mesuré simultanément l'effet Faraday du hublot et celui de l'échantillon par simple translation du détecteur, grâce au montage de la fig. (VIII-17): L'échantillon PrF_3 présentant un défaut de parallélisme de $0,2^\circ$ est traversé par la moitié du faisceau lumineux. L'autre moitié, traversant seulement le hublot, n'est pas déviée. Au niveau du détecteur, placé à 2 m du centre du champ, nous avons alors deux taches lumineuses dont l'une mesure l'effet Faraday du hublot et l'autre celui, cumulé, et de l'échantillon et du hublot (Fig. VIII-11).

La même chose aurait pu être réalisée en plaçant un biprisme biréfringent de Wollaston au foyer d'une lentille afin d'avoir deux faisceaux lumineux parallèles. Pendant que l'un traverse l'échantillon et le hublot, l'autre ne traverse que ce dernier (Fig. VIII-18).

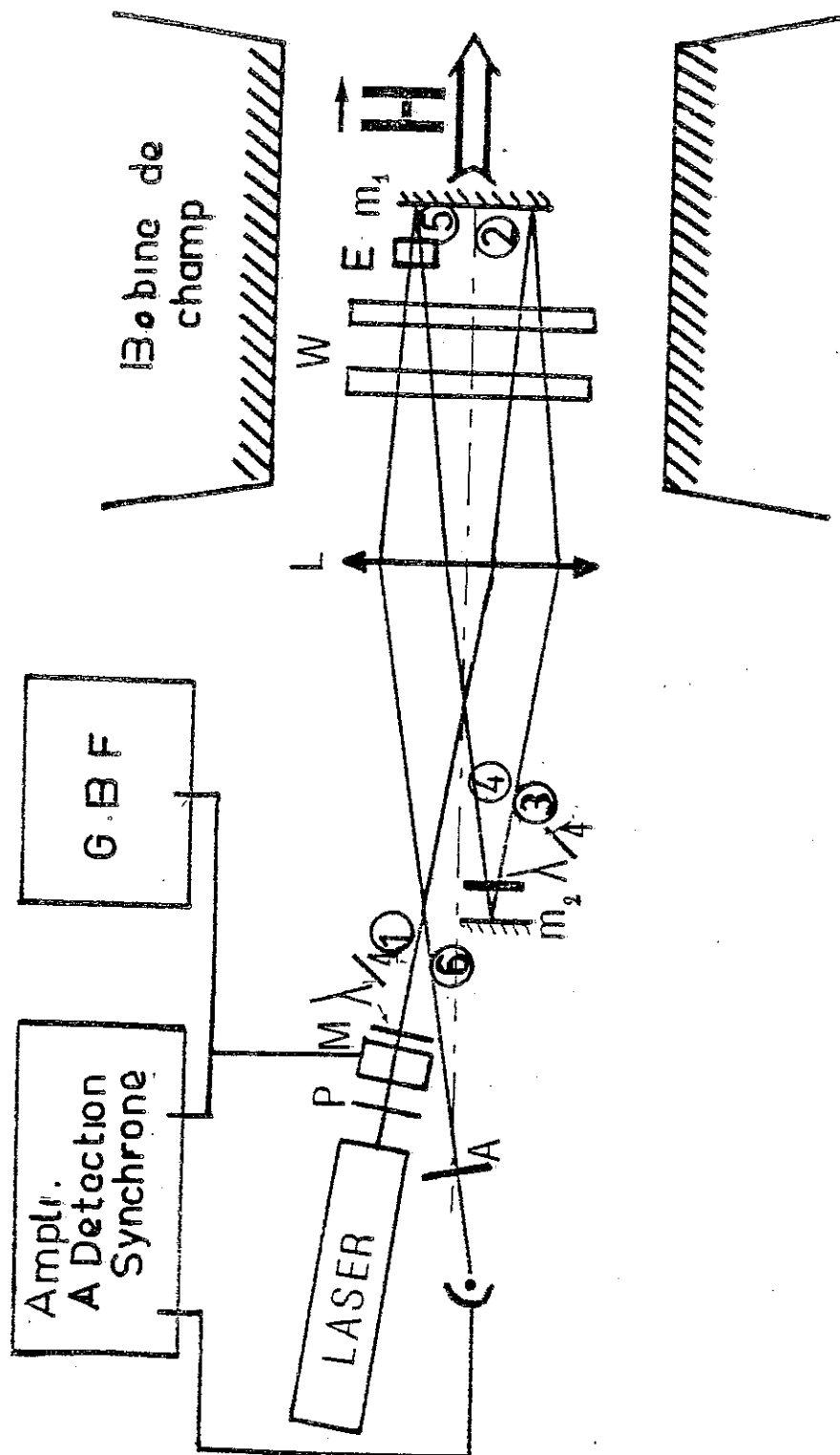


Fig. VIII-15 : Mesure d'effet Faraday avec autocompensation des effets des hublots : montage dit "à miroir plan".

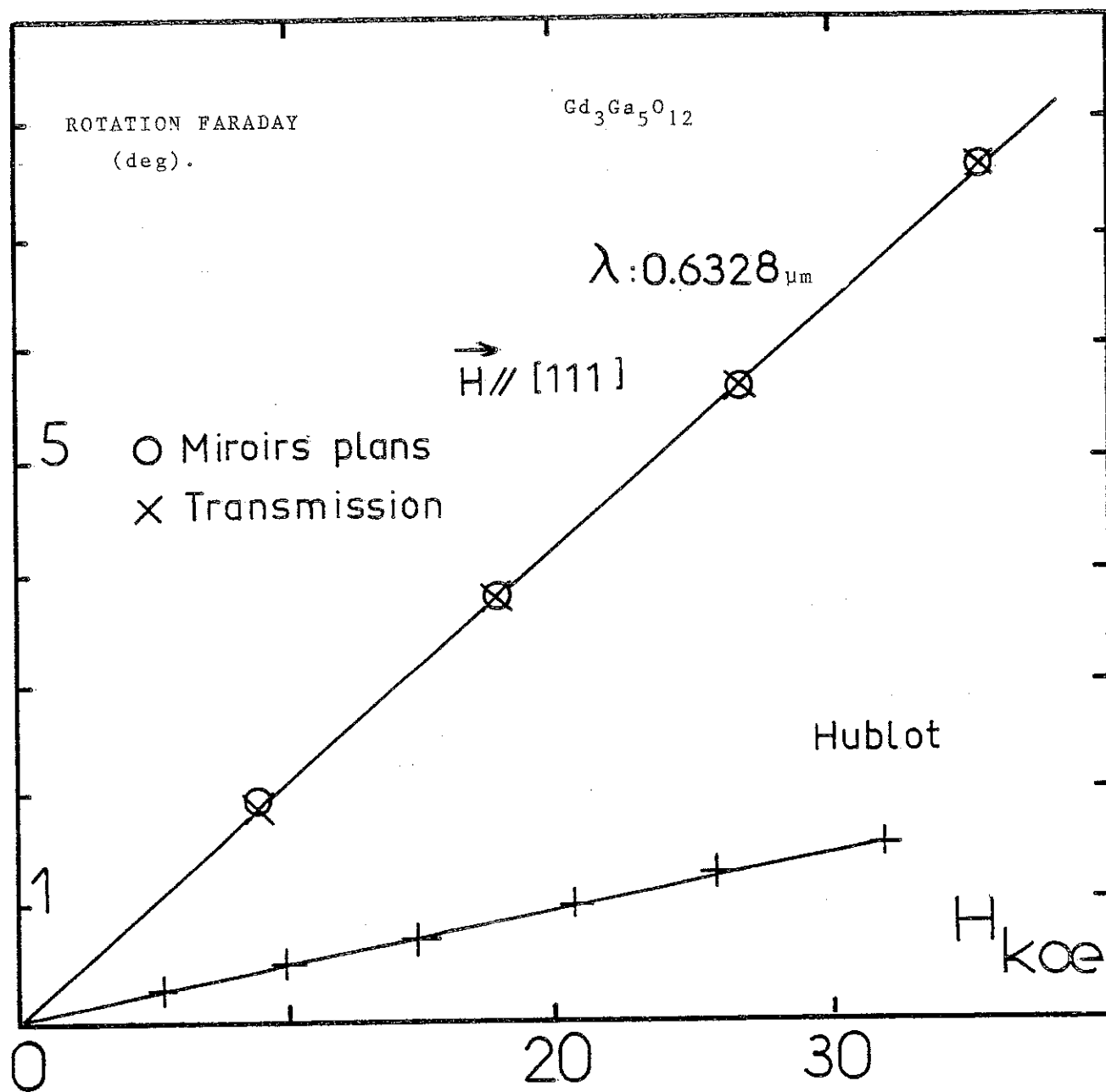


Fig VIII 16 - Expérimentation du montage représenté fig.VIII.15
Etude du gallate de gadolinium à la température
ambiante.
Le hublot est différent de celui utilisé lors de
l'expérimentation du montage à dièdres.

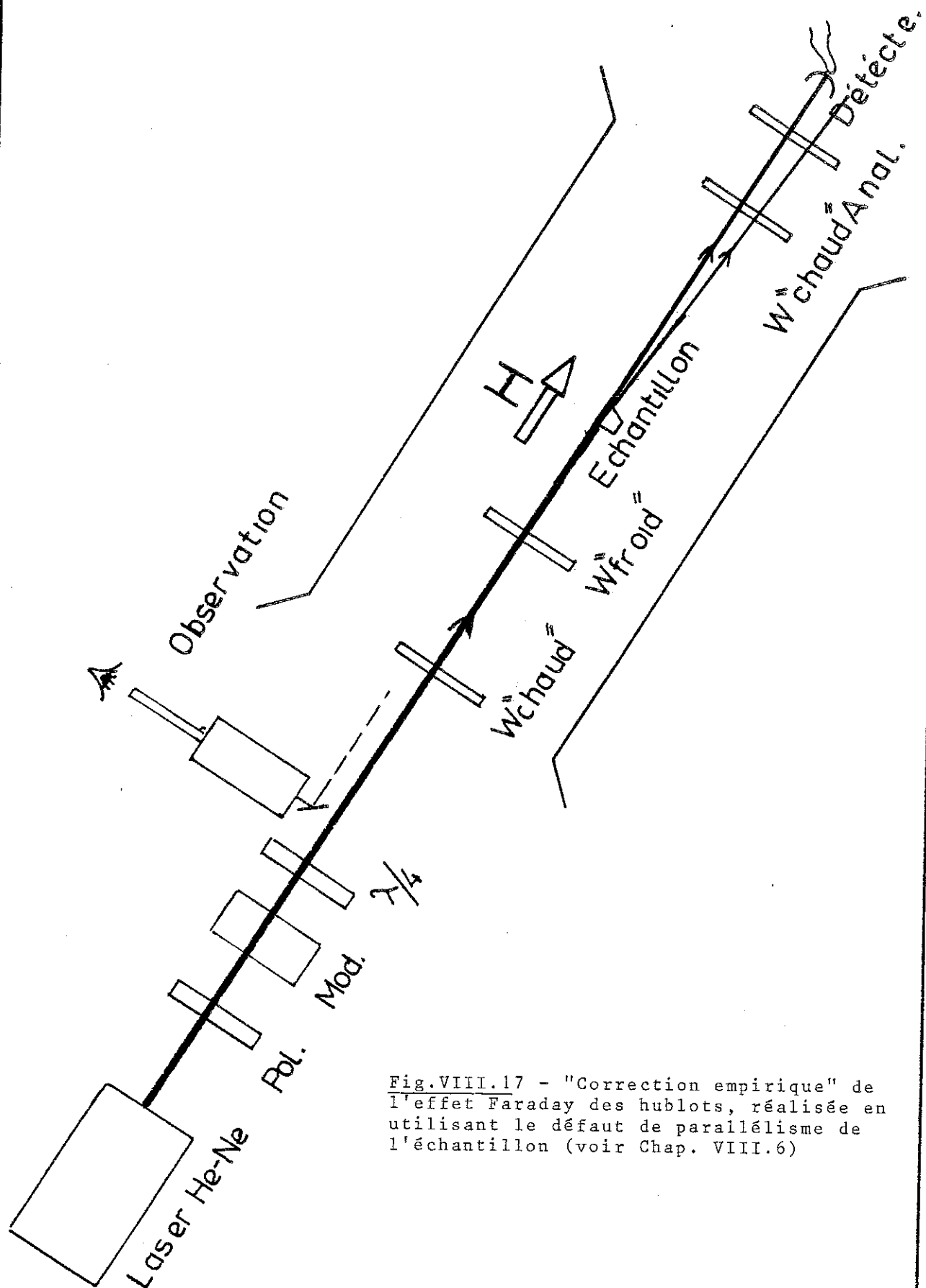


Fig.VIII.17 - "Correction empirique" de l'effet Faraday des hublots, réalisée en utilisant le défaut de parallélisme de l'échantillon (voir Chap. VIII.6)

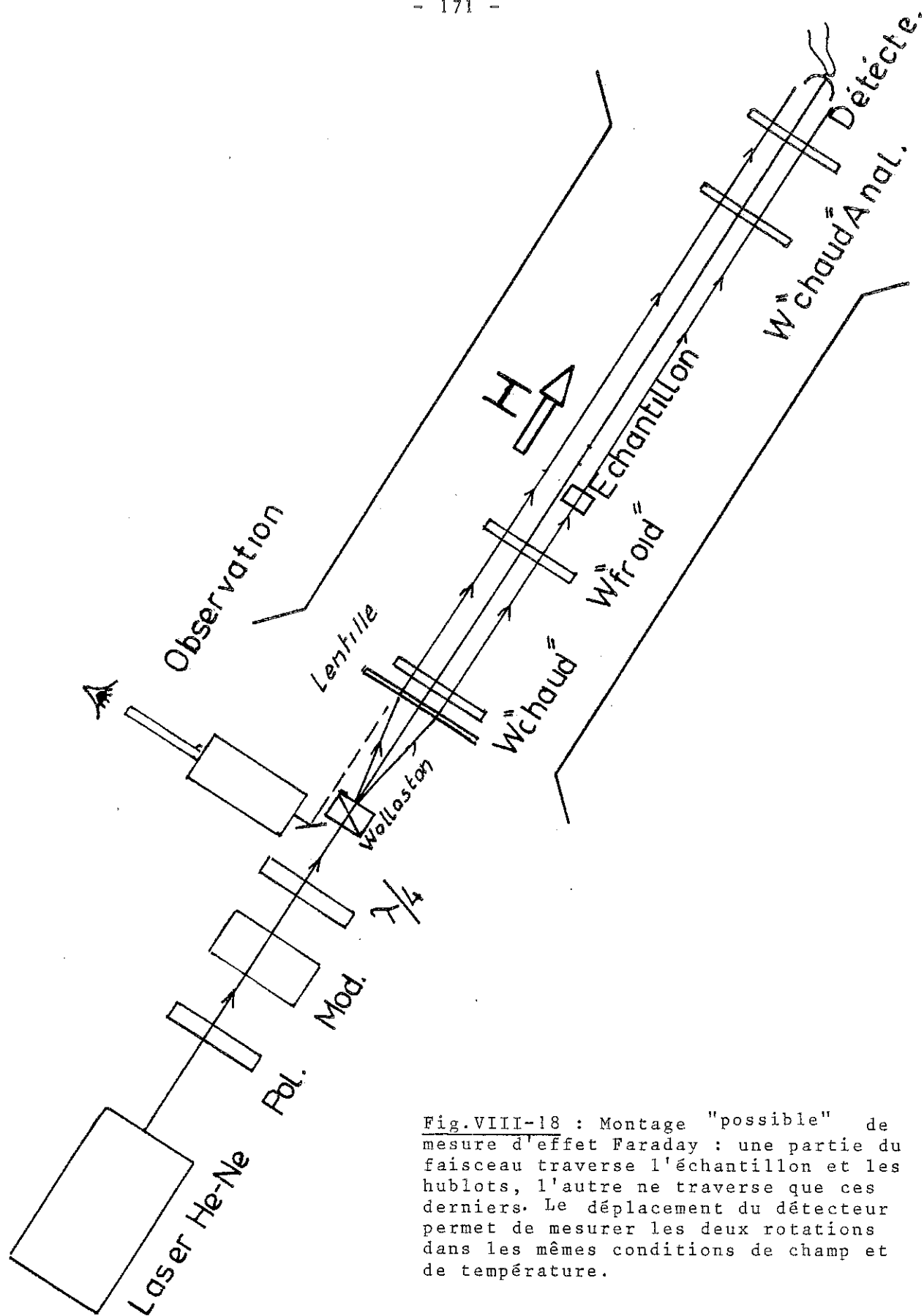


Fig.VIII-18 : Montage "possible" de mesure d'effet Faraday : une partie du faisceau traverse l'échantillon et les hublots, l'autre ne traverse que ces derniers. Le déplacement du détecteur permet de mesurer les deux rotations dans les mêmes conditions de champ et de température.

REFERENCES DU CHAPITRE VIII

1. D.C. D.C. STOCKEBARGER,
Rev.Sci.Instr., 7, 1936, 133.
2. C. LEYCURAS, H. LE GALL, M. GUILLOT, A. MARCHAND
"Magnetic susceptibility and Verdet Constant in Rare Earth
Trifluorides"
Soumis à J.M.M.M., Pittsburg - Nov. 1983
3. C. LEYCURAS, Thèse Paris (à paraître).
4. Y. SOUCHE, A. SAADAoui, M. GUILLOT
"Measuring high field Faraday rotation : self compensation of
windows". A paraître dans : Journal of Physics E : Scientific
Instruments.

C O N C L U S I O N

Dans ce mémoire, nous avons présenté l'étude et la réalisation d'un appareillage de mesure de rotation Faraday et d'effet Cotton-Mouton en champ magnétique intense continu, appareillage fonctionnant entre 17 et 300 K.

Le problème essentiel que nous avons dû résoudre vient du fait qu'en champ magnétique intense (disons égal ou supérieur à 100 kOe-10 Teslas). les fenêtres optiques du cryostat, indispensables à l'obtention de basses températures homogènes et reproductibles au niveau de l'échantillon, présentent des rotations Faraday qui peuvent être du même ordre de grandeur voire même très supérieures aux effets que l'on se propose de mesurer.

Une première approche consiste évidemment à considérer que, somme toute, les effets des fenêtres sont négligeables; on se limite alors à l'étude de cristaux de très forte rotation et l'on utilise en champ intense le montage de la figure VIII.1 qui est identique à celui généralement employé en champ magnétique faible.

Si les conditions d'une telle approche ne sont pas remplies, il faut rechercher à "compenser" les effets des fenêtres. C'est cette "compensation" que nous avons étudiée, tout d'abord sur le plan théorique avec l'outil mathématique constitué soit par les "quaternions", soit par la sphère de Poincaré, puis sur un plan pratique en proposant deux montages différents : le montage "miroirs plans" (fig. VIII.15) ou le montage à dièdres (fig. V.2 et fig. V.3). Tous deux se caractérisent par une double traversée des hublots et par une compensatrice facilement réalisable puisqu'il s'agit, soit d'une lame quart d'onde (montage à "miroirs plans"), soit d'une lame de pouvoir rotatoire égale à $\pi/2$ (obtenue par l'association de deux lames demi-onde). Le montage "miroirs plans" est complètement insensible aux faibles rotations de miroirs et ce, quel que soit l'axe de rotation. Par contre, le trajet lumineux dans

l'échantillon est toujours parallèle au champ au contraire du montage à dièdres droits qui permet la géométrie "Cotton Mouton". Ce dernier type de mesure a particulièrement attiré notre attention et nous avons montré que la rotation Faraday des hublots entraînait une erreur sur la mesure de ϕ_{CM} , erreur que l'on peut minimiser en travaillant notamment avec une lumière incidente de polarisation circulaire.

Si le paramètre "champ intense" était gracieusement mis à notre disposition par le Service National des Champs Intenses, il n'en fut pas de même du "paramètre basse température". Une part importante de notre travail fut constituée par l'étude et la réalisation d'un cryostat optique. A l'heure actuelle, il permet de descendre jusqu'à 17 K, résultat qui peut sans doute être amélioré en introduisant notamment des écrans "froids" pour réduire le rayonnement sur le hublot "froid".

Enfin, pour construire une expérience "ouverte" aux physiciens extérieurs, il était utile de réaliser une procédure de métrologie assistée d'un petit calculateur. Le choix de la modulation de phase, associée à un détecteur photoélectrique, a facilité une automatisation de l'expérience.

Terminons notre analyse par deux remarques : à côté du champ magnétique et de la température le troisième paramètre qui définit les effets magnéto-optiques est la longueur d'onde. Pour des raisons de facilité nous avons mis au point notre appareillage avec la "lumière rouge" du laser hélium-néon mais pour chaque élément l'extension vers l'infra-rouge (domaine où l'étude de matériaux magnétiques est particulièrement intéressante) a été étudiée. Nos expériences ont été effectuées dans le champ "horizontal" d'une bobine de Bitter, mais nous avons présenté à l'esprit la mise au point de l'enroulement "hybride" ; dans quelque temps, un champ de 30 Teslas (300 kOe) sera disponible à Grenoble. Un tel champ sera vertical; c'est pourquoi nous avons construit un cryostat dont les performances sont insensibles à l'orientation et qui fonctionne aussi bien en position horizontale qu'en position verticale.

Le bilan chiffré de notre travail s'écrit :

- Champ : $0 \leq H \leq 120$ kOe
- Température : $17 \leq T \leq 300$ K
- Rotation Faraday :
 - . résolution angulaire analyseur $\approx 0,01$ degré
 - . bruit (pour $\tau = 1$ s) $\approx 0,02$ degré
- Cotton Mouton ϕ_{CM}
 - . résolution : $\phi_{CM}/2$ $\approx 0,1$ degré
 - . bruit (pour $\tau = 1$ s) $> 0,1$ degré

TABLE DES MATIERES

	Page
<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>CHAPITRE I</u> : QUELQUES FORMALISME DE LA LUMIERE POLARISEE : ETATS ET OPERATEURS DE POLARISATION	5
<u>CHAPITRE II</u> : LES PRINCIPAUX EFFETS MAGNETO-OPTIQUES	17
<u>CHAPITRE III</u> : LA BIREFRINGENCE MAGNETIQUE CIRCULAIRE (ROTATION FARADAY) ET LA BIREFRINGENCE MAGNETIQUE LINEAIRE (EFFET COTTON-MOUTON) DES MATERIAUX MAGNETIQUES	33
<u>CHAPITRE IV</u> : ETUDE DE L'APPAREILLAGE : COMPENSATION DES EFFETS FARADAY DES HUBLOTS	49
<u>CHAPITRE V</u> : REALISATION DE L'APPAREILLAGE	91
<u>CHAPITRE VI</u> : LE CRYOSTAT	125
<u>CHAPITRE VII</u> : PROCEDURE ET ORGANISATION GENERALE	143
<u>CHAPITRE VIII</u> : LES PREMIERS RESULTATS EXPERIMENTAUX	149
<u>CONCLUSION</u> :	173
<u>ANNEXE 1</u> :	177
<u>ANNEXE 2</u> :	179
<u>ANNEXE 3</u> :	181

ANNEXE 1

QUELQUES NOTES SUR LES FERRITES GRENATS*

Les ferrites grenats ont pour formule générale $R_3Fe_5O_{12}$ où R représente l'ion yttrium ou un ion terre rare trivalent. Leur structure cristalline est cubique (groupe Ia3d - paramètre de maille ≈ 12 Å). Chaque maille contient 8 formules élémentaires :

- 16 ions Fe^{3+} occupent les sites tétraédriques "d"
- 24 ions Fe^{3+} occupent les sites octaédriques "a"
- 24 ions R^{3+} occupent les sites dodécaédriques "c"

Une des propriétés importantes des grenats est constituée par les nombreuses substitutions possibles résumées dans le tableau ci-dessous :

Sites c dodécaédriques	Sites a octaédriques	Sites d tétraédriques
Y^{3+} (0,92 Å)	Fe^{3+} (0,64 Å)	Fe^{3+} (0,64 Å)
Ca^{2+} (0,99 Å)	Ti^{4+} (0,68 Å)	Si^{4+} (0,42 Å)
Sr^{2+} (1,12 Å)	Sn^{4+} (0,71 Å)	Ge^{4+} (0,53 Å)
Pb^{2+}	Zr^{4+} (0,79 Å)	Ga^{3+}
Bi^{3+}	In^{3+} (0,81 Å)	Al^{3+}
Pr^{3+}	Co^{2+}	V^{5+}
Nd^{3+}	Sc^{3+}	
Tb^{3+}	Sb^{5+}	
Sm		

Leurs propriétés magnétiques sont décrites à la température ambiante par la théorie de Néel. Aux trois sites cristallographiques, sont associés trois sous réseaux magnétiques M_a , M_d et M_c . Les fortes interactions d'échange entre $Fe_{(c)}^{+3}$ et $Fe_{(d)}^{+3}$ font que $\vec{M}_a$ et $\vec{M}_d$ sont antiparallèles, ces interactions sont pratiquement indépendantes de la nature de la tension, elles définissent le point de Néel (560 K) qui est pratiquement le même pour tous les ferrites grenats. Quant à M_c , il est orienté antiparallèlement à la résultante $M_d - M_a$.

L'aimantation du grenat est donc égale à $|M_d - M_a| - M_c$. Pour les ferrites grenats de terre rare lourde, il existe une température de compensation T_{comp} pour laquelle s'annule l'aimantation macroscopique du ferrite. Les valeurs de T_{comp} sont 89 K(Er), 137 K(Ho), 220K(Dy), 242K(Tb) et 290K(Gd).

Aux basses températures, apparaissent des ordres magnétiques plus complexes, les moments magnétiques des ions R^{3+} cessant d'être parallèles et forment des structures angulaires.

Les propriétés magnétooptiques sont dues aux ions Fe^{3+} (états de base $^6S_{5/2}$) mais surtout aux ions R^{3+} qui possèdent un couplage spin orbite important. Leur spectre d'absorption présente une fenêtre de transparence dans le domaine de 1 à 5 microns. La large bande d'absorption de l'ultraviolet à un micron est attribuée aux transitions électroniques de la couche 3d des ions Fe^{3+} . Les ions terre rare font apparaître par les transitions électroniques entre multiplet fondamental et les multiplets supérieurs des couches $(4f)^n$ des raies fines discrètes de faible intensité. Dans la bande 10 - 150 microns, la forte absorption est due aux phonons optiques ; au delà de 150 microns, trois mécanismes sont à considérer : phonons, résonance ferrimagnétique et transitions électroniques à l'intérieur du multiplet de base.

Les applications potentielles des grenats sont considérables avec notamment les mémoires thermomagnétiques et les composants opto-électroniques (modulateurs, défecteurs, composants non réciproques).

* Voir "Physics of magnetic garnets" - A. Paoletti (Ed).
North Holland Publishing Co, 1978.

ANNEXE 2

Dans la géométrie Cotton-Mouton nous nous proposons de calculer la polarisation émergeant de la lame quart d'onde $\frac{\lambda}{4}$ |2| fig.V3 après les 2 doubles traversées. Quand la lumière incidente a une polarisation quelconque, elle est représentée par :

$$\hat{P}_i = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$$

avec $x = \cos 2\chi \cos 2\alpha$ $y = \cos 2\chi \sin 2\alpha$ et $z = \sin 2\chi$

d'après la relation (II) la polarisation émergente sera reliée à P_i par

$$\hat{P}_e = e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-\hat{k}d} e^{j\delta} e^{\hat{k}\frac{\pi}{2}} e^{\hat{k}d} \hat{P}_i e^{-\hat{k}d} e^{-\frac{k\pi}{2}} e^{-j\delta} e^{\hat{k}d} e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

en posant

$$\hat{A} = e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-\hat{k}d} e^{j\delta} e^{\hat{k}\frac{\pi}{2}} e^{\hat{k}d}$$

et

$$\hat{B} = e^{-\hat{k}d} e^{-\hat{k}\frac{\pi}{2}} e^{-j\delta} e^{\hat{k}d} e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

on trouve

$$\hat{A} = p + \hat{m} \quad ; \quad \hat{B} = -p + \hat{m}$$

avec

$$p = \sin(\alpha - \delta) \cos \alpha - \cos(\alpha + \delta) \sin \alpha$$

et

$$\hat{m} = \hat{i} [\sin(\delta + \alpha) \cos \alpha - \cos(\delta - \alpha) \sin \alpha] - \hat{j} [\cos(\delta - \alpha) \cos \alpha + \sin(\delta + \alpha) \sin \alpha]$$

et

$$\hat{P}_e = \hat{A} (x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}) \hat{B} = x \hat{A} \hat{i} \hat{B} + y \hat{A} \hat{j} \hat{B} + z \hat{A} \hat{k} \hat{B}$$

tout calcul fait on trouve :

$$\begin{aligned} \hat{P}_e = & \hat{i} \left[x (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) + y (\sin 2\alpha \cos 2\alpha) (1 - \cos \phi_{cm}) - z \sin \phi_{cm} \cos \alpha \right] \\ & + \hat{j} \left[x \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha - y \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha - z \cos \phi_{cm} \right] \\ & + \hat{k} \left[x \cos 2\alpha \sin 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + y (\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) - z \sin \phi_{cm} \sin \alpha \right] \end{aligned} \quad (A)$$

Dans le cas où $\phi_{CM} = 0$ ($H = 0$), $\hat{P}_e$ s'écrit :

$$\hat{P}_e = x \hat{i} - z \hat{j} + y \hat{k}$$

Lumière elliptique dont le grand axe fait avec $\hat{i}$ un angle θ_m^1 tel que

$$\operatorname{tg} 2 \theta_m^1 = - \frac{z}{x}$$

Nous mesurons à partir de $H = 0$ un angle θ_m tel que :

$$\operatorname{tg} 2 \theta_m = \operatorname{tg} (2 \lambda - 2 \theta_m^1)$$

avec $\operatorname{tg} 2 \lambda = \frac{\text{composante selon } \hat{j} \text{ de } \hat{P}_e}{\text{composante selon } \hat{i} \text{ de } \hat{P}_e}$

soit :

$$\operatorname{tg} 2 \lambda = \frac{x \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha - y \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha - z \cos \phi_{cm}}{x (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) + y \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) - z \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha}$$

Ce qui nous permet de calculer $\operatorname{tg} 2 \theta_m$ en remplaçant x, y, z par leurs valeurs

$$\operatorname{tg} 2 \theta_m = \frac{\cos 4\chi \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha + \sin 2\chi \cos 2\chi \sin^2 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm})}{\cos \phi_{cm} + \cos^2 2\chi \sin^2 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) - \sin 4\chi \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha}$$

ou encore :

$$\operatorname{tg} 2 \theta_m = \frac{x \sin \phi_{cm} (x \cos 2\alpha - y \sin 2\alpha) + z [\sin 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) (x \sin 2\alpha + y \cos 2\alpha) - z \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha]}{x [x (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) + y \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) - z \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha] + z [y \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha + z \cos \phi_{cm}]}$$

ANNEXE 3

DEREGLEMENT DES ELEMENTS OPTIQUES* : INFLUENCE SUR LA MESURE DE L'EFFET COTTON-MOUTON (1)

1 - DEREGLEMENT DU POLARISEUR D'UN ANGLE ε , LES AUTRES ELEMENTS SONT SUPPOSES REGLES EN POSITION IDEALE.

Si la direction du polariseur, normalement à 45° , $\hat{P}_{pol} = \hat{i}$; est dérégulée d'un angle ε , la polarisation s'écrit

$$\hat{P}_{pol} = (\cos 2\varepsilon) \hat{i} + (\sin 2\varepsilon) \hat{j}$$

La polarisation émergeant de la $\frac{\lambda}{4}$ (d'axes à $0-90^\circ$) qui transforme $\hat{i}$ en $-\hat{k}$, $\hat{k}$ en $\hat{i}$ et $\hat{j}$ en $\hat{j}$, s'écrit :

$$\hat{P}_{\frac{\lambda}{4}} = (\sin 2\varepsilon) \hat{j} - (\cos 2\varepsilon) \hat{k}$$

soit d'après la formule (A) établie dans l'annexe (2)

$$\begin{aligned} \hat{P}_e = & \left[\sin 2\varepsilon \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos^2 \alpha \right] \hat{i} \\ & + \left[-\sin 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \sin^2 \alpha + \cos 2\varepsilon \cos \phi_{cm} \right] \hat{j} \\ & + \left[\sin 2\varepsilon (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \phi_{cm}) + \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \sin^2 \alpha \right] \hat{k} \end{aligned}$$

Nous distinguons 2 cas

a) - $H = 0$ ($\phi_{cm} = 0$; $\alpha = 0$)
d'où

$$\hat{P}_e = (\cos 2\varepsilon) \hat{j} + (\sin 2\varepsilon) \hat{k}$$

Vibration elliptique dont le grand axe est selon $\hat{j}$.

b) - $H \neq 0$

$\hat{P}_e$ représente une vibration elliptique dont le grand axe n'est plus suivant $\hat{j}$ mais fait un angle θ_m^1 avec celui-ci.

On calcule

$$\tan 2\theta_m^H = \frac{\sin 2\varepsilon \cdot \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos^2 \alpha}{-\sin 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos^2 \alpha + \cos 2\varepsilon \cos \phi_{cm}}$$

* Des exemples numériques sont donnés par le tableau du chapitre V.

Soit en développant au 1er ordre en ϵ .

$$\tan 2\theta_m^H = \frac{2\epsilon \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha}{-2\epsilon \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha + \cos \phi_{cm}}$$

qui montre qu'un dérèglement du polariseur entraîne une erreur sur la mesure.

2 - LAME QUART D'ONDE $\lambda/4$ (1)

2-a) dérèglement de la lame quart d'onde d'un angle ϵ .

Dans ce cas les lignes neutres de la lame ne sont pas exactement à 45° de la rectiligne délivrée par le polariseur supposé parfaitement réglé. Quand cet angle est de $45^\circ + \epsilon$, l'action de la quart d'onde peut être représentée par l'opérateur $\hat{O}_{\lambda/4}$

$$\hat{O}_{\lambda/4} = \frac{1}{4} (\sin 2\epsilon \hat{i} + \cos 2\epsilon \hat{j}) \hat{O}_{\lambda/4}$$

d'où

$$\hat{P}_{\lambda/4} = \hat{O}_{\lambda/4} \hat{i} \hat{O}_{\lambda/4}$$

soit
$$\hat{P}_{\lambda/4} = \sin^2 2\epsilon \hat{i} + \sin 2\epsilon \cos 2\epsilon \hat{j} - \cos 2\epsilon \hat{k}$$

d'après la formule de l'annexe (2)

$$\begin{aligned} \hat{P}_e = & \hat{i} \left[\sin^2 2\epsilon (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) + \sin 2\epsilon \cos 2\epsilon \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) \right. \\ & \left. + \cos 2\epsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha \right] \\ & + \hat{j} \left[\sin^2 2\epsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha + \sin 2\epsilon \cos 2\epsilon \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha + \cos 2\epsilon \cos \phi_{cm} \right] \\ & + \hat{k} \left[\sin^2 2\epsilon \cos 2\alpha \sin 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + \sin 2\epsilon \cos 2\epsilon (\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) \right. \\ & \left. + \cos 2\epsilon \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha \right] \end{aligned}$$

$$H = 0 \quad \text{soit} \quad \phi_{cm} = \alpha = 0$$

$$\hat{P}_e = \sin^2 2\epsilon + \cos 2\epsilon + \sin 2\epsilon \cos 2\epsilon \hat{k}$$

lumière elliptique dont le grand axe fait avec l'axe $\hat{j}$ l'angle $\theta_m^{(H=0)}$ tel que

$$\operatorname{tg} 2\theta_m^{(H=0)} = \frac{\sin^2 2\varepsilon}{\cos 2\varepsilon}$$

- $H \neq 0$

lumière elliptique dont le grand axe fait avec l'axe $\hat{j}$ un angle $\theta_m^{(H)}$ tel que

$$\operatorname{tg} 2\theta_m^{(H)} = \frac{\sin^2 2\varepsilon (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) + \sin 2\varepsilon \cos 2\varepsilon \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha}{\sin^2 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha - \sin 2\varepsilon \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha + \cos 2\varepsilon \cos \phi_{cm}}$$

Nous mesurons à partir de $H=0$ l'angle

$$\theta_m^{(H)} - \theta_m^{(H=0)} \text{ tel que}$$

$$\operatorname{tg} 2(\theta_m^{(H)} - \theta_m^{(H=0)}) = \frac{\operatorname{tg} 2\theta_m^{(H)} - \operatorname{tg} 2\theta_m^{(H=0)}}{1 + [\operatorname{tg} 2\theta_m^{(H=0)}][\operatorname{tg} 2\theta_m^{(H)}]}$$

d'où en se limitant au premier ordre en ε

$$\operatorname{tg} 2() = \frac{2\varepsilon \sin 2\alpha \cos 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha}{-2\varepsilon \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha + \cos \phi_{cm}}$$

2-b) imperfection $\frac{\lambda}{4}$: déphasage $\frac{\pi}{4} + \varepsilon$ (lignes neutres en bonne position).

Elle est représentée par l'opérateur $\hat{P}_{\lambda/4}(\frac{\pi}{4} + \varepsilon)$ tel que

$$\hat{P}_{\lambda/4} = -(\sin 2\varepsilon) \hat{i} - (\cos 2\varepsilon) \hat{k}$$

Soit une vibration émergente $\hat{P}_e$ d'après la formule de l'annexe (2)

$$\begin{aligned} \hat{P}_e = & \hat{i} \left[-\sin 2\varepsilon (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) + \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha \right] \\ & + \hat{j} \left[-\sin 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha + \cos 2\varepsilon \cos \phi_{cm} \right] \\ & + \hat{k} \left[-\sin 2\varepsilon \cos 2\alpha \sin 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm}) + \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \sin 2\alpha \right] \end{aligned}$$

- $H=0$

$\hat{P}_e$ se réduit à

$$\hat{P}_e = -(\sin 2\varepsilon)\hat{i} + (\cos 2\varepsilon)\hat{j}$$

une vibration rectiligne faisant un angle -2ε avec $\hat{j}$.

- $H \neq 0$

$\hat{P}_e$ devient elliptique ; le grand axe fait un angle $2\theta_m^{(H)}$ avec $\hat{j}$ telle que

$$\tan 2\theta_m^{(H)} = \frac{-\sin 2\varepsilon (\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha \cos \phi_{cm}) + \cos 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha}{-\sin 2\varepsilon \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha + \cos 2\varepsilon \cos \phi_{cm}}$$

nous mesurons à partir de $H=0$ un angle $\theta_m^{(H)} - \varepsilon$ en se limitant au premier ordre en ε .

$$\tan 2(\theta_m^{(H)} - \varepsilon) = \frac{-2\varepsilon [\sin^2 2\alpha (1 - \cos \phi_{cm})] + \sin \phi_{cm} \cos 2\alpha}{-2\varepsilon [\sin \phi_{cm} (1 - \cos 2\alpha)] + \cos \phi_{cm}}$$

3 - DEREGLAGE DE LA $\lambda/4^{(2)}$ DU COMPENSATEUR DE SENARMONT

La $\frac{\lambda}{4}$ du compensateur Sénarmont étant à 45° quand ces lignes neutres sont à ε de $\hat{i}$, son action sera représentée par l'opérateur :

$$\hat{O} = e^{(\cos 2\varepsilon \cdot \hat{i} + \sin 2\varepsilon \cdot \hat{j}) \frac{\pi}{4}}$$

La polarisation $\hat{P}_e$ dans le cas où la polarisation de la lumière incidente est circulaire : ($\hat{P}_e = \hat{k}$; $y = 0$; $z = 0$) devient :

$$\hat{P}_e = -(\sin \phi_{cm} \cos 2\alpha)\hat{i} - (\cos \phi_{cm})\hat{j} - (\sin \phi_{cm} \sin 2\alpha)\hat{k}$$

avant la $\frac{\lambda}{4}$ elle s'écrit (relation (49) chap. IV)

$$\hat{P}_{e,13} = -(\sin \phi_{cm} \cos 2\alpha)\hat{i} - (\sin \phi_{cm} \sin 2\alpha)\hat{j} + (\cos \phi_{cm})\hat{k}$$

après la traversée de la lame $\frac{\lambda}{4}^{(2)}$ à $45^\circ + \varepsilon$.

$$\hat{P}_{e, \lambda/4} = \hat{O} \hat{P}_{e,13} \overline{\hat{O}}$$

après calcul nous trouvons

$$\sqrt{2} \hat{O} \hat{P}_{e,13} = \sin \phi_{cm} \cos(2\alpha - \epsilon) + \left[-\sin \phi_{cm} \cos 2\alpha + \sin 2\epsilon \cos \phi_{cm} \right] \hat{i} \\ - \left[\sin \phi_{cm} \sin 2\alpha + \cos 2\epsilon \cos \phi_{cm} \right] \hat{j} + \left[\cos \phi_{cm} - \sin \phi_{cm} \sin(2\alpha - 2\epsilon) \right] \hat{k}$$

et

$$\hat{P}_e = \left[\sin 2\epsilon \cos \phi_{cm} - \sin \phi_{cm} \cos(2\alpha - 2\epsilon) \cos 2\epsilon \right] \hat{i} \\ - \left[\sin \phi_{cm} \sin 2\epsilon \cos(2\alpha - 2\epsilon) + \cos 2\epsilon \cos \phi_{cm} \right] \hat{j} \\ - \left[\sin \phi_{cm} \sin(2\alpha - 2\epsilon) \right] \hat{k}$$

H=0

$\hat{P}_e$ se réduit à $\hat{P}_e = (\sin 2\epsilon) \hat{i} - (\cos 2\epsilon) \hat{j}$ représentant une vibration rectiligne dont le pointé par rapport à $\hat{j}$ mesure l'angle

$$\tan 2\theta_m^{(H=0)} = -\tan 2\epsilon$$

H≠0

$\hat{P}_e$ est une vibration elliptique dont le grand axe fait avec $\hat{j}$ un angle $\theta_m^{(H)}$ tel que

$$\tan \theta_m^{(H)} = \frac{\sin 2\epsilon \cos \phi_{cm} - \sin \phi_{cm} \cos(2\alpha - 2\epsilon) \cos 2\epsilon}{-\sin \phi_{cm} \cos 2\epsilon \cos(2\alpha - 2\epsilon) - \cos 2\epsilon \cos \phi_{cm}}$$

et nous mesurons alors à partir de H=0 un angle tel que, tout calcul fait,

$$\theta_m^{\Delta H} = \theta_m^{(H)} - \theta_m^{(H=0)}$$

$$\tan 2\theta_m^{\Delta H} = \tan \phi_{cm} \cos(2\alpha - 2\epsilon)$$

Conclusion

Un dérèglage ϵ autour de la position 45° de la $\frac{\lambda}{4}$ du compensateur Senarmont entache d'erreur la mesure de l'effet Cotton-Mouton

4 - DEREGLEMENT DU MODULATEUR

Il a été étudié avec beaucoup de détails par ALLAIN [1], et nous nous limitons au cas extrêmement simple où un dérèglage induit simplement un déphasage constant $\Delta\phi_{mod}$ qui va s'ajouter à celui de la B.M.L.

La relation (IV48) du chapitre IV devient $\tan 2\theta_m = \left[\tan(\phi_{cm} + \Delta\phi_{mod}) \right] \cos 2\alpha$

[1] : Michel ALLAIN, Diplôme du Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris 1981.

5 - LAME COMPENSATRICE

a- Si les axes des 2 lames associées pour former la compensatrice sont à $45^\circ + \varepsilon$ l'opérateur représentant leur action deviendra, en considérant pour simplifier le raisonnement, que l'une des 2 lames a ses lignes à $\pm 45^\circ$ (c'est-à-dire que son action est représentée par l'opérateur $e^{\pm i\pi/2}$).

La deuxième lame sera alors représentée par l'opérateur $e^{\frac{\pi}{2}[-\sin 2\varepsilon \hat{i} + \cos 2\varepsilon \hat{j}]}$
Et la lame $R(\frac{\pi}{2})$ agit par le quaternion produit de ces deux derniers

$$\cos 2\varepsilon + \sin 2\varepsilon \cdot \hat{k}$$

qui représente une rotation d'angle $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$ autour de l'axe $\hat{k}$ (pouvoir rotation de $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$). Le long des 2 doubles passages la lumière aura subi un effet optique représenté par le produit d'opérateur

$$\hat{A} = e^{\hat{k}\alpha} e^{\hat{j}\chi} e^{-\hat{k}\alpha} e^{-\hat{j}\chi/2} (\sin 2\varepsilon + \cos 2\varepsilon \cdot \hat{k}) e^{\hat{j}\chi} e^{\hat{k}\alpha} e^{\hat{j}\chi} e^{-\hat{k}\alpha}$$

soit en se limitant au premier ordre en ε

$$\hat{A} = \hat{k} + 2\varepsilon e^{\hat{k}\alpha} e^{\hat{j}\chi} e^{-\hat{k}\alpha} e^{-\hat{j}\chi} \hat{k} e^{\hat{j}\chi} e^{\hat{k}\alpha} e^{\hat{j}\chi} e^{-\hat{k}\alpha}$$

tout calcul fait. $\hat{A}$ s'écrit

$$\begin{aligned} \hat{A} = & [2\varepsilon \cos \alpha] [1 - 4 \sin^2 \chi \sin^2 \alpha] - [4\varepsilon \sin \chi \sin 2\alpha] [1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \chi] \hat{i} \\ & + 4\varepsilon [\sin \chi \cos^2 \alpha [1 - 4 \sin^2 \alpha \sin^2 \chi] - \sin \chi [1 + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \chi]] \hat{j} \\ & + \hat{k} \end{aligned}$$

Nous nous limiterons dans ce calcul d'erreur à l'action de l'opérateur $\hat{A}$ sur une lumière polarisée rectiligne à 45° représentée par le quaternion $\hat{P}_1 = \hat{i}$. La polarisation émergente peut alors s'écrire $\hat{P}_e = \hat{A} \hat{i} \hat{A}$ soit après calcul et en se limitant au premier ordre en ε

$$\begin{aligned} \hat{P}_e = & -\hat{i} + 4\varepsilon \cos \chi [1 - 4 \sin^2 \chi \sin^2 \alpha] \hat{j} \\ & - 8\varepsilon \sin \chi \sin 2\alpha [1 - 2 \sin^2 \alpha \sin^2 \chi] \hat{k} \end{aligned}$$

Dans le cas où les 2 lames ont leurs axes à 45° on trouve $\hat{P}_2 = -\hat{i}$ indépendant des fenêtres optiques et des miroirs; dans le cas contraire la compensation n'est plus réalisée et la mesure de θ_A est entachée d'une erreur θ_m qui s'écrit :

$$\operatorname{tg} 2 \theta_m = -4 \varepsilon \cos \chi \left[1 - 4 \sin^2 \chi \sin^2 \alpha \right]$$

En prenant $\varepsilon = 1^\circ$, $\chi = 20^\circ$ et $\alpha = 10^\circ$ nous obtenons un angle $\theta_m = 0,92^\circ$. Cette erreur est non négligeable ce qui confirme que le collage des deux lames doit être précis.

b - Si l'une des lames n'est pas parfaite, déphasant de $\pi - 2\varepsilon$, la lame $R(\frac{\pi}{2})$ agit par le quaternion:

$$e^{\hat{i} \frac{\pi}{2}} e^{\hat{j} (\frac{\pi}{2} - 2\varepsilon)} = \varepsilon \hat{i} + e^{\hat{k} \frac{\pi}{2}}$$

Après les deux doubles passages, la polarisation incidente rectiligne à 45° $\hat{P}_{in} = \hat{i}$, en se limitant au premier ordre en ε , devient $\hat{P}_e$ telle que :

$$\hat{P}_e = (\hat{k} + \varepsilon \hat{B}) \hat{i} (-\hat{k} + \varepsilon \hat{B})$$

$$\text{où : } \hat{B} = -\sin 2\alpha \sin 2\chi + (1 - 2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \chi) \hat{i} - \sin 4\alpha \sin^2 \chi \hat{j}$$

qui donne :

$$\hat{P}_e = -\hat{i} - 2\varepsilon \sin 2\alpha \sin 2\chi \hat{j} + \varepsilon (1 - 2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \chi) \hat{k}$$

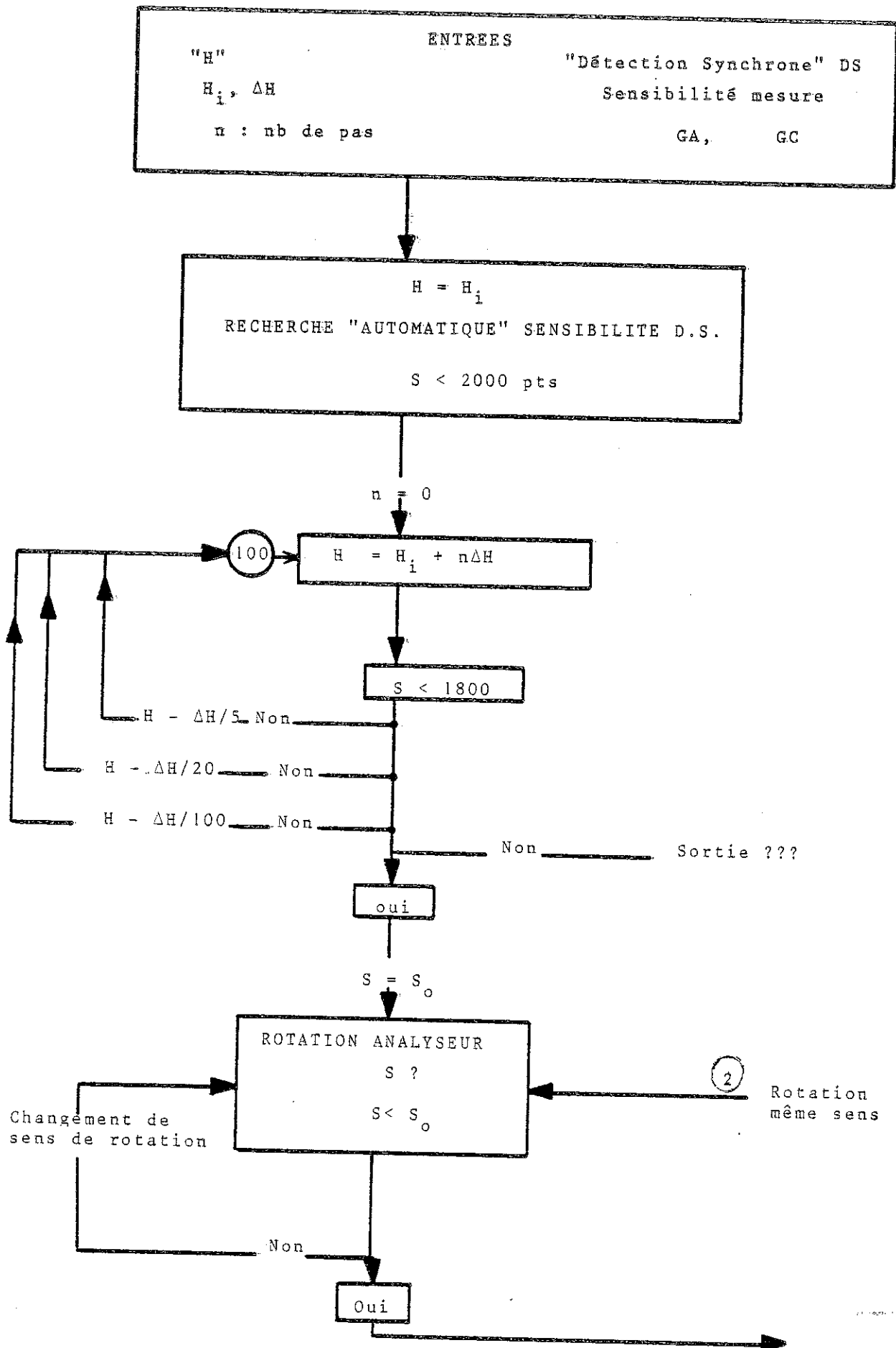
La compensation des effets des fenêtres optiques et des miroirs n'est plus réalisée. L'erreur commise θ_m (rotation de l'analyseur) est donnée par :

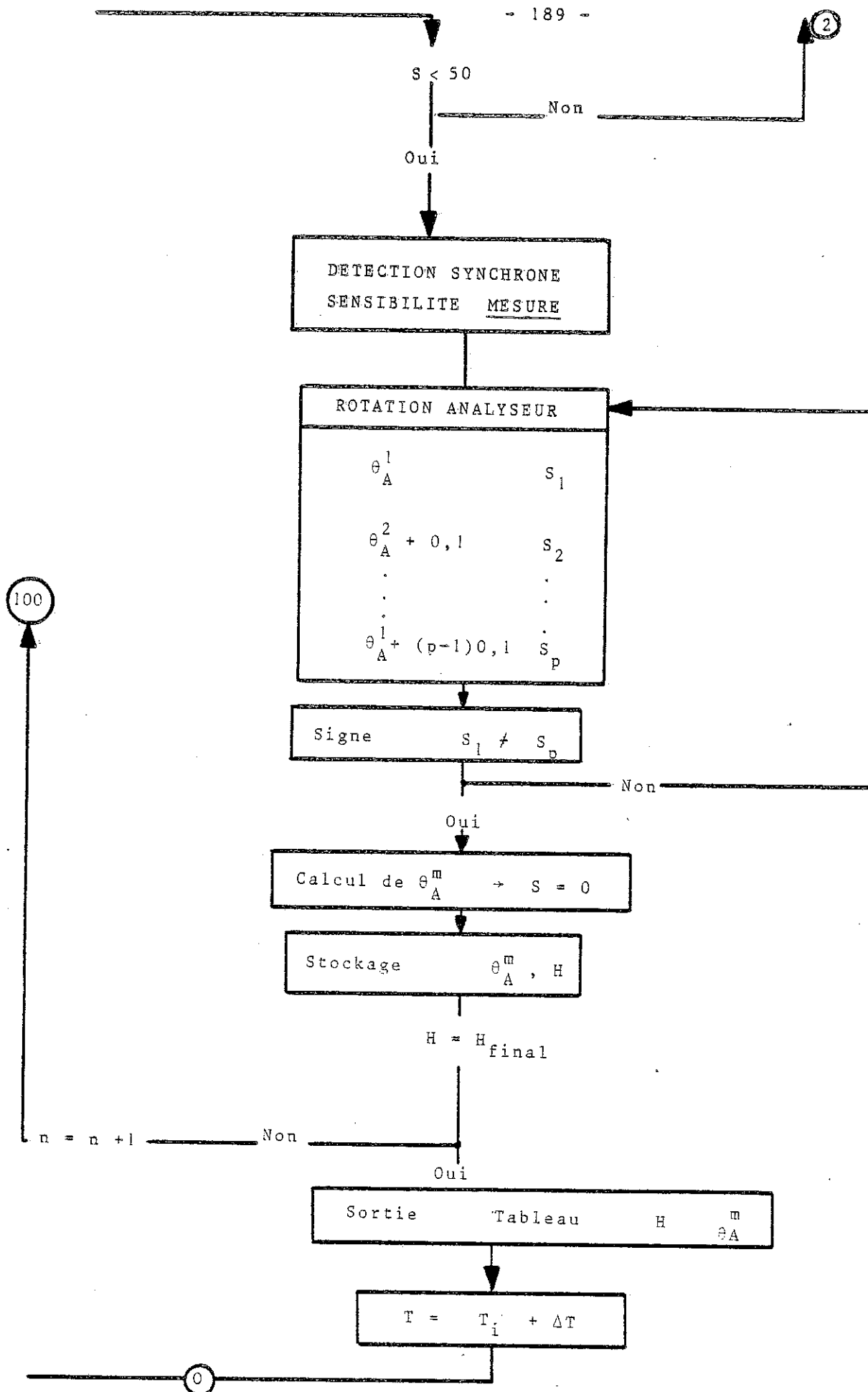
$$\operatorname{tg} 2 \theta_m = 2 \varepsilon \sin 2\alpha \sin 2\chi$$

fonction de α , donc du champ magnétique appliqué.

$$\text{Pour } \varepsilon = 1^\circ, \chi = 20^\circ \text{ et } \alpha = 10^\circ \quad \theta_m = 0,21^\circ$$

initial





R E S U M E

Le mémoire décrit l'étude et la réalisation d'un appareillage de mesure de biréfringences magnétiques circulaire (effet Faraday) et linéaire (effet Cotton-Mouton) en champ magnétique intense (150 kOe), fonctionnant entre 17 et 300 K. La résolution du montage est estimée égale à 0,01 degré en géométrie Faraday et à 0,1 degré en géométrie Cotton-Mouton.

Le problème essentiel traité dans ce mémoire concerne la compensation des effets magnéto-optiques des fenêtres optiques du cryostat qui peuvent être importants en champ intense en utilisant le modèle des quaternions. Deux montages ont été expérimentés, l'un d'eux offre la possibilité de mesurer l'effet Cotton-Mouton. Dans ce cas, les effets des fenêtres entraînent une correction sur la mesure, cette correction est discutée en détails. L'étude et la réalisation du cryostat optique font l'objet d'une description détaillée.

Mots clés : Rotation Faraday, Effet Cotton-Mouton
Cryogénie optique