

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE
ET L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
DE GRENOBLE

pour obtenir le grade

DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

par

Jacques ROUCHY

SUJET

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU COUPLAGE
MAGNETOELASTIQUE DANS LES MONOCRISTAUX
FERROMAGNETIQUES DE SYMETRIE CUBIQUE"**

Soutenue le 20 Décembre 1979 devant la commission d'Examen

A. HERPIN

Président

J.C. BARBIER

E. BELORIZKY

B. LUTHI

P. MORIN

Examineurs

E. du TREMOLET

de LACHEISSERIE

Monsieur Gabriel CAU : Président

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE l'U.S.M.G.

PROFESSEURS TITULAIRES

MM. AMBLARD Pierre
AMBROISE-THOMAS Pierre
ARNAUD Paul
ARVIEU Robert
AUBERT Guy
AYANT Yves
Mme BARBIER Marie-Jeanne
MM. BARBIER Jean-Claude
BARBIER Reynold
BARJON Robert
BARNOUD Fernand
BARRA Jean-René
BARRIE Joseph
BEAUDOING André
BELORIZKY Elie
BENZAKEN Claude
BERNARD Alain
Mme BERTRANDIAS Françoise
MM. BERTRANDIAS Jean-Paul
BEZES Henri
BILLET Jean
BLAMBERT Maurice
BONNET Jean-Louis
BONNET-EYMARD Joseph
Mme BONNIER Jeanne-Marie
MM. BOUCHERIE André
BOUCHEZ Robert
BOUTET DE MONVEL Louis
BRAVARD Yves
CABANEL Guy

Clinique de dermatologie
Parasitologie
Chimie
I. S. N.
Physique
Physique approfondie
Electrochimie
Physique Expérimentale
Géologie appliquée
Physique nucléaire
Biosynthèse de la cellulose
Statistiques
Clinique chirurgicale A
Clinique de Pédiatrie et Puériculture
Physique
Mathématiques appliquées
Mathématiques Pures
Mathématiques Pures
Mathématiques Pures
Clinique chirurgicale et Traumatologie
Géographie
Mathématiques Pures
Clinique Ophtalmologique
Clinique Hépatogastro-entérologique
Chimie générale
Chimie et Toxicologie
Physique nucléaire
Mathématiques Pures
Géographie
Clinique rhumatologique et hydrologique

....

MM. CALAS François
CARLIER Georges
CARRAZ Gilbert
CAU Gabriel
CAUQUIS Georges
CHARACHON Robert
CHATEAU Robert
CHIBON Pierre
COEUR André
COUDERC Pierre
CRABÉ Pierre
DERELMAS Jacques
DEGRANGE Charles
DELORMAS Pierre
DEPORTES Charles
DESRE Pierre
DODU Jacques
DOLIQUE Jean-Michel
DREYFUS Bernard
DUCROS Pierre
FONTAINE Jean-Marc
GAGNAIRE Didier
GALVANI Octave
GASTINEL Noël
GAVEND Michel
GEINDRE Michel
GERBER Robert
GERMAIN Jean-Pierre
GIRAUD Pierre
JANIN Bernard
JOLY Jean-René
KAHANE André
KLEIN Joseph
KOSZUL Jean-Louis
KRAVCHENKO Julien
LACAZE Albert
LACHARME Jean
Mme LAJZEROWICZ Janine
MM. LAJZEROWICZ Joseph

Anatomie
Biologie végétale
Biologie animale et pharmacodynamie
Médecine légale et toxicologie
Chimie organique
Clinique Oto-rhino-laryngologique
Clinique de neurologie
Biologie animale
Pharmacie chimique et chimie analytique
Anatomie pathologique
C. E. R. M. O.
Géologie générale
Zoologie
Pneumophtisiologie
Chimie minérale
Métallurgie
Mécanique appliquée (IUT I)
Physique des plasmas
Thermodynamique
Cristallographie
Maths Pures
Chimie Physique
Mathématiques pures
Analyse numérique
Pharmacologie
Electroradiologie
Mathématiques pures
Mécanique
Géologie
Géographie
Mathématiques pures
Physique générale
Mathématiques pures
Mathématiques pures
Mécanique
Thermodynamique
Biologie végétale
Physique
Physique

MM. LATURAZE Jean

LAURENT Pierre-Jean

LE ROY Philippe

LIBOUTRY Louis

LOISEAUX Jean-Marie

LONGUEUE Jean-Pierre

LOUP Jean

Mlle LUTZ Elisabeth

MM. MALINAS Yves

MARTIN-NOEL Pierre

MAYMARD Roger

MAZARE Yves

MICHEL Robert

MICLOUD Max

MOURIQUAND Claude

MOUSSA André

NEGRE Robert

NOZIERES Philippe

OZENDA Paul

PAYAN Jean-Jacques

PERAY-PEYROUJA Jean-Claude

PERRET Jean

RACHAIL Michel

RASSAT André

RENAUD Michel

REVOL Michel

Mme RINAUDO Marguerite

MM. DE ROUGEMONT Jacques

SARRAZIN Roger

SEIGNEURIN Raymond

SENGEL Philippe

SIBILLE Robert

SOUTIF Michel

TANCHE Maurice

VAILLANT François

VALENTIN Jacques

VAN CUTSEN Bernard

VAUQUOIS Bernard

Mme VERAÏN Alice

Biochimie Pharmaceutique

Mathématiques appliquées

Mécanique (IUT I)

Géophysique

Sciences nucléaires

Physique nucléaire - I.S.N.

Géographie

Mathématiques pures

Clinique obstétricale

Clinique cardiologique

Physique du solide

Clinique Médicale A

Minéralogie et Pétrographie

Clinique Maladies infectieuses

Histologie

Chimie nucléaire

Mécanique

Spectrométrie Physique

Botanique

Mathématiques pures

Physique

Sémiologie Médicale (Neurologie)

Clinique Médicale B

Chimie systématique

Thermodynamique

Urologie

Chimie macromoléculaire

Neuro-Chirurgie

Clinique chirurgicale B

Microbiologie et Hygiène

Zoologie

Construction mécanique (IUT I)

Physique générale

Physiologie

Zoologie

Physique Nucléaire

Mathématiques appliquées

Mathématiques appliquées

Pharmacie galénique

MM. VERAÏN André

VERRET Paul

VIGANIS Pierre

Biophysique

Géographie

Biochimie médicale

PROFESSEURS ASSOCIES

MM. GREENE Richard

ROTH Walter

SZYMANSKI Zdzislaw

Basses Températures

Cristallographie

Institut des Sciences Nucléaires

PROFESSEURS SANS CHAÎNE

M. LACROIX-DELOD Claudine

ALARY Josette

MM. ARMAND Gilbert

BENZAKEN Claude

BIAREZ Jean-Pierre

BILLET Jean

BOUCHET Yves

BRUGEL Lucien

BUISSON Roger

BUTEL Jean

CHARDON Michel

COHEN-ADDAD Jean-Pierre

COLOMB Maurice

CONTE René

DELOBEL Claude

DEPASSSEL Roger

GAUTHRON René

GIDON Paul

CLEMAT René

GROUAD Joseph

HACQUES Gérard

HOLLARD Daniel

HUGONOT Robert

IDELMAN Simon

JALBERT Pierre

JUENEN Pierre

Physique pharmaceutique

Chimie analytique

Géographie

Mathématiques appliquées

Mécanique

Géographie

Anatomie

Energétique (IUT I)

Physique (IUT I)

Orthopédie

Géographie

Spectrométrie physique

Biochimie médicale

Physique (IUT I)

M.I.A.C.

Mécanique des fluides

Chimie

Géologie et Minéralogie

Chimie organique

Biochimie médicale

Calcul numérique

Hématologie

Hygiène et Médecine préventive

Physiologie animale

Histologie

Mathématiques appliquées

Mme KAHANE Josette	Physique	MM. CHERADAME Hervé	Chimie papetière (EFP)
MM. KRAKOWIACK Sacha	Mathématiques appliquées	CHIAVERINA Jean	Biologie appliquées (EFP)
KURN Gérard	Physique (IUT I)	COHEN Henri	Mathématiques pures
LIU DUC Cuong	Chimie organique - Pharmacie	COLIN DE VERDIERE Yves	Maths pures
NACHE Régis	Physiologie végétale	CONTAMIN Charles	Chirurgie thoracique et cardio-vasculaire
MARECHAL Jean	Mécanique (IUT)	CORDONNIER Daniel	Néphrologie
MIC-JOUILLER Jean	Physique (IUT I)	COULOMB Max	Radiologie
Mme MINIER Colette	Physique (IUT I)	CROUZET Guy	Radiologie
MM. PELMONT Jean	Biochimie	CYROT Michel	Physique du solide
PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et Minéralogie	DENIS Bernard	Cardiologie
PFISTER Jean-Claude	Physique du solide	DOUCE Roland	Physiologie végétale
Mle PIERY Yvette	Physiologie Animale	DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
MM. RAYNAUD Hervé	M.I.A.G.	Mme ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
REBEQ Jacques	Biologie (CUS)	MM. FAURE Jacques	Médecine légale
REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale	FAURE Gilbert	Urologie
RICHARD Lucien	Biologie végétale	FLOYRAC Roger	Biophysique
SARROT-REYNAUD Jean	Géologie	FOURNET Jacques	Hépatogastro-entérologie
SIROT Louis	Chirurgie générale	GAUTIER Robert	Chirurgie générale
Mme SOUTIF Jeanne	Physique générale	GIDON Maurice	Géologie
MM. STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie	GROS Yves	Physique (IUT I)
VIALON Pierre	Géologie	GUIDICELLI Henri	Chirurgie générale
		GUIGNIER Michel	Thérapeutique
		GUITTON Jacques	Chimie
		HICIER Pierre	Chimie
		JALBERT Pierre	Histologie
		JUNIEN-LAVILLAVROY Claude	O.R.L.
		KOLODIE Lucien	Hématologie
		LE NOC Pierre	Bactériologie-virologie
		MAGNIN Robert	Hygiène et médecine préventive
		MALLION Jean-Michel	Médecine du travail
		MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
		MASSOT Christian	Médecine interne
		NEMOUZ Alain	Thermodynamique
		NOUGARET Marcel	Automatique (IUT I)
		ORDET Bruno	M.I.A.G.
		PARANELLE Bernard	Pneumologie
		PEFFEN René	Métallurgie (IUT I)
		PERRAUD Robert	Chimie (IUT I)
		PERRIER Guy	Géophysique-Glaciologie

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

MM. ARNAND Yves	Chimie (IUT I)
AURIAULT Jean-Louis	Mécanique (IUT I)
BACHELOT Yvan	Endocrinologie
BARGE Michel	Neuro-chirurgie
BEGUIN Claude	Chimie organique
BENABID Alim-Louis	Médecine et chirurgie expérimentales
Mme BERTEL Hélène	Pharmacodynamie
MM. BOUTET Christian	Mathématiques appliquées
BOST Michel	Pédiatrie
BOUCHARLAT Jacques	Psychiatrie adultes
Mme BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM. BERNARD Pierre	Gynécologie
CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse

MM. PHELIP Xavier
RACINET Claude
RABEAUD Pierre
RAPHAEL Bernard
Mme RENAUDET Jacqueline
MM. ROBERT Jean-Bernard
SAKAROVITCH Michel
SCHAEFER René
Mme SEIGLE-MURANDI Françoise
MM. STOEHNER Pierre
STUTZ Pierre
VROUSOS Constantin

MAITRE DE CONFERENCE ASSOCIE

M. SIDNEY Stuart

MAITRE DE CONFERENCE DELEGUE

M. ROCHAT Jacques

PERSONNALITES HABILITEES PAR LE CONSEIL SCIENTIFIQUE DE L'U.S.M.G. A ETRE DIRECTEURS DE THESE :

MM. BELAROVSKY Michel
BIAREZ Jean-Pierre
BOEHNER Jean-Pierre
BOIS Philippe
BOLLIER Louis
BONNET Alain
BRODEAU François
CHAMBERON André
CHAMBERON William
CHAPPERT Jacques
Mme CHATELAIN Françoise
MM. COURT Jean
DELAIVE Jean-Marc

Rhumatologie
Gynécologie et Obstétrique
Pédiatrie
Stomatologie
Bactériologie (Pharmacie)
Chimie-Physique
Maths appliquées
Cancérologie
Cryptogamie
Anatomie Pathologie
Mécanique
Radiologie

Mathématiques pures

Hygiène et Hydrologie (Pharmacie)

CENG/DRF/Chimie physique nucléaire
Professeur Mécanique
M.A. Mécanique
Mécanique
Prof. USS IUT II Informatique
CENG-DRF/Physique solide
Prof. USS Maths appliquées
CENG/DRF/Physique solide
CENG/DRF/Physique solide
CENG/DRF/Chimie physique nucléaire
Prof. USS Maths appliquées
M.A. Chimie générale
CENG

MM. DESCLAUX Jean-Paul
DOMINGO Luna
DUC-JACQUET Marc
DUFRESNOY Alain
GIRLOUD Jean-Pierre
HERVE Alain
HILLAIET Jacques
JORDAN Philippe
KLEITZ Michel
Mme LEJEUNE-JALABERT Monique
MM. LEMOINE Marcel
LETOURNEUR Jean
LIGEBON Emile
MAISONNEUVE Bernard
MONDARON Paul
MOSER Pierre
PECCOUD François
PERETTO Pierre
PIERRE Jean-Louis
PHAM DINH Tuan
POGGI André
RINAUDO Jean
ROBERT Raoul
ROMIER Guy
ROSSAT-MIGNON Jean
RODAULT Jacques
SAXOD Raymond
SOUQUET Jean-Louis
SUSCILLON Michel
TANE Michel
TEOULE Robert
VALLOU Michel
VILLAIN J.
VIVIAN Robert
Mme ZOHL

CENG/DRF/Chimie physique nucléaire
Maths pures
M.C. USS Maths appliquées
Maths pures
M.A. Mécanique
CENG/DRF/R.M.N.
CENG/DRF/Physique solide
M.R. CNRS Maths appliquées
Maitre rech. CNRS ENSERG
Maths pures
Géologie Alpine LA 69
Prof. Hon. Ecole mines Saint Etienne (rech)
CENG/DRF/Physique solide
M.C. USS Maths appliquées
M.A. Zoologie
CENG/DRF/Physique solide
M.C. USS Maths appliquées
CENG/DRF/Chimie physique nucléaire
M.A. Chimie
Attaché rech. MATHS appliquées
Ingénieur CNRS Géophysique
M.A. Chimie générale
Maths appliquées
Prof. USS Maths appliquées
CENG/DRF/Diffraction neutronique
M.C. USS Maths appliquées
M.A. Zoologie
M.A. Chimie ENSERG
CENG/DRF/Hématologie
Chimie
CENG/Radiobiologie
M.A. Géophysique
CENG/DRF/Diffraction neutronique
M.A. Géographie
Pharmacie DIJON (maitre médicale)

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Président : M. Philippe TRAYNARD
Vice-Présidents : M. Georges LESPINARD
M. René PAUTHENET

Année Universitaire
1978-1979

PROFESSEURS TITULAIRES

MM BENOIT Jean	Electronique - Automatique
BESSON Jean	Chimie Minérale
BLOCH Daniel	Physique du Solide - Cristallographie
BONNETAIN Lucien	Génie Chimique
BONNIER Etienne	Métallurgie
*BOUDOURIS Georges	Electronique - Automatique
BRISSENEAU Pierre	Physique du Solide - Cristallographie
BUYLE-BODIN Maurice	Electronique - Automatique
COUMES André	Electronique - Automatique
DURAND Francis	Métallurgie
FELICI Noël	Electronique - Automatique
FOULARD Claude	Electronique - Automatique
LANCIA Roland	Electronique - Automatique
LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique Nucléaire Corpusculaire
LESPINARD Georges	Mécanique
MOREAU René	Mécanique
PARIAUD Jean-Charles	Chimie-Physique
PAUTHENET René	Electronique - Automatique
PERRET René	Electronique - Automatique
POLOUJADOFF Michel	Electronique - Automatique
TRAYNARD Philippe	Chimie - Physique
VEILLON Gérard	Informatique fondamentale et appliquée
*en congé pour études.	

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM BLIMAN Samuël	Electronique - Automatique
BOUVARD Maurice	Génie Mécanique
COHEN Joseph	Electronique - Automatique
GUYOT Pierre	Métallurgie Physique
JOUBERT Jean-Claude	Physique du Solide - Cristallographie
LACOUME Jean-Louis	Electronique - Automatique
ROBERT André	Chimie Appliquée et des Matériaux
ROBERT François	Analyse numérique
SABONNADIÈRE Jean-Claude	Electronique - Automatique
ZADWORYN François	Electronique - Automatique

MAITRES DE CONFERENCES

MM ANCEAU François	Informatique fondamentale et appliquée
CHARTIER Germain	Electronique - Automatique
Mme CHERUY Arlette	Automatique
CHIAVERINA Jean	Biologie, biochimie, agronomie
IVANES Marcel	Electronique - Automatique
LESIEUR Marcel	Mécanique
MORET Roger	Physique nucléaire - corpusculaire
PIAU Jean-Michel	Mécanique
PIERRARD Jean-Marie	Mécanique
Mme SAUCIER Gabrielle	Informatique fondamentale et appliquée
SOHM Jean-Claude	Chimie Physique

.../...

CHERCHEURS DU C.N.R.S. (Directeur et Maîtres de Recherche)

M FRUCHART Robert	Directeur de Recherche
MM ANSARA Ibrahim	Maître de Recherche
BRONOEL Guy	Maître de Recherche
CARRE René	Maître de Recherche
DAVID René	Maître de Recherche
DRIOLE Jean	Maître de Recherche
KLEITZ Michel	Maître de Recherche
LANDAU Ioan-Doré	Maître de Recherche
MERMET Jean	Maître de Recherche
MUNIER Jacques	Maître de Recherche

Personnalités habilitées à diriger des travaux de recherche (Décision du Conseil Scientifique)

E.N.S.E.E.G.

MM BISCONDI Michel	Ecole des Mines ST ETIENNE (dépt. Métallurgie)
BOOS Jean-Yves	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
DRIVER Julian	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
KOBYLANSKI André	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
LE COZE Jean	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
LESBATS Pierre	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
RIEU Jean	Ecole des Mines ST ETIENNE (Métallurgie)
SAINFORT	C.E.N.Grenoble (Métallurgie)
SOUQUET Jean-Louis	U.S.M.G.
CAILLET Marcel	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
COULON Michel	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
GUILHOT Bernard	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
LALAUZE René	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
LANCELOT Francis	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
SARRAZIN Pierre	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
SOUSTELLE Michel	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
THEVENOT François	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
THOMAS Gérard	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)
TOUZAIN Philippe	E.N.S.E.E.G. (Chimie Minérale Physique)
TRAN MINH Canh	Ecole des Mines ST ETIENNE (Chim.Min.Ph)

E.N.S.E.R.G.

MM BOREL Joseph	Centre d'Etudes Nucléaires de GRENOBLE
KAMARINOS Georges	Centre National Recherche Scientifique

E.N.S.E.G.P.

MM BORNARD Guy	Centre National Recherche Scientifique
DAVID René	Centre National Recherche Scientifique
DESCHIZEAUX Pierre	Centre National Recherche Scientifique

E.N.S.I.M.A.G.

MM COURTIN Jacques	Université des Sciences Sociales
LATOMBE Jean-Claude	Institut National Polytechnique GRENOBLE
LUCAS Michel	Université Scientifique et Médicale GRENOBLE

*
* *
*

Ce travail a été effectué au Laboratoire Louis Néel du C.N.R.S. à Grenoble.

Je tiens à exprimer à Monsieur le Professeur Louis Néel, Membre de l'Institut, Prix Nobel, ma très respectueuse gratitude pour m'avoir accueilli dans ce laboratoire.

Monsieur le Professeur J.C. Barbier, Directeur du Laboratoire, a fait en sorte que ce travail s'accomplisse dans les meilleures conditions et a accepté de faire partie du Jury. Je l'en remercie bien sincèrement.

Je remercie Monsieur le Professeur Herpin, Directeur de l'Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de cette thèse.

Monsieur le Professeur Lüthi s'est intéressé à ce travail et ses conseils m'ont été précieux ; je lui suis très reconnaissant de participer à ce jury.

Je remercie Monsieur le Professeur Belorizky d'avoir accepté de juger ce travail.

Monsieur P. Morin, Maître-Assistant à l'Université de Grenoble a été à l'origine d'une grande partie de ce travail : son expérience et ses conseils ont été pour moi une aide considérable : qu'il soit assuré de mon amicale reconnaissance.

Monsieur E. du Tremolet de Lacheisserie, Chargé de Recherche au C.N.R.S., a suivi de bout en bout le déroulement de cette étude et en a assuré la direction. Je le remercie bien sincèrement d'avoir assumé cette responsabilité.

Je suis heureux de remercier Monsieur A. Waintal qui m'a fait bénéficier de son expérience des mesures par ondes sonores et Monsieur P. Eurin qui m'a procuré les échantillons de CoPt.

Madame Ranc et Madame Trévisson ont assuré avec compétence et gentillesse la dactylographie et le tirage de ce mémoire ; je les en remercie bien vivement.

TABLE DES MATIERES

	Pages
INTRODUCTION	1
 <u>PREMIERE PARTIE : THEORIE</u>	
I - CONSTRUCTION DE L'HAMILTONIEN ELASTIQUE, MAGNETOELASTIQUE ET MAGNETIQUE D'UN CRISTAL FERROMAGNETIQUE MONODOMAIN DE SYMETRIE CUBIQUE.	3
II - REDUCTION DE L'HAMILTONIEN GENERAL	10
III - L'HAMILTONIEN DE SPIN DANS UN MODELE LOCALISE.	14
IV - APPROXIMATION DE L'ISOTROPIE DE L'AIMANTATION	23
V - CAS GENERAL D'UN FERROMAGNETIQUE PRESENTANT UNE ANISOTROPIE DE L'AIMANTATION.	38
 <u>SECONDE PARTIE : TRAVAIL EXPERIMENTAL</u>	
I - PRESENTATION DES MATERIAUX	46
II - METHODES EXPERIMENTALES	48
III- PROPRIETES MAGNETOELASTIQUES ANISOTROPES DU PREMIER ODRE DANS LES T-Zn	56
IV - EFFETS MAGNETOELASTIQUES ISOTROPES DU PREMIER ORDRE : MAGNETOSTRICTION VOLUMIQUE.	75
V - EFFETS MAGNETOELASTIQUES ISOTROPES DU SECOND ORDRE	82
VI - EFFETS MAGNETOELASTIQUES ANISOTROPES DU SECOND ORDRE	89
CONCLUSION	108
REFERENCES	110

I N T R O D U C T I O N

Dans un cristal comportant des ions magnétiques, un potentiel magnétique vient s'ajouter au potentiel du réseau, mais son ordre de grandeur est habituellement bien inférieur ; l'un et l'autre sont liés par le couplage magnétoélastique : toute modification de l'un entraînera une perturbation de l'autre et inversement. Depuis l'expérience de JOULE (1842), les couplages magnétoélastiques ont fait l'objet d'études de plus en plus complètes.

L'énergie d'interaction magnétoélastique a été développée selon les puissances croissantes des composantes de la déformation après passage de l'hamiltonien à l'énergie libre. La magnétostriction, qui reflète l'interaction magnétoélastique du premier ordre, a été correctement traitée à l'aide de la seule partie symétrique du tenseur des déformations (CALLEN, 1968). Il n'en est pas de même pour l'interaction magnétoélastique du second ordre dont la description exacte exige de tenir compte de la partie antisymétrique du tenseur des déformations (rotations) : l'emploi simultané du théorème de l'invariance rotationnelle et de la théorie des déformations finies a conduit au développement correct des interactions magnétoélastiques du second ordre (BROWN, 1965 ; MELCHER, 1972). Néanmoins, l'état de référence du cristal adopté par un grand nombre d'auteurs est un état non déformé, alors qu'en réalité, un cristal ferromagnétique soumis à une contrainte dynamique extérieure (onde ultra-sonore), est déformé initialement par magnétostriction. EASTMAN (1966) avait bien analysé cette difficulté, mais son traitement de l'invariance rotationnelle était incorrect.

Ainsi, les études antérieures ou bien traitaient un processus magnétostrictif lié à l'ordre des dipôles magnétiques, ou bien analysaient des transitions de structure cristalline (effet Jahn-Teller), sans ordre magnétique dipolaire, mais en présence de moment quadripolaire (GEHRING, 1975).

L'hamiltonien est généralement traité dans l'approximation de champ moléculaire ; or , dans ce cas, les termes d'échange magnétique peuvent jouer un rôle semblable à celui des termes de couplage magnétoélastique. Une étude générale prenant en compte les différentes interactions magnétiques doit donc être fondée sur l'hamiltonien multipolaire complet.

Nous avons entrepris, dans ce mémoire, de construire l'hamiltonien magnétique le plus général. Nous en donnons le traitement classique complet lorsque le module du moment magnétique est isotrope, et un traitement quantique, encore partiel, lorsque de forts effets de champ cristallin électrique font tomber cette hypothèse : c'est le cas pour les importants effets magnétoélastiques que l'on a récemment rencontrés dans les composés intermétalliques de terre rare.

La première partie de ce travail est consacrée à l'analyse des différents termes de couplage magnétoélastique, jusqu'au quatrième ordre en spin et au second ordre en déformation : nous nous sommes attachés à prolonger jusqu'au troisième ordre le développement de l'énergie élastique du cristal non déformé pour conserver dans l'expression de l'énergie du cristal déformé tous les termes exacts au second ordre. Les fonctions de spin sont traitées ici dans un modèle localisé ; nous avons utilisé un formalisme inévitablement pesant , mais qui présente les divers termes d'interaction magnétoélastique sous forme d'expressions remarquablement symétriques.

Dans la seconde partie, nous choisissons des exemples illustrant chacun des types d'interaction magnétoélastique décrits :

- La magnétostriction anisotrope usuelle et la magnétostriction volumique (isotrope) pour les effets du premier ordre. Nous les mesurons et discutons dans les composés équiatomiques de la série terre rare - zinc

- Les contributions magnétiques isotrope et anisotrope aux vitesses de propagation des ondes ultrasonores pour les effets du second ordre. Nous les analysons dans l'état d'ordre pour le composé Gd-Zn et l'alliage équiatomique CoPt, et dans l'état paramagnétique pour le composé TmZn.

1. théorie

I - CONSTRUCTION DE L'HAMILTONIEN ELASTIQUE, MAGNETOELASTIQUE ET MAGNETIQUE D'UN CRISTAL FERROMAGNETIQUE MONODOMAIN DE SYMETRIE CUBIQUE.

La théorie des groupes nous permet de construire cet hamiltonien, invariant vis-à-vis de toutes les opérations de symétrie du cristal, y compris le renversement du temps : on écrit d'abord les combinaisons linéaires des composantes u_{ij} de la déformation pour le premier ordre, et des produits $u_{ij}u_{kl}$ pour le second ordre, qui forment une base pour les cinq représentations irréductibles du groupe cubique paires par inversion. Puis, en utilisant le théorème des opérateurs équivalents (STEVENS, 1952), on dresse le tableau des opérateurs de spin de degrés pairs qui sont isomorphes aux harmoniques cubiques (K.H. de CALLEN, 1963 et de Von Der LAGE, 1947), avec toutefois une normalisation différente.

Enfin, on forme tous les invariants possibles par combinaisons des produits des diverses fonctions isomorphes qui forment des bases pour la même représentation.

Les invariants qui ne dépendent que des opérateurs de spin sont regroupés dans un hamiltonien magnétique ; ceux qui couplent les opérateurs de spin aux opérateurs du premier degré en déformation constituent l'hamiltonien magnétoélastique du premier ordre qui est à l'origine de la magnétostriktion ; ceux qui couplent les opérateurs de spin aux opérateurs du second degré en déformation constituent l'hamiltonien magnétoélastique du second ordre qui est à l'origine d'une modification des constantes élastiques existantes (ALERS, 1960) et d'un effet dit morphique (MASON, 1951) qui se manifeste par l'apparition de nouvelles constantes élastiques par suite de l'abaissement de symétrie induit par la magnétostriktion ; enfin, les invariants qui ne dépendent pas des

opérateurs de spin et sont du second et du troisième degré en opérateurs de déformation forment l'hamiltonien élastique.

Il nous a paru important de préciser soigneusement toutes les notations utilisées ici, même celles que l'usage a imposées depuis longtemps, et d'apporter le plus grand soin à la normalisation des fonctions et polynômes apparaissant dans l'hamiltonien, afin de rendre aussi cohérent que possible un ensemble d'expressions inévitablement important.

I.1 - ELEMENTS AU PREMIER ORDRE EN DEFORMATION

Nous supposons le cristal soumis à une déformation uniforme et ne tiendrons pas compte des modes de phonons (c.à.d. des déformations dynamiques inhomogènes) ni de l'effet de forme (ou magnétostriction dipolaire), que l'on sait calculer exactement pour une sphère (TREMOLET de LACHEISSERIE, 1970 ; BUTZAL, 1972) et qui est en général petit, s'ajoutant en première approximation à la magnétostriction non dipolaire. Soient u_i les composantes du déplacement $\vec{u}$ d'un atome, la déformation homogène du cristal est déterminée par les neuf éléments $u_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$. Si $\vec{R}_{12}$ définit les positions relatives de deux atomes dans un état de référence non déformé et $\vec{r}_{12}$ ces positions après déformation :

$$(\vec{r}_{12})_i = \sum_j (\delta_{ij} + u_{ij}) (\vec{R}_{12})_j \quad (1)$$

ϵ_{ij} et ω_{ij} représentent respectivement la partie symétrique et la partie antisymétrique de u_{ij} :

$$\epsilon_{ii} = u_{ii} \quad \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{ij} + u_{ji}) \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2} (u_{ij} - u_{ji}) \quad (2)$$

La diagonalisation de la loi de Hooke conduit à six composantes symétriques de la déformation appartenant aux représentations irréductibles du groupe cubique $\Gamma_1(\alpha)$, $\Gamma_3(\gamma)$ et $\Gamma_5(\epsilon)$ (CALLEN, 1965) ; il reste trois composantes antisymétriques appartenant à $\Gamma_4'(\delta')$, (THALMEIER, 1975) : ces dernières ne figurent pas dans la théorie classique de la magnétoélasticité. Tous ces éléments sont explicités dans le tableau I.

$$\begin{aligned}
 u^\alpha &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) \\
 u_1^\gamma &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\epsilon_{zz} - \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} \right) & u_2^\gamma &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}) \\
 u_1^{\delta'} &= \sqrt{2} \omega_{yz} & u_2^{\delta'} &= \sqrt{2} \omega_{zx} & u_3^{\delta'} &= \sqrt{2} \omega_{xy} \\
 u_1^\epsilon &= \sqrt{2} \epsilon_{yz} & u_2^\epsilon &= \sqrt{2} \epsilon_{zx} & u_3^\epsilon &= \sqrt{2} \epsilon_{xy}
 \end{aligned}$$

Tableau I : Composantes de la déformation au premier ordre.

I.2 - ELEMENTS AU DEUXIEME ORDRE EN DEFORMATION

Parmi les quatre-vingt-un produits $u_{ij} u_{kl}$, quarante-cinq ne sont pas commutatifs et entrent dans l'hamiltonien ; leurs combinaisons se décomposent ainsi suivant les représentations :

$$\{u_{ij} u_{kl}\} \in 4 \Gamma_1^{(\alpha)} + \Gamma_2^{(\beta')} + 5 \Gamma_3^{(\gamma)} + 4 \Gamma_4^{(\delta')} + 6 \Gamma_5^{(\epsilon)}$$

Ces éléments notés π_{ji}^μ sont donnés dans le tableau II, où $\mu = \alpha, \beta', \gamma, \delta', \epsilon$ désigne la représentation à laquelle appartient l'élément, j numérote les différentes fonctions propres linéairement indépendantes appartenant à la même représentation et i classe l'élément dans chaque base.

I.3. - POLYNOMES HARMONIQUES ORTHONORMES :

A partir de $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ cosinus directeurs d'un axe quelconque par rapport aux axes cristallographiques, on peut former les polynômes β_i^μ à l'aide de l'isomorphisme $\mu_{ij} \rightarrow \beta_i \beta_j$ (TREMOLET de LACHEISSERIE, 1970)

$$\begin{aligned}
 \beta^\alpha &= \frac{1}{\sqrt{3}} & \beta_1^\gamma &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\beta_z^2 - \frac{\beta_x^2 + \beta_y^2}{2} \right) & \beta_2^\gamma &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\beta_x^2 - \beta_y^2) \\
 \beta_1^\epsilon &= \sqrt{2} \beta_y \beta_z & \beta_2^\epsilon &= \sqrt{2} \beta_z \beta_x & \beta_3^\epsilon &= \sqrt{2} \beta_x \beta_y
 \end{aligned} \tag{3}$$

$\pi_1^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2)$	
$\pi_2^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} (\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy})$	
$\pi_3^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} (\varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2 + \varepsilon_{xy}^2)$	
$\pi_4^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} (\omega_{yz}^2 + \omega_{zx}^2 + \omega_{xy}^2)$	
$\pi^{\beta'} = \varepsilon_{yz}\omega_{yz} + \varepsilon_{zx}\omega_{zx} + \varepsilon_{xy}\omega_{xy}$	
$\pi_{1,1}^\gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\varepsilon_{zz}^2 - \frac{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2}{2} \right)$	$\pi_{1,2}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{yy}^2)$
$\pi_{2,1}^\gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} - \frac{\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx}}{2} \right)$	$\pi_{2,2}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx})$
$\pi_{3,1}^\gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\varepsilon_{xy}^2 - \frac{\varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2}{2} \right)$	$\pi_{3,2}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varepsilon_{yz}^2 - \varepsilon_{zx}^2)$
$\pi_{4,1}^\gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\omega_{xy}^2 - \frac{\omega_{yz}^2 + \omega_{zx}^2}{2} \right)$	$\pi_{4,2}^\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} (\omega_{yz}^2 - \omega_{zx}^2)$
$\pi_{5,1}^\gamma = \sqrt{\frac{3}{2}} (\varepsilon_{yz}\omega_{yz} - \varepsilon_{zx}\omega_{zx})$	$\pi_{5,2}^\gamma = -\sqrt{2} \left(\varepsilon_{xy}\omega_{xy} - \frac{\varepsilon_{yz}\omega_{yz} + \varepsilon_{zx}\omega_{zx}}{2} \right)$
$\pi_{1,1}^{\delta'} = \sqrt{2}(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})\varepsilon_{yz}$	$\pi_{1,2}^{\delta'}, \pi_{1,3}^{\delta'} : \text{cycl}$
$\pi_{2,1}^{\delta'} = \sqrt{2}\varepsilon_{xx}\omega_{yz}$	$\pi_{2,2}^{\delta'}, \pi_{2,3}^{\delta'} : \text{cycl}$
$\pi_{3,1}^{\delta'} = \sqrt{2}(\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})\omega_{yz}$	$\pi_{3,2}^{\delta'}, \pi_{3,3}^{\delta'} : \text{cycl}$
$\pi_{4,1}^{\delta'} = \sqrt{2}(\varepsilon_{xy}\omega_{zx} + \varepsilon_{zx}\omega_{xy})$	$\pi_{4,2}^{\delta'}, \pi_{4,3}^{\delta'} : \text{cycl}$
$\pi_{1,1}^e = \sqrt{2}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yz}$	$\pi_{1,2}^e, \pi_{1,3}^e : \text{cycl}$
$\pi_{2,1}^e = \sqrt{2}(\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})\varepsilon_{yz}$	$\pi_{2,2}^e, \pi_{2,3}^e : \text{cycl}$
$\pi_{3,1}^e = \sqrt{2}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{xy}$	$\pi_{3,2}^e, \pi_{3,3}^e : \text{cycl}$
$\pi_{4,1}^e = \sqrt{2}(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})\omega_{yz}$	$\pi_{4,2}^e, \pi_{4,3}^e : \text{cycl}$
$\pi_{5,1}^e = \sqrt{2}(\varepsilon_{xy}\omega_{zx} - \varepsilon_{zx}\omega_{xy})$	$\pi_{5,2}^e, \pi_{5,3}^e : \text{cycl}$
$\pi_{6,1}^e = \sqrt{2}\omega_{zx}\omega_{xy}$	$\pi_{6,2}^e, \pi_{6,3}^e : \text{cycl}$

TABLEAU II - Composantes du second ordre en déformation.

Bien entendu, $\beta_i^{\delta'}$ n'existe pas puisque $\beta_i \beta_j$ est commutatif. Quant aux coefficients de normalisation, ils ont été choisis de telle sorte que les β_i^μ forment une base orthonormée pour les représentations irréductibles Γ_1 , Γ_3 et Γ_5 : $\sum_{\mu,i} (\beta_i^\mu)^2 = 1$ et que le changement de longueur d'un monocristal cubique mesuré dans une direction de cosinus directeurs $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ s'écrive au premier ordre : $\frac{\delta l}{l} = \sum_{\mu,i} u_i^\mu \beta_i^\mu$.

I.4 - OPERATEURS DE SPIN CUBIQUES

Les harmoniques cubiques (K.H.) étant les polynomes qui se transforment, sous toutes les opérations de symétrie, suivant les représentations irréductibles du groupe cubique, le théorème des opérateurs équivalents établit que les opérateurs de spin peuvent être construits à partir de ces polynomes, par isomorphisme, à condition de tenir compte de leurs propriétés de commutation. Nous les appellerons opérateurs de spin cubiques (OSC) ; puisque l'hamiltonien du cristal est invariant par renversement du temps, nous explicitons, Tableau III, les OSC de degrés pairs à un ion $\mathcal{K}_i^{\mu, \ell}(\vec{S})$, i et μ jouent les mêmes rôles que dans u_i^{μ} et ℓ représente le degré. $\mathcal{K}_i^{\delta, 2}$ n'y figure pas car, par suite de la relation de commutation $S_x S_y - S_y S_x = i S_z$, c'est en fait un opérateur du premier degré. Ces OSC ne diffèrent des T.K.O. donnés en référence (CALLEN, 1963) que par des coefficients numériques, les deux normalisations ne coïncidant pas. Nous donnons également dans cette table la correspondance entre les OSC et les opérateurs de Stevens généralisés $O_1^{\pm m}$ dont les éléments de matrice ont été tabulés par BUCKMASTER (1962). Nous nous sommes limités au quatrième degré pour éviter trop de lourdeur. Le tableau IV présente les opérateurs de spin cubiques à deux ions $\mathcal{K}_i^{\mu, 2}(\vec{S}_f, \vec{S}_g)$ ainsi que les $\mathcal{K}_i^{\alpha, 4}(\vec{S}_f, \vec{S}_g)$ qui appartiennent à $\Gamma_4(\alpha)$ et qui jouent un rôle important dans certains composés que nous étudierons ultérieurement. Nous pouvons décompter quarante-et-un autres $\mathcal{K}_i^{\mu, 4}(\vec{S}_f, \vec{S}_g)$ appartenant à $2 \Gamma'_2(\beta') + 6 \Gamma_3(\gamma) + 4 \Gamma'_4(\delta') + 5 \Gamma_5(\epsilon)$, mais nous avons jugé inutile de les écrire ici, de même que les OSC concernant trois ions ou plus.

$$\begin{aligned}
\mathcal{K}^{\alpha,0}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\mathbf{S}_x^0 + \mathbf{S}_y^0 + \mathbf{S}_z^0) = \sqrt{3} \\
\mathcal{K}^{\alpha,4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \mathbf{S}_x^4 + \mathbf{S}_y^4 + \mathbf{S}_z^4 - \frac{3}{5} \mathbf{S}^2(\mathbf{S}+1)^2 + \frac{1}{5} \mathbf{S}(\mathbf{S}+1) \right\} = \frac{1}{20\sqrt{3}} (\mathbf{O}_4^0 + 5\bar{\mathbf{O}}_4^4) \\
\mathcal{K}_1^{\gamma,2}(\mathbf{S}) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \mathbf{S}_z^2 - \frac{\mathbf{S}_x^2 + \mathbf{S}_y^2}{2} \right\} = \frac{1}{\sqrt{6}} \mathbf{O}_2^0 \\
\mathcal{K}_2^{\gamma,2}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \mathbf{S}_x^2 - \mathbf{S}_y^2 \} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{O}_2^2 \\
\mathcal{K}_1^{\gamma,4}(\mathbf{S}) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \mathbf{S}_z^4 - \frac{\mathbf{S}_x^4 + \mathbf{S}_y^4}{2} - \frac{6\mathbf{S}(\mathbf{S}+1) - 5}{7} \left(\mathbf{S}_z^2 - \frac{\mathbf{S}_x^2 + \mathbf{S}_y^2}{2} \right) \right\} = \frac{1}{56} \sqrt{\frac{2}{3}} (\mathbf{O}_4^0 - 7\bar{\mathbf{O}}_4^4) \\
\mathcal{K}_2^{\gamma,4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \mathbf{S}_x^4 - \mathbf{S}_y^4 - \frac{6\mathbf{S}(\mathbf{S}+1) - 5}{7} (\mathbf{S}_x^2 - \mathbf{S}_y^2) \right\} = \frac{-1}{7\sqrt{2}} \bar{\mathbf{O}}_4^2 \\
\mathcal{K}_1^{\delta',4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ (\mathbf{S}_y^2 - \mathbf{S}_z^2)(\mathbf{S}_y\mathbf{S}_z + \mathbf{S}_z\mathbf{S}_y) + (\mathbf{S}_y\mathbf{S}_z + \mathbf{S}_z\mathbf{S}_y)(\mathbf{S}_y^2 - \mathbf{S}_z^2) \} = \frac{i}{4\sqrt{2}} (\mathbf{O}_4^{+3} - \mathbf{O}_4^{-3} + \mathbf{O}_4^{+1} - \mathbf{O}_4^{-1}) \\
\mathcal{K}_2^{\delta',4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ (\mathbf{S}_z^2 - \mathbf{S}_x^2)(\mathbf{S}_z\mathbf{S}_x + \mathbf{S}_x\mathbf{S}_z) + (\mathbf{S}_z\mathbf{S}_x + \mathbf{S}_x\mathbf{S}_z)(\mathbf{S}_z^2 - \mathbf{S}_x^2) \} = \frac{1}{2\sqrt{2}} (\bar{\mathbf{O}}_4^1 - \bar{\mathbf{O}}_4^3) \\
\mathcal{K}_3^{\delta',4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ (\mathbf{S}_x^2 - \mathbf{S}_y^2)(\mathbf{S}_x\mathbf{S}_y + \mathbf{S}_y\mathbf{S}_x) + (\mathbf{S}_x\mathbf{S}_y + \mathbf{S}_y\mathbf{S}_x)(\mathbf{S}_x^2 - \mathbf{S}_y^2) \} = \frac{1}{4i\sqrt{2}} (\mathbf{O}_4^{+4} - \mathbf{O}_4^{-4}) \\
\mathcal{K}_1^{\epsilon,2}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{S}_y\mathbf{S}_z + \mathbf{S}_z\mathbf{S}_y) = \frac{1}{i\sqrt{2}} (\mathbf{O}_2^{+1} - \mathbf{O}_2^{-1}) \\
\mathcal{K}_2^{\epsilon,2}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{S}_z\mathbf{S}_x + \mathbf{S}_x\mathbf{S}_z) = \sqrt{2} \bar{\mathbf{O}}_2^1 \\
\mathcal{K}_3^{\epsilon,2}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{S}_x\mathbf{S}_y + \mathbf{S}_y\mathbf{S}_x) = \frac{1}{2i\sqrt{2}} (\mathbf{O}_2^{+2} - \mathbf{O}_2^{-2}) \\
\mathcal{K}_1^{\epsilon,4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \left(\mathbf{S}_x^2 - \frac{\mathbf{S}(\mathbf{S}+1)+5}{7} \right) (\mathbf{S}_y\mathbf{S}_z + \mathbf{S}_z\mathbf{S}_y) + (\mathbf{S}_y\mathbf{S}_z + \mathbf{S}_z\mathbf{S}_y) \left(\mathbf{S}_x^2 - \frac{\mathbf{S}(\mathbf{S}+1)+5}{7} \right) \right\} = \frac{i}{28\sqrt{2}} (\mathbf{O}_4^{+1} - \mathbf{O}_4^{-1} - 7[\mathbf{O}_4^{+3} - \mathbf{O}_4^{-3}]) \\
\mathcal{K}_2^{\epsilon,4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \left(\mathbf{S}_y^2 - \frac{\mathbf{S}(\mathbf{S}+1)+5}{7} \right) (\mathbf{S}_z\mathbf{S}_x + \mathbf{S}_x\mathbf{S}_z) + (\mathbf{S}_z\mathbf{S}_x + \mathbf{S}_x\mathbf{S}_z) \left(\mathbf{S}_y^2 - \frac{\mathbf{S}(\mathbf{S}+1)+5}{7} \right) \right\} = \frac{-1}{14\sqrt{2}} (\bar{\mathbf{O}}_4^1 + 7\bar{\mathbf{O}}_4^3) \\
\mathcal{K}_3^{\epsilon,4}(\mathbf{S}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \left(\mathbf{S}_z^2 - \frac{\mathbf{S}(\mathbf{S}+1)+5}{7} \right) (\mathbf{S}_x\mathbf{S}_y + \mathbf{S}_y\mathbf{S}_x) + (\mathbf{S}_x\mathbf{S}_y + \mathbf{S}_y\mathbf{S}_x) \left(\mathbf{S}_z^2 - \frac{\mathbf{S}(\mathbf{S}+1)+5}{7} \right) \right\} = \frac{1}{14i\sqrt{2}} (\mathbf{O}_4^{+2} - \mathbf{O}_4^{-2})
\end{aligned}$$

TABLEAU III - Opérateurs de spin cubiques à un ion fonctions de $\mathbf{S}_x, \mathbf{S}_y, \mathbf{S}_z$ d'une part, et des opérateurs généralisés de Stevens d'autre part - $2 \bar{\mathbf{O}}_1^m = \bar{\mathbf{O}}_1^m + \mathbf{O}_1^{-m}$.

$$\begin{aligned}
\mathcal{K}^{\alpha,2}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_g) \\
\mathcal{K}_1^{\gamma,2}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \mathbf{S}_f^z \mathbf{S}_g^z - \frac{\mathbf{S}_f^x \mathbf{S}_g^x + \mathbf{S}_f^y \mathbf{S}_g^y}{2} \right\} \\
\mathcal{K}_2^{\gamma,2}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \mathbf{S}_f^x \mathbf{S}_g^x - \mathbf{S}_f^y \mathbf{S}_g^y \} \\
\mathcal{K}_1^{\delta',2}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \mathbf{S}_f^y \mathbf{S}_g^z - \mathbf{S}_f^z \mathbf{S}_g^y \} \quad \mathcal{K}_2^{\delta',2}, \mathcal{K}_3^{\delta',2} : \text{cycl.} \\
\mathcal{K}_1^{\epsilon,2}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \mathbf{S}_f^y \mathbf{S}_g^z + \mathbf{S}_f^z \mathbf{S}_g^y \} \quad \mathcal{K}_2^{\epsilon,2}, \mathcal{K}_3^{\epsilon,2} : \text{cycl.} \\
\mathcal{K}_1^{\alpha,4}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ (\mathbf{S}_f^x \mathbf{S}_g^x)^2 + (\mathbf{S}_f^y \mathbf{S}_g^y)^2 + (\mathbf{S}_f^z \mathbf{S}_g^z)^2 - \frac{1}{3} \mathbf{S}_f(\mathbf{S}_f+1) \mathbf{S}_g(\mathbf{S}_g+1) \right\} = \frac{1}{6\sqrt{3}} \{ (\mathbf{O}_2^0)_f (\mathbf{O}_2^0)_g + 3(\mathbf{O}_2^2)_f (\mathbf{O}_2^2)_g \} \\
\mathcal{K}_2^{\alpha,4}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \{ (\mathbf{S}_y \mathbf{S}_z + \mathbf{S}_z \mathbf{S}_y)_f (\mathbf{S}_y \mathbf{S}_z + \mathbf{S}_z \mathbf{S}_y)_g + \text{cycl.} \} \\
\mathcal{K}_3^{\alpha,4}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \{ (\mathbf{S}_f^x)^3 \mathbf{S}_g^x + \mathbf{S}_f^x (\mathbf{S}_g^x)^3 + (\mathbf{S}_f^y)^3 \mathbf{S}_g^y + \mathbf{S}_f^y (\mathbf{S}_g^y)^3 + (\mathbf{S}_f^z)^3 \mathbf{S}_g^z + \mathbf{S}_f^z (\mathbf{S}_g^z)^3 \}
\end{aligned}$$

TABLEAU IV - Quelques-uns des opérateurs de spin cubiques à deux ions.

I.5 - EXPRESSION DE L'HAMILTONIEN

A partir des produits des divers opérateurs figurant dans les tableaux I à IV qui appartiennent à une même représentation, nous pouvons alors bâtir l'hamiltonien du cristal, au moyen de coefficients qui pourront, dans certains cas, être calculés à partir de modèles macroscopiques, ou déterminés par l'expérience:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \frac{1}{2} \sum_{\mu} C^{\mu} \sum_i (\mu_i^{\mu})^2 + \mathcal{H}_{el}^{III} \\ & + \sum_l \gamma^l K^{\alpha,0} K^{\alpha,l}(\vec{s}) + \sum_{l,i} \mathcal{W}_i^l K^{\alpha,0} K_i^{\alpha,l}(\vec{s}_f, \vec{s}_g) \\ & + \sum_{\mu,l} \left\{ B^{\mu,l} \sum_i \mu_i^{\mu} K_i^{\mu,l}(\vec{s}) + D^{\mu,l} \sum_i \mu_i^{\mu} K_i^{\mu,l}(\vec{s}_f, \vec{s}_g) \right\} \\ & + \sum_{\mu,l,j} \left\{ \mathcal{M}_j^{\mu,l} \sum_i \pi_{j,i}^{\mu} K_i^{\mu,l}(\vec{s}) + \mathcal{N}_j^{\mu,l} \sum_i \pi_{j,i}^{\mu} K_i^{\mu,l}(\vec{s}_f, \vec{s}_g) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

L'hamiltonien élastique du second ordre est défini par quatre constantes ; celui du troisième ordre par dix constantes élastiques et son développement en fonction des ϵ_{ij} et des ω_{ij} s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{el}^{III} = & \frac{1}{6} C_{111} (\epsilon_{xx}^3 + \text{cycl.}) + \frac{1}{2} C_{112} \{ \epsilon_{xx}^2 (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) + \text{cycl.} \} \\ & + C_{123} \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \epsilon_{zz} + 2 C_{144} \{ \epsilon_{xx} \epsilon_{yz}^2 + \text{cycl.} \} \\ & + 2 C_{155} \{ \epsilon_{yz}^2 (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) + \text{cycl.} \} + 8 C_{456} \epsilon_{yz} \epsilon_{zx} \epsilon_{xy} \\ & + 2 C_{177} \{ \epsilon_{xx} \omega_{yz}^2 + \text{cycl.} \} + 2 C_{277} \{ \omega_{yz}^2 (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) + \text{cycl.} \} \\ & + 8 C_{489} \{ \epsilon_{yz} \omega_{zx} \omega_{xy} + \text{cycl.} \} + 2 C_{269} \{ \epsilon_{yz} \omega_{yz} (\epsilon_{yy} - \epsilon_{zz}) + \text{cycl.} \} \end{aligned} \quad (5)$$

Dans l'expression de l'hamiltonien général, les γ^l sont les paramètres du champ cristallin électrique (CCE) ; ainsi, $\gamma^4 = 20 B_4^0$, cette dernière notation étant utilisée par HUTCHINGS (1964). Les $\mathcal{W}^l$ sont les paramètres de couplage magnétique dont le premier, $\mathcal{W}^2$, est lié à l'intégrale d'échange d'Heisenberg : $\mathcal{W}^2 = -2 J_{fg}$. Les $B^{\mu,l}$ et les $D^{\mu,l}$ sont les coefficients magnétoélastiques du premier ordre à un ion et à deux ions. Nous voyons intervenir dans cet hamiltonien un très grand nombre de coefficients phénoménologiques qu'il est possible de réduire en décrivant les déformations du cristal à l'aide du tenseur de Lagrange η_{ij} .

II - REDUCTION DE L'HAMILTONIEN GENERAL.

II.1 - DESCRIPTION LAGRANGIENNE DE LA DEFORMATION

Le déplacement des atomes dans un cristal est la somme d'une rotation finie et d'une déformation finie. Cette dernière est définie par le tenseur de Lagrange :

$$\eta_{ij} = \epsilon_{ij} + \sum_k \frac{1}{2} (\epsilon_{ki} + \omega_{ki}) (\epsilon_{kj} + \omega_{kj}) \quad (6)$$

La variation de la distance entre deux atomes constitue une autre mesure des déformations (LANDAU, 1970 - WALLACE, 1972):

$$ds^2 = dS^2 + 2 \sum_{ij} \eta_{ij} dx_i dx_j$$

A partir des six η_{ij} , on peut construire six composantes symétriques U_i^μ de la déformation au premier ordre, isomorphes aux u_i^μ du Chapitre I pour $\mu = \alpha, \gamma$ et ϵ . De la même manière, on construit vingt-et-une composantes symétriques $\prod_{ji}^\mu$ du second ordre en déformation isomorphes au π_{ji}^μ du Chap. I, pour $\mu = \alpha, \gamma, \delta$ et ϵ . On obtient les U_i^μ et les $\prod_{ji}^\mu$ directement des Tableaux I et II en remplaçant u par U , π par $\prod$, ϵ par η et ω par zéro.

Par ailleurs, le tenseur des rotations finies s'exprime en fonction des ϵ_{ij} et des ω_{ij} (en arrêtant le développement au second ordre) (DOHM, 1975) par :

$$R_{ij} = \delta_{ij} + \omega_{ij} + \frac{1}{2} \sum_k (\omega_{ik} \omega_{kj} - \epsilon_{ik} \omega_{kj} + \epsilon_{jk} \omega_{ki}) \quad (7)$$

Le théorème de l'invariance rotationnelle établit que le potentiel thermodynamique d'un cristal magnétique subissant une déformation (η_{ij}) et une rotation (R_{ij}) est le même que celui d'un cristal déformé sans rotation pour lequel les spins et les champs magnétiques auraient tourné de $-R_{ij} = R_{ji}$.

II.2 - NOUVELLE EXPRESSION DE L'HAMILTONIEN.

L'hamiltonien général s'écrit :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{el.} + \mathcal{K}^{\alpha,0} \sum_l \underline{\gamma}^l \mathcal{K}^{\alpha,l}(\vec{S}^*) + \sum_{l,i} \underline{\mathcal{W}}_i^l \mathcal{K}^{\alpha,0} \mathcal{K}_i^{\alpha,l}(\vec{S}_f^*, \vec{S}_g^*)$$

$$+ \sum_{\mu,l} \left\{ \underline{\mathcal{B}}^{\mu,l} \sum_i U_i^\mu \mathcal{K}_i^{\mu,l}(\vec{S}^*) + \underline{\mathcal{D}}^{\mu,l} \sum_i U_i^\mu \mathcal{K}_i^{\mu,l}(\vec{S}_f^*, \vec{S}_g^*) \right\} \quad (8)$$

$$+ \sum_{\mu,l,j} \left\{ \underline{\mathcal{M}}_j^{\mu,l} \sum_i \Pi_{j,i}^\mu \mathcal{K}_i^{\mu,l}(\vec{S}^*) + \underline{\mathcal{N}}_j^{\mu,l} \sum_i \Pi_{j,i}^\mu \mathcal{K}_i^{\mu,l}(\vec{S}_f^*, \vec{S}_g^*) \right\}$$

$\vec{S}^*$ est alors le spin qui a tourné de $-R_{ij}$ et $S_i^* = R_{ji} S_j$.

L'hamiltonien élastique se développe au troisième ordre en déformation (EASTMAN, 1966) :

$$\mathcal{H}_{el.} = \frac{1}{2} \underline{C}_{11} (\eta_{xx}^2 + \text{cycl.}) + \underline{C}_{12} (\eta_{yy} \eta_{zz} + \text{cycl.}) + 2 \underline{C}_{44} (\eta_{yz}^2 + \text{cycl.})$$

$$+ \frac{1}{6} \underline{C}_{111} (\eta_{xx}^3 + \text{cycl.}) + \frac{1}{2} \underline{C}_{112} \{ \eta_{xx}^2 (\eta_{yy} + \eta_{zz}) + \text{cycl.} \} + \underline{C}_{123} \eta_{xx} \eta_{yy} \eta_{zz} \quad (9)$$

$$+ 2 \underline{C}_{144} (\eta_{xx} \eta_{yz}^2 + \text{cycl.}) + 2 \underline{C}_{155} \{ \eta_{yz}^2 (\eta_{yy} + \eta_{zz}) + \text{cycl.} \} + 8 \underline{C}_{456} \eta_{yz} \eta_{zx} \eta_{xy}$$

Il est facile de diagonaliser l'hamiltonien élastique du second ordre : les vecteurs propres sont les U_i^μ et les coefficients élastiques correspondants sont :

$$\underline{C}^\alpha = \underline{C}_{11} + 2 \underline{C}_{12} \quad \underline{C}^\gamma = \underline{C}_{11} - \underline{C}_{12} \quad \underline{C}^\epsilon = 2 \underline{C}_{44}$$

L'hamiltonien élastique du second ordre s'écrit alors simplement :

$\mathcal{H}_{el.}^{\text{II}} = \frac{1}{2} \sum_\mu \underline{C}^\mu \sum_i (U_i^\mu)^2$ ce qui est une forme commode pour exprimer les déformations magnétostrictives. Par contre, il n'y a aucun avantage à développer l'hamiltonien élastique du troisième ordre d'une manière plus symétrique.

II.3 - RELATIONS ENTRE LES COEFFICIENTS INTERVENANT DANS LES DEUX
HAMILTONIENS (Equations (4) et (8)).

L'identification des deux hamiltoniens permet d'établir entre leurs coefficients trois sortes de relations :

- Tout d'abord des identités :

$$\underline{C^\mu} = \underline{C^\mu} \quad \underline{\gamma^l} = \underline{\gamma^l} \quad \underline{W^l} = \underline{W^l} \quad \underline{B^{\mu,l}} = \underline{B^{\mu,l}} \quad \underline{D^{\mu,l}} = \underline{D^{\mu,l}} \quad (10)$$

On peut remarquer que $C^{\delta'}$ qui n'est pas interdit par la théorie des groupes n'existe pas.

- Puis des relations, groupées dans le tableau V, entre les coefficients associés aux déformations pures :

$\underline{C_{111}} = \underline{C_{111}} + 3 C_{11}$	$\underline{C_{112}} = \underline{C_{112}} + C_{12}$	$\underline{C_{123}} = \underline{C_{123}}$
$\underline{C_{144}} = \underline{C_{144}} + \frac{1}{2} C_{12}$	$\underline{C_{155}} = \underline{C_{155}} + \frac{C_{11} + C_{12}}{4} + C_{44}$	$\underline{C_{456}} = \underline{C_{456}} + \frac{3}{4} C_{44}$
$\underline{M_1^{\alpha,4}} = \underline{M_1^{\alpha,4}} + \frac{1}{2} B^{\alpha,4}$	$\underline{M_2^{\alpha,4}} = \underline{M_2^{\alpha,4}}$	$\underline{M_3^{\alpha,4}} = \underline{M_3^{\alpha,4}} + B^{\alpha,4}$
$\underline{M_1^{\gamma,l}} = \underline{M_1^{\gamma,l}} + \frac{1}{2} B^{\gamma,l}$	$\underline{M_2^{\gamma,l}} = \underline{M_2^{\gamma,l}}$	$\underline{M_3^{\gamma,l}} = \underline{M_3^{\gamma,l}} - \frac{1}{2} B^{\gamma,l}$
$\underline{M_1^{\varepsilon,l}} = \underline{M_1^{\varepsilon,l}}$	$\underline{M_2^{\varepsilon,l}} = \underline{M_2^{\varepsilon,l}} + \frac{1}{2} B^{\varepsilon,l}$	$\underline{M_3^{\varepsilon,l}} = \underline{M_3^{\varepsilon,l}} + \frac{1}{2} B^{\varepsilon,l}$
$\underline{M_1^{\delta',4}} = \underline{M_1^{\delta',4}}$	$\underline{M_1^{\delta',2}} = \underline{M_1^{\delta',2}}$	
$\underline{N_1^{\alpha,2}} = \underline{N_1^{\alpha,2}} + \frac{1}{2} D^{\alpha,2}$	$\underline{N_2^{\alpha,2}} = \underline{N_2^{\alpha,2}}$	$\underline{N_3^{\alpha,2}} = \underline{N_3^{\alpha,2}} + D^{\alpha,2}$
$\underline{N_1^{\gamma,2}} = \underline{N_1^{\gamma,2}} + \frac{1}{2} D^{\gamma,2}$	$\underline{N_2^{\gamma,2}} = \underline{N_2^{\gamma,2}}$	$\underline{N_3^{\gamma,2}} = \underline{N_3^{\gamma,2}} - \frac{1}{2} D^{\gamma,2}$
$\underline{N_1^{\varepsilon,2}} = \underline{N_1^{\varepsilon,2}}$	$\underline{N_2^{\varepsilon,2}} = \underline{N_2^{\varepsilon,2}} + \frac{1}{2} D^{\varepsilon,2}$	$\underline{N_3^{\varepsilon,2}} = \underline{N_3^{\varepsilon,2}} + \frac{1}{2} D^{\varepsilon,2}$

TABLEAU V - Correspondance entre les coefficients des descriptions conventionnelle et lagrangienne.

- Enfin les expressions des coefficients de l'hamiltonien conventionnel associés aux rotations, qui sont présentées dans le tableau VI :

$C_{177} = \frac{1}{2} C_{12}$	$C_{277} = \frac{C_{11} + C_{12}}{4}$	$C_{489} = -\frac{1}{4} C_{44}$
$B^{\delta',4} = -2 \gamma^4$	$C_{269} = C_{44} - \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$	
$N_4^{\alpha,2} = D^{\alpha,2}$	$M_4^{\gamma,2} = -\frac{1}{2} B^{\gamma,2}$	$M_5^{\gamma,2} = B^{\gamma,2} - 2 B^{\varepsilon,2}$
	$N_4^{\gamma,2} = -\frac{1}{2} D^{\gamma,2}$	$N_5^{\gamma,2} = D^{\gamma,2} - 2 D^{\varepsilon,2}$
$M_4^{\varepsilon,2} = -B^{\gamma,2} + \frac{1}{2} B^{\varepsilon,2}$	$M_5^{\varepsilon,2} = \frac{1}{2} B^{\varepsilon,2}$	$M_6^{\varepsilon,2} = -\frac{1}{2} B^{\varepsilon,2}$
$N_4^{\varepsilon,2} = -D^{\gamma,2} + \frac{1}{2} D^{\varepsilon,2}$	$N_5^{\varepsilon,2} = \frac{1}{2} D^{\varepsilon,2}$	$N_6^{\varepsilon,2} = -\frac{1}{2} D^{\varepsilon,2}$
$M_4^{\alpha,4} = B^{\alpha,4} - 10 \gamma^4$	$M_4^{\gamma,4} = -\frac{1}{2} B^{\gamma,4} + 14 \gamma^4$	$M_5^{\gamma,4} = B^{\gamma,4} + 2 B^{\varepsilon,4}$
$M_4^{\varepsilon,4} = B^{\gamma,4} + \frac{1}{2} B^{\varepsilon,4}$	$M_5^{\varepsilon,4} = -3 B^{\varepsilon,4}$	$M_6^{\varepsilon,4} = -\frac{1}{2} B^{\varepsilon,4} - 7 \gamma^4$
$M_2^{\delta',4} = -\frac{2}{3} B^{\alpha,4} + \frac{2}{3} B^{\gamma,4}$	$M_3^{\delta',4} = -\frac{2}{3} B^{\alpha,4} - \frac{1}{3} B^{\gamma,4} + \gamma^4$	$M_4^{\delta',4} = -\frac{1}{2} B^{\varepsilon,4} - \gamma^4$

TABLEAU VI - Relations essentielles entre les coefficients apparaissant dans le développement conventionnel de l'hamiltonien et les coefficients communs aux deux développements.

Nous n'avons pas reporté tableaux V et VI les coefficients $N_j^{\alpha,4}$ qui sont très nombreux et nuiraient à la clarté de la présentation.

III - L'HAMILTONIEN DE SPIN DANS UN MODELE LOCALISE

On peut retrouver les relations essentielles données tableau VI en explicitant l'hamiltonien $\mathcal{H}(8)$ à partir d'un modèle microscopique donné. Le modèle localisé conduit à des calculs analytiques relativement simples que nous allons développer.

III.1 - L'HAMILTONIEN GENERAL D'UNE PAIRE D'IONS

Dans un modèle localisé, un cristal renfermant N ions peut être considéré comme un ensemble de $\frac{N(N-1)}{2}$ paires d'ions en interaction ; il nous faut donc d'abord établir l'hamiltonien correct pour une paire d'ions.

Le spin d'un ion magnétique subit, en raison du couplage spin-orbite, l'influence du champ électrique induit par l'ion voisin, qui n'est pas forcément magnétique : cet effet constitue ce que l'on appelle "le couplage à un ion" et sera représenté par l'hamiltonien h_1 .

Par ailleurs, le spin de chaque ion est soumis au champ magnétique créé par le spin de l'ion voisin magnétique : Cet effet constitue "le couplage à deux ions" et sera représenté par l'hamiltonien h_2 .

Le premier mécanisme a été exposé d'une manière classique par NEEL (1954), dans l'hypothèse d'une symétrie cylindrique, l'énergie d'interaction s'écrivant alors :

$$w(r_{12}, \phi) = g(r_{12}) + l(r_{12}) P_2(\cos \phi) + q(r_{12}) P_4(\cos \phi) + \dots \quad (11)$$

où ϕ est l'angle du moment magnétique $\vec{M}$ avec l'axe de la paire $\vec{r}_{12}$, $P_{2n}(\cos \phi)$ étant les polynômes de Legendre.

En utilisant le théorème des opérateurs équivalents et en explicitant les premiers termes du développement, la forme quantique de l'équation (11) s'écrit :

$$h_1(\vec{r}_{12}, \vec{S}) = C_0(r_{12}) + C_2(r_{12}) \left[(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S})^2 - \frac{S(S+1)}{3} \right] \quad (12)$$

$$+ C_4(r_{12}) \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S})^4 - \frac{6S(S+1)-5}{7} \left[(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S})^2 - \frac{S(S+1)}{3} \right] - \frac{S^2(S+1)^2}{5} + \frac{S(S+1)}{15} \right\} + \dots$$

$\hat{r}_{12}$ est le vecteur unitaire de l'axe de la paire d'ions.

L'hamiltonien h_2 se construit à partir de l'énergie d'interaction de deux ions magnétiques, fonction de la distance r_{12} et des orientations des moments magnétiques $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$ des deux ions :

$$h_2(\vec{r}_{12}, \vec{S}_1, \vec{S}_2) = -2J_{12}(r_{12}) \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + \vec{A} \cdot (\vec{S}_1 \times \vec{S}_2)$$

$$+ D_2(r_{12}) \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_1)(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_2) - \frac{1}{3} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \right\} \quad (13)$$

$$+ D_4(r_{12}) (\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2)^2$$

$$+ P_4(r_{12}) \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_1)^2 - \frac{1}{3} S_1(S_1+1) \right\} \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_2)^2 - \frac{1}{3} S_2(S_2+1) \right\}$$

$$+ Q_4(r_{12}) \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_1)(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_2)^3 + (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_1)^3(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_2) \right\} + \dots$$

Comme nous nous sommes limités au cas de la symétrie cylindrique, les seuls paramètres qui interviennent sont, outre la distance r_{12} , les angles de $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$ avec l'axe et l'angle entre $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$. Ne figurent pas dans ce développement, quatre termes de degré quatre qui ne s'explicitent pas à l'aide des $\mathcal{K}_i^{\alpha,4}$ du tableau VI et qui d'ailleurs, s'annuleraient après sommation des paires d'un cristal cubique non déformé.

Les trois premiers termes de cet hamiltonien rendent compte respectivement des couplages d'Heisenberg, de Dzyaloshinski et pseudo-dipolaire ; les trois termes suivants représentent un couplage magnétique d'ordre supérieur (en particulier, l'échange quadrupolaire) et ont été mis en évidence dans certains composés de terres rares.

III.2 - L'HAMILTONIEN DU CRISTAL - APPROXIMATIONS ET METHODE.

Pour être complet, il faudrait sommer l'hamiltonien de paire $h = h_1 + h_2$ sur tout le cristal et introduire les hamiltoniens représentant les interactions à trois ions et plus, qui comporteraient des termes tels que $(\hat{r}_{ij} \cdot \vec{S}_j) \cdot (\hat{r}_{ik} \cdot \vec{S}_k)$, $\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \cdot \vec{S}_k$ etc. Même limité à l'ordre quatre en opérateurs de spin, l'hamiltonien complet comprendrait un nombre d'éléments si important qu'il est nécessaire de faire certaines approximations : tout d'abord, nous ne tiendrons pas compte des interactions mettant en jeu plus de deux ions différents.

D'autre part, nous limiterons le développement de h_1 au quatrième degré en opérateurs de spin et celui de h_2 aux termes bilinéaires. Nous supposerons tous les spins identiques. De plus, nous ne mentionnerons pas l'interaction dipolaire magnétique responsable de l'énergie magnétostatique et de la magnétostriction dipolaire appelée "effet de forme". Enfin, comme les trois réseaux auxquels s'applique notre étude, cubique simple (cs), cubique faces centrées (cfc), cubique centré (cc) sont centrosymétriques, le terme de Dzyaloshinski disparaît après sommation. Nous conserverons donc, de l'hamiltonien de paire, l'expression :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & C_0(r_{12}) - 2 J_{12}(r_{12}) \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + D_2(r_{12}) \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_1)(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_2) - \frac{1}{3} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \right\} \\ & + C_2(r_{12}) \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S})^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right\} + C_4(r_{12}) \left\{ (\hat{r}_{12} \cdot \vec{S})^4 - \frac{6S(S+1)-5}{7} [(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S})^2 - \frac{S(S+1)}{3}] \right. \\ & \quad \left. - \frac{S^2(S+1)^2}{5} + \frac{S(S+1)}{15} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

Pour obtenir l'hamiltonien d'une paire déformée, il suffit de développer chaque terme de h de la façon suivante :

$$G(r_{12}) F(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_i) = \left\{ G_0 + \left(\frac{\partial G}{\partial r_{12}} \right)_0 \partial r_{12} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial r_{12}^2} \right)_0 \partial r_{12}^2 \right\} F(\hat{r}_{12} \cdot \vec{S}_i)$$

$\partial r_{12} = |\vec{r}_{12}| - |\vec{R}_{12}|$ et $\hat{r}_{12}$ s'expriment ici en fonction des ϵ_{ij} et des ω_{ij} au moyen des relations (1) et (2). L'hamiltonien du cristal, $\mathcal{H}$, se forme par sommation des hamiltoniens des paires. Dans l'hypothèse où les fonction J_{12} , C_2 , C_4 , D_2 sont rapidement décroissantes en r , on limite la somme aux proches voisins. On peut remarquer que les seconds et troisièmes voisins d'un des réseaux cs, cfc, cc occupent les sites de premiers voisins d'un de ces mêmes réseaux. Il suffit donc de déterminer pour chacun de ces trois réseaux, la contribution des premiers voisins pour obtenir, en donnant à r_0 des valeurs convenables, les contributions des seconds et troisièmes voisins.

La seule contribution non magnétique à l'hamiltonien $\mathcal{H}$ du cristal provient du terme $C_0(r_{ij})$ et rend compte de l'énergie élastique:

$$E_{el} = \frac{1}{2} C_{11} \sum_i \epsilon_{ii}^2 + C_{12} \sum_{i < j} \epsilon_{ii} \epsilon_{jj} + 2 C_{44} \sum_{i < j} \epsilon_{ij}^2 \quad (15)$$

Les C_{ij} sont identiques aux constantes élastiques C_{ijkl} de WALLACE (1972).

La sommation de h_1 sur tout le cristal donne une contribution $\mathcal{H}_1$ que nous appellerons hamiltonien de champ cristallin électrique (CCE) ; son expression est plus générale que celle issue d'un

modèle de charges ponctuelles, où $C_n(r_{12}) \propto \frac{1}{r^{n+1}}$. De même, la sommation de h_2 donne une contribution $\mathcal{H}_2$, hamiltonien de champ cristallin magnétique (CCM).

III.3 - DEVELOPPEMENT DE L'HAMILTONIEN DE SPIN POUR LES RESEAUX, cs, cfc, cc.

La partie magnétique de l'hamiltonien du cristal se décompose en quatre termes :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_m + \mathcal{H}_{me}^{(1)} + \mathcal{H}_{me}^{(2)} + \mathcal{H}'_{me}^{(2)} \quad (16)$$

$\mathcal{H}_m$ est l'hamiltonien magnétique indépendant de la déformation (approximation du cristal rigide) ; $\mathcal{H}_{me}^{(1)}$ est l'hamiltonien magnétoélastique usuel du premier ordre, linéaire en déformation, qui est à l'origine de la magnétostriction ; $\mathcal{H}_{me}^{(2)}$ est l'hamiltonien magnétoélastique du second ordre isotrope : il est quadratique en déformation mais ne comprend que des termes appartenant à la représentation Γ_1 : il rend compte des modifications des constantes élastiques observées dans le domaine paramagnétique ; $\mathcal{H}'_{me}^{(2)}$ est l'hamiltonien morphique, partie anisotrope de l'hamiltonien magnétoélastique du second ordre : il introduit de nouvelles constantes élastiques.

Nous explicitons ci-dessous chacun de ces quatre termes et donnons dans les tableaux VII à X les coefficients phénoménologiques qui y figurent en fonction des paramètres microscopiques J_{ij} , D_2 , C_2 , C_4 et de leurs dérivées par rapport à r_{ij} .

Nous discuterons ensuite brièvement la signification physique des résultats..

L'hamiltonien magnétique s'écrit :

$$\mathcal{H}_m = \mathcal{W}^2 \vec{S} \cdot \vec{S} + \mathcal{V}^4 \left\{ S_x^4 + S_y^4 + S_z^4 - \frac{3}{5} S^2(S+1)^2 + \frac{1}{5} S(S+1) \right\} \quad (17)$$

La sommation de $-J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$ sur les voisins j d'un atome i ne donne une expression cohérente avec la symétrie cubique que si tous les spins $\vec{S}_j$ sont identiques : nous admettons que tous ces voisins j ont un spin de même valeur moyenne $\vec{S}_j$; ceci revient à traiter le cristal dans une approximation de petits amas (clusters). $\mathcal{W}^2$ mesure le couplage d'échange et $\mathcal{V}^4$ le couplage (CCE) ; les termes en D_2 et C_2 de l'équation (14) disparaissent par sommation sur tout le cristal cubique non déformé.

	C. S.	C. C.	C. f. c.
γW^2	$-6 N J_{ij}$	$-8 N J_{ij}$	$-12 N J_{ij}$
γV^4	$N C_4$	$-8/9 N C_4$	$-1/2 N C_4$

TABLEAU VII - Coefficients magnétiques.

L'hamiltonien magnétoélastique du premier ordre s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}_{mc}^{(1)} = & \left[\frac{1}{3} \mathcal{D}^{\alpha,2} \mathbf{S} \cdot \bar{\mathbf{S}} + \frac{1}{3} \mathcal{B}^{\alpha,4} \left\{ S_x^4 + S_y^4 + S_z^4 - \frac{3}{5} S^2(S+1)^2 + \frac{1}{5} S(S+1) \right\} \right] (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \\
 & + \mathcal{B}^{\gamma,2} \left\{ \frac{2}{3} \left(S_z^2 - \frac{S_x^2 + S_y^2}{2} \right) \left(\varepsilon_{zz} - \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \frac{1}{2} (S_x^2 - S_y^2) (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \right\} \\
 & + \mathcal{D}^{\gamma,2} \left\{ \frac{2}{3} \left(S_z \bar{S}_z - \frac{S_x \bar{S}_x + S_y \bar{S}_y}{2} \right) \left(\varepsilon_{zz} - \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) - \frac{1}{2} (S_x \bar{S}_x - S_y \bar{S}_y) (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \right\} \\
 & + \mathcal{B}^{\varepsilon,2} \{ (S_y S_z + S_z S_y) \varepsilon_{yz} + \text{cycl} \} \\
 & + \mathcal{D}^{\varepsilon,2} \{ (S_y \bar{S}_z + S_z \bar{S}_y) \varepsilon_{yz} + \text{cycl} \} \\
 & + \mathcal{B}^{\gamma,4} \left\{ \frac{2}{3} \left[S_z^4 - \frac{S_x^4 + S_y^4}{2} - \frac{6S(S+1)-5}{7} \left(S_z^2 - \frac{S_x^2 + S_y^2}{2} \right) \right] \left(\varepsilon_{zz} - \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2} \left[S_x^4 - S_y^4 - \frac{6S(S+1)-5}{7} (S_x^2 - S_y^2) \right] (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \right\} \\
 & + \mathcal{B}^{\delta',4} \left\{ \frac{1}{2} [(S_y^2 - S_z^2)(S_y S_z + S_z S_y) + (S_y S_z + S_z S_y)(S_y^2 - S_z^2)] \varepsilon_{yz} + \text{cycl} \right\} \\
 & + \mathcal{B}^{\varepsilon,4} \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(S_x^2 - \frac{S(S+1)+5}{7} \right) (S_y S_z + S_z S_y) + (S_y S_z + S_z S_y) \left(S_x^2 - \frac{S(S+1)+5}{7} \right) \right] \varepsilon_{yz} + \text{cycl} \right\}
 \end{aligned} \tag{18}$$

Comme pour le couplage d'échange d'Heisenberg, une approximation de "petits amas" a été utilisée.

	s. c.	b. c. c.	f. c. c.
$\mathcal{D}^{\alpha,2}$	$-6 N r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r}$	$-8 N r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r}$	$-12 N r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r}$
$\mathcal{B}^{\alpha,4}$	$N r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r}$	$-\frac{8}{9} N r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r}$	$-\frac{1}{2} N r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r}$
$\mathcal{B}^{\gamma,2}$	$N r_0 \frac{\partial C_2}{\partial r}$	$\frac{8}{3} N C_2$	$3 N C_2 + \frac{1}{2} N r_0 \frac{\partial C_2}{\partial r}$
$\mathcal{B}^{\gamma,4}$	$N r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r}$	$-\frac{32}{9} N C_4$	$3 N C_4 - \frac{5}{4} N r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r}$
$\mathcal{B}^{\delta',4}$	$-2 N C_4$	$\frac{16}{9} N C_4$	$N C_4$
$\mathcal{B}^{\varepsilon,2}$	$2 N C_2$	$\frac{8}{9} N C_2 + \frac{8}{9} N r_0 \frac{\partial C_2}{\partial r}$	$2 N C_2 + N r_0 \frac{\partial C_2}{\partial r}$
$\mathcal{B}^{\varepsilon,4}$	$-2 N C_4$	$-\frac{80}{27} N C_4 + \frac{32}{27} N r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r}$	$5 N C_4 - N r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r}$

TABLEAU VIII : Coefficients

magnétoélastiques du

premier ordre.

r_0 est la distance d'un atome à son plus proche voisin en l'absence de déformation. [$r_0 = a$ pour le cs, $a\sqrt{3}/2$ pour le cc, $a\sqrt{2}/2$ pour le cfc] . Les coefficients magnétoélastiques à deux ions $D^{\gamma,2}$ et $D^{\varepsilon,2}$ sont isomorphes à $B^{\gamma,2}$ et $B^{\varepsilon,2}$, et s'en déduisent en remplaçant C_2 par D_2 . La magnétostriction classiquement traitée s'exprime au moyen de ces quatre coefficients ; $D^{\alpha,2}$ représente la striction d'échange, $B^{\gamma,4}$ et $B^{\varepsilon,4}$ la magnétostriction anisotrope du quatrième degré ; $B^{\delta',4}$ rend compte de l'effet rotationnel du premier ordre qui a été établi précédemment par la théorie de l'invariance rotationnelle.

Il apparaît trois relations essentielles, indépendantes du modèle, entre les coefficients des tableaux VII et VIII :

$$D^{\alpha,2} = \partial W^2 / \partial \log r \quad (19)$$

$$B^{\alpha,4} = \partial \gamma^4 / \partial \log r \quad (20)$$

$$B^{\delta',4} = - 2 \gamma^4 \quad (21)$$

Les relations thermodynamiques (19) et (20) sont bien connues (CHIKAZUMI, 1964); la relation (21) a déjà été trouvée à partir de l'invariance rotationnelle (SOUTHERN, 1973) avec des notations différentes. Le modèle localisé fournit une relation supplémentaire, non essentielle:

$$\gamma^4 + \frac{2}{3} B^{\alpha,4} - \frac{2}{3} B^{\delta',4} + \frac{1}{2} B^{\varepsilon,4} = 0 \quad (22)$$

valable quand on tient compte des premiers, seconds et troisièmes voisins de l'un quelconque des trois réseaux étudiés.

La partie isotrope de l'hamiltonien magnétoélastique du second ordre s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{me}^{(2)} = & \frac{1}{3} \mathbf{S} \cdot \bar{\mathbf{S}} \left\{ N_1^{\alpha,2} (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) \right. \\ & + N_2^{\alpha,2} (\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}) \\ & + N_3^{\alpha,2} (\varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2 + \varepsilon_{xy}^2) + N_4^{\alpha,2} (\omega_{yz}^2 + \omega_{zx}^2 + \omega_{xy}^2) \left. \right\} \\ & + \frac{1}{3} \left\{ S_x^4 + S_y^4 + S_z^4 - \frac{3}{5} S^2 (S+1)^2 + \frac{1}{5} S(S+1) \right\} \\ & \left\{ M_1^{\alpha,4} (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) \right. \\ & + M_2^{\alpha,4} (\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}) + M_3^{\alpha,4} (\varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2 + \varepsilon_{xy}^2) \\ & \left. + M_4^{\alpha,4} (\omega_{yz}^2 + \omega_{zx}^2 + \omega_{xy}^2) \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

La somme $\frac{1}{3} N_j^{\alpha,2} \mathbf{S} \cdot \bar{\mathbf{S}} + \frac{1}{60} M_j^{\alpha,4} \{ 0_4^0 + 5 0_4^4 \}$ pour $j = 1, 2, 3$ représente la contribution magnétique à $\frac{1}{2} C_{11}$, C_{12} , $2 C_{44}$.

Le calcul des $\mathcal{N}_j^{\alpha,2}$ et des $\mathcal{M}_j^{\alpha,4}$ permet de retrouver les relations du tableau VI et d'explicitier les coefficients $\mathcal{N}_j^{\alpha,2}$ et $\mathcal{M}_j^{\alpha,4}$ du tableau V.

	C. S.	C. C.	C. F. C.
$\mathcal{N}_1^{\alpha,2}$	$3N\left(r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 J_{ij}}{\partial r^2}\right)$	$\frac{4}{3}N\left(r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 J_{ij}}{\partial r^2}\right)$	$3N\left(r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 J_{ij}}{\partial r^2}\right)$
$2\mathcal{N}_2^{\alpha,2} = \mathcal{N}_3^{\alpha,2}$	0	$\frac{16}{3}N\left(r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 J_{ij}}{\partial r^2}\right)$	$6N\left(r_0 \frac{\partial J_{ij}}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 J_{ij}}{\partial r^2}\right)$
$\mathcal{M}_1^{\alpha,4}$	$\frac{1}{2}N\left(r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r} + r_0^2 \frac{\partial^2 C_4}{\partial r^2}\right)$	$\frac{4}{27}N\left(20C_4 + r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 C_4}{\partial r^2}\right)$	$\frac{1}{8}N\left(40C_4 + r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 C_4}{\partial r^2}\right)$
$\mathcal{M}_2^{\alpha,4}$	0	$\frac{8}{27}N\left(-10C_4 + r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 C_4}{\partial r^2}\right)$	$\frac{1}{8}N\left(-40C_4 + r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 C_4}{\partial r^2}\right)$
$\mathcal{M}_3^{\alpha,4}$	$-10NC_4$	$\frac{16}{27}N\left(5C_4 + r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 C_4}{\partial r^2}\right)$	$\frac{1}{4}N\left(-20C_4 + r_0 \frac{\partial C_4}{\partial r} - r_0^2 \frac{\partial^2 C_4}{\partial r^2}\right)$

TABLEAU IX : Coefficients magnétoélastiques isotropes du second ordre

Nous pouvons remarquer la relation essentielle $2\mathcal{N}_2^{\alpha,2} = \mathcal{N}_3^{\alpha,2}$ qui n'est autre qu'une relation de Cauchy, valable pour le potentiel central d'Heisenberg ; on ne retrouve pas de relation similaire pour $l = 4$, car le potentiel est alors pseudoquadrupolaire donc non central.

Pour les trois réseaux, la contribution magnétique à C^α s'exprime de la même manière :

$$\delta C^\alpha = \frac{1}{3} \left(r_0^2 \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} - r_0 \frac{\partial E}{\partial r} \right) \quad (24)$$

si l'on pose : $E = \langle \mathcal{H}_m \rangle$ où $\mathcal{H}_m$ est donné par l'équation (17).

Ceci constitue le résultat le plus marquant de ce chapitre. Il est conforme à la théorie du potentiel central de WALLACE (1972) et corrige la théorie antérieure de FUCHS (1936), reprise par ISENBERG (1951) et par nous-mêmes (TREMOLET, 1978), théorie dans laquelle u^α était identifié à $\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\Delta V}{V}$, ce qui conduisait à une définition différente des $\mathcal{N}_j^{\alpha,2}$ et $\mathcal{M}_j^{\alpha,4}$. Dans une publication plus récente (ROUCHY, 1979), nous avons défini u^α comme $\frac{1}{\sqrt{3}}(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz})$ et c'est cette définition correcte qui a été adoptée dans ce travail.

La partie anisotrope de l'hamiltonien magnétoélastique du second ordre s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}_{me}^{(2)} = & \mathcal{M}_1^{\gamma,2} \left\{ \frac{2}{3} \left(S_z^2 - \frac{S_x^2 + S_y^2}{2} \right) \left(\varepsilon_{zz}^2 - \frac{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2}{2} \right) + \frac{1}{2} (S_x^2 - S_y^2) (\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{yy}^2) \right\} \\
 & + \mathcal{M}_2^{\gamma,2} \left\{ \frac{2}{3} \left(S_z^2 - \frac{S_x^2 + S_y^2}{2} \right) \left(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} - \frac{\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx}}{2} \right) + \frac{1}{2} (S_x^2 - S_y^2) (\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx}) \right\} \\
 & + \mathcal{M}_3^{\gamma,2} \left\{ \frac{2}{3} \left(S_z^2 - \frac{S_x^2 + S_y^2}{2} \right) \left(\varepsilon_{xy}^2 - \frac{\varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2}{2} \right) + \frac{1}{2} (S_x^2 - S_y^2) (\varepsilon_{yz}^2 - \varepsilon_{zx}^2) \right\} \\
 & + \mathcal{M}_4^{\gamma,2} \left\{ \frac{2}{3} \left(S_z^2 - \frac{S_x^2 + S_y^2}{2} \right) \left(\omega_{xy}^2 - \frac{\omega_{yz}^2 + \omega_{zx}^2}{2} \right) + \frac{1}{2} (S_x^2 - S_y^2) (\omega_{yz}^2 - \omega_{zx}^2) \right\} \\
 & + \mathcal{M}_5^{\gamma,2} \left\{ \left(S_z^2 - \frac{S_x^2 + S_y^2}{2} \right) (\varepsilon_{yz}\omega_{yz} - \varepsilon_{zx}\omega_{zx}) - (S_x^2 - S_y^2) \left(\varepsilon_{xy}\omega_{xy} - \frac{\varepsilon_{yz}\omega_{yz} + \varepsilon_{zx}\omega_{zx}}{2} \right) \right\} \\
 & + \sum_{j=1\dots 5} \mathcal{N}_j^{\gamma,2} \sum_i \pi_{j,i}^{\gamma} \mathcal{K}_i^{\gamma,2}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) \left\{ \begin{array}{l} \text{isomorphes des cinq termes précédents.} \\ \text{+ } \sum_{j=1\dots 5} \mathcal{M}_j^{\gamma,4} \sum_i \pi_{j,i}^{\gamma} \mathcal{K}_i^{\gamma,4}(\mathbf{S}) \end{array} \right\} \quad (25) \\
 & + \mathcal{M}_1^{\delta',4} \left\{ \frac{1}{2} [(S_y^2 - S_z^2)(S_y S_z + S_z S_y) + (S_y S_z + S_z S_y)(S_y^2 - S_z^2)] (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz}) \varepsilon_{yz} + \text{cycl.} \right\} \\
 & + \mathcal{M}_2^{\delta',4} \left\{ \frac{1}{2} [(S_y^2 - S_z^2)(S_y S_z + S_z S_y) + (S_y S_z + S_z S_y)(S_y^2 - S_z^2)] \varepsilon_{xx} \omega_{yz} + \text{cycl.} \right\} \\
 & + \mathcal{M}_3^{\delta',4} \left\{ \frac{1}{2} [(S_y^2 - S_z^2)(S_y S_z + S_z S_y) + (S_y S_z + S_z S_y)(S_y^2 - S_z^2)] (\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \omega_{yz} + \text{cycl.} \right\} \\
 & + \mathcal{M}_4^{\delta',4} \left\{ \frac{1}{2} [(S_y^2 - S_z^2)(S_y S_z + S_z S_y) + (S_y S_z + S_z S_y)(S_y^2 - S_z^2)] (\varepsilon_{xy} \omega_{zx} + \varepsilon_{zx} \omega_{xy}) + \text{cycl.} \right\} \\
 & + \mathcal{M}_1^{\varepsilon,2} \{ (S_y S_z + S_z S_y) \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yz} + \text{cycl.} \} \\
 & + \mathcal{M}_2^{\varepsilon,2} \{ (S_y S_z + S_z S_y) (\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \varepsilon_{yz} + \text{cycl.} \} \\
 & + \mathcal{M}_3^{\varepsilon,2} \{ (S_y S_z + S_z S_y) \varepsilon_{xx} \varepsilon_{xy} + \text{cycl.} \} \\
 & + \mathcal{M}_4^{\varepsilon,2} \{ (S_y S_z + S_z S_y) (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz}) \omega_{yz} + \text{cycl.} \} \\
 & + \mathcal{M}_5^{\varepsilon,2} \{ (S_y S_z + S_z S_y) (\varepsilon_{xy} \omega_{zx} - \varepsilon_{zx} \omega_{xy}) + \text{cycl.} \} \\
 & + \mathcal{M}_6^{\varepsilon,2} \{ (S_y S_z + S_z S_y) \omega_{zx} \omega_{xy} + \text{cycl.} \} \\
 & + \sum_{j=1\dots 6} \mathcal{N}_j^{\varepsilon,2} \sum_i \pi_{j,i}^{\varepsilon} \mathcal{K}_i^{\varepsilon,2}(\mathbf{S}_f, \mathbf{S}_g) \left\{ \begin{array}{l} \text{isomorphes des six termes précédents.} \\ \text{+ } \sum_{j=1\dots 6} \mathcal{M}_j^{\varepsilon,4} \sum_i \pi_{j,i}^{\varepsilon} \mathcal{K}_i^{\varepsilon,4}(\mathbf{S}) \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

Le calcul des coefficients morphiques conduit, en posant : $NC_\ell = f_\ell$,
 $Nr_\ell \frac{\partial C_\ell}{\partial r} = f'_\ell$, $Nr_\ell^2 \frac{\partial^2 C_\ell}{\partial r^2} = f''_\ell$, au tableau X.

	C. S.	C. C.	C. F. C.
$\underline{\mathcal{M}_1^{\gamma,2}}$	$\frac{1}{2}(f''_2 - f'_2)$	$\frac{8}{9}(-2f_2 + f'_2)$	$\frac{1}{8}(-24f_2 + 11f'_2 + f''_2)$
$\underline{2\mathcal{M}_2^{\gamma,2} = \mathcal{M}_3^{\gamma,2}}$	0	$\frac{16}{9}(2f_2 - f'_2)$	$\frac{1}{2}(f'_2 - f''_2)$
$\underline{2\mathcal{M}_1^{\varepsilon,2} = \mathcal{M}_3^{\varepsilon,2}}$	0	$\frac{16}{27}(2f_2 - 2f'_2 + f''_2)$	$2(-2f_2 + f'_2)$
$\underline{\mathcal{M}_2^{\varepsilon,2}}$	$f'_2 - 2f_2$	$\frac{8}{27}(-4f_2 + f'_2 + f''_2)$	$\frac{1}{2}(-2f_2 + f''_2)$
$\underline{\mathcal{M}_1^{\gamma,4}}$	$\frac{1}{2}(f''_4 - f'_4)$	$\frac{16}{27}(11f_4 - 2f'_4)$	$\frac{1}{16}(8f_4 + 29f'_4 - 5f''_4)$
$\underline{\mathcal{M}_2^{\gamma,4}}$	0	$\frac{32}{27}(5f_4 + f'_4)$	$7f_4 + \frac{5}{8}(-f'_4 + f''_4)$
$\underline{\mathcal{M}_3^{\gamma,4}}$	$14f_4$	$\frac{16}{27}(-f_4 + 4f'_4)$	$7f_4 + \frac{5}{4}(-f'_4 + f''_4)$
$\underline{\mathcal{M}_1^{\varepsilon,4}}$	0	$\frac{16}{81}(18f_4 + 3f'_4 + 2f''_4)$	$2f_4 + \frac{5}{2}f'_4$
$\underline{\mathcal{M}_2^{\varepsilon,4}}$	$2f_4 - f'_4$	$\frac{32}{81}(3f_4 - 6f'_4 + f''_4)$	$-6f_4 + \frac{7}{4}f'_4 - \frac{1}{2}f''_4$
$\underline{\mathcal{M}_3^{\varepsilon,4}}$	$7f_4$	$\frac{8}{81}(9f_4 + 12f'_4 + 8f''_4)$	$\frac{1}{2}f_4 + 5f'_4$
$\underline{\mathcal{M}_1^{\delta,4}}$	$f'_4 - f_4$	$\frac{8}{27}(f_4 + 2f'_4)$	$\frac{1}{4}(-2f_4 + 5f'_4)$

TABLEAU X - Coefficients morphiques.

Un certain nombre de relations non essentielles, analogues à l'équation (22) peuvent être tirées des tableaux VIII, IX et X. Ce sont :

$$\begin{aligned}
 & 2(\underline{\mathcal{M}_2^{\varepsilon,2} + \mathcal{M}_3^{\gamma,2}}) - \underline{\mathcal{M}_3^{\varepsilon,2}} = 2(\underline{\mathcal{B}^{\gamma,2}} - \underline{\mathcal{B}^{\varepsilon,2}}) ; \quad 2\underline{\mathcal{M}_2^{\alpha,4}} - \underline{\mathcal{M}_3^{\alpha,4}} = -5 \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}} ; \\
 & 2 \underline{\mathcal{M}_2^{\gamma,4}} - \underline{\mathcal{M}_3^{\gamma,4}} = 7 \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}} ; \quad 2 \underline{\mathcal{M}_1^{\varepsilon,4}} - \underline{\mathcal{M}_3^{\varepsilon,4}} = \frac{7}{2} \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}} ; \\
 & 8(\underline{\mathcal{M}_1^{\alpha,4}} - \underline{\mathcal{M}_1^{\gamma,4}}) + 3(\underline{\mathcal{M}_1^{\delta,4}} + \underline{\mathcal{M}_2^{\varepsilon,4}}) = 6(\underline{\mathcal{B}^{\alpha,4}} - \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}}) - \frac{3}{2} \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}} ; \\
 & 4 \underline{\mathcal{M}_2^{\gamma,4}} + 7 \underline{\mathcal{M}_1^{\delta,4}} - 5(\underline{\mathcal{M}_1^{\varepsilon,4}} - \underline{\mathcal{M}_2^{\varepsilon,4}}) = \frac{2}{3}(10 \underline{\mathcal{B}^{\alpha,4}} - 7 \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}}) - \frac{3}{2} \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}} ; \\
 & 20 \underline{\mathcal{M}_2^{\alpha,4}} + 4 \underline{\mathcal{M}_2^{\gamma,4}} - 18 \underline{\mathcal{M}_1^{\delta,4}} + 15 \underline{\mathcal{M}_1^{\varepsilon,4}} = -10 \underline{\mathcal{B}^{\alpha,4}} - 8 \underline{\mathcal{B}^{\gamma,4}} - 9 \underline{\mathcal{B}^{\delta,4}}
 \end{aligned}$$

Les coefficients $\underline{\mathcal{N}_i^{\mu,2}}$ s'obtiendraient en remplaçant C_2 par D_2 .

IV - APPROXIMATION DE L'ISOTROPIE DE L'AIMANTATION

A partir d'un hamiltonien de spin généralisé (16), les propriétés magnétiques d'un cristal (aimantation, anisotropie, magnétostriction, contribution magnétique aux constantes élastiques, etc..) sont analysées à partir de considérations thermodynamiques. En général, les calculs doivent être réalisés en machine, une diagonalisation étant nécessaire pour travailler dans la base propre de l'hamiltonien : nous y reviendrons dans le chapitre V ; dans l'hypothèse classique, les calculs peuvent être simplifiés et menés analytiquement, comme nous allons le montrer dans ce chapitre.

IV.1 - DEVELOPPEMENT DE L'ENERGIE INTERNE DANS LE CAS CLASSIQUE.

Quand on peut admettre que l'aimantation est isotrope, c'est-à-dire que son module est indépendant de sa direction, il est possible de développer l'énergie interne $E = E_0 + \langle \mathcal{H} \rangle$, en fonction des cosinus directeur α_i de l'aimantation par rapport aux axes cristallographiques ; les valeurs moyennes des OSC s'expriment en fonction des α_i et d'un petit nombre de fonctions de spin (CALLEN, 1965). En introduisant les polynômes harmoniques cubiques $K_i^{\mu, \ell}$ strictement isomorphes aux $\mathcal{K}_i^{\mu, \ell}$ correspondants (voir tableau XI), on obtient les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{K}_i^{\mu, 2}(S) \rangle &= S \left(S - \frac{1}{2} \right) \frac{\langle O_2^0 \rangle_T}{\langle O_2^0 \rangle_0} K_i^{\mu, 2}(\alpha_i) \\ \langle \mathcal{K}_i^{\mu, 4}(S) \rangle &= S \left(S - \frac{1}{2} \right) (S-1) \left(S - \frac{3}{2} \right) \frac{\langle O_4^0 \rangle_T}{\langle O_4^0 \rangle_0} K_i^{\mu, 4}(\alpha_i) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\langle \mathcal{K}^{\alpha, 2}(S_f, S_g) \rangle = S_f S_g \frac{\langle S_f \cdot S_g \rangle_T}{\langle S_f \cdot S_g \rangle_0} K^{\alpha, 2}$$

et pour $\mu = \gamma, \epsilon$:

$$\langle \mathcal{K}_i^{\mu, 2}(S_f, S_g) \rangle = S_f S_g \frac{\left\langle S_f^x S_g^x - \frac{1}{3} S_f \cdot S_g \right\rangle_T}{\left\langle S_f^x S_g^x - \frac{1}{3} S_f \cdot S_g \right\rangle_0} K_i^{\mu, 2}(\alpha_i)$$

$K^{\alpha,0} = \sqrt{3}$	$K^{\alpha,2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	
$K^{\alpha,4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 - \frac{3}{5} \right)$		
$K_1^{Y,2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\alpha_3^2 - \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2} \right)$	$K_2^{Y,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_1^2 - \alpha_2^2)$	
$K_1^{Y,4} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\alpha_3^4 - \frac{\alpha_1^4 + \alpha_2^4}{2} - \frac{6}{7} \left(\alpha_3^2 - \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2} \right) \right]$	$K_2^{Y,4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\alpha_1^4 - \alpha_2^4 - \frac{6}{7} (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) \right]$	
$K_1^{8',4} = \sqrt{2} \alpha_2 \alpha_3 (\alpha_2^2 - \alpha_3^2)$	$K_2^{8',4}, K_3^{8',4} : \text{cycl}$	
$K_1^{e,2} = \sqrt{2} \alpha_2 \alpha_3$	$K_2^{e,2}, K_3^{e,2} : \text{cycl}$	
$K_1^{e,4} = \sqrt{2} \alpha_2 \alpha_3 \left(\alpha_1^2 - \frac{1}{7} \right)$	$K_2^{e,4}, K_3^{e,4} : \text{cycl}$	

TABLEAU XI - Quelques-uns des polynomes harmoniques cubiques.

Les équations (26) sont tirées de calculs connus, explicités pour $\langle \mathcal{K}^{\alpha,4} \rangle$ dans le travail de YOSIDA (1957). CALLEN et CALLEN (1965) ont discuté de manière détaillée les variations thermiques de ces valeurs moyennes ; leurs conclusions se résument ainsi :

Pour les termes de champ cristallin électrique (CCE) :

$$\frac{\langle O_l^0 \rangle_T}{\langle O_l^0 \rangle_0} \sim \hat{I}_{l+\frac{1}{2}}[\mathcal{L}^{-1}(m)] \quad (27)$$

où $\hat{I}_{l+\frac{1}{2}} = I_{l+\frac{1}{2}} / I_{\frac{1}{2}}$ est le rapport de la fonction de Bessel hyper-

bolique d'ordre $l + 1/2$ à la fonction du même genre d'ordre $1/2$.

$\mathcal{L}^{-1}$ est la fonction de Langevin inverse et m l'aimantation réduite.

Pour les termes de champ cristallin magnétique (CCM),

$$\frac{\langle S_f^z S_g^z - \frac{1}{3} S_f \cdot S_g \rangle_T}{\langle S_f^z S_g^z - \frac{1}{3} S_f \cdot S_g \rangle_0}$$

est la fonction de corrélation de CCM du second degré, qui varie comme m^2 dans une large gamme de température, et comme m^3 seulement aux très basses températures.

$\frac{\langle S_f \cdot S_g \rangle_T}{\langle S_f \cdot S_g \rangle_0}$, fonction de corrélation isotrope, varierait en m^2 dans une approximation de champ moléculaire,

mais ne s'annule pas en fait au point de Curie ; pour traiter correctement ses variations thermiques, il faudrait tenir compte de l'ordre à courte distance ; ce n'est donc pas une fonction simple de l'aimantation réduite. L'énergie libre d'un cristal de symétrie cubique s'écrit, en utilisant l'hamiltonien (4) et les relations (26) :

$$E = E_0 + \frac{1}{2} \sum_{\mu} C^{\mu} \sum_i (u_i^{\mu})^2 + E_{el}^{III} + \sum_i V^i K^{\alpha,0} K^{\alpha,i} + \sum_{\mu,i} B^{\mu,i} \sum_i u_i^{\mu} K_i^{\mu,i} + \sum_{\mu,i,j} M_j^{\mu,i} \sum_i \pi_{j,i}^{\mu} K_i^{\mu,i} \quad (28)$$

- E_0 est indépendant des déformations et de l'orientation du moment
- $E_{el}^{III} = \langle \mathcal{V}_{el}^{III} \rangle$ (voir équation 5).
- Les second et troisième termes représentent l'énergie élastique, le quatrième l'énergie d'échange ($V^2 = -\frac{3}{2} N k_B T_c$) et l'énergie magnéto-cristalline ($V^4 = -\frac{1}{2} (K_1 + \frac{K_2}{11})$) ; les deux termes suivants sont respectivement les énergies magnétoélastiques du premier et du second ordre. Les divers coefficients qui apparaissent dans le développement de l'énergie interne (28) sont liés simplement aux coefficients de l'hamiltonien (4) ; à OK, on a :

$$\begin{aligned} B^{\mu,2} &= S \left(S - \frac{1}{2} \right) \mathcal{B}^{\mu,2} + S^2 \mathcal{D}^{\mu,2} \\ M_j^{\mu,2} &= S \left(S - \frac{1}{2} \right) \mathcal{M}_j^{\mu,2} + S^2 \mathcal{N}_j^{\mu,2} \\ V^4 &= S \left(S - \frac{1}{2} \right) (S-1) \left(S - \frac{3}{2} \right) \mathcal{V}^4 \\ B^{\mu,4} &= S \left(S - \frac{1}{2} \right) (S-1) \left(S - \frac{3}{2} \right) \mathcal{B}^{\mu,4} \\ M_j^{\mu,4} &= S \left(S - \frac{1}{2} \right) (S-1) \left(S - \frac{3}{2} \right) \mathcal{M}_j^{\mu,4} \end{aligned} \quad (29)$$

Les termes de champ magnétique cristallin ($\mathcal{W}^4, \mathcal{D}^{\mu,4}, \mathcal{N}_j^{\mu,4}$) interviennent aussi dans les équations (29), mais nous ne les avons pas reportés, pour ne pas alourdir l'exposé.

L'équation (28) reste valable pour les ferromagnétiques itinérants, pourvu que leur aimantation reste isotrope. Les relations essentielles (19, 20) demeurent correctes si l'on remplace les paramètres microscopiques $\mathcal{V}^{\ell}, \mathcal{B}^{\mu,\ell}, \mathcal{M}_j^{\mu,\ell}$, par les coefficients phénoménologiques $V^{\ell}, B^{\mu,\ell}, M_j^{\mu,\ell}$; ainsi les équations (19, 20) s'écrivent :

$$\frac{B^{\alpha,2}}{V^2} = -C^{\alpha} \frac{\partial \log T_c}{\partial p} \quad \frac{B^{\alpha,4}}{V^4} = -C^{\alpha} \frac{\partial \log V^4}{\partial p} \quad (30)$$

D'autre part, les relations non essentielles tirées par analogie classique des équations (22, 25) ne sont valables que pour les ferromagnétiques localisés.

(MASON, 1951) avait développé l'énergie libre d'un cristal cubique jusqu'au second degré en cosinus directeurs de l'aimantation ; il avait trouvé, pour caractériser l'effet morphique, six constantes mesurables qui sont à rapprocher de nos six coefficients $M_j^{\mu,2}$.

En conclusion, nous avons ici étendu ce travail, en tenant compte des effets rotationnels, et en menant par ailleurs les développements jusqu'au quatrième ordre ; enfin, en mettant en évidence le couplage magnétoélastique isotrope du second ordre, traité précédemment par ALERS (1960).

IV.2 - CONDITIONS D'EQUILIBRE D'UN CRISTAL CUBIQUE FERROMAGNETIQUE.

Dans l'hypothèse de l'isotropie de l'aimantation, la condition d'équilibre d'un monocristal aimanté uniformément à une température donnée s'écrit :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \epsilon_{jk}} d\epsilon_{jk} + \frac{\partial F}{\partial \omega_{lm}} d\omega_{lm} + \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} d\alpha_i = 0$$

si $F = \langle \mathcal{H} \rangle - TS$ est l'énergie libre du cristal. Une condition similaire s'écrit en utilisant l'énergie interne ; cette dernière fonction thermodynamique sera employée chaque fois que le cristal n'échangera pas de chaleur avec l'extérieur, pour la détermination des vitesses de propagation d'ondes ultra-sonores par exemple (du fait de leur fréquences élevées) ; l'énergie libre sera préférée dans tous les traitements magnétiques statiques, généralement isothermes. L'énergie magnéto-statique n'intervient pas puisqu'on ne tient pas compte dans ce travail des effets dipolaires. L'état d'équilibre peut être déterminé de deux manières : La première consiste à minimiser F par rapport aux déformations ϵ_{jk} en supposant que le cristal ne tourne pas ($\omega_{jk} = 0$) ; cela permet d'obtenir, en fonction des α_i , les déformations magnéto-strictives ϵ_{jk} qui, reportées dans les énergies élastiques et magnéto-élastiques, fourniront la contribution magnétoélastique à l'énergie d'anisotropie (KITTEL, 1949). L'énergie résultante est alors minimisée par rapport aux α_i pour déterminer les valeurs d'équilibre de ces cosinus directeurs.

La seconde consiste à minimiser F par rapport aux α_i ; les expressions des α_i en fonction des ϵ_{jk} et des ω_{jk} sont reportées dans les énergies d'anisotropie et magnétoélastique ce qui apporte la contribution magnétique aux constantes élastiques ; l'énergie élastique résultante est alors minimisée par rapport aux ϵ_{jk} et ω_{jk} pour obtenir l'état d'équilibre du cristal.

La première méthode est employée pour l'étude des propriétés magnétiques du cristal : magnétostriction, anisotropie, etc ... La seconde présente quelques difficultés de calcul mais s'avère indispensable pour la discussion des propriétés élastiques du cristal sous champ magnétique.

IV.3 - ENERGIE INTERNE D'UN CRISTAL DEFORME.

Dans un champ magnétique suffisamment fort pour rendre le cristal monodomaine, l'aimantation a une direction $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ et le cristal est déformé par magnétostriction. On suppose que l'échantillon ne tourne pas, c'est-à-dire que des contraintes mécaniques exercent sur lui un couple qui s'oppose au couple magnétique provenant de l'anisotropie. Il faudrait tenir compte de ces contraintes dans le potentiel thermodynamique, mais nous supposerons que l'anisotropie magnétique est suffisamment petite pour que ses effets soient négligeables : pour YIG, par exemple, la constante d'anisotropie magnétocristalline est de l'ordre de $10^{-8} C_{ij}$, alors que les effets morphiques sont de l'ordre de $10^{-5} C_{ij}$ (EASTMAN, 1966). Quand cela ne sera pas le cas, l'aimantation devra être maintenue dans les directions des axes de symétrie, afin d'éviter les couples. Les déformations magnétostrictives se calculent aisément si les coefficients $M_j^{\mu, l}$ de l'équation (28) sont petits par rapport aux C^μ et si les distorsions restent assez faibles pour que l'on puisse négliger l'énergie élastique du troisième ordre : la minimisation de E par rapport aux u_i^μ donne :

$$(u_i^\mu)_0 = \sum_l \lambda^{\mu, l} \frac{M_j^{\mu, l}}{K_i^{\mu, l}} \quad \text{avec} \quad \lambda^{\mu, l} = - B^{\mu, l} / C^\mu \quad (31)$$

Et la dilatation relative dans une direction déterminée par les cosinus directeurs β_i s'écrira, par l'intermédiaire des polynômes $\beta_i^\mu(3)$:

$$\delta l / l = \sum_{\mu, i} \beta_i^\mu (u_i^\mu)_0 = \sum_{\mu, l} \lambda^{\mu, l} \sum_i \beta_i^\mu K_i^{\mu, l} \quad (32)$$

Nous utiliserons cette formule pour tenir compte de la distorsion statique du cristal dans le calcul des vitesses de propagation d'ondes ultrasonores.

L'énergie interne $\tilde{E}$ du cristal déformé sous l'action d'un champ magnétique extérieur s'obtient en remplaçant dans l'équation (28) les u_i^μ par $u_i^\mu + (u_i^\mu)_0$. Les termes de couplage magnétoélastique linéaire disparaissent évidemment ; les énergies élastiques des second et troisième ordres ne sont pas modifiées ; l'anisotropie magnétocristalline comprend une partie magnétoélastique et s'écrit :

$$\tilde{E}_a = K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2 - \frac{1}{5}) \quad (33)$$

$$\text{avec } K_1 = -2V^4 + \frac{1}{3} C^\alpha \lambda^{\alpha 2} \lambda^{\alpha 4} + C^\gamma \lambda^{\gamma 2} (\lambda^{\gamma 2} + \frac{40}{231} \lambda^{\gamma 4}) - C^\varepsilon \lambda^{\varepsilon 2} (\lambda^{\varepsilon 2} + \frac{10\lambda^{\varepsilon 4}}{77})$$

Les termes de couplage magnétoélastique du second ordre sont fortement modifiés par les contributions anharmoniques. On obtient tous les coefficients morphiques $\tilde{M}_j^{\mu, l}$ entrant dans l'expression de l'énergie interne d'un cristal déformé développée en ε_{jk} et ω_{jk} en fonction des coefficients morphiques $\underline{M}_j^{\mu, l}$ de l'énergie interne d'un cristal non déformé développée en η_{jk} , du coefficient d'anisotropie magnéto-cristalline V^4 , des coefficients magnétoélastiques $B^{\mu, l}$, des constantes élastiques des second et troisième ordres et des constantes de magnétostriction $\lambda^{\mu, l}$. Ainsi, à l'aide des tableaux V et VI, nous avons calculé les $\tilde{M}_j^{\mu, l}$ associés aux déformations pures que nous présentons dans le tableau XII, et les $\tilde{M}_j^{\mu, l}$ associés aux rotations qui apparaissent dans le tableau XIII.

$\tilde{M}_1^{\alpha, l} = \underline{M}_1^{\alpha, l} + \frac{1}{2} (\underline{C}_{111} + 2 \underline{C}_{112}) \lambda^{\alpha, l} + c_{11} \lambda^{\alpha, l}$	$\tilde{M}_1^{\gamma, l} = \underline{M}_1^{\gamma, l} + \frac{1}{2} (\underline{C}_{111} - \underline{C}_{112}) \lambda^{\gamma, l} + c_{11} \lambda^{\gamma, l}$
$\tilde{M}_2^{\alpha, l} = \underline{M}_2^{\alpha, l} + (\underline{C}_{123} + 2 \underline{C}_{112}) \lambda^{\alpha, l} + 2 c_{12} \lambda^{\alpha, l}$	$\tilde{M}_2^{\gamma, l} = \underline{M}_2^{\gamma, l} + (\underline{C}_{123} - \underline{C}_{112}) \lambda^{\gamma, l} - c_{12} \lambda^{\gamma, l}$
$\tilde{M}_3^{\alpha, l} = \underline{M}_3^{\alpha, l} + 2 (\underline{C}_{144} + 2 \underline{C}_{155}) \lambda^{\alpha, l} + 4 c_{44} \lambda^{\alpha, l}$	$\tilde{M}_3^{\gamma, l} = \underline{M}_3^{\gamma, l} + 2 (\underline{C}_{144} - \underline{C}_{155}) \lambda^{\gamma, l} - 2 c_{44} \lambda^{\gamma, l}$
$\tilde{M}_1^{\varepsilon, l} = \underline{M}_1^{\varepsilon, l} + 2 \underline{C}_{144} \lambda^{\varepsilon, l} + c_{12} \lambda^{\varepsilon, l}$	
$\tilde{M}_2^{\varepsilon, l} = \underline{M}_2^{\varepsilon, l} + 2 \underline{C}_{155} \lambda^{\varepsilon, l} + \frac{c_{11} + c_{12} + 2 c_{44}}{2} \lambda^{\varepsilon, l}$	$\tilde{M}_1^{\delta', l} = \underline{M}_1^{\delta', l}$
$\tilde{M}_3^{\varepsilon, l} = \underline{M}_3^{\varepsilon, l} + 4 \underline{C}_{456} \lambda^{\varepsilon, l} + 2 c_{44} \lambda^{\varepsilon, l}$	

TABLEAU XII - Coefficients magnétoélastiques du second ordre associés aux déformations pures pour un cristal déformé.

$\tilde{M}_4^{\alpha,2} = 0$	$\tilde{M}_4^{\gamma,2} = 0$	$\tilde{M}_5^{\gamma,2} = 2 c_{44} (2\lambda^{\varepsilon,2} - \lambda^{\gamma,2})$
$\tilde{M}_4^{\alpha,4} = -10 V^4$	$\tilde{M}_4^{\gamma,4} = 14 V^4$	$\tilde{M}_5^{\gamma,4} = -2 c_{44} (2\lambda^{\varepsilon,4} + \lambda^{\gamma,4})$
$\tilde{M}_4^{\varepsilon,2} = \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12}) (2\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2})$	$\tilde{M}_5^{\varepsilon,2} = -c_{44} \lambda^{\varepsilon,2}$	$\tilde{M}_6^{\varepsilon,2} = 0$
$\tilde{M}_4^{\varepsilon,4} = -\frac{1}{2} (c_{11} - c_{12}) (2\lambda^{\gamma,4} + \lambda^{\varepsilon,4})$	$\tilde{M}_5^{\varepsilon,4} = 6 c_{44} \lambda^{\varepsilon,4}$	$\tilde{M}_6^{\varepsilon,4} = -7 V^4$
$\tilde{M}_2^{\delta',4} = -\frac{2}{3} (B^{\alpha,4} - B^{\gamma,4})$	$\tilde{M}_3^{\delta',4} = V^4 - \frac{2}{3} B^{\alpha,4} - \frac{1}{3} B^{\gamma,4}$	$M_4^{\delta',4} = -V^4 - \frac{1}{2} B^{\varepsilon,4}$

TABLEAU XIII - Coefficients magnétoélastiques du second ordre associés aux rotations pour un cristal déformé.

Le développement, exact au second ordre, de l'énergie interne du cristal déformé, s'écrit finalement :

$$\tilde{E} = \tilde{E}_a + \frac{1}{2} \sum_{\mu} c^{\mu} \sum_i (u_i^{\mu})^2 + \sum_{\mu, j, l} \tilde{M}_j^{\mu, l} \sum_i \pi_{j, i}^{\mu} K_i^{\mu, l} \quad (34)$$

où $\tilde{E}_a$ est donné par l'équation (33).

Nous n'avons pas ici tenu compte de la contribution à $\tilde{E}$ de la modulation de l'énergie d'échange, les ondes planes élastiques utilisées généralement pour la détermination des constantes élastiques ayant des fréquences relativement basses. Cette contribution a toutefois été calculée par EASTMAN (1966).

IV. 4 - PROPAGATION D'ONDES ULTRASONORES DANS UN CRISTAL CUBIQUE FERROMAGNETIQUE.

On sait, (WALLACE 1972), que la vitesse de propagation v d'une onde sonore de direction de polarisation $\vec{U}$ et de direction de propagation $\vec{k}$ est donnée par le système d'équations :

$$\rho v^2 U_i = \sum_{j, k, l} A_{ijkl} k_j k_l U_k \quad (35)$$

les A_{ijkl} sont les dérivées secondes par rapport aux u_{ij} du potentiel cristallin Φ du cristal et diffèrent des coefficients d'élasticité, C_{ijkl} et des coefficients de la loi de HOOKE, B_{ijkl} .

IV-4 - a - Potentiel thermodynamique d'un cristal aimanté et sous contrainte.

Ce potentiel Ψ est composé de trois termes : l'énergie interne $\tilde{E}$ de l'équation (34), l'énergie Zeeman - $\vec{M} \cdot \vec{H}$ (en supposant le champ magnétique suffisamment fort pour rendre le cristal monodomaine) et l'énergie mécanique - $\sum \tau_{ij}(u_{ij} + u_{ij}^0)$, où τ_{ij} est le tenseur des contraintes, u_{ij}^0 , la déformation magnétostrictive et u_{ij} , la déformation supplémentaire due à la contrainte ; celle-ci est assez petite pour ne modifier que légèrement l'état magnétique du cristal : ainsi, si α_{i0} et $\alpha_i = \alpha_{i0} + \gamma_i$ sont les cosinus directeurs de l'aimantation respectivement avant et après l'application de la contrainte, nous supposons γ_i petit devant l'unité. $\vec{H}$ est la somme du champ magnétique statique extérieur $\vec{H}_e$, du champ démagnétisant $\vec{H}_D$ et d'un champ dipolaire associé à la contrainte ; la i -ième composante de ce champ dipolaire peut s'écrire (EASTMAN, 1966).

$$h_i = -4\pi M_S k_i \sum_j k_j \gamma_j \quad (36)$$

L'énergie mécanique - $\sum_{ij} \tau_{ij} (u_{ij} + u_{ij}^0)$ comprend deux termes : - $\sum_{ij} \tau_{ij} u_{ij}$ est le travail des forces extérieures et - $\sum_{ij} \tau_{ij} u_{ij}^0$ n'est autre que l'énergie magnétoélastique et peut s'exprimer en u_{ij} en transformant τ_{ij} par la loi de Hooke ; on trouve alors simplement, en négligeant la magnétostriction dipolaire :

$$- \sum_{ij} \tau_{ij} u_{ij}^0 = \sum_{\mu,l} B^{\mu,l} \sum_i u_i^{\mu} K_i^{\mu,l} \quad (37)$$

Le potentiel cristallin Φ se déduit du potentiel thermodynamique Ψ par l'équation :

$$\Phi(u_{ij}) = \Psi + \sum_{ij} \tau_{ij} u_{ij} = \tilde{E} - \vec{M} \cdot \vec{H} + \sum_{\mu,l} B^{\mu,l} \sum_i u_i^{\mu} K_i^{\mu,l} \quad (38)$$

Dans cette équation, les cosinus directeurs α_i intervenant dans $\tilde{E}$, $\vec{M} \cdot \vec{H}$, et $K_i^{\mu,l}$ sont en fait des fonctions implicites des u_{ij} . Le calcul de $A_{ijkl} = \partial^2 \Phi / \partial u_{ij} \partial u_{kl}$ nécessite leur explicitation.

Pour cela, on minimise Φ par rapport aux α_i ; les valeurs d'équilibre des α_i s'expriment alors en fonction des u_{ij} et de $\vec{M} \cdot \vec{H}$; reportées dans l'équation (38), elles apportent au potentiel cristallin une contribution dépendante du champ appliqué qui sera responsable de ce que nous appellerons l'effet "Simon". Le calcul des A_{ijkl} est alors possible.

IV.4 - b - La solution générale des équations de propagation .

Soit $\rho v^2 = C_k + \delta C_k$ une solution de l'équation (35) ,
 C_k est une combinaison linéaire des constantes élastiques liées au
 potentiel non magnétique du réseau et δC_k est la perturbation magné-
 tique à C_k .

Quand on utilise la méthode de superposition des échos, la
 mesure de la vitesse de propagation du son v se ramène pratique-
 ment à la mesure d'une fréquence f_0 : la perturbation magnétique à
 cette fréquence est liée à δC_k , mais il faut aussi tenir compte de
 la variation de longueur magnétostrictive de l'échantillon :

$$\frac{\delta f}{f_0} = \frac{\delta v}{v_0} - \frac{\delta l}{l} = \frac{1}{2} \frac{\delta C_k}{C_k} - \frac{\delta l}{l} \quad (39)$$

Dans tous les cas, la correction de longueur $\frac{\delta l}{l}$ annihile tous les
 termes en $C_{ij} \lambda^{\mu,1}$ qui apparaissent dans le tableau XII. On est ainsi
 amené à définir un ensemble de coefficients qui interviendront simple-
 ment dans l'expression $\delta f/f_0$:

$$\begin{aligned} m_1^{\alpha,l} &= \tilde{M}_1^{\alpha,l} - c_{11} \lambda^{\alpha,l} & m_2^{\alpha,l} &= \tilde{M}_2^{\alpha,l} - 2 c_{12} \lambda^{\alpha,l} & m_3^{\alpha,l} &= \tilde{M}_3^{\alpha,l} - 4 c_{44} \lambda^{\alpha,l} \\ m_1^{\gamma,l} &= \tilde{M}_1^{\gamma,l} - c_{11} \lambda^{\gamma,l} & m_2^{\gamma,l} &= \tilde{M}_2^{\gamma,l} + c_{12} \lambda^{\gamma,l} & m_3^{\gamma,l} &= \tilde{M}_3^{\gamma,l} + 2 c_{44} \lambda^{\gamma,l} \\ m_1^{\varepsilon,l} &= \tilde{M}_1^{\varepsilon,l} - c_{12} \lambda^{\varepsilon,l} & m_2^{\varepsilon,l} &= \tilde{M}_2^{\varepsilon,l} - \frac{c_{11} + c_{12} + 2 c_{44}}{2} \lambda^{\varepsilon,l} & m_3^{\varepsilon,l} &= \tilde{M}_3^{\varepsilon,l} - 2 c_{44} \lambda^{\varepsilon,l} \end{aligned} \quad (40)$$

Il subsiste dans $\delta f/f_0$ des contributions dépendantes du
 champ, provenant de l'effet Simon, qui seront étudiées dans le para-
 graphe suivant IV.4-c, et des contributions indépendantes du champ
 (effets d'échange et morphiques) que nous traiterons au paragraphe
 IV.4-d. Nous présentons séparément ces deux sortes de contributions
 bien qu'elles aient été calculées ensemble en résolvant le système (35).

IV.4 - c - Les contributions dépendantes du champ aux vitesses de propagation des ondes sonores.

Dans les "Annalen für Physik", SIMON (1958) avait exposé en
 détail la méthode de calcul des valeurs d'équilibre des α_i , en utili-
 sant un champ magnétoélastique équivalent : elle consistait à calculer
 le tenseur susceptibilité associé à un champ superposé $\delta \vec{H}$, petit par
 rapport au champ magnétique statique $\vec{H}_0$. En reportant ces valeurs

d'équilibre des α_i dans Φ , il en déduisait les contributions magnéto-élastiques aux constantes élastiques.

Nous avons procédé d'une manière un peu différente, en remplaçant, comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe IV.4.a - , α_i par $\alpha_{i0} + \gamma_i$ dans l'expression de Φ et en minimisant Φ par rapport aux γ_i ; les γ_i trouvés alors en fonction des u_{ij} étaient reportés dans Φ . Cet effet a aussi été étudié théoriquement par EASTMAN, (1966), et observé expérimentalement sur divers cristaux : nickel (AL ERS, 1958), YIG (EASTMAN, 1966), Fe_3O_4 (MORAN, 1969) et $\text{Tb}_{0,3}\text{Dy}_{0,7}\text{Fe}_2$ (RINALDI, 1978).

EASTMAN avait négligé l'énergie d'anisotropie magnétocristalline (33) : elle est responsable d'un champ d'anisotropie H_a qui, étant de l'ordre de K_1/M_S , n'est pas toujours négligeable ; ainsi $H_a = -100$ Oe pour le nickel mais $H_a = -1100$ Oe pour l'alliage CoPt.

Nous avons calculé H_a en tenant compte de l'écart angulaire $\varphi - \theta$ entre l'aimantation $\vec{M}$ et le champ appliqué $\vec{H}_e$; comme les travaux expérimentaux sont le plus souvent réalisés sur des cylindres, la saturation technique est alors atteinte pour des champs appliqués importants et $\varphi - \theta$ reste très inférieur à l'unité. Nous avons de plus développé le calcul jusqu'aux termes du quatrième degré en $B^{\mu,4}$; ainsi les effets rotationnels, illustrés par la relation $B^{\delta',4} = -2 V^4$, apparaissent dans les résultats. Nous avons reporté dans le tableau XIV, les variations relatives de fréquence provenant de l'effet Simon, pour des directions de l'aimantation parallèles et perpendiculaires aux directions de propagation. On peut remarquer que les ondes longitudinales se propageant parallèlement au champ magnétique suivant les trois axes principaux ne subissent pas d'effet et que, pour les modes transverses, un terme $4 \pi M_S$ apparaît quand le champ magnétique est perpendiculaire à la propagation ; ce terme provient du champ dipolaire dynamique (36). Enfin, les formules générales pour une direction de l'aimantation arbitraire ont été données par EASTMAN (1966) sauf pour le cas $\vec{k} // [001]$, $\vec{U} \perp [001]$ jusqu'à $l = 2$.

IV.4 - d - Contributions indépendantes du champ aux vitesses de propagation des ondes ultrasonores.

En présence d'un champ magnétique infini, l'effet Simon disparaît et les variations relatives de fréquence $(\delta f/f_0)_{\omega}$ ne proviennent plus que des contributions d'échange $\tilde{M}_i^{\alpha,1}$, des contributions morphiques $\tilde{M}_i^{\gamma,1}$ et $\tilde{M}_i^{\epsilon,1}$ (tableau XII) qui auraient pu être

$\vec{k}$	$\vec{U}$	$\vec{M}$	$(\delta f/f_0)_s$
// [110]	// [110]	// [110]	0
		$\perp$ [110]	$\frac{(\cos 4\varphi - 1) \left[B^{\delta,2} - B^{\delta,2} - \frac{4}{3} B^{\delta,4} + \frac{10}{21} B^{\delta,4} - \frac{6}{7} B^{\delta,4} - (B^{\delta,4} - \frac{1}{2} B^{\delta,4} + B^{\delta,4}) (\cos 2\varphi - 1) \right]^2}{8 (c_{11} + c_{12} + 2c_{44}) M_s \left[H_e + H_D - \frac{2V^4}{M_s} \cdot \frac{tg^4\varphi - 9tg^2\varphi + 2}{(1 + tg^2\varphi)^2} \right]}$
	// [110]	// [110]	$- [B^{\delta,2} + \frac{1}{7} B^{\delta,4} - 4V^4]^2 / M_s (H_e + H_D + \frac{4V^4}{M_s}) (c_{11} - c_{12})$
		$\perp$ [110]	$\frac{(\cos 2\varphi - 1) \left[B^{\delta,2} - \frac{6}{7} B^{\delta,4} - \frac{1}{2} (B^{\delta,4} + 2V^4) (\cos 2\varphi - 1) \right]^2}{2 (c_{11} - c_{12}) M_s (H_e + H_D + 4\pi M_s - \frac{2V^4 tg^4\varphi - 5tg^2\varphi + 2}{M_s (1 + tg^2\varphi)^2})}$
	// [001]	// [110]	$- [B^{\delta,2} + \frac{5}{14} B^{\delta,4} + V^4]^2 / 2 M_s (H_e + H_D - \frac{2V^4}{M_s}) c_{44}$
		$\perp$ [110]	$- \frac{(\cos 2\varphi + 1) \left[B^{\delta,2} - \frac{1}{7} B^{\delta,4} - 2V^4 + \frac{1}{4} (B^{\delta,4} - 10V^4) (\cos 2\varphi - 1) \right]^2}{4 c_{44} M_s (H_e + H_D + 4\pi M_s - \frac{2V^4}{M_s} \frac{tg^4\varphi - 5tg^2\varphi + 2}{(1 + tg^2\varphi)^2})}$
// [111]	// [111]	// [111]	0
	$\perp$ [111]	$\perp$ [111]	0
	$\perp$ [111]		non calculé
// [001]	// [001]	// [001]	0
		$\perp$ [001]	0
	$\perp$ [001]	// [001]	$- [B^{\delta,2} - \frac{1}{7} B^{\delta,4} + 2V^4]^2 / 2 M_s (H_e + H_D - \frac{4V^4}{M_s}) c_{44}$
		$\perp$ [001]	$- \{ 4a^2 + b(b - 4a) \cos^2 2\varphi + (4a^2 - b^2 \cos^2 2\varphi) \sin 2\varphi \sin 2\psi + (4a^2 - 4ab + b^2 \cos^2 2\varphi) \cos 2\varphi \cos 2\psi \}$
		$\perp$ [001]	$\frac{4 M_s (H_e + H_D + 4\pi M_s - \frac{4V^4}{M_s} \frac{1 + tg^4\varphi}{(1 + tg^2\varphi)^2}) c_{44}}{}$
avec $a = B^{\delta,2} + \frac{5}{14} B^{\delta,4} - V^4$			$b = B^{\delta,4} + 2V^4$

TABLEAU XIV - Effet du champ sur la propagation des ondes acoustiques
 Lorsque $\vec{k} // [110]$, $\varphi = (\vec{M}, [001])$
 et lorsque $\vec{k} // [001]$, $\varphi = (\vec{M}, [100])$, $\psi = (\vec{U}, [100])$.

prévues par la théorie des déformations infinitésimales, et des contributions rotationnelles ($\lambda^{\mu,1}, v^1, B^{\mu,1}$) révélées seulement par la théorie des déformations finies associée à celle de l'invariance rotationnelle de l'énergie (tableau XIII). Lorsque la polarisation est parallèle à l'un des axes principaux [110], [111] ou [001], la variation relative de fréquence est une fonction $y(\alpha_i)$, isomorphe à celle qui décrit la magnétostriction dans la direction de propagation $\vec{k}$.

Cependant, des termes supplémentaires apparaissent pour les modes transverses se propageant suivant [001] et [111] : dans ces deux cas, les symétries respectivement d'ordre quatre et d'ordre six sont abaissées à l'ordre deux par le passage d'une onde polarisée dans les plans (001) et (111).

Nous présentons maintenant les variations de fréquence pour les modes longitudinaux et transverses se propageant suivant les trois axes cristallographiques principaux.

Lorsque $\vec{k} \parallel [110]$

$$y = \left(\frac{\delta f}{f_0} \right)_M = y^{\alpha,2} + y^{\alpha,4} \left(\sum_i \alpha_i^4 - \frac{3}{5} \right) + y^{\gamma,2} \left(\alpha_3^2 - \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2} \right) + y^{\varepsilon,2} \alpha_1 \alpha_2 \quad (41)$$

$$+ y^{\gamma,4} \left[\alpha_3^4 - \frac{\alpha_1^4 + \alpha_2^4}{2} - \frac{6}{7} \left(\alpha_3^2 - \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2} \right) \right] + y^{\varepsilon,4} \alpha_1 \alpha_2 \left(\alpha_3^2 - \frac{1}{7} \right)$$

les y^{ij} étant explicités dans le tableau XV :

$y =$	λ	$\left(\frac{\delta f}{f_0} \right)_M$ mode longitudinal	$\left(\frac{\delta f}{f_0} \right)_M$ mode transverse (1)	$\left(\frac{\delta f}{f_0} \right)_M$ mode transverse (2)
$y^{\alpha,2}$	$\frac{1}{3} \lambda^{\alpha,2}$	$\frac{2m_1^{\alpha,2} + m_2^{\alpha,2} + m_3^{\alpha,2}}{12 \rho v_0^2}$	$\frac{2m_1^{\alpha,2} - m_2^{\alpha,2}}{12 \rho v_0^2}$	$\frac{m_3^{\alpha,2}}{12 \rho v_0^2}$
$y^{\alpha,4}$	$\frac{1}{3} \lambda^{\alpha,4}$	$\frac{2m_1^{\alpha,4} + m_2^{\alpha,4} + m_3^{\alpha,4}}{12 \rho v_0^2}$	$\frac{2m_1^{\alpha,4} - m_2^{\alpha,4} - 10V^4}{12 \rho v_0^2}$	$\frac{m_3^{\alpha,4} - 10V^4}{12 \rho v_0^2}$
$y^{\gamma,2}$	$-\frac{1}{3} \lambda^{\gamma,2}$	$\frac{-m_1^{\gamma,2} + m_2^{\gamma,2} + m_3^{\gamma,2}}{6 \rho v_0^2}$	$\frac{-m_1^{\gamma,2} - m_2^{\gamma,2}}{6 \rho v_0^2}$	$\frac{-m_3^{\gamma,2}}{12 \rho v_0^2} + \lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2}$
$y^{\gamma,4}$	$-\frac{1}{3} \lambda^{\gamma,4}$	$\frac{-m_1^{\gamma,4} + m_2^{\gamma,4} + m_3^{\gamma,4}}{6 \rho v_0^2}$	$\frac{-m_1^{\gamma,4} - m_2^{\gamma,4} + 14V^4}{6 \rho v_0^2}$	$\frac{-m_3^{\gamma,4} - 14V^4}{12 \rho v_0^2} + \lambda^{\gamma,4} + \lambda^{\varepsilon,4}$
$y^{\varepsilon,2}$	$\lambda^{\varepsilon,2}$	$\frac{m_2^{\varepsilon,2}}{\rho v_0^2}$	$2(\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2})$	$\frac{m_3^{\varepsilon,2}}{4 \rho v_0^2}$
$y^{\varepsilon,4}$	$\lambda^{\varepsilon,4}$	$\frac{m_2^{\varepsilon,4}}{\rho v_0^2}$	$-2(\lambda^{\gamma,4} + \lambda^{\varepsilon,4})$	$\frac{m_3^{\varepsilon,4} + 7(V^4 + B^{\varepsilon,4})}{4 \rho v_0^2}$
$\rho v_0^2 =$		$\frac{1}{2}(c_{11} + c_{12} + 2c_{44})$	$\frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$	c_{44}

TABLEAU XV - Magnetostriction et effet morphique pour $\vec{k} \parallel [110]$.

Il faut remarquer que, pratiquement, l'état désaimanté n'étant jamais parfaitement connu, la détermination expérimentale des coefficients morphiques passera par la mesure de la différence $(\delta f/f_0)_{\parallel} - (\delta f/f_0)_{\perp}$ entre les variations relatives de fréquence pour $\vec{M}$ parallèle à $\vec{k}$ et $\vec{M}$ perpendiculaire à $\vec{k}$. Ainsi, si $\varphi = (\vec{M}, [001])$, l'équation utilisable par les expérimentateurs sera :

$$-(y_{//} - y_{\perp}) = y^{\alpha,4} \frac{3 \cos 4\varphi + 4 \cos 2\varphi + 1}{16} + \frac{3}{4} y^{\gamma,2} (1 + \cos 2\varphi) + y^{\varepsilon,2} \frac{\cos 2\varphi - 3}{4} \quad (42)$$

$$+ y^{\gamma,4} \frac{21 \cos 4\varphi - 4 \cos 2\varphi - 25}{224} + y^{\varepsilon,4} \frac{7 \cos 4\varphi - 4 \cos 2\varphi + 5}{112}$$

Dans le cas particulier de l'isotropie élastique ($2C_{44} = C_{11} - C_{12}$), les deux modes transverses sont couplés : ce cas a été traité en détail par RINALDI (1978).

Lorsque $\vec{k}$ est parallèle à $[111]$,

$$y = y^{\alpha,2} + y^{\alpha,4} \sum_i \left(\alpha_i^4 - \frac{3}{5} \right) + y^{\varepsilon,2} (\alpha_2 \alpha_3 + \text{cycl.}) + y^{\varepsilon,4} \left[\alpha_2 \alpha_3 \left(\alpha_1^2 - \frac{1}{7} \right) + \text{cycl.} \right] \quad (43)$$

les $y^{\mu,1}$ sont explicités dans le tableau XVI :

$y =$	λ	$\left(\frac{\delta f}{f_0} \right)_{\mu} / \text{mode longitudinal}$	$\left(\frac{\delta f}{f_0} \right)_{\mu} / \text{mode transverse dégénéré}$
$y^{\alpha,2}$	$\lambda^{\alpha,2}/3$	$(m_1^{\alpha,2} + m_2^{\alpha,2} + m_3^{\alpha,2}) / 9 \rho v_0^2$	$(m_1^{\alpha,2} - m_2^{\alpha,2}/2 + m_3^{\alpha,2}/4) / 9 \rho v_0^2$
$y^{\alpha,4}$	$\lambda^{\alpha,4}/3$	$(m_1^{\alpha,4} + m_2^{\alpha,4} + m_3^{\alpha,4}) / 9 \rho v_0^2$	$[m_1^{\alpha,4} - m_2^{\alpha,4}/2 + (m_3^{\alpha,4} - 30V^4)/4] / 9 \rho v_0^2$
$y^{\varepsilon,2}$	$2\lambda^{\varepsilon,2}/3$	$2(m_1^{\varepsilon,2} + 2m_2^{\varepsilon,2} + m_3^{\varepsilon,2}) / 9 \rho v_0^2$	$-(m_1^{\varepsilon,2} - m_2^{\varepsilon,2} + m_3^{\varepsilon,2}/4) / 9 \rho v_0^2 + (\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2}) \frac{C_{11} - C_{12}}{C_{11} - C_{12} + C_{44}}$
$y^{\varepsilon,4}$	$2\lambda^{\varepsilon,4}/3$	$2(m_1^{\varepsilon,4} + 2m_2^{\varepsilon,4} + m_3^{\varepsilon,4}) / 9 \rho v_0^2$	$-(m_1^{\varepsilon,4} - m_2^{\varepsilon,4} + m_3^{\varepsilon,4}/4) / 9 \rho v_0^2 + \frac{7(B^{\varepsilon,4}V^4) - (\lambda^{\gamma,4} - \lambda^{\varepsilon,4})}{C_{11} - C_{12} + C_{44}}$
$\rho v_0^2 =$		$(C_{11} + 2C_{12} + 4C_{44}) / 3$	$(C_{11} - C_{12} + C_{44}) / 3$

TABLEAU XVI - Magnétostriction et effet morphique pour $\vec{k} // [111]$.

Le mode transverse n'est dégénéré que lorsque l'aimantation est dirigée suivant $[111]$. Lorsque l'aimantation $\vec{M}$ et la polarisation $\vec{U}$ font avec $[1\bar{1}0]$ dans le plan (111) les angles respectifs φ et ψ , la dégénérescence disparaît et un terme supplémentaire proportionnel à $\cos 2(\varphi - \psi)$ s'ajoute à y : la forme de ce terme est fondée sur des considérations de symétrie ; le coefficient de proportionnalité n'a pas été calculé à cause de sa complexité.

Ainsi l'équation :

$$y_{//} - y_{\perp} = -\frac{1}{6} y^{\alpha,4} + \frac{3}{2} y^{\varepsilon,2} + \frac{5}{42} y^{\varepsilon,4} \quad (44)$$

n'est valable que pour le mode longitudinal d'une part, et pour le mode transversal d'autre part, à condition que l'aimantation dans le plan (111) , fasse un angle $(2n + 1)\pi/4$ avec la polarisation.

Enfin, pour $\vec{k}$ parallèle à [001] :

$$y = y^{\alpha,2} + y^{\alpha,4} \left(\sum_i \alpha_i^4 - \frac{3}{5} \right) + y^{\gamma,2} \left(\alpha_3^2 - \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2} \right) + y^{\gamma,4} \left[\alpha_3^4 - \frac{\alpha_1^4 + \alpha_2^4}{2} - \frac{6}{7} \left(\alpha_3^2 - \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2} \right) \right]$$

et là encore, les $y^{\mu l}$ sont explicités dans le tableau XVII

y	λ	$\left(\frac{\delta f}{f_0}\right)_{\mathcal{M}}$ mode longitudinal	$\left(\frac{\delta f}{f_0}\right)_{\mathcal{M}}$ mode transverse dégénéré
$y^{\alpha,2}$	$\frac{1}{3} \lambda^{\alpha,2}$	$m_1^{\alpha,2} / 3 c_{11}$	$m_3^{\alpha,2} / 12 c_{44}$
$y^{\alpha,4}$	$\frac{1}{3} \lambda^{\alpha,4}$	$m_1^{\alpha,4} / 3 c_{11}$	$(m_3^{\alpha,4} - 10 V^4) / 12 c_{44}$
$y^{\gamma,2}$	$\frac{2}{3} \lambda^{\gamma,2}$	$2 m_1^{\gamma,2} / 3 c_{11}$	$-m_3^{\gamma,2} / 12 c_{44} \quad -\lambda^{\gamma,2} + \lambda^{\varepsilon,2}$
$y^{\gamma,4}$	$\frac{2}{3} \lambda^{\gamma,4}$	$2 m_1^{\gamma,4} / 3 c_{11}$	$-(m_3^{\gamma,4} + 14 V^4) / 12 c_{44} \quad -\lambda^{\gamma,4} - \lambda^{\varepsilon,4}$
$e v_o^2$		c_{11}	c_{44}

TABLEAU XVII - Magnétostriction et effet morphique pour $\vec{k} // [001]$.

L'équation :

$$y_{||} - y_{\perp} = \frac{3}{2} y^{\gamma,2} + \frac{3}{14} y^{\gamma,4} - (2 y^{\alpha,4} - y^{\gamma,4}) \frac{\cos 4\varphi - 1}{8} \quad (45)$$

où φ est l'angle de $\vec{M}$ avec [100], n'est ici aussi valable que pour le mode longitudinal : L'aimantation dirigée dans le plan (001) lève la dégénérescence du mode transverse ; les directions propres de polarisation dépendent de l'orientation de $\vec{M}$; la vitesse de propagation apparente est une combinaison linéaire des vitesses de propagation propres ; et si ψ est l'angle de $\vec{U}$ avec [100], et φ l'angle de $\vec{M}$ avec [100] :

$$y_{||} - y_{\perp} = \frac{3}{2} y^{\gamma,2} + \frac{3}{14} y^{\gamma,4} - (2 y^{\alpha,4} - y^{\gamma,4}) \frac{\cos 4\varphi - 1}{8} - \frac{m_3^{\varepsilon,2} - \frac{1}{7} m_3^{\varepsilon,4} + B^{\varepsilon,4} V^4}{8 c_{44}} \sin 2\varphi \sin 2\psi$$

$$+ \left\{ \frac{m_3^{\gamma,2} + \frac{1}{7} m_3^{\gamma,4} + 2 V^4}{8 c_{44}} + \frac{\lambda^{\varepsilon,2} - \lambda^{\gamma,2}}{2} - \frac{\lambda^{\varepsilon,4} + \lambda^{\gamma,4}}{14} \right\} \cos 2\varphi \cos 2\psi \quad (46)$$

IV.4- e - Conclusion

Les propriétés élastiques d'un monocristal ferromagnétique de symétrie cubique sont très sensibles à l'état magnétique de l'échantillon : l'effet " Δs " dû au déplacement des parois à l'intérieur du cristal modifie considérablement les vitesses de propagation des ondes qui dépendent alors fortement du champ appliqué ; parallèlement, apparaît dans ce cas une forte atténuation: nous n'avons pas traité ici cet effet et nous avons supposé le champ appliqué assez fort pour rendre le cristal monodomaine.

Nous avons montré qu'il existait une contribution magnétique aux constantes élastiques isotrope par rapport à l'orientation du champ, provenant des trois coefficients d'échange magnétoélastique du second ordre $\lambda_j^{\alpha 2}$ (23) et des contributions anharmoniques de la striction d'échange $C_{ijk} \times \lambda^{\alpha 2}$ qui n'avaient jamais été prises en compte jusqu'à présent.

Nous avons également détaillé l'effet Simon qui dépend du champ appliqué et a pour origine le couplage magnétoélastique du premier ordre : sa mesure peut fournir une détermination des coefficients $|B^{\mu,1}|$.

Enfin, nous avons présenté une dernière contribution aux constantes élastiques dépendant, non du champ appliqué, mais de l'orientation de l'aimantation, et provenant des coefficients magnétoélastiques du second ordre $\underline{M_j^{\mu 1}}$, corrigés des contributions anharmoniques $C_{ijk} \lambda^{\mu 1}$ et des effets rotationnels qui n'apparaissent que pour les modes transverses.

La description analytique qui vient d'être présentée dans ce chapitre n'est valable que pour les ferromagnétiques à aimantation isotrope ; dans le cas contraire, un calcul quantique est indispensable, mais là encore, il faut utiliser la théorie des déformations finies, tenir compte des effets anharmoniques et de la variation de longueur magnétostrictive de l'échantillon, pour décrire les vitesses de propagation des ondes ultra-sonores.

Enfin, la même démarche peut s'appliquer aux paramagnétiques mais alors les divers coefficients $B^{\mu 1}$, $\underline{M_j^{\mu 1}}$, $C_{ijk} \lambda^{\mu 1}$ dépendent fortement du champ.

V - CAS GENERAL D'UN FERROMAGNETIQUE PRESENTANT UNE ANISOTROPIE DE L'AIMANTATION.

V.1 - Anisotropie de l'aimantation :

Les développements du Chapitre IV ne sont valables que si le module de l'aimantation est isotrope ; cette condition n'est remplie que pour certaines classes de ferromagnétiques, selon l'importance relative des contributions de champ cristallin électrique et de champ cristallin magnétique à l'hamiltonien. Dans les composés 3d, le moment magnétique provient surtout du moment de spin et est isotrope, le moment orbital restant bloqué : l'anisotropie de l'énergie vient alors du couplage spin-orbite. Dans les composés 4f, le moment magnétique a pour origine le moment angulaire total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$; en l'absence de champ magnétique, le CCE sépare le multiplet en niveaux Γ_i et le moment magnétique associé à chacun d'entre eux peut être bien plus faible que celui de l'ion libre à cause du mélange des fonctions d'onde, d'autant plus accentué que la symétrie est plus haute ; l'effet Zeeman dû au champ appliqué ou au champ d'échange lève la dégénérescence des niveaux Γ_i et purifie chaque fonction d'onde en ses composantes principales J_z . Dans les ferromagnétiques 4f dont les interactions d'échange sont faibles, la purification des fonctions d'onde n'est pas complète et, en plus de l'anisotropie de l'énergie, il existe une anisotropie du moment magnétique : c'est le cas des composés 4f cubiques comme les T-Sb, T-Zn, T-Al₂ et ce sera l'objet de ce chapitre : il n'est plus possible de décrire l'énergie libre par un développement analytique en polynômes des cosinus directeurs de l'aimantation ; on doit traiter l'hamiltonien complet du cristal, et le diagonaliser pour toute direction du moment par rapport au champ. Ce traitement a été réalisé dans ce laboratoire : les programmes présentés à l'ordinateur tiennent compte des termes CCE cubiques des quatrième et sixième degrés, des contributions CCM traitées dans l'approximation du champ moléculaire et limitées aux couplages magnétiques dipolaire et quadrupolaire, et des contributions magnétoélastiques du premier ordre en déformation CCE et CCM limitées au second degré. Un calcul autocohérent permet d'obtenir les trois composantes du dipole magnétique J_x , J_y , J_z et les cinq composantes du quadrupole magnétique O_2^0 , O_2^2 , $J_x J_y + J_y J_x$ et cyclique quels que soient le champ magnétique et la contrainte appliqués.

V.2 - Développement de l'hamiltonien.

En raison de la grande variété des notations que l'on rencontre dans la littérature, il nous a semblé opportun d'expliciter les différentes contributions à l'hamiltonien en les reliant aux notations les plus courantes : en présence de champ extérieur, l'hamiltonien de l'équation (4) s'écrit :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{el} + \mathcal{H}_{cce} + \mathcal{H}_{ccm} + \mathcal{H}_{me}^I + \mathcal{H}_{me}^{II} - g \mu_B \vec{H}_e \cdot \vec{J} \quad (47)$$

- $\mathcal{H}_{el}$ est l'hamiltonien élastique déjà présenté

- $\mathcal{H}_{cce}$ hamiltonien de champ cristallin électrique limité à

$\gamma^4 \mathcal{K}^{\alpha,0} \mathcal{K}^{\alpha,4}(\vec{J}) + \gamma^6 \mathcal{K}^{\alpha,0} \mathcal{K}^{\alpha,6}(\vec{J})$ qui s'écrit en utilisant les opérateurs généralisés de Stevens, puis les notations de LEA (1962) :

$$\mathcal{H}_{cce} = W \left[x \frac{O_4}{F_4} + (1-|x|) \frac{O_6}{F_6} \right] \quad (48)$$

si l'on pose :

$$O_4 = O_4^0 + 5 \bar{O}_4^4 \quad Wx/F_4 = \gamma^4/20$$

$$O_6 = O_6^0 - 21 \bar{O}_6^6 \quad W(1-|x|)/F_6 = -\gamma^6/224$$

- $\mathcal{H}_{CCM}$ hamiltonien d'échange comprend :

l'échange dipolaire d'Heisenberg :

$$\mathcal{H}_e = -g \mu_B \vec{H}_e \cdot \vec{J} = \frac{3\theta_p}{J(J+1)} (\langle J_x \rangle J_x + \langle J_y \rangle J_y + \langle J_z \rangle J_z) \quad (49)$$

dans l'approximation de champ moléculaire, θ_p étant la température de Curie paramagnétique expérimentale

et l'échange quadrupolaire exprimant le couplage entre quadrupoles magnétiques limité à :

$$\mathcal{W}_1^4 \mathcal{K}^{\alpha,0} \mathcal{K}_1^{\alpha,4}(\vec{J}_f, \vec{J}_g) + \mathcal{W}_2^4 \mathcal{K}^{\alpha,0} \mathcal{K}_2^{\alpha,4}(\vec{J}_f, \vec{J}_g)$$

qui s'écrit, compte-tenu du tableau IV et toujours dans une approximation de champ moléculaire :

$$\mathcal{W}_1^4 [\langle O_2^0 \rangle O_2^0 + 3 \langle O_2^2 \rangle O_2^2] + 2 \mathcal{W}_2^4 [\langle P_{yz} \rangle P_{yz} + \text{cycl.}] \quad (50)$$

en posant : $P_{ij} = \frac{1}{2} (J_i J_j + J_j J_i)$.

Il faut remarquer que l'on ignore ici le terme $\mathcal{W}_3^4 \mathcal{K}^{\alpha,0} \mathcal{K}_3^{\alpha,4}(\vec{J}_f, \vec{J}_g)$, représentant une interaction dipole-hexapole, et qui n'a jamais été mis en évidence.

L'hamiltonien Zeeman $\mathcal{H}_Z = - g \mu_B \vec{H}_i \cdot \vec{J}$

ou H_i est le champ interne

- $\mathcal{H}_{me}^I$ hamiltonien magnétoélastique à un ion qu'on limite à

$$\mathcal{B}^{\gamma,2} \sum_i u_i^\gamma \mathcal{K}_i^{\gamma,2}(\vec{J}) + \mathcal{B}^{\epsilon,2} \sum_i u_i^\epsilon \mathcal{K}_i^{\epsilon,2}(\vec{J}) \quad \text{s'écrit}$$

$$\mathcal{B}^{\gamma,2} \left[\left(\epsilon_{zz} - \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} \right) \frac{O_2^0}{3} + (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}) \frac{O_2^2}{2} \right] + 2 \mathcal{B}^{\epsilon,2} [\epsilon_{yz} P_{yz} + \epsilon_{zx} P_{zx} + \epsilon_{xy} P_{xy}] \quad (51)$$

les termes isotropes de plus bas degré sont en $\mathcal{B}^{\alpha,4}$ et devront être invoqués au paragraphe IV.2 de la partie expérimentale de cette thèse.

- $\mathcal{H}_{me}^{II}$ hamiltonien magnétoélastique à deux ions, limité à

$$\mathcal{D}^{\alpha,2} u^\alpha \mathcal{K}^{\alpha,2}(\vec{J}_f \vec{J}_g) + \mathcal{D}^{\gamma,2} \sum_i u_i^\gamma \mathcal{K}_i^{\gamma,2}(\vec{J}_f \vec{J}_g) + \mathcal{D}^{\epsilon,2} \sum_i u_i^\epsilon \mathcal{K}_i^{\epsilon,2}(\vec{J}_f \vec{J}_g) \quad (52)$$

s'écrit dans une approximation de champ moléculaire : $\frac{1}{3} \mathcal{D}^{\alpha,2} \sum_i \epsilon_{ii} \cdot \sum_j \langle J_i \rangle J_j$

$$+ \mathcal{D}^{\gamma,2} \left[\frac{2}{3} \left(\epsilon_{zz} - \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} \right) (\langle J_z \rangle J_z - \frac{\langle J_x \rangle J_x + \langle J_y \rangle J_y}{2}) + \frac{1}{2} (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}) (\langle J_x \rangle J_x - \langle J_y \rangle J_y) \right]$$

$$+ 2 \mathcal{D}^{\epsilon,2} [\epsilon_{yz} (\langle J_y \rangle J_z + \langle J_z \rangle J_y) + \epsilon_{zx} (\langle J_z \rangle J_x + \langle J_x \rangle J_z) + \epsilon_{xy} (\langle J_x \rangle J_y + \langle J_y \rangle J_x)]$$

V.3. - Magnétostriction des composés cubiques 4f à aimantation anisotrope.

Les composantes de la déformation magnétostrictive d'un cristal s'obtiennent par la minimisation du potentiel de Gibbs par rapport aux u_i^μ ; en admettant que les coefficients magnétoélastiques du second ordre $\mathcal{M}_i^{\mu 1}$ et $\mathcal{N}_i^{\mu 1}$ restent petits devant C^μ , on trouve :

$$u_i^\mu = -\frac{1}{C^\mu} \left(\mathcal{B}^{\mu,2} \langle \mathcal{K}_i^{\mu,2}(\vec{J}) \rangle + \mathcal{D}^{\mu,2} \langle \mathcal{K}_i^{\mu,2}(\vec{J}_f \vec{J}_g) \rangle \right) \quad (53)$$

soit : $\sqrt{\frac{3}{2}} u_1^\gamma = \epsilon_{zz} - \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} = -\frac{1}{c_{41} - c_{42}} \left[\mathcal{B}^{\gamma,2} \langle J_z^2 - \frac{J_x^2 + J_y^2}{2} \rangle + \mathcal{D}^{\gamma,2} \left(\langle J_z \rangle^2 - \frac{\langle J_x \rangle^2 + \langle J_y \rangle^2}{2} \right) \right]$

$$\sqrt{2} u_2^\gamma = \epsilon_{xx} - \epsilon_{yy} = -\frac{1}{c_{41} - c_{42}} \left[\mathcal{B}^{\gamma,2} \langle J_x^2 - J_y^2 \rangle + \mathcal{D}^{\gamma,2} (\langle J_x \rangle^2 - \langle J_y \rangle^2) \right] \quad (54)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} u_3^\epsilon = \epsilon_{xy} = -\frac{1}{c_{44}} \left[\mathcal{B}^{\epsilon,2} \langle J_x J_y + J_y J_x \rangle + 2 \mathcal{D}^{\epsilon,2} \langle J_x \rangle \langle J_y \rangle \right]$$

et la variation relative de longueur d'un échantillon monodomaine dans la direction de cosinus directeurs β_i est :

$$\lambda = \frac{\delta \ell}{\ell} = \sum_{i,j} u_i^{\mu} \beta_j^{\mu} = \frac{1}{3} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) + \frac{2}{3} \left(\beta_z^2 - \frac{\beta_x^2 + \beta_y^2}{2} \right) \left(\epsilon_{zz} - \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}}{2} \right) + \frac{1}{2} (\beta_x^2 - \beta_y^2) (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}) + 2 (\beta_x \beta_y \epsilon_{xy} + \beta_y \beta_z \epsilon_{yz} + \beta_z \beta_x \epsilon_{zx}) \quad (55)$$

L'accès aux valeurs des $\mathcal{B}^{\mu,1}$ et des $\mathcal{D}^{\mu,1}$ passe par la mesure des déformations magnétostrictives u_i^{μ} et des constantes élastiques, et par le calcul des valeurs moyennes des opérateurs J_x , J_y , J_z , O_2^0 , O_2^2 , $J_x J_y + J_y J_z$, etc ...

La séparation des contributions magnétoélastiques à un ion et à deux ions est délicate. Cependant, les résultats expérimentaux ont montré que le paramètre $\mathcal{D}^{\mu,1}$ était souvent très petit devant $\mathcal{B}^{\mu,1}$: $\mathcal{D}^{\mu,1}$ peut être déterminé sans ambiguïté lorsque le champ cristallin élastique est nul ; c'est le cas pour les ions magnétiques se trouvant dans un état S, comme Gd^{3+} (Cf. 2ème Partie - Chap. III.1).

V.4 - EFFETS MAGNETOELASTIQUES DU SECOND ORDRE.

Comme nous l'indiquions à la fin du chapitre IV, il faut, pour connaître les contributions magnétiques ΔC^{μ} aux constantes élastiques, diagonaliser l'hamiltonien complet et calculer

$$\Delta C^{\mu} = \frac{\partial^2 F}{(\partial \epsilon^{\mu})^2} = N \left\{ \left\langle \frac{\partial^2 E}{(\partial \epsilon^{\mu})^2} \right\rangle - \frac{1}{kT} \left[\left\langle \left(\frac{\partial E}{\partial \epsilon^{\mu}} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \frac{\partial E}{\partial \epsilon^{\mu}} \right\rangle^2 \right] \right\} \quad (56)$$

si $F = \langle \mathcal{H} \rangle - TS$.

Dans l'état d'ordre, ce calcul conduirait à un effet magnéto-élastique du premier ordre s'annulant pour un champ infini, un effet isotrope du second ordre faisant intervenir les coefficients $\mathcal{M}_j^{\alpha,1}$ et $\mathcal{N}_j^{\alpha,1}$, un effet anisotrope du second ordre et des effets rotationnels. Nous présenterons, dans la partie expérimentale de ce travail, des résultats concernant le second de ces effets. Nous n'avons pu mettre en évidence l'effet Simon dans ces composés, nous étant heurtés à des difficultés techniques, mais nous espérons y arriver prochainement.

V.5 - CONSTANTES ELASTIQUES DANS L'ETAT PARAMAGNETIQUE

Des calculs de constantes élastiques dans l'état paramagnétique ont été réalisés récemment (MULLEN, 1974 - WANG, 1977). En ne conservant que les termes à un ion, l'hamiltonien s'écrit, en l'absence de champ magnétique appliqué :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{CCE}} + \mathcal{B}^{r2} \left(\frac{O_2^0}{\sqrt{6}} u_1^r + \frac{O_2^2}{\sqrt{2}} u_2^r \right) + \mathcal{B}^{E2} \sqrt{2} \left(P_{yz} u_1^E + P_{zx} u_2^E + P_{xy} u_3^E \right) + \frac{1}{2} \sum_{\mu} C_0^{\mu} \sum_i (u_i^{\mu})^2 \quad (57)$$

C_0^{μ} est le coefficient élastique fondamental, en l'absence d'interactions magnétiques.

La déformation dynamique due au passage d'une onde ultrasonore induit, par l'intermédiaire du couplage magnétoélastique, un moment quadrupolaire.

L'énergie libre qui se déduit de (57) s'écrit alors :

$$F = F_0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{B}^{r2}}{\sqrt{6}} \right)^2 \left[(u_1^r)^2 + (u_2^r)^2 \right] \chi_{so}^r - \frac{1}{2} (2\mathcal{B}^{E2})^2 \left[(u_1^E)^2 + (u_2^E)^2 + (u_3^E)^2 \right] \chi_{so}^E + \frac{1}{2} \sum_{\mu} C_0^{\mu} \sum_i (u_i^{\mu})^2 \quad (58)$$

Il existe deux modes d'abaissement de symétrie : le mode quadratique (γ) et le mode rhomboédrique (ϵ) auxquels sont associés les susceptibilités de déformation χ_{so}^{γ} et χ_{so}^{ϵ} . Nous traitons ici le premier mode, le second se traiterait de la même manière.

Une approche simplifiée consiste à ignorer les effets de champ cristallin électrique (CCE).

Dans ces conditions, la susceptibilité de déformation est :

$$\chi_{so}^{\gamma} = \frac{C_0}{T} = \frac{1}{k_B T} \sum_{i\ell} [Q_{i\ell i\ell}]^2 q_i \quad (59)$$

si $Q_{i\ell jh} = \langle 0i\ell | O_2 | 0jh \rangle$, $|0jh\rangle$ étant le vecteur propre associé à l'hamiltonien $\mathcal{H}_{\text{CCE}}$.

La dérivée seconde de F par rapport à u_1^r donne la constante élastique

$$c^{\gamma} = C_0^{\gamma} - \frac{[\mathcal{B}^{r2}]^2}{6} \chi_{so}^{\gamma} \quad (60)$$

Pour ce mode (γ), $\chi_{so}^{\gamma} = \frac{1}{k_B T} \langle [3J_z^2 - J(J+1)]^2 \rangle = \frac{8}{5k_B T} (J-\frac{1}{2})J(J+\frac{1}{2})(J+1)(J+\frac{3}{2}) \quad (61)$

et $\frac{[\mathcal{B}^{r2}]^2}{6[C_0^{\gamma} - c^{\gamma}]} = \frac{1}{\chi_{so}^{\gamma}}$ apparaît linéaire en température.

Cependant, de même que le moment magnétique induit par effet Zeeman est modifié par les interactions d'échange dipolaire, de même, le moment magnétique quadrupolaire l'est aussi par les interactions d'échange quadrupolaire.

La partie concernée de l'hamiltonien s'écrit alors :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + B^{Y_2} \frac{O_2^0}{\sqrt{6}} u_1^Y + W_1^4 \frac{\langle O_2^0 \rangle O_2^0}{6} + \frac{1}{2} C_0^Y (u_1^Y)^2 - \frac{1}{2} W_1^4 \frac{\langle O_2^0 \rangle^2}{6} \quad (62)$$

le dernier terme corrige l'hamiltonien d'échange quadrupolaire ; en effet, par sommation sur tout le cristal, l'énergie d'une paire d'ions terre rare serait comptée deux fois.

L'énergie libre correspondante est :

$$F = F_0 - \frac{1}{2} \left[B^{Y_2} u_1^Y + W_1^4 \frac{\langle O_2^0 \rangle}{\sqrt{6}} \right]^2 \frac{\chi_{SO}^Y}{6} - \frac{1}{2} W_1^4 \frac{\langle O_2^0 \rangle^2}{6} + \frac{1}{2} C_0^Y (u_1^Y)^2 \quad (63)$$

Suivant le processus habituel (KATOAKA, 1972 ; LEVY, 1973 ; GEHRING, 1975), on minimise F par rapport à $\langle O_2^0 \rangle$ et l'on reporte l'expression de $\langle O_2^0 \rangle$ en fonction de u_1^Y dans l'équation (63).

$$\text{On obtient ainsi : } F = F_0 + \frac{1}{2} \left[C_0^Y - \frac{[B^{Y_2}]^2 \chi_{SO}^Y}{1 + W_1^4 \frac{\chi_{SO}^Y}{6}} \right] (u_1^Y)^2 \quad (64)$$

La constante élastique C^Y est donc :

$$C^Y = C_0^Y - \frac{[B^{Y_2}]^2 \chi_{SO}^Y}{1 + W_1^4 \frac{\chi_{SO}^Y}{6}} \quad (65)$$

En présence d'échange quadrupolaire, l'inverse de la susceptibilité de déformation χ_S^Y s'écrit :

$$\frac{1}{\chi_S^Y} = \frac{1}{\chi_{SO}^Y} + \frac{W_1^4}{6} = \frac{[B^{Y_2}]^2}{6(C_0^Y - C^Y)} \quad (66)$$

Cette relation est analogue à celle qui définit l'inverse de la susceptibilité magnétique en présence d'échange d'Heisenberg :

$$\frac{1}{\chi_m} = \frac{1}{\chi_{m_0}} - \frac{3 k_B \theta^*}{g^2 \mu_B^2 J(J+1)}$$

Par ailleurs, le champ cristallin électrique mélange les fonctions d'onde et ceci fait apparaître dans l'expression de χ_{SO}^Y les termes de Van Vleck qui s'ajoutent aux termes de Curie :

$$\chi_{so}^Y = \frac{1}{k_B T} \sum_{il} [Q_{il,il}]^2 g_i - 2 \sum_{il} \sum_{jh} \frac{[Q_{il,jh}]^2}{E_i - E_j} g_i \quad (67)$$

La susceptibilité est fortement marquée par le caractère des niveaux fondamentaux et il apparaît des déviations au comportement linéaire de $1/\chi_{so}^Y$ en fonction de T prévu par l'équation (59) quand on calcule ce paramètre à partir du schéma des niveaux pour chaque température.

On peut remarquer que la relation (65) est également valable dans l'état ferromagnétique, χ_{so}^Y devant alors être calculé à partir du schéma des niveaux de CCE découplés par l'échange d'Heisenberg.

Enfin, on peut écrire l'équation (65) sous la forme :

$$\frac{C^Y}{C_0^Y} = \frac{1 + \frac{\chi_{so}^Y}{6} \left[\mathcal{W}_1^4 - \frac{[B^Y]^4}{C_0^Y} \right]}{1 + \frac{\chi_{so}^Y}{6} \mathcal{W}_1^4} \quad (68)$$

On voit alors que , dans le cas d'une transition du second ordre, C^Y/C_0^Y peut s'annuler à une température pour laquelle

$$\frac{1}{\chi_{so}^Y} = \frac{1}{6} \left[\frac{[B^Y]^4}{C_0^Y} - \mathcal{W}_1^4 \right]$$

les quadrupoles s'ordonnent alors sans ordre magnétique. Dans le cas d'une transition du premier ordre, la température d'ordre quadrupolaire T_Q est définie par l'égalité entre les énergies des deux phases, la constante élastique ne s'annulant pas à la transition.

VI - CONCLUSION

Dans cette première partie, nous avons passé en revue divers éléments de l'hamiltonien décrivant l'état d'un monocristal ferromagnétique de symétrie cubique ; nous avons ainsi considéré des termes qui sont parfois ignorés ou traités de façon partielle dans la littérature : contributions Simon, morphique, rotationnelle, etc ...

Nous espérons avoir donné de ces effets magnétoélastiques une description suffisamment détaillée et nous allons aborder maintenant la partie expérimentale qui constitue le second volet de ce travail.

2. expériences

Nous abordons maintenant l'illustration des diverses contributions à l'hamiltonien général décrit dans la première partie.

Après une présentation succincte des matériaux étudiés (Chapitre I) et des techniques de mesures utilisées (Chapitre II), nous décrirons et analyserons successivement divers effets magnéto-élastiques du premier ordre anisotropes (Chapitre III) et isotropes (Chapitre IV), puis quelques effets magnétoélastiques du second ordre isotropes (Chapitre V) et anisotropes (Chapitre VI).

I - PRESENTATION DES MATERIAUX

Cobalt - Platine

L'alliage Co-Pt équiatomique est un ferromagnétique 3d dont nous étudierons au Chapitre V les effets magnétoélastiques anisotropes du second ordre.

Le groupe d'espace de ce cristal cubique faces centrées est $Fm\bar{3}m$.

Les caractéristiques magnétiques de ce matériau à la température ambiante ont été présentées par EURIN (1973) : $V^4 = + (2,1 \pm 0,2) \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^3$; $M_S = 750 \text{ uem/cm}^3$.

Nous en avons mesuré les constantes de magnétostriction (ROUCHY, 1973) : $\lambda_{Y^2} = (315 \pm 15) \cdot 10^{-6}$, $\lambda_{E,2} = - (50 \pm 10) \cdot 10^{-6}$ et, en collaboration avec WAIN TAL (ROUCHY, 1975), les constantes élastiques : $C_{11} = (2,897 \pm 0,014) \cdot 10^{12} \text{ cgs}$; $C_{12} = (1,785 \pm 0,015) \cdot 10^{12} \text{ cgs}$; $C_{44} = (1,241 \pm 0,001) \cdot 10^{12} \text{ cgs}$.

Série Terre Rare - Zinc

Ces composés cristallisent dans une structure cubique de type CsCl (IANDELLI, 1965 ; KANEMATSU, 1969). La simplicité de leur structure permet l'étude des interactions de la couche 4f avec l'environnement métallique dans toute la série. Un grand nombre d'expé-

riences réalisées sur ces composés [aimantation : (MORIN, 1973) ; chaleur spécifique (MORIN, 1974 a, 1975 a) ; diffusion inélastique des neutrons : (MORIN, 1974 b, 1976 a, SCHMITT, 1977)] ont montré l'importance du champ cristallin électrique (CCE) , mais les propriétés physiques observées ne sont pas entièrement expliquées par un hamiltonien de CCE cubique augmenté du terme d'échange d'Heisenberg ; il est donc indispensable de tenir compte des effets magnétoélastiques dont l'importance a été révélée par des mesures de dilatométrie (MORIN, 1974 c). Du gadolinium au thulium , ces composés sont ferromagnétiques et ont des températures de Curie élevées pour des composés de terre rare avec un métal allié non magnétique (Tableau XVIII). En plus de l'anisotropie de l'énergie, le CCE a pour effet principal la réduction anisotrope du moment : c'est particulièrement apparent pour ErZn où la saturation peut être atteinte sous champ dans les principales directions cristallographiques (MORIN, 1978 b). Dans HoZn et TbZn, les effets d'entropie dus à la levée de dégénérescence anisotrope par le champ d'échange des niveaux de CCE paramagnétiques sont à l'origine d'un changement d'axes de facile aimantation à une température T_R (MORIN, 1974 a, 1975 a).

R Zn	T _c (K)	axe facile	Moment à saturation			$A_4 \langle r^4 \rangle$ (K/atome)	$A_6 \langle r^6 \rangle$ (K/atome)
			[001]	[101] (à 4.2 K)	[111]		
GdZn	270			7,30			
TbZn	204	$\xrightarrow{63\text{ K } T}$ [101] [001]		8,85		-41 ± 5	-83 ± 10
DyZn	140	[001]	9,05			-30 ± 15	-35 ± 15
HoZn	74	$\xrightarrow{23\text{ K } T}$ [101] [111]		8,45	8,15	-14	-18
ErZn	20	[001]	6,81	6,37	6,44	-36	-18

TABLEAU XVIII

Les paramètres de CCE des quatrième et sixième ordres ont été obtenus par spectroscopie neutronique dans l'état paramagnétique : $A_4 \langle r^4 \rangle$ et $A_6 \langle r^6 \rangle$ sont négatifs dans toute la série, mais leurs valeurs ne s'interprètent pas par un modèle de charges ponctuelles. C'est aussi le cas des terres rares diluées dans Ag et Au (WILLIAMS, 1969), Y et Sc (CHOW, 1973). Diverses publications (BELAKHOVSKY, 1975) ont mis en évidence la prépondérance dans les paramètres de CCE

du caractère d de la bande de conduction au voisinage de la couche 4f. Il a été montré par des calculs de type APW que la bande d est très proche du niveau de Fermi avec seulement la sous-bande d_g occupée ; cette interaction entre la couche 4f et la bande de conduction peut être décomposée en des termes d'échange coulombien direct et des termes d'échange coulombien indirect.

Les variations des paramètres CCE sont fortement marquées pour chaque ion de terre rare par la contribution coulombienne d'échange et leur analyse à travers la série est complexe (SCHMITT, 1979 b) . La structure électronique devrait donc avoir une influence tout aussi nette sur les coefficients magnétoélastiques qui peuvent être considérés comme des termes de CCE du second ordre.

II - METHODES EXPERIMENTALES

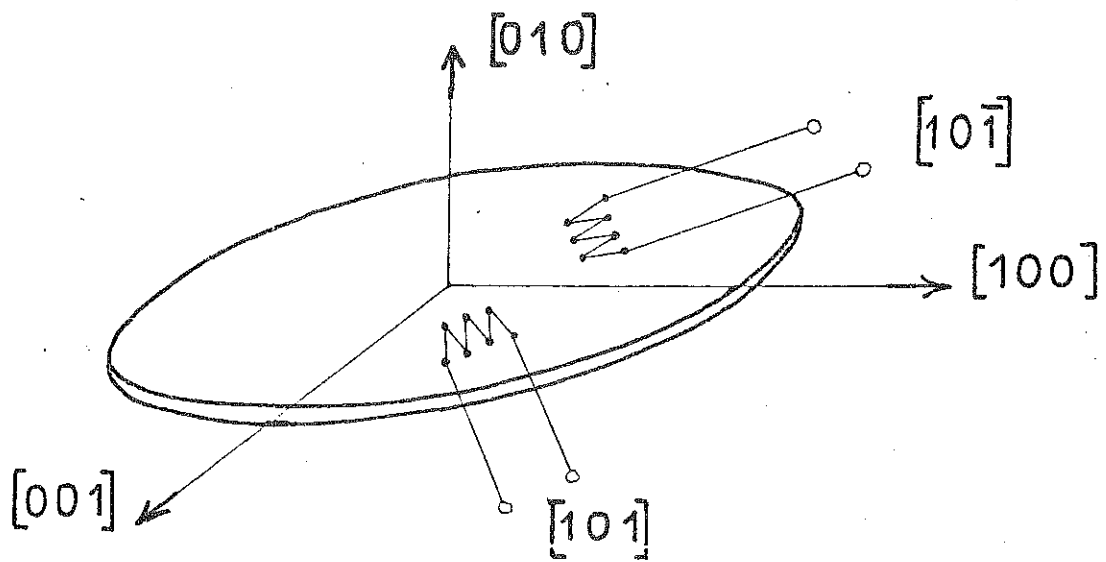
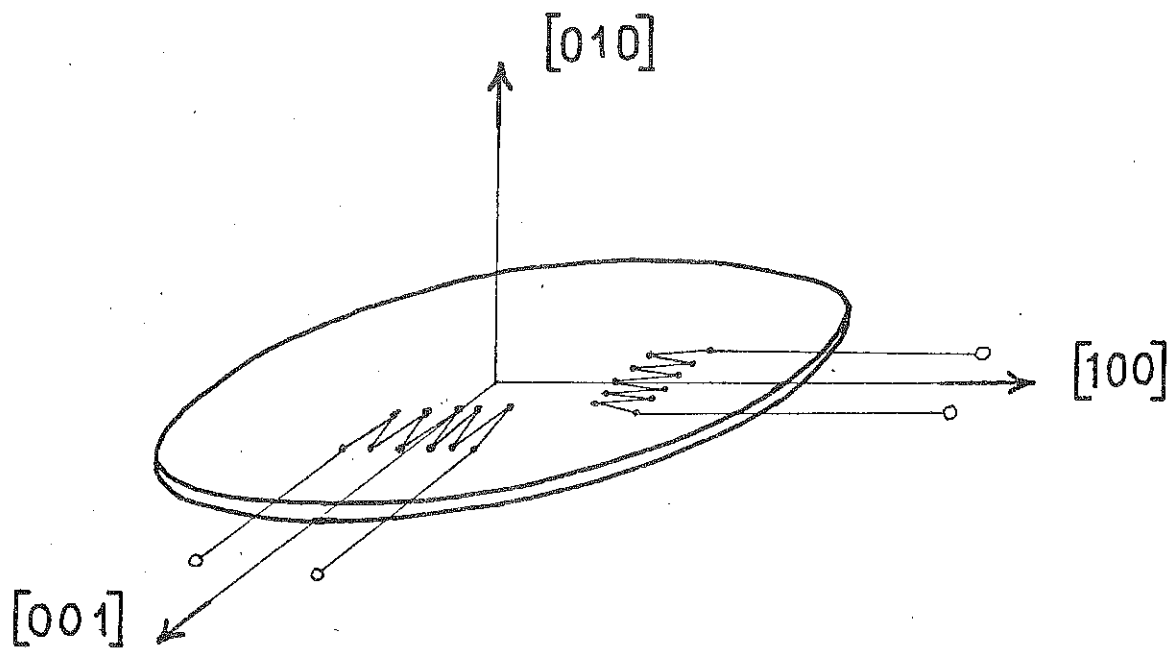
Les monocristaux de terre rare - zinc ont été obtenus par fusion directe des deux éléments dans un creuset de Tantale scellé et par refroidissement de l'ensemble dans un four Bridgman ; le gradient de température était de 20 K cm^{-1} ; il n'a pas été possible de réduire par recuit les contraintes survenues lors de la préparation des échantillons car cette opération provoquait des fuites de zinc. La phase désordonnée de l'alliage CoPt équiatomique a été obtenue par trempe rapide dans un jet d'hydrogène sous pression depuis 1300 K. La vitesse de trempe était de l'ordre de 2000 K.s^{-1} .

II.1 - DETERMINATION DES CONSTANTES ELASTIQUES

Elles ont été déduites des mesures des vitesses d'ondes ultrasonores par la méthode de superposition des échos (McSKIMIN, 1961) ; les quartz piézoélectriques de fréquence fondamentale de 15 Mégahertz étaient couplés aux échantillons par différents produits : Nonaq, Dow-Resin, Salol, Araldite). Ces mesures ont été faites en collaboration avec A. WAIN TAL qui avait réalisé un appareillage adapté. Chaque fois que cela a été possible, les résultats ont été confirmés par recoupement ; même lorsque la valeur absolue d'une vitesse présentait une certaine incertitude, la variation sous influence thermique ou magnétique de cette grandeur pouvait être estimée avec une précision relative de 10^{-4} . Nous disposons d'un cryostat permettant des mesures de l'ambiante à 4,2 Kelvin. Un système de bobines supraconductrices conçu par TREMOLET fournissait un champ magnétique de six Tesla, soit dans la direction de propagation des ondes, soit dans toute direction perpendiculaire.

II.2 - DILATOMETRIE

Des sphères de quatre millimètres de diamètre environ ont été taillées dans les monocristaux de terre rare - zinc et ont servi aux mesures d'aimantation ainsi qu'aux expériences de parastriction. Celles-ci ont été réalisées dans un dilatomètre à capacité différentielle de grande sensibilité conçu par TREMOLET (1975). Le champ magnétique utilisable avec ce dilatomètre était insuffisant pour des mesures de magnétostriction dans l'état d'ordre. Nous avons donc pour cela utilisé des jauges de contrainte : un champ magnétique pouvant atteindre 1,2 Tesla était produit par un électro-aimant tournant autour d'un axe vertical ; pour ces mesures, les échantillons ont été découpés en forme de disques de 10 mm de diamètre et de 1 mm d'épaisseur environ, taillés dans des plans cristallographiques de haute symétrie. Du fait du faible facteur de forme de ces disques, le champ appliqué dans les directions de facile aimantation suffisait à les saturer, mais la magnétostriction forcée n'a pu être observée qu'au voisinage du point de Curie. D'autre part, ce champ appliqué dans une direction de difficile aimantation était incapable dans l'état d'ordre de faire tourner complètement le moment : en conséquence, seul l'état spontané nous a été accessible. Nous avons utilisé des jauges de contrainte de type résistance électrique (Micromeasurements 350 Ω). En accord avec les résultats obtenus avec le même type de jauges par LEE (1976), la variation thermique du facteur de jauge atteint environ 5 % entre 4,2 et 300 K. Les jauges témoins, placées dans des conditions de température et de champ magnétique aussi proches que possibles de celles des jauges actives, étaient collées sur du cuivre pur ou de la silice, dont les dilatations thermiques ont été données par HAHN (1970, 1971). La précision des mesures était alors limitée moins par la qualité du pont de mesure que par la non-identité des jauges et surtout de leur collage : même pour des jauges issues d'un même lot, l'écart relatif pour une même déformation peut atteindre quelques pour cent. Afin de réduire cette imprécision, nous avons toujours utilisé simultanément deux jauges actives collées le long de deux axes cristallographiques équivalents perpendiculaires : les deux ensembles de valeurs de $\lambda_{//} - \lambda_{\perp}$, différences entre les déformations relatives mesurées en champs parallèle et perpendiculaire à la jauge, n'étaient retenus que s'ils étaient identiques à mieux de 2 % près. Nous avons enfin vérifié que les effets de magnétorésistance étaient négligeables à toutes les températures utilisées. Les principales conditions d'orien-



DISPOSITIONS EXPERIMENTALES DES JAUGES

$$\lambda_{001} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} + \mu_1^\gamma \sqrt{\frac{2}{3}} + \lambda_0$$

$$\lambda_{001}^{001} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3} \frac{B^{\gamma 2}}{C^\gamma} \langle O_2^0 \rangle^{001} + \lambda_0$$

$$\lambda_{001}^{100} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} + \frac{1}{6} \frac{B^{\gamma 2}}{C^\gamma} \langle O_2^0 \rangle^{001} + \lambda_0$$

$$\lambda_{001}^{101} = \lambda_{001}^{10\bar{1}} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} - \frac{1}{12} \frac{B^{\gamma 2}}{C^\gamma} \langle O_2^0 \rangle^{001} + \lambda_0$$

$$B^{\gamma 2} = 2 C^\gamma \frac{\lambda_{001}^{100} - \lambda_{001}^{001}}{\langle O_2^0 \rangle^{001}}$$

$$D_0 = C^\alpha \frac{3\lambda_0 - \lambda_{001}^{001} - 2\lambda_{001}^{100}}{\langle J_z \rangle^2}$$

$$\lambda_{101} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} + \mu_1^\gamma \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{3}} + \mu_2^\gamma \frac{1}{2\sqrt{2}} + \mu_2^\epsilon \frac{1}{\sqrt{2}} + \lambda_0$$

$$\lambda_{101}^{001} = \lambda_{101}^{100} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} - \frac{1}{12} \frac{B^{\gamma L}}{C^\gamma} \langle O_2^0 \rangle^{001} + \lambda_0$$

$$\lambda_{101}^{101} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} - \frac{1}{12} \frac{B^{\gamma 2}}{C^\gamma} \langle O_2^0 \rangle^{001} - \frac{B^{\epsilon 2}}{C^\epsilon} \langle P_{zx} \rangle^{101} + \lambda_0$$

$$\lambda_{101}^{10\bar{1}} = \frac{\mu^\alpha}{\sqrt{3}} - \frac{1}{12} \frac{B^{\gamma L}}{C^\gamma} \langle O_2^0 \rangle^{001} + \frac{B^{\epsilon 2}}{C^\epsilon} \langle P_{zx} \rangle^{101} + \lambda_0$$

$$B^{\epsilon 2} = C^\epsilon \frac{\lambda_{101}^{10\bar{1}} - \lambda_{101}^{101}}{2 \langle P_{zx} \rangle^{101}}$$

$$D_0 = \frac{3C^\alpha}{2} \frac{\frac{1}{3}(\lambda_{001}^{001} - \lambda_{001}^{100}) + 2\lambda_0 - \lambda_{101}^{101} - \lambda_{101}^{10\bar{1}}}{\langle J_z \rangle^2}$$

TABLEAU XIX

FORMULES ASSOCIEES

tation des jauges et les informations apportées par chacune d'entre elles sont illustrées sur le tableau XIX, en utilisant les équations (54) et (55) ; les indices supérieurs et inférieurs sont relatifs respectivement à la direction du moment et à celle de la mesure ; λ_0 est la déformation du réseau en l'absence de tout magnétisme ; enfin D^{γ^2} et $D^{E,2}$ ne sont pas cités dans ce tableau .

Au-dessus de la température de Curie, la sensibilité de cette méthode (10^{-6}) devient rapidement insuffisante. Le dilatomètre à capacité différentielle sensible et précis (10^{-8}) était parfaitement adapté aux mesures de magnétostriction dans l'état paramagnétique où déformations et couples sont faibles. Dans toute une zone de température, au voisinage du point de Curie, les deux méthodes étaient utilisables et le bon accord entre leurs résultats a permis de confirmer la validité de nos mesures par jauges : ainsi la déformation d'un échantillon en présence d'un champ magnétique a-t-elle pu être suivie et mesurée depuis 10^{-2} à basse température jusqu'à 10^{-8} bien au-dessus du point de Curie, ce qui représente une variation sur six ordres de grandeur. Néanmoins, il n'a pas toujours été possible de déterminer toutes les composantes de la déformation : u_i^E étant bien plus faible en général que u_i^{γ} , une très légère désorientation de la jauge par rapport à l'axe cristallographique introduirait de fortes déformations parasites enlevant toute précision à la détermination des u_i^E .

Pour en terminer avec cet exposé des processus utilisés pour mesurer les déformations de monocristaux, il nous a paru utile de discuter de l'état initial d'un cristal que nous pourrions appeler état pseudo-désaimanté.

II.3 - ANISOTROPIE DE L'ETAT PSEUDO-DESAIMANTE.

On sait que l'état parfaitement désaimanté, dans lequel se trouverait un monocristal décomposé en domaines identiques en proportion et dont les moments ont les directions de facile aimantation, n'existe pas en réalité ; s'il en était ainsi, l'écart entre la déformation mesurée par les jauges en champ nul et la déformation extrapolée depuis l'état paramagnétique par une loi de Grüneisen donnerait la magnétostriction en volume $u^{\alpha} \sqrt{3}$. L'anisotropie de l'état désaimanté provient en majeure partie des conditions de préparation du cristal (germination, croissance) et dépend également de son histoire thermique, magnétique, élastique. Nous avons rencontré pour chaque cristal étudié dans le domaine d'ordre, une anisotropie très importante de l'état désaimanté, ce qui s'est révélé gênant dans certains cas, pour la détermination de la striction d'échange par exemple.

Nous présenterons à titre d'illustration une brève étude de l'état pseudodésaimanté d'un échantillon monocristallin de TbZn.

Les variations thermiques de longueur, mesurées suivant deux directions quaternaires d'un échantillon en l'absence de tout champ magnétique appliqué, sont portées sur la figure (1). La dilatation thermique suit une loi de Grüneisen dans l'état paramagnétique alors que dans l'état d'ordre, à 65 K par exemple, l'écart entre les déformations suivant les deux directions perpendiculaires atteint 60 % de ce même écart mesuré en champ saturant ($c/a - 1$).

Par ailleurs, nous avons suivi l'évolution thermique en champ nul de la répartition en volume des domaines dans les deux phases ferromagnétiques : Les axes quaternaires étant de facile aimantation, une jauge collée suivant [001] subit les déformations :

$$\Delta\left(\frac{\delta l}{l}\right) = \frac{u^{\alpha}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \frac{B^{\gamma_2}}{c^{\gamma}} \langle O_2^0 \rangle^{001} (1-Z) \quad \Delta\left(\frac{\delta l}{l}\right)' = \frac{u^{\alpha}}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \frac{B^{\gamma_2}}{c^{\gamma}} \langle O_2^0 \rangle^{001} Z'$$

lorsque le champ magnétique saturant est appliqué, puis coupé, respectivement dans les directions [001] et [100] ; Z et Z' sont les proportions en volume rémanentes des domaines dont le moment est dirigé suivant [001] .

La connaissance de u^{α} , B^{γ_2} , c^{γ} , $\langle O_2^0 \rangle^{001}$ permet de calculer Z et Z' dont les valeurs sont très voisines dans l'exemple étudié.

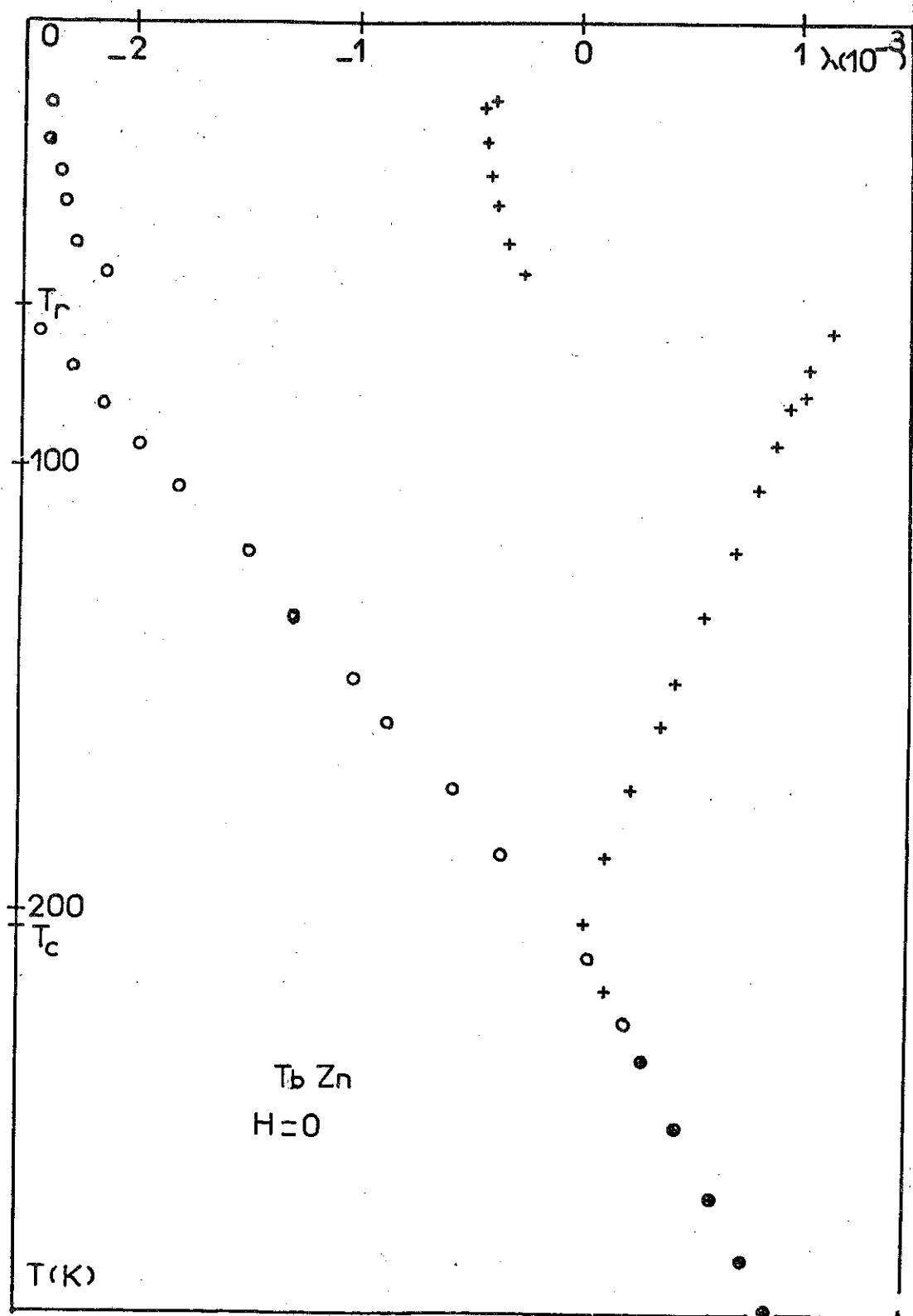


Fig. 1 - Variations thermiques des déformations en champ nul.

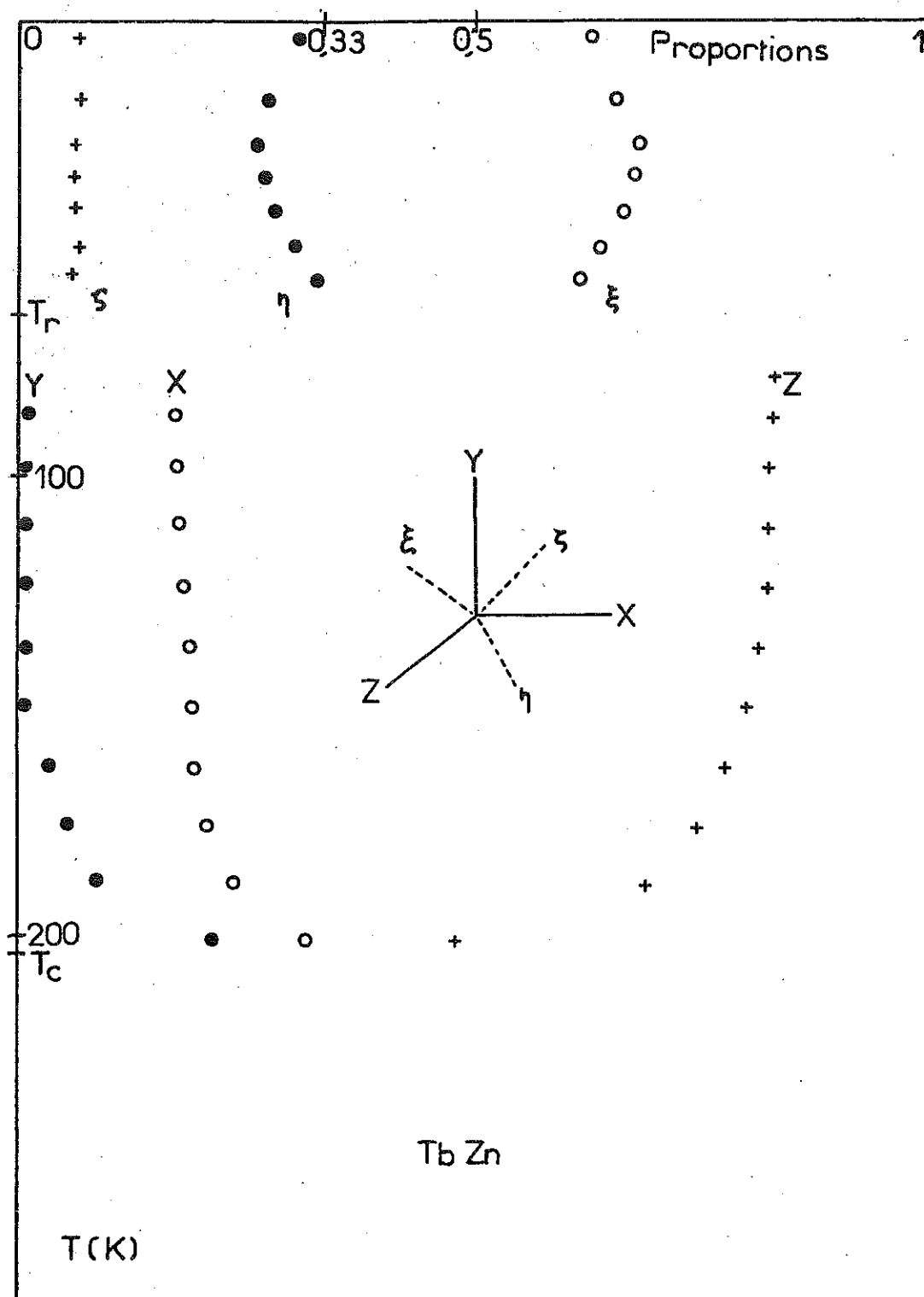


Fig. 2 - Variations thermiques des proportions en volume des domaines.

Une jauge collée suivant l'axe $[100]$ donnera de la même manière X et X' , proportions en volume des domaines dont l'aimantation est alignée suivant $[100]$ et l'on en déduit par différence Y et Y' .

Quand, par ailleurs, les axes binaires sont de facile aimantation, une jauge collée suivant $[001]$ subit les déformations :

$$\Delta\left(\frac{\delta l}{l}\right) = \frac{\mu^a}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4} \frac{B^{Y^2}}{C^Y} \langle O_z^0 \rangle^{001} \zeta \quad \Delta\left(\frac{\delta l}{l}\right)' = \frac{\mu^a}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4} \frac{B^{Y^2}}{C^Y} \langle O_z^0 \rangle^{001} \zeta'$$

lorsque le champ magnétique saturant est appliqué, puis coupé, respectivement dans les directions $[101]$ et $[10\bar{1}]$: ζ et ζ' sont les proportions en volume rémanentes des domaines dont le moment est dirigé suivant $[110]$. Une jauge collée suivant $[100]$ donne de la même manière η et η' , proportions des domaines dont l'aimantation est alignée suivant $[011]$ et l'on en déduit ξ et ξ' . Nous avons reporté sur la figure (2), l'évolution thermique des proportions X , Y , Z au-dessus de la température de rotation et ξ , η , ζ au-dessous de cette température.

Sans nous attarder à discuter cette évolution, nous nous contenterons de rappeler, à la lumière de cet exemple, que seuls les états saturés sont définis et reproductibles et que seules leurs caractéristiques sont utilisables dans l'étude des matériaux.

III - PROPRIETES MAGNETOELASTIQUES ANISOTROPES DU PREMIER ORDRE DANS LES T -Zn.

III.1 - GdZn : Les courbes d'aimantation de ce composé sont identiques le long des trois axes principaux, même à basse température, et ne font apparaître aucune anisotropie supérieure aux incertitudes de mesure : ceci est parfaitement cohérent avec le fait que les paramètres de CCE, γ^4 et γ^6 , sont nuls pour un état S ; par contre, nous avons observé une déformation quadratique au-dessous de T_c (fig. 3). Comme le coefficient magnétoélastique B^{Y^2} est nul, la déformation quadratique $u_1^{Y(001)}$, provenant de la saturation magnétique dans la direction quaternaire $[001]$, a uniquement pour origine le terme en D^{Y^2} , coefficient magnétoélastique à deux ions, comme on peut le voir sur les équations (54). A basse température, $u_1^{Y(001)} = -4,5 \cdot 10^{-4}$, ce qui conduit à $D^{Y^2} = +4,48 \pm 0,25$ Kelvin par atome. La variation thermique de $u_1^{Y(001)}$, calculée dans un modèle de champ moléculaire, s'écarte sensiblement du résultat expérimental entre

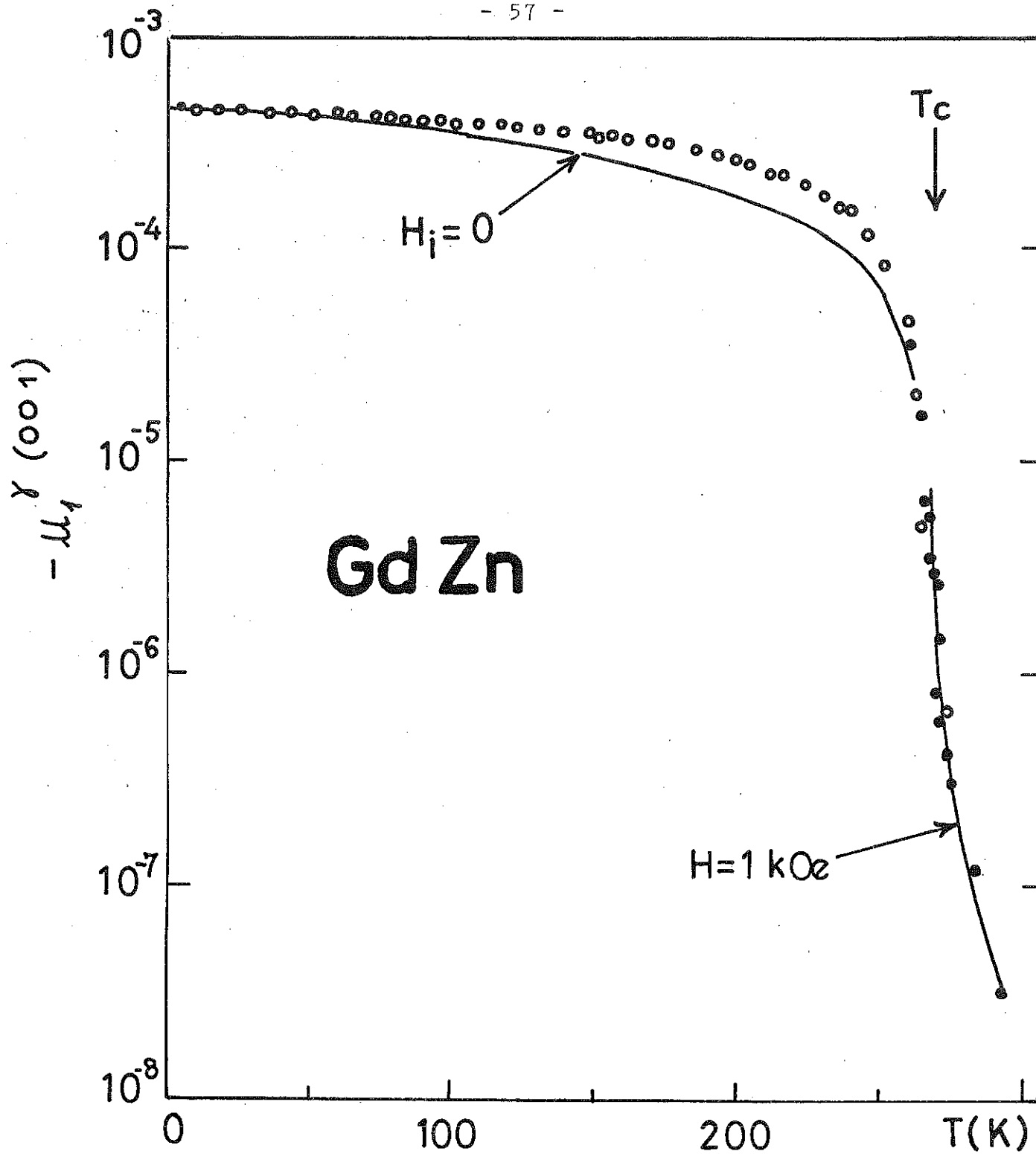


Fig.3 - Variations thermiques de la composante de déformation $u_1^{(001)} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\lambda_{001}^{001} - \lambda_{001}^{100})$ dans l'état d'ordre et de $u_1^{(001)}$ induit par un champ de 1 kOe dans l'état paramagnétique de GdZn. (• points expérimentaux obtenus par la méthode des jauges ; • points expérimentaux obtenus par le dilatomètre capacitif ; courbes calculées en trait plein .)

100 et 270 K : il avait été remarqué (MORIN, 1975 b) que l'aimantation spontanée ne suivait pas non plus une variation thermique calculée dans ce modèle de champ moléculaire.

En collant des jauges de contrainte selon les directions binaires, nous avons mesuré des variations de longueur relatives, environ dix fois inférieures aux déformations quadratiques ; comme on peut montrer par un calcul simple qu'une désorientation des jauges de 2,5 degrés explique la déformation mesurée en l'absence de toute déformation rhomboédrique, il nous paraît prudent de conclure qu'une telle déformation est soit nulle, soit très faible ; des mesures effectuées par le dilatomètre capacitif au voisinage du point d'ordre ont confirmé la petitesse relative de la déformation rhomboédrique $u_3^{\epsilon(110)}$ par rapport à la déformation quadratique $u_1^{\gamma(001)}$. Seul son signe (positif) a été déterminé sans ambiguïté ici ; la détermination du coefficient magnétoélastique correspondant D^{s1} a cependant été obtenue par mesure de la vitesse du son sous champ magnétique (Chap.VI.1).

En toute rigueur, le couplage pseudodipolaire, seul responsable de la déformation quadratique dans GdZn, devrait être pris en compte pour les autres composés TZn. Suivant un modèle RKKY, le couplage entre ions 4f reste à peu près constant dans la série car il dépend de la bande de conduction qui est supposée ne pas varier. Nous admettrons donc que la quantité $D^{\gamma 2} (g_J - 1)^2$ reste constante.

En définitive, la contribution $D^{\gamma 2} u_1^{\gamma(001)}$ dans les autres TZn est négligeable en fin de série et n'excède pas quelques pour cent de $D^{\gamma 2} u_1^{\gamma(001)}$ pour TbZn et DyZn : la modification correspondante de l'échange d'Heisenberg reste négligeable.

III.2 - TbZn

Ce composé est particulièrement intéressant parce qu'il permet la détermination dans l'état d'ordre des deux coefficients magnétoélastiques de CCE, $D^{\gamma 2}$ et $D^{\epsilon, 2}$, du fait d'un changement d'axe de facile aimantation ; les moments sont en effet dirigés suivant les axes quaternaires depuis la température de Curie ($T_c = 204$ K) jusqu'à $T_r = 63$ K, température à laquelle, au cours d'une transition du premier ordre, ils se tournent brutalement suivant les axes binaires, qui correspondent à des directions d'énergie libre minimum à basse température ; cette rotation intervient quand les énergies libres dans les directions quaternaires et binaires sont égales ; les espacements des niveaux diffèrent pour ces deux directions et ce sont les variations thermiques des entropies qui conduisent à cette égalité

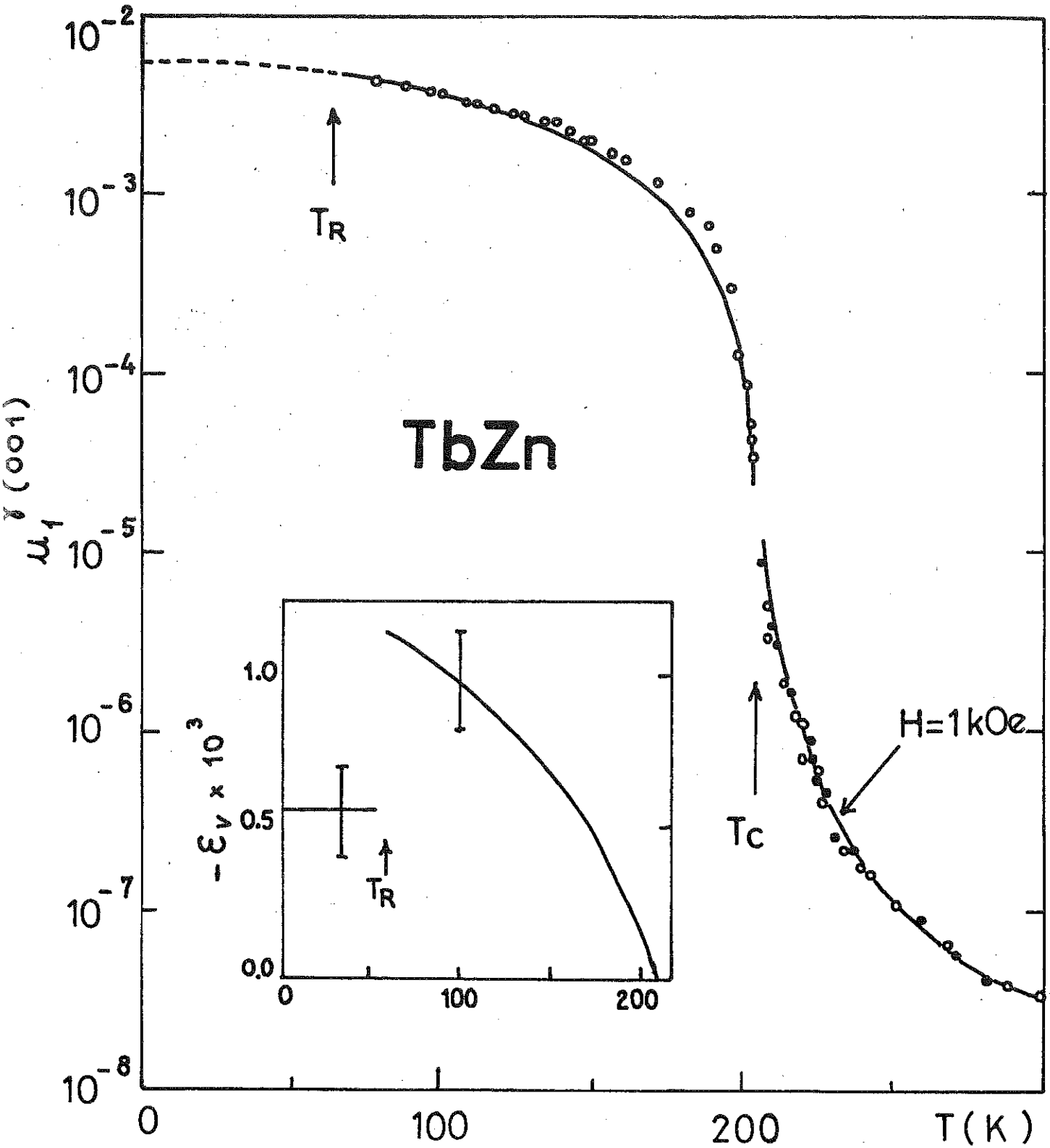


Fig.4 - Variations thermiques de la déformation spontanée

$$u_1^{\gamma(001)} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\lambda_{001}^{001} - \lambda_{001}^{100}) \text{ dans l'état d'ordre pour } T > T_R \text{ et de } u_1^{\gamma(001)} \text{ induit par un champ de 1 kOe dans l'état paramagnétique pour TbZn. (} \circ \text{ mesures par jauges ; } \bullet \text{ mesures par dilatomètre capacitif, courbes calculées en trait plein). En encart : la variation expérimentale de } \epsilon_v \approx u^a \sqrt{3} \text{ .}$$

des énergies libres (MORIN, 1974 b , 1975 a). Cet effet caractéristique de champ cristallin électrique impose, avec le calcul du moment le long des trois axes principaux, un schéma de niveaux défini par l'ensemble $W = 1,0 \pm 0,2$ K par atome et $x = -0,3 \pm 0,1$ (48).

Pour déterminer le coefficient β^{γ^2} associé à la déformation quadratique, nous avons collé le long de deux axes quaternaires deux jauges sur un disque taillé selon un plan (001). Dans l'état paramagnétique, le coefficient de dilatation linéaire thermique est $\alpha = (9,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$. L'extrapolation dans l'état d'ordre de cette variation de type Grüneisen fait apparaître une magnétostriction volumique $u^{\alpha}/\sqrt{3}$ négative au-dessus de T_r .

Dans cette partie de la phase ordonnée, $u_1^{\gamma(001)}$ croît jusqu'à la valeur $(+4,41 \pm 0,09) \cdot 10^{-3}$ à T_r (fig. 4). Dans l'état paramagnétique, les jauges de contrainte et le dilatomètre sont en excellent accord. Au-dessous de T_r , le champ appliqué est insuffisant pour faire tourner les moments vers une direction quaternaire alors de difficile aimantation, et $u_1^{\gamma(001)}$ ne peut être mesuré. Les calculs faits à partir du schéma des niveaux précédemment défini s'accordent correctement avec les valeurs expérimentales de $u_1^{\gamma(001)}$ si l'on donne au coefficient magnétoélastique β^{γ^2} la valeur $(-27,9 \pm 4,5)$ Kelvin par atome. Les valeurs de $\langle O_2 \rangle^{001}$ sont peu modifiées lorsqu'on utilise l'un ou l'autre des schémas possibles, car la fonction d'onde $4f$ est entièrement purifiée des effets de CCE par l'échange important. Dans l'état paramagnétique, les valeurs des moments adoptées pour les calculs sont en accord avec les mesures de susceptibilité magnétique et les valeurs calculées pour $u_1^{\gamma(001)}$ rendent bien compte des résultats expérimentaux.

Pour déterminer la déformation spontanée rhomboédrique $u_2^{\epsilon(101)}$, au-dessous de T_r dans l'état d'ordre, et dans l'état paramagnétique, nous avons collé deux jauges suivant les axes binaires $[101]$ et $[\bar{1}01]$ du même disque; le champ est appliqué successivement dans ces deux directions et $u_2^{\epsilon(101)} = 1/\sqrt{2} (\lambda_{101}^{101} - \lambda_{101}^{10\bar{1}})$ (voir tableau XIX). Sur la figure (5), nous avons porté la variation thermique de $u_2^{\epsilon(101)}$: cette déformation spontanée est positive, d'un ordre de grandeur inférieur à celui de $u_1^{\gamma(001)}$; les valeurs calculées de $\langle P_{zx} \rangle$ pour l'espacement des niveaux déjà considéré conduisent à $\beta^{\epsilon^2} = -5,8 \pm 0,4$ Kelvin par atome à 4,2 Kelvin. Bien que l'on observe un léger écart au voisinage de T_r , ce coefficient β^{ϵ^2} rend bien compte des résultats expérimentaux, tant dans le domaine ordonné que dans l'état paramagnétique.

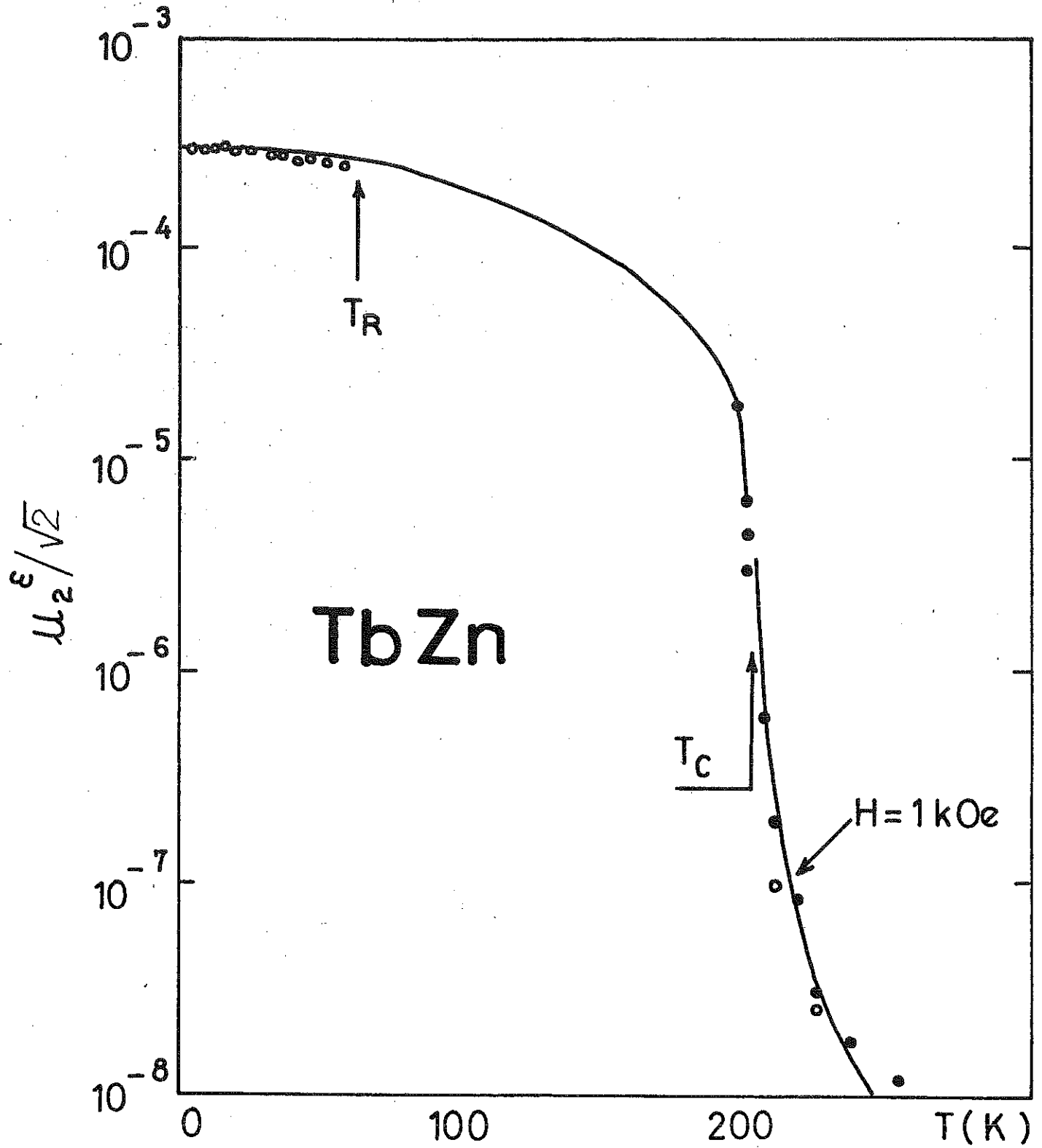


Fig. 5 - Variations thermiques de la déformation spontanée $\epsilon_{xz} = u_2^\epsilon/\sqrt{2}$ pour $T < T_R$ et de la déformation ϵ_{xz} induite par un champ de 1 kOe dans l'état paramagnétique pour TbZn. (• mesures par jauges ; • mesures par dilatomètre capacitif ; courbes calculées en trait plein).

III.3 - DyZn

Ce composé s'ordonne à 140 K et les courbes d'aimantation ont montré une forte anisotropie cristalline privilégiant les axes quaternaires. Comme les deux paramètres de CCE $A_4 \langle r^4 \rangle$ et $A_6 \langle r^6 \rangle$ sont négatifs pour tous les composés de la série, il est très probable qu'il en est de même pour DyZn ; ceci a pour conséquence que W et x sont tous deux négatifs : quelles que soient alors les valeurs de W et de x, on trouve, en calculant l'énergie de CCE et l'énergie d'échange, que leur somme est minimum le long des axes ternaires ; ce sont donc les effets magnétoélastiques et quadrupolaires qui imposent les directions quaternaires comme axes de facile aimantation. Malheureusement, la spectroscopie neutronique n'a pas permis la détermination des paramètres W et x. Nous avons essayé, à la lumière de nos mesures, d'obtenir pour les coefficients magnétoélastiques une détermination aussi précise que possible. En collant deux jauges suivant deux axes quaternaires du cristal et en saturant l'échantillon successivement dans ces deux directions, on obtient les résultats apparaissant fig.(6) : le coefficient de dilatation linéaire thermique est $\alpha = (10,7 \pm 0,6) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ et le comportement du réseau est, comme pour TbZn, identique à celui du composé YZn (SCHILTZ, 1971). La déformation quadratique atteint la valeur positive $u_1^{\gamma(001)} = (6,53 \pm 0,12) \cdot 10^{-3}$ à basse température et sa variation thermique est représentée sur la figure (7). La déformation $u_2^{\epsilon(101)}$ est d'un ordre de grandeur plus faible que $u_1^{\gamma(001)}$: le coefficient $|B^{\epsilon^2}|$, accessible seulement dans l'état paramagnétique, reste inférieur à l'incertitude pesant sur B^{γ^2} . L'ensemble des résultats expérimentaux aboutit à la double fourchette possible :

$$- 0,8 < W < - 0,4$$

$$- 0,25 < x < - 0,10$$

qui permet le meilleur accord entre les résultats expérimentaux des courbes d'aimantation et les courbes calculées.

Du fait de l'importance de l'échange, $\langle O_2^0 \rangle^{001}$ varie pratiquement comme le carré de l'aimantation. A basse température, $\langle O_2^0 \rangle$ reste compris entre 70 et 90 pour toutes les configurations des niveaux compatibles avec nos hypothèses. Le coefficient magnétoélastique B^{γ^2} que l'on en déduit est de $- 24,5 \pm 3$ Kelvin par atome, $|B^{\epsilon^2}|$ étant inférieur à 1,5 K/atome.

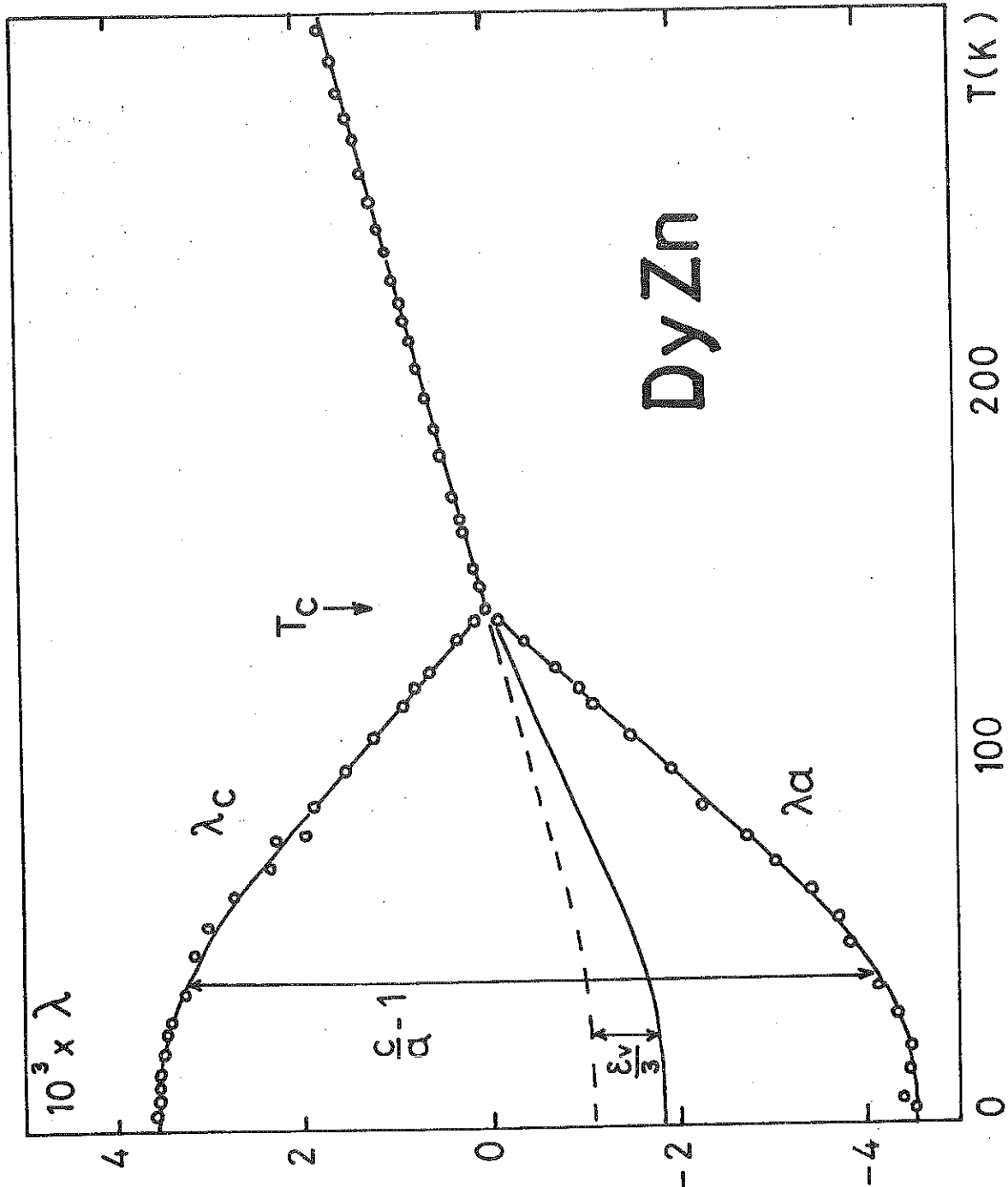


Fig. 6 - Variations thermiques des déformations relatives mesurées respectivement suivant l'axe c (parallèle à l'aimantation) et l'axe a (axe quaternaire perpendiculaire à l'aimantation). La courbe en pointillés est extrapolée depuis la courbe expérimentale de l'état paramagnétique suivant une loi de Grüneisen.

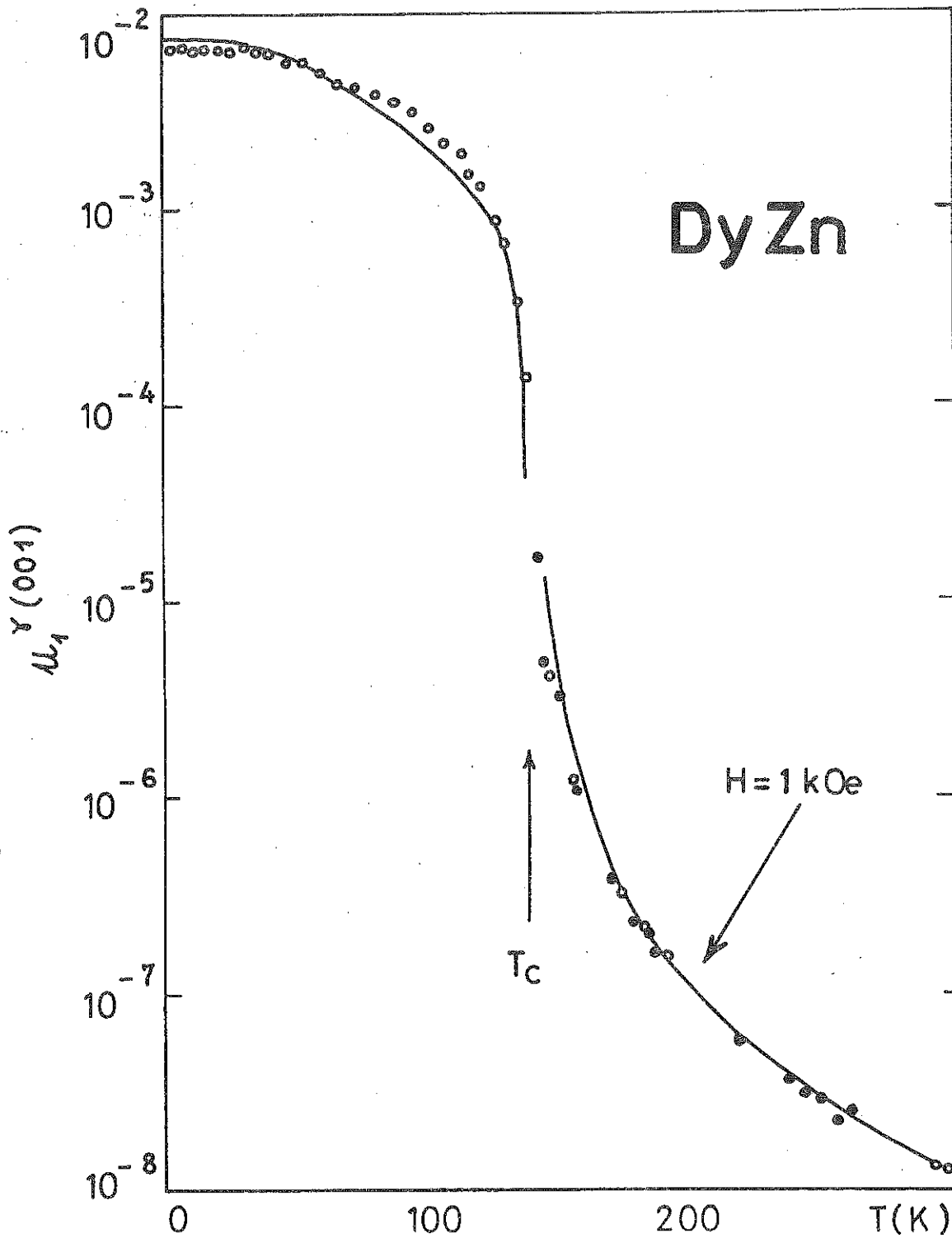


Fig. 7 - Variation thermique de la déformation spontanée $u_1^{(001)} = \sqrt{\frac{2}{3}}(\lambda_{001}^{001} - \lambda_{001}^{100})$ dans l'état d'ordre et de $u_1^{(001)}$ induite par un champ de 1 kOe dans l'état paramagnétique pour DyZn. (• mesures par jauges, * mesures par dilatomètre capacitif, courbes calculées en trait plein).

III.4 - HoZn

Dans ce composé, qui s'ordonne à $T_c = 74$ K, il y a aussi changement d'axes de facile aimantation qui passent des directions binaires au-dessous de $T_r = 23$ K aux directions ternaires au-dessus. Cette transition du premier ordre a été observée par des mesures de chaleur spécifique (MORIN, 1975 a, 1974 b) et d'aimantation (MORIN, 1973) ; en particulier, la variation de la température de rotation avec le champ magnétique appliqué apparaît nettement sur les courbes d'aimantation suivant les axes binaires et ternaires.

Le schéma des niveaux de CCE déterminé par spectroscopie neutronique (SCHMITT, 1977) a conduit à $W = 0,36$ K et $x = 0,08$; mais alors que les axes quaternaires sont des directions de plus difficile aimantation, les axes binaires et ternaires diffèrent peu en énergie : c'est ainsi qu'un champ interne de 5 KOe est suffisant pour aligner les moments le long d'un axe binaire au-dessus de T_r . Le coefficient de dilatation linéaire thermique dans l'état paramagnétique est $\alpha = (11,2 \pm 0,7) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Les jauges étant parallèles aux axes binaires, la déformation rhomboédrique spontanée $\epsilon_{zx} = u_2^E / \sqrt{2}$ est reportée en fonction de la température dans l'état d'ordre sur la figure (8). L'encart fait apparaître au-dessus de T_r , comme pour les courbes d'aimantation correspondantes (MORIN, 1973), un coude dans la variation de ϵ_{zx} avec le champ appliqué qui s'explique par la variation de $\langle P_{zx} \rangle$ au passage des moments d'une direction ternaire à une direction binaire. En partant du schéma des niveaux de CCE, on tire de la variation thermique de ϵ_{zx} le coefficient magnétoélastique $\beta^{\epsilon_2} = +2,5 \pm 0,2$ Kelvin par atome. La déformation u_1^Y a été mesurée dans l'état paramagnétique en collant deux jauges suivant deux axes quaternaires et en appliquant un champ magnétique successivement dans ces deux directions. En utilisant les valeurs du moment obtenues au-dessus de T_c le long des axes quaternaires, on a pu calculer les variations thermiques de $\langle O_2^0 \rangle$. L'accord avec les résultats expérimentaux est satisfaisant, comme on peut le constater sur la figure (9). Le calcul comme l'expérience montrent que u_1^Y varie avec le champ suivant une loi en H^2 dans tout le domaine étudié. Le coefficient magnétoélastique qui s'en déduit est :

$$\beta^{\gamma_2} = - 8,8 \pm 0,5 \text{ K/at.}$$

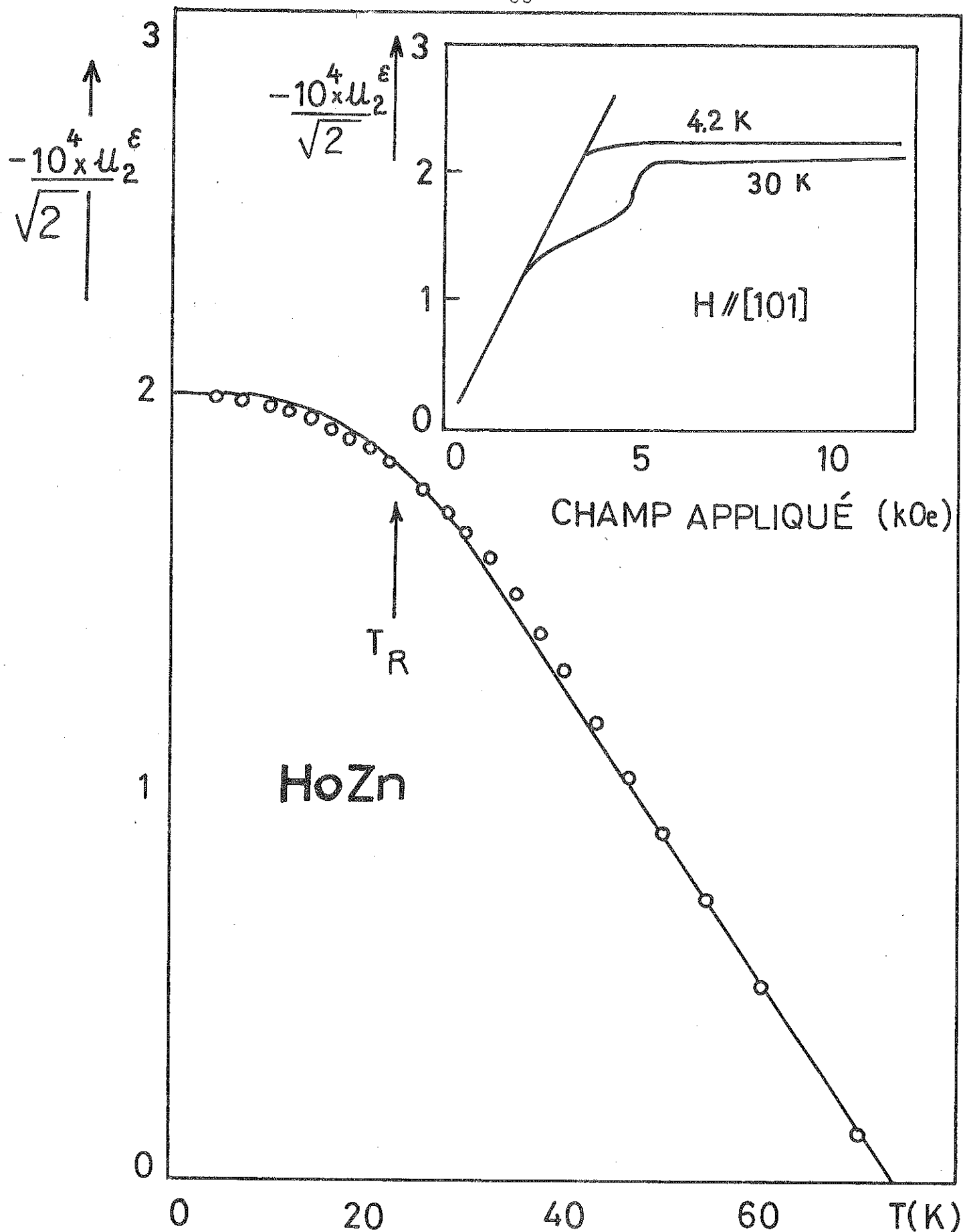


Fig. 8 - Variation thermique de la déformation spontanée $\epsilon_{zx} = u_2^{\epsilon} / \sqrt{2}$ pour HoZn. En encart, variation sous champ de ϵ_{zx} à 4,2 K (axes binaires de facile aimantation) et à 30 K (axes ternaires de facile aimantation).

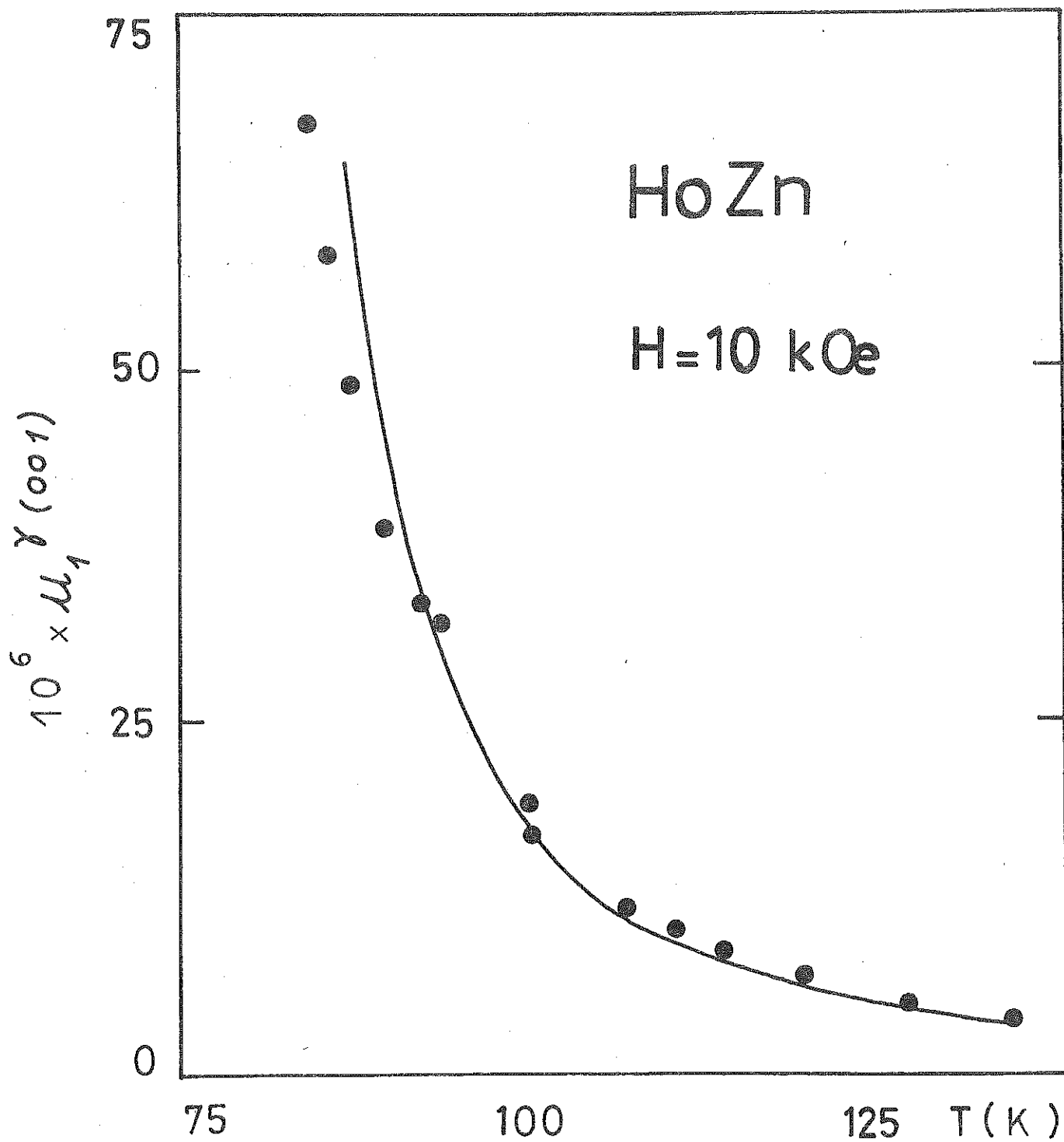


Fig. 9 - Variation thermique de la déformation u_1^γ induite par un champ de 10 kOe dans l'état paramagnétique pour HoZn.

III.5 - ErZn

Le schéma des niveaux de CCE a été obtenu par spectroscopie neutronique (MORIN, 1974 b) : il s'interprète avec $W = - 0,609$ K/at. et $x = 0,16$, les quatre niveaux de la représentation Γ_8^3 étant seuls peuplés dans tout l'état d'ordre ; la température de Curie paramagnétique déterminée avec précision par des mesures de susceptibilité fines apparaît nettement supérieure à T_c ; en effet $\theta_p = 26$ K et $T_c = 20$ K . On obtient ainsi un très bon accord entre les courbes d'aimantation à basse température dans les trois directions principales (MORIN, 1974 b, 1976 a ; SCHMITT, 1977) mesurées et calculées. La variation thermique de l'aimantation spontanée s'interprète correctement dans un modèle de champ moléculaire.

Dans l'état paramagnétique, le coefficient de dilatation linéaire thermique est $\alpha = (9,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-6} K^{-1}$. Du fait de la forte anisotropie privilégiant les axes quaternaires, nous n'avons pu déterminer dans l'état d'ordre que le coefficient $\mathcal{B}^{\gamma^2}$, en collant deux jauges suivant deux axes quaternaires : nous présentons fig.(10), la déformation spontanée quadratique $u_1^{\gamma(001)}$, au-dessous de T_c et les déformations induites par des champs de 6 et 10 KOe dans l'état paramagnétique. Les effets pseudodipolaires étant négligeables dans ce composé (comme nous l'avons indiqué au paragraphe III.a), nous avons pu déterminer le coefficient $\mathcal{B}^{\gamma^2}$ qui rend le mieux compte des résultats expérimentaux : $\mathcal{B}^{\gamma^2} = + 22,0 \pm 1,1$ Kelvin par atome. Dans l'état paramagnétique, $\langle O_2^0 \rangle$ varie avec le champ magnétique comme $\langle J_z \rangle^2$, ce qui s'explique par l'isolement du quadruplet fondamental. L'accord avec l'expérience est bon pour les deux champs utilisés ; le modèle de champ moléculaire semble donc valable pour ce composé en ce qui concerne les propriétés magnétiques et magnétoélastiques. Il nous a été impossible, comme pour GdZn et DyZn de déterminer $\mathcal{B}^{\epsilon^2}$, la mesure de $u_2^{\epsilon(101)}$ étant trop incertaine.

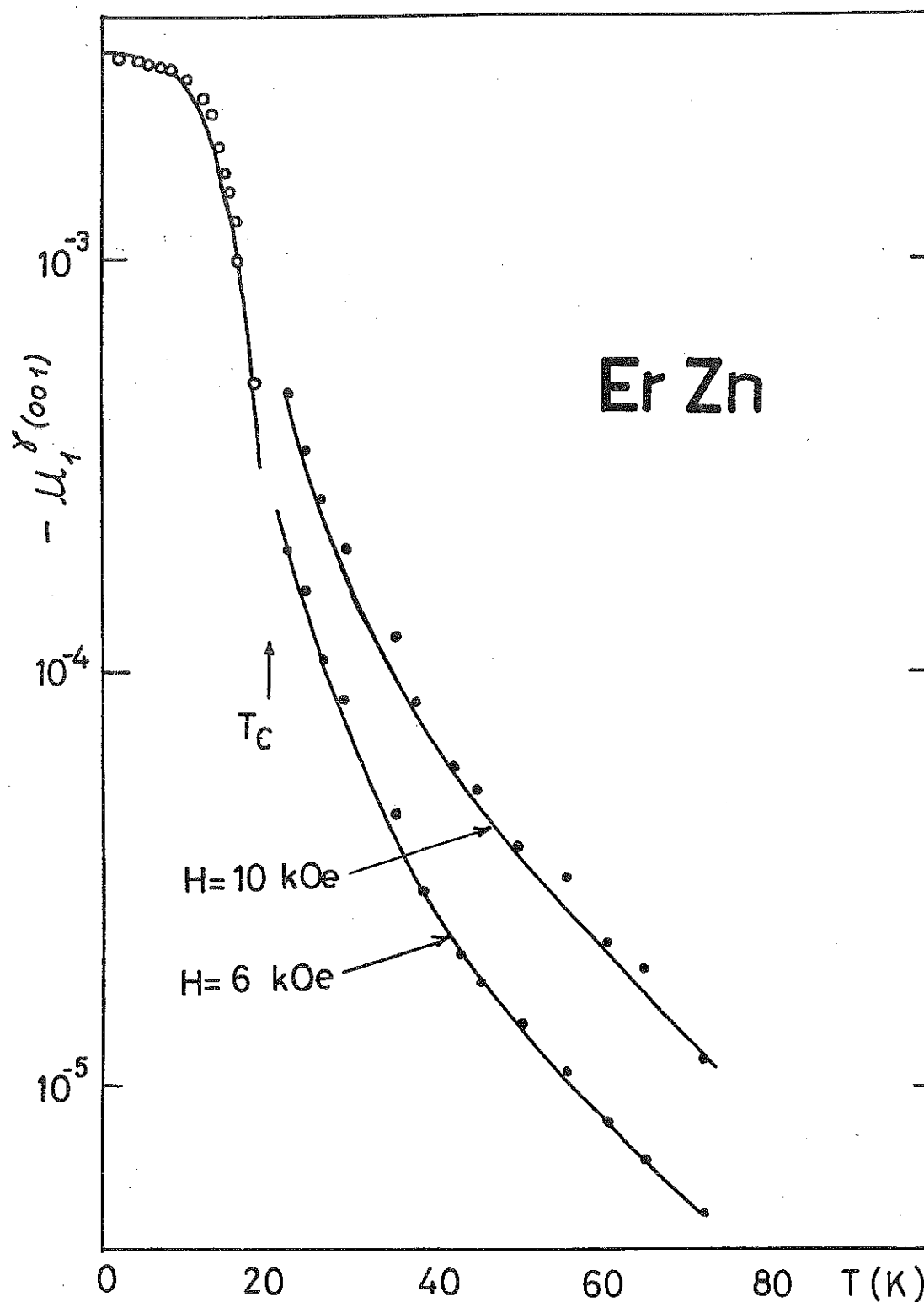


Fig. 10 - Variations thermiques de la déformation quadratique spontanée $u_1^{(001)}$ dans l'état d'ordre (○) et de u_1^Y induites par des champs de 6 kOe et 10 kOe dans l'état paramagnétique (●). Les courbes en trait plein sont calculées.

III.6 - TmZn

Ce composé se distingue du reste de la série : il présente en effet une transition structurale du premier ordre dans l'état paramagnétique : cubique à haute température, la structure devient quadratique à $T_Q = 8,55$ K et le moment magnétique s'aligne suivant un axe quaternaire à $T_C = 8,12$ K ; mais ces deux températures sont sensiblement modifiées par l'application d'un champ magnétique ; le faible écart qui les sépare et leur sensibilité au champ rendent délicate leur détermination, mais des mesures de chaleur spécifique et de résistivité les ont mises en évidence sans ambiguïté (MORIN, 1978 a).

C'est encore par spectroscopie neutronique

qu'ont été obtenus les paramètres de CCE, $W = 1,2 \pm 0,1$ Kelvin par atome et $x = -0,31 \pm 0,02$. La déformation quadratique $u_1^{Y(001)}$ atteint la valeur $(-9 \pm 1) \cdot 10^{-3}$ à 4,2 K et l'on a reporté sur la figure (11) les variations de cette déformation en fonction du champ interne pour quelques températures : on peut remarquer sur la courbe à 9,2 K que l'échantillon passe d'une structure cubique légèrement déformée par la parastriction normale à une structure quadratique pour un champ critique qui dépend de la température ; il apparaît un phénomène d'hystérésis dont l'importance est fonction de la vitesse d'exécution du cycle comme le montre la figure (12) : le cycle large correspond à une montée en champ de 3 kOe par minute, le cycle étroit à une montée de 0,3 kOe par minute ; la légère anomalie enregistrée au cours de la transition en champ croissant peut s'expliquer par la chaleur latente produite et les inhomogénéités de température à l'intérieur de l'échantillon.

Les mesures en champ faible de l'aimantation en fonction de la température avaient apporté des résultats identiques (MORIN, 1978 a). En particulier, la variation thermique du champ critique (encart de la figure (12)) qui est de 4 KOe par Kelvin immédiatement au-dessus de T_Q se rapproche vers 12 Kelvin de la valeur 2,8 KOe par Kelvin obtenue à partir des courbes d'aimantation (MORIN, 1978 a). Le paramètre magnétoélastique β^{Y^2} que l'on peut déduire de ces résultats vaut $+66 \pm 4$ Kelvin par atome et les déformations calculées à partir de cette valeur et des valeurs moyennes de σ_2^0 rendent bien compte des résultats expérimentaux.

Enfin, le coefficient de dilatation linéaire thermique dans l'état paramagnétique a été trouvé légèrement inférieur à ceux des autres composés de la série $\alpha = (5,7 \pm 0,4) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

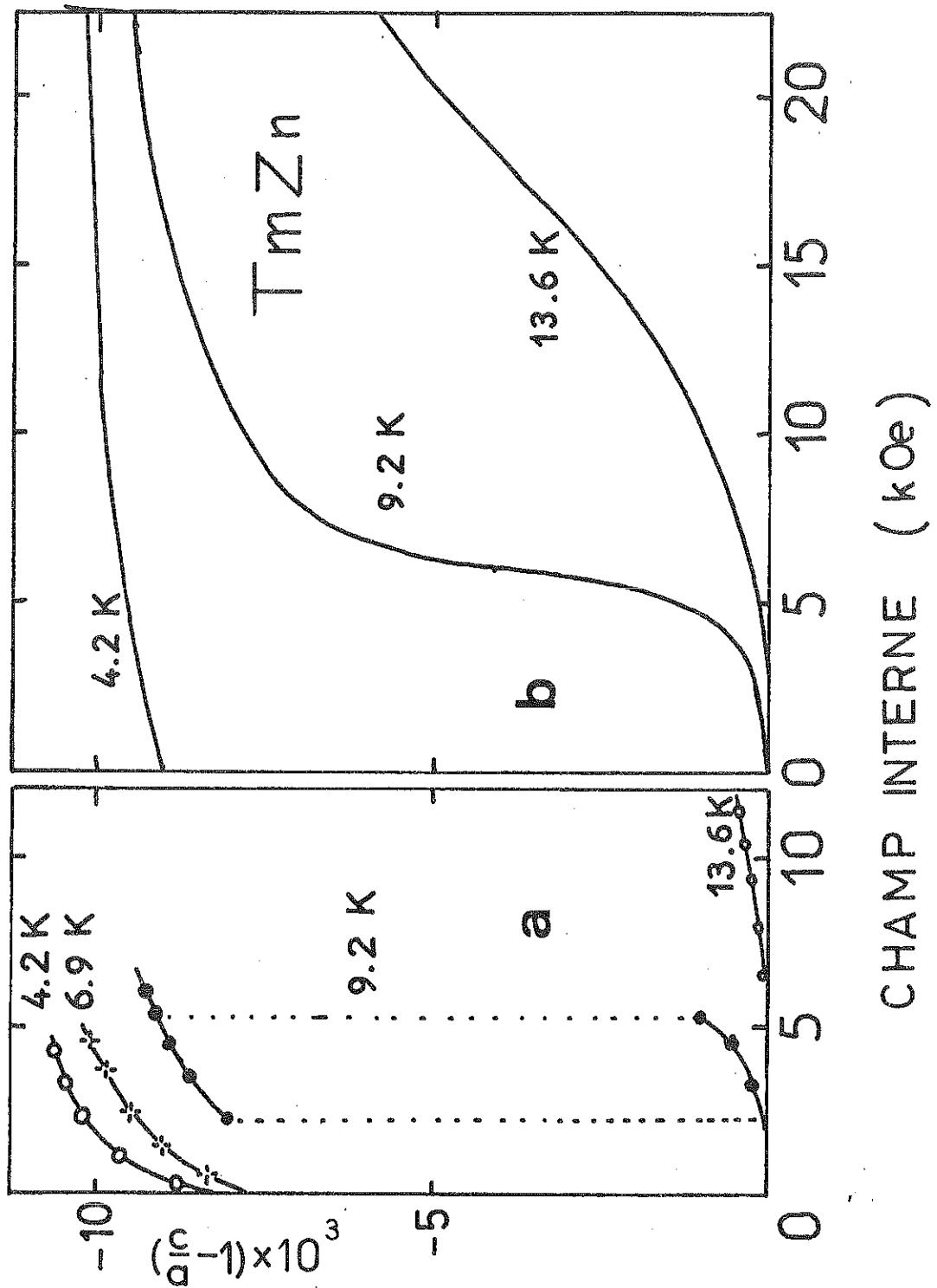


Fig. 11 - Variations sous champ de la déformation quadratique $\frac{c}{a} - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} u_1^{\gamma(001)}$ pour diverses températures (a, expérimentales et b, calculées), pour TmZn.

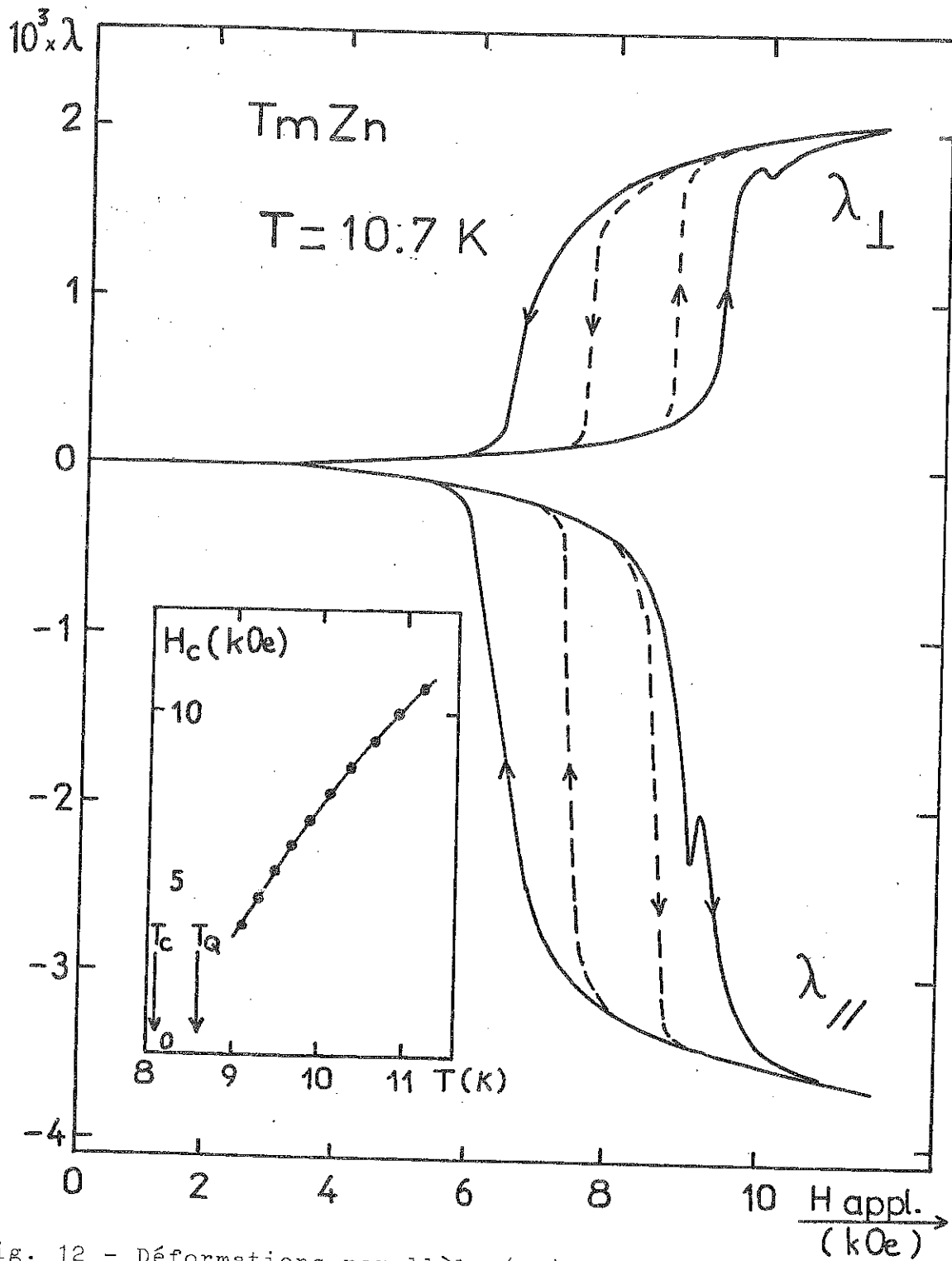


Fig. 12 - Déformations parallèle ($\lambda_{\parallel}$) et perpendiculaire ($\lambda_{\perp}$) en fonction d'un champ appliqué dans une direction quaternaire à 10,7 K. Les courbes en trait plein et en tirets se rapportent à des variations rapides et lentes du champ. L'encart montre la variation thermique du champ critique H_c .

III.7 - En conclusion, nous avons observé que le coefficient magnéto-élastique β^{Y^2} variait grossièrement comme la dérivée par rapport à la déformation du paramètre de CCE du second ordre $\alpha_j \langle r^2 \rangle A_2$, α_j étant le coefficient de STEVENS (1952) et la moyenne $\langle r^2 \rangle$, liée à la couche 4 f dépendant peu de la déformation ; la contribution A_2 de l'environnement est nulle dans la phase cubique, et sa dérivée varie peu dans la série. Des mesures récentes de parastriction (MORIN, 1979) confirment pour les β^{Y^2} et complètent pour les β^{E^2} les résultats précédents. Sur la figure (13) sont représentés simultanément β^{Y^2} et $\alpha_j \langle r^2 \rangle$. Le modèle auquel on fait appel le plus souvent pour décrire les phénomènes magnétoélastiques est celui des charges ponctuelles : avec le formalisme de HUTCHINGS (1964), on peut écrire :
$$\beta^{Y^2} = -\frac{e^2}{4\alpha} (15,1 q_{Zn} - 9,3 q_{TR}) \alpha_j \langle r^2 \rangle \sqrt{e}$$

en tenant compte de tous les voisins zinc et terre rare ; en prenant par exemple pour TmZn, $q_{Tm} = +3$ et $q_{Zn} = +2$, on trouve $\beta^{Y^2} = -9,7$ Kelvin par atome, valeur qui de toute façon diffère en signe et en grandeur avec les résultats de magnétostriction. En fait, les paramètres de CCE de ces composés intermétalliques ne s'interprètent pas par ce modèle de charges ponctuelles mais sont liés principalement à la bande de conduction : une bonne connaissance de la bande serait donc nécessaire à la compréhension des paramètres de CCE, puisque ces derniers dépendent fortement de la structure électronique au voisinage de l'ion 4 f. Le calcul des coefficients magnétoélastiques est un problème théorique difficile qui exige le calcul des contributions coulombiennes directe et d'échange aux paramètres de CCE avant d'étudier leur modification par déformation. Ce travail a été réalisé dans ce laboratoire par D. SCHMITT ; en bref, le fort caractère d de la bande de conduction a été mis en évidence ; une déformation quadratique, engendrée par l'ordre magnétique, lève la dégénérescence de la bande E_g près du niveau de Fermi et favorise certaines orbitales ; il en est de même pour les électrons de type p dont la contribution électrique n'a plus la symétrie cubique. Enfin, le couplage magnétoélastique pseudodipolaire doit lui aussi être interprété vraisemblablement dans un modèle de bande.

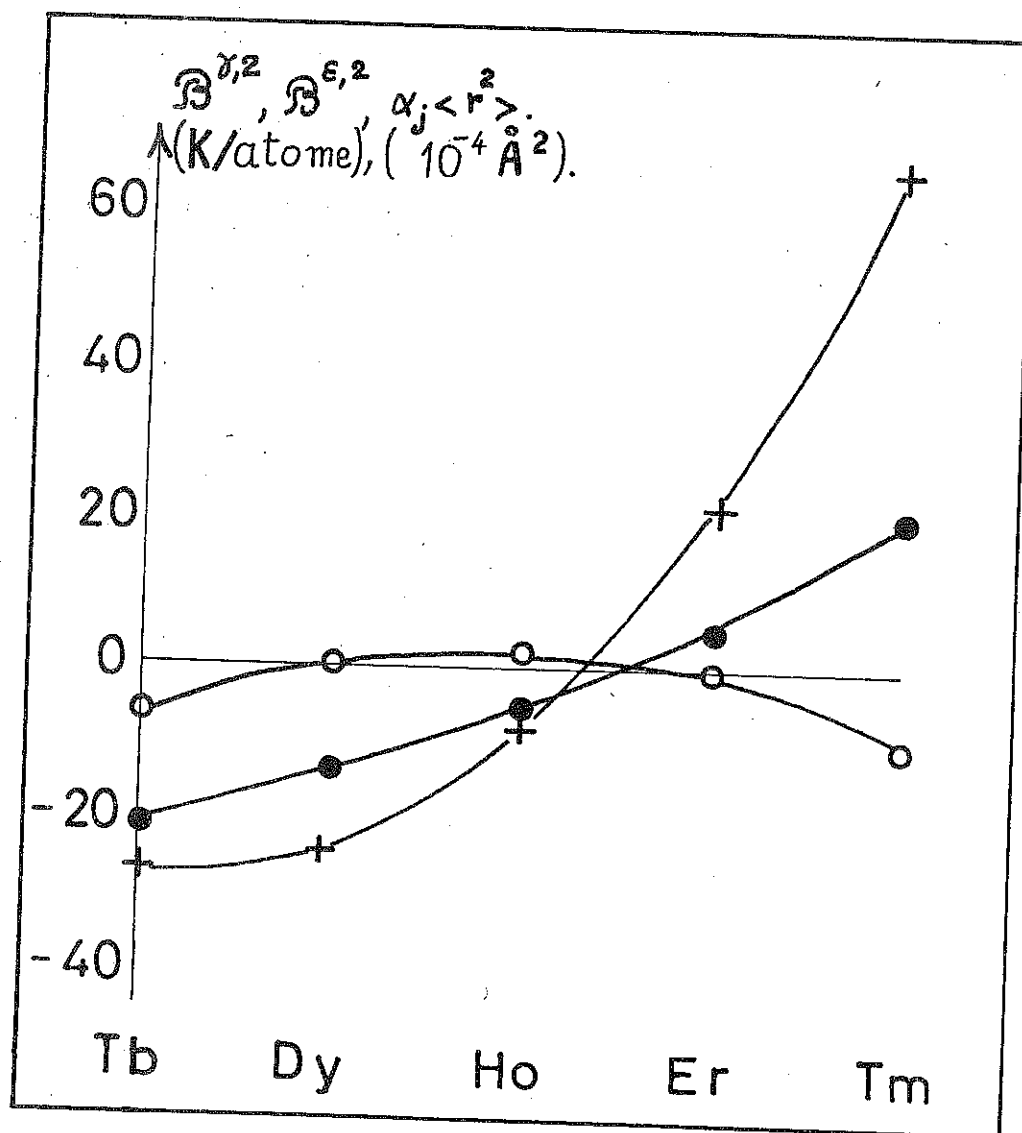


Fig. 13 - Variations dans la série TZn de $B^{\gamma,2}$ (+), $B^{\epsilon,2}$ (o) en K par atome et de $\alpha_j \langle r^2 \rangle$ (•) en $10^{-4} \text{ \AA}^2$.

IV - EFFETS MAGNETOELASTIQUES ISOTROPES DU PREMIER ORDRE :

MAGNETOSTRICTION VOLUMIQUE.

IV.1. - DISCUSSION

Les premiers termes de l'hamiltonien (4) appartenant à la représentation irréductible $\Gamma_1(\alpha)$ sont :

$\frac{1}{2} C^\alpha (u^\alpha)^2$ pour la partie élastique au second ordre en déformation.

$D^{\alpha 2} u^\alpha K^{\alpha 2}(\vec{S}_f \vec{S}_f)$ pour la partie magnétoélastique au premier ordre en déformation.

$B^{\alpha 4} u^\alpha K^{\alpha 4}(\vec{S})$ modulant les termes de CCE à un ion.

$D^{\alpha 4} u^\alpha \sum_i K_i^{\alpha 4}(\vec{S}_f \vec{S}_f)$ modulant les termes de CCM à deux ions.

u^α est donc proportionnel, en première approximation, à :

$$D^{\alpha 2} K^{\alpha 2}(\vec{S}_f \vec{S}_f) + B^{\alpha 4} K^{\alpha 4}(\vec{S}) + D^{\alpha 4} \sum_i K_i^{\alpha 4}(\vec{S}_f \vec{S}_f)$$

Nous nous contenterons d'analyser qualitativement le comportement de u^α , le calcul des différents paramètres de cette expression demeurant complexe, et la détermination expérimentale de u^α restant grevée d'une lourde incertitude : en effet, les dilatations intervenant dans la détermination de u^α ont pour référence l'état de l'échantillon non déformé par des effets magnétiques (voir Tableau XIX.). Dans l'état paramagnétique, le réseau suit une loi de type Grüneisen et nous avons extrapolé ce comportement thermique dans l'état d'ordre. Nous nous sommes appuyés pour cette extrapolation sur la variation thermique du composé Y Zn (SCHILTZ, 1971) ; cependant, nous estimons que les incertitudes sur u^α peuvent atteindre 20 %, surtout pour les composés à haut point d'ordre.

IV.2. - ETUDE DE u^α DANS LA SERIE T-Zn

Dans GdZn, tout effet de champ cristallin est absent et la striction d'échange (variation de l'échange avec le paramètre du réseau) se trouve seule à l'origine de la composante u^α de la défor-

mation ; il était donc particulièrement important de la mesurer ; malheureusement, le domaine paramagnétique étudié est trop réduit pour que l'extrapolation dans le domaine ordonné du comportement du réseau puisse fournir une valeur significative pour u^α ; tout au plus avons-nous pu déterminer au voisinage du point d'ordre les signes de u^α et $\partial u^\alpha / \partial H$: tous deux sont positifs, contrairement aux autres composés de la série. Nous reviendrons au paragraphe suivant sur la striction d'échange dans GdZn. Dans les autres composés de la série, les mesures ont montré que u^α était à peu près proportionnel à $\langle J_z \rangle^2$; ce résultat est certainement fortuit car interviennent non seulement la striction d'échange (terme en $D^{\alpha 2}$) mais aussi les effets de champ cristallin électrique (termes en $B^{\alpha 4}$, $B^{\alpha 6}$, ...) et la modulation de l'énergie d'échange quadrupolaire $D^{\alpha 4}$. Pour les composés autres que GdZn, on peut donc seulement définir un coefficient phénoménologique :

$$D_0 = - \frac{u^\alpha c^\alpha \sqrt{3}}{\langle J_z \rangle^2}$$

Dans TbZn, u^α a été mesuré dans l'état d'ordre en collant deux couples de jauges respectivement suivant les axes binaires et quaternaires : u^α est bien proportionnel à $\langle J_z \rangle^2$; entre T_c et T_r , sa variation thermique conduit à $D_0 = 8 \pm 1$ Kelvin par atome ; mais à T_r , une discontinuité dans la variation thermique de u^α apparaît (encart de la figure 4) ; u^α reste négatif, mais la variation de l'aimantation ne suffisant pas à expliquer cette discontinuité, nous pensons qu'il faudrait prendre en considération les termes en $B^{\alpha 4} K^{\alpha 4}(\vec{S})$ et $D^{\alpha 4} \sum_i K_i^{\alpha 4}(\vec{S}_i \vec{S}_j)$ et déterminer les valeurs moyennes des opérateurs de CCE et de CCM de part et d'autre de T_r pour en rendre compte.

Dans l'état d'ordre de DyZn, u^α a été tiré des résultats illustrés par la figure (6) ; le tableau XIX permet d'écrire en effet :

$$\frac{u^\alpha}{\sqrt{3}} = \lambda_{001}^{101} - \lambda_0 - \frac{1}{6} (\lambda_{001}^{001} - \lambda_{001}^{100})$$

La variation de u^α est reportée figure (14) : u^α est négatif, atteint la valeur $(-1,27 \pm 0,12) \cdot 10^{-3}$ à 4,2 K et la magnétostriktion forcée négative au-dessus de T_c varie aussi en $\langle J_z \rangle^2$. Le coefficient D_0 qui s'en déduit vaut 10 ± 1 Kelvin par atome.

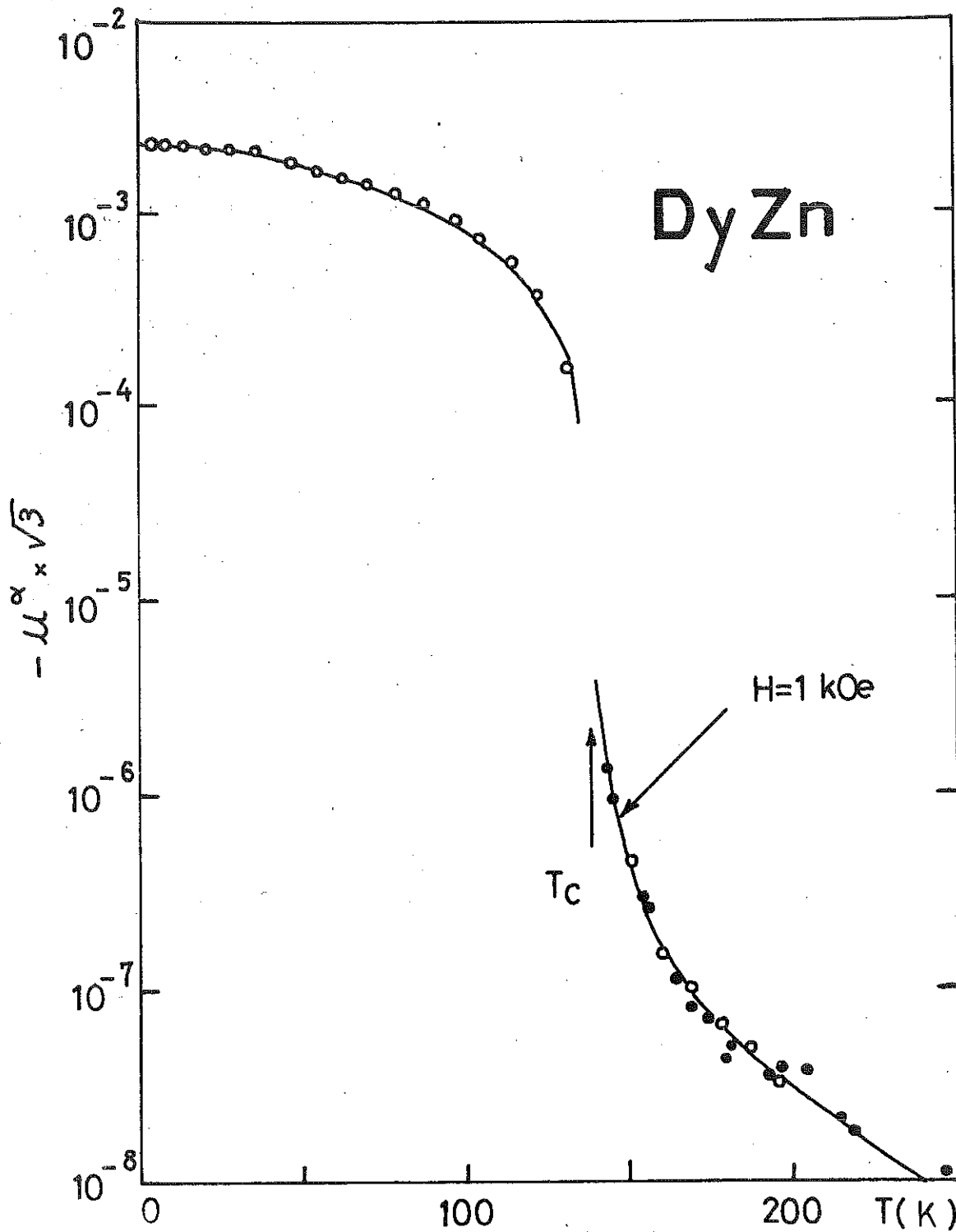


Fig. 14 - Variation thermique de la déformation volumique spontanée $-\epsilon_v \simeq -u^\alpha \sqrt{3}$ dans l'état d'ordre et de la déformation volumique $-\epsilon_v$ induite par un champ magnétique de 1 kOe dans l'état paramagnétique ($\circ$, mesures par jauges, $\bullet$ mesures par dilatomètre capacitif, courbes calculées en trait plein).

Dans l'état paramagnétique de HoZn, les mesures de $u_1^{(001)}$ ont permis de déterminer le signe, négatif, de $\partial u^\alpha / \partial H$. Dans l'état d'ordre, des jauges ont été placées comme pour TbZn le long des axes quaternaires et binaires : le tableau XIX conduit aux deux expressions de u^α :

$$\frac{u^\alpha}{\sqrt{3}} = \lambda_{001}^{101} - \lambda_0 - \frac{1}{6} (\lambda_{001}^{001} - \lambda_{001}^{100})$$

et

$$\frac{u^\alpha}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} (\lambda_{101}^{101} + \lambda_{101}^{10\bar{1}}) - \lambda_0 - \frac{1}{6} (\lambda_{001}^{001} - \lambda_{001}^{100})$$

Les deux déterminations sont reportées sur la figure (15), leur accord est satisfaisant ; on peut remarquer que, contrairement à TbZn, un champ de 5 KOe suffit à orienter les moments suivant un axe binaire de difficile aimantation. Le coefficient D_0 obtenu vaut 9 ± 2 Kelvin par atome.

Enfin, pour ErZn, u^α et $\partial u^\alpha / \partial H$ sont tous deux négatifs, mais les mesures sont trop imprécises pour que l'on puisse en tirer une valeur acceptable pour D_0 .

Pour tous les composés de la série, l'anomalie de volume est de signe opposé à celle de GdZn, ce qui confirme bien l'importance des effets de champ cristallin et d'énergie d'échange quadrupolaire.

IV.3. - STRICTION D'ECHANGE DANS GdZn

La minimisation de l'énergie libre par rapport à la déformation u^α conduit à $u^\alpha = - \frac{D^{\alpha 2}}{c^\alpha \sqrt{3}} < J_z >^2$.

Les valeurs de C^α et $< J_z >$ étant connues, nous avons cherché à confronter la valeur expérimentale de $D^{\alpha 2}$ avec le résultat d'un calcul tenant compte de la variation avec la distance de l'intégrale d'échange de Heisenberg et utilisant les expressions présentées dans le tableau VIII.

$< J_z >$ a pour valeur 3,5, le calcul étant fait à partir des courbes d'aimantation. La constante élastique $C^\alpha = C_{11} + 2 C_{12}$ vaut $17,98 \cdot 10^{11} \text{ erg/cm}^3 = 6,09 \cdot 10^5$ Kelvin par atome à 300K.

La dilatométrie ayant échoué dans la détermination précise de u^α , nous avons utilisé la variation de la température d'ordre en fonction de la pression hydrostatique : cette technique permet en effet d'obtenir u^α à partir de la relation (BEAN, 1962) :

$$u^\alpha = - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{J}{J+1} N k_B \frac{\partial T}{\partial P} c$$

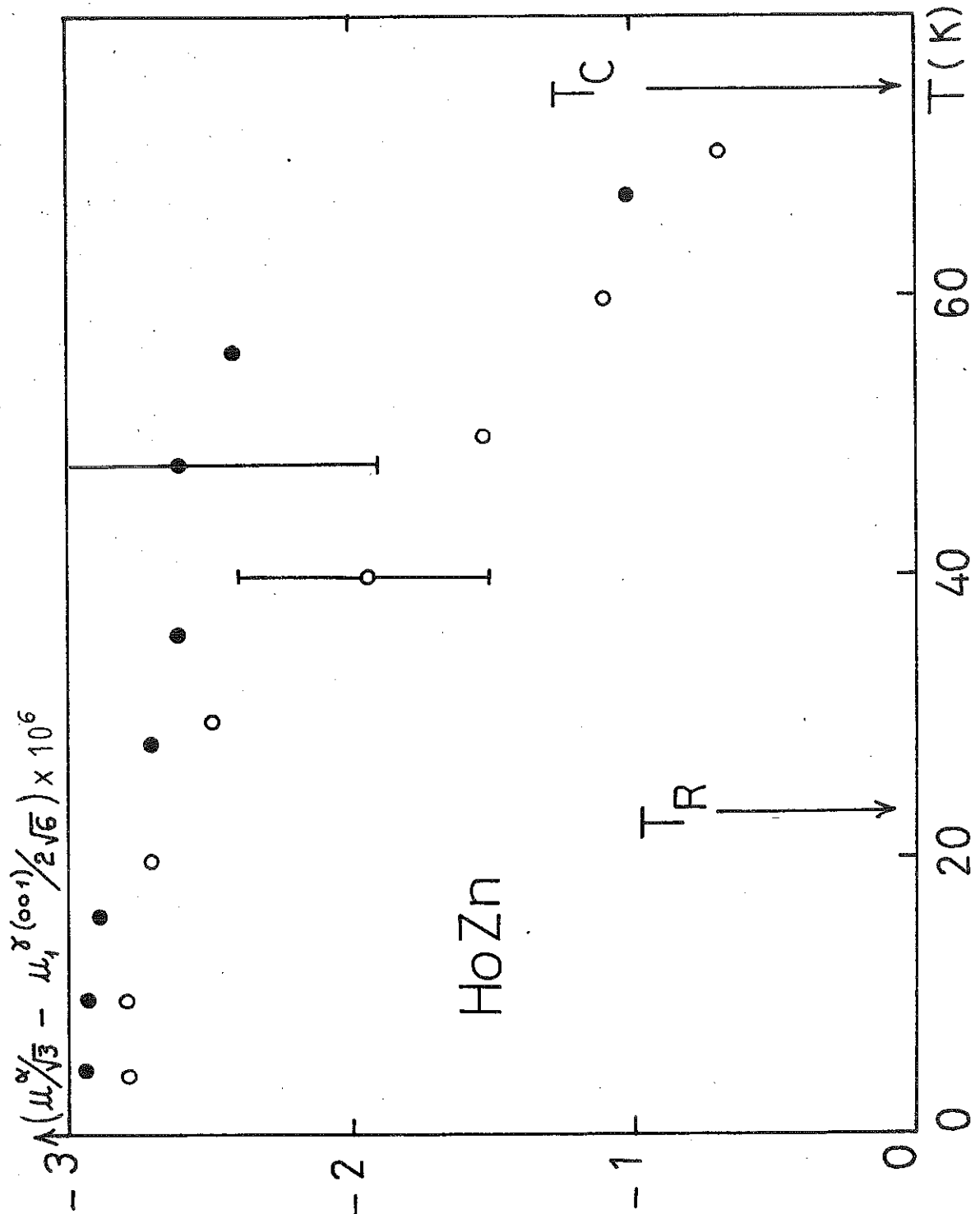


Fig. 15 - Variations thermiques de $\lambda_{001}^{101} - \lambda_0$ (○) et de $\frac{1}{2}(\lambda_{101}^{101} + \lambda_{101}^{101\bar{}}) - \lambda_0$ (●), pour HoZn.

Des mesures effectuées dans le laboratoire au pont de Hartschorn par J. BEILLE ont donné les résultats présentés figure (16). On en déduit $\partial T_c / \partial P = - 1,9 \cdot 10^{-9}$ Kelvin par Pascal, valeur en accord convenable avec celle trouvée par HIRAOKA (1974) : $-1,4 \cdot 10^{-9}$ K/P. Ceci conduit à $u^\alpha = +3,75 \cdot 10^{-4}$ et $D^{\alpha 2} = - 32$ Kelvin par atome.

Dans le tableau VIII, $D^{\alpha 2}$ est exprimé en fonction des dérivées premières de l'intégrale d'échange par rapport aux couches successives de voisins : $D^{\alpha 2} = - \sum_i p_i r_i \left(\frac{\partial J_{ij}}{\partial r} \right)_i$. p_i et r_i sont le nombre de voisins i èmes et leur distance à un ion donné.

Nous avons tenté de déterminer $\frac{\partial J_{ij}}{\partial r}$ par deux méthodes :

l'utilisation du modèle de Ruderman-Kittel et la détermination directe à partir d'expériences de diffusion inélastique des neutrons. Dans les composés métalliques de terres rares, les interactions entre ions magnétiques se font par l'intermédiaire de la bande de conduction si l'on ne tient compte que de l'interaction entre les spins des électrons de la couche 4f localisée et ceux des électrons de conduction de caractère s, le modèle Ruderman-Kittel conduit à une intégrale d'échange de la forme :

$$J_{ij} = \frac{9\pi^2 Z^2 \Gamma^2}{E_F} F(2 K_F R_{ij})$$

Z est le nombre d'électrons de conduction par atome, K_F le vecteur d'onde au niveau de Fermi, F la fonction oscillante de Ruderman-Kittel :

$$F(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^4}$$

Avec ces hypothèses, la température de Curie paramagnétique s'écrit : $\theta_p = - \frac{3\pi}{4} \frac{Z^2 \Gamma^2}{E_F} (g_J - 1)^2 J(J+1) \sum_{ij} F(2K_F R_{ij})$ (69)

et finalement : $J_{ij} = \frac{-12\theta_p}{(g_J - 1)^2 J(J+1)} \frac{F(2K_F R_{ij})}{\sum_{ij} F(2K_F R_{ij})}$

En appelant a_0 la distance minimum entre deux ions Gd voisins,

$$D^{\alpha 2} = \frac{12\theta_p a_0}{(g_J - 1)^2 J(J+1)} \frac{6 \left(\frac{\partial F}{\partial r} \right)_{a_0} + 12\sqrt{2} \left(\frac{\partial F}{\partial r} \right)_{a_0 \sqrt{2}} + 8\sqrt{3} \left(\frac{\partial F}{\partial r} \right)_{a_0 \sqrt{3}} + \dots}{6 F(a_0) + 12 F(a_0 \sqrt{2}) + 8 F(a_0 \sqrt{3}) + \dots}$$

Les valeurs de $D^{\alpha 2}$ obtenues en arrêtant le développement du numérateur successivement aux premiers, seconds, troisièmes voisins sont :

- 3263 , - 1353 , - 1786 Kelvin par atome

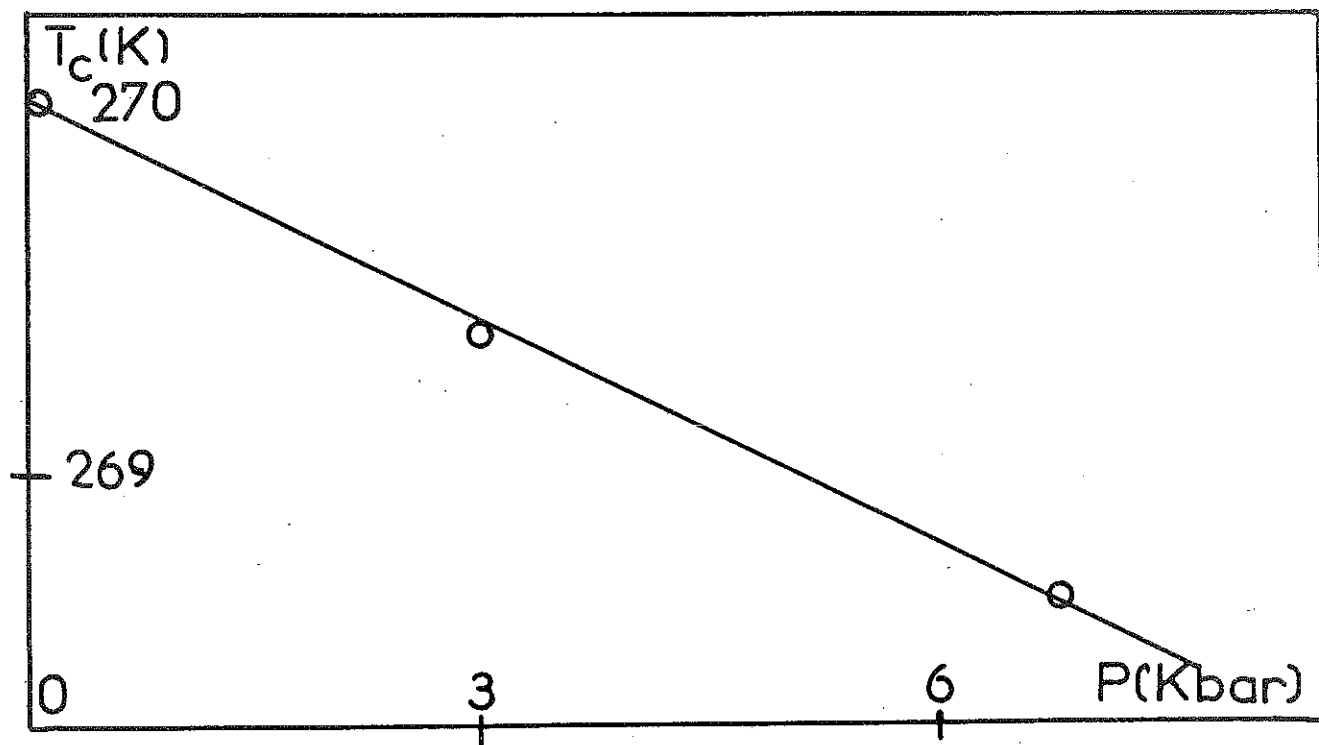
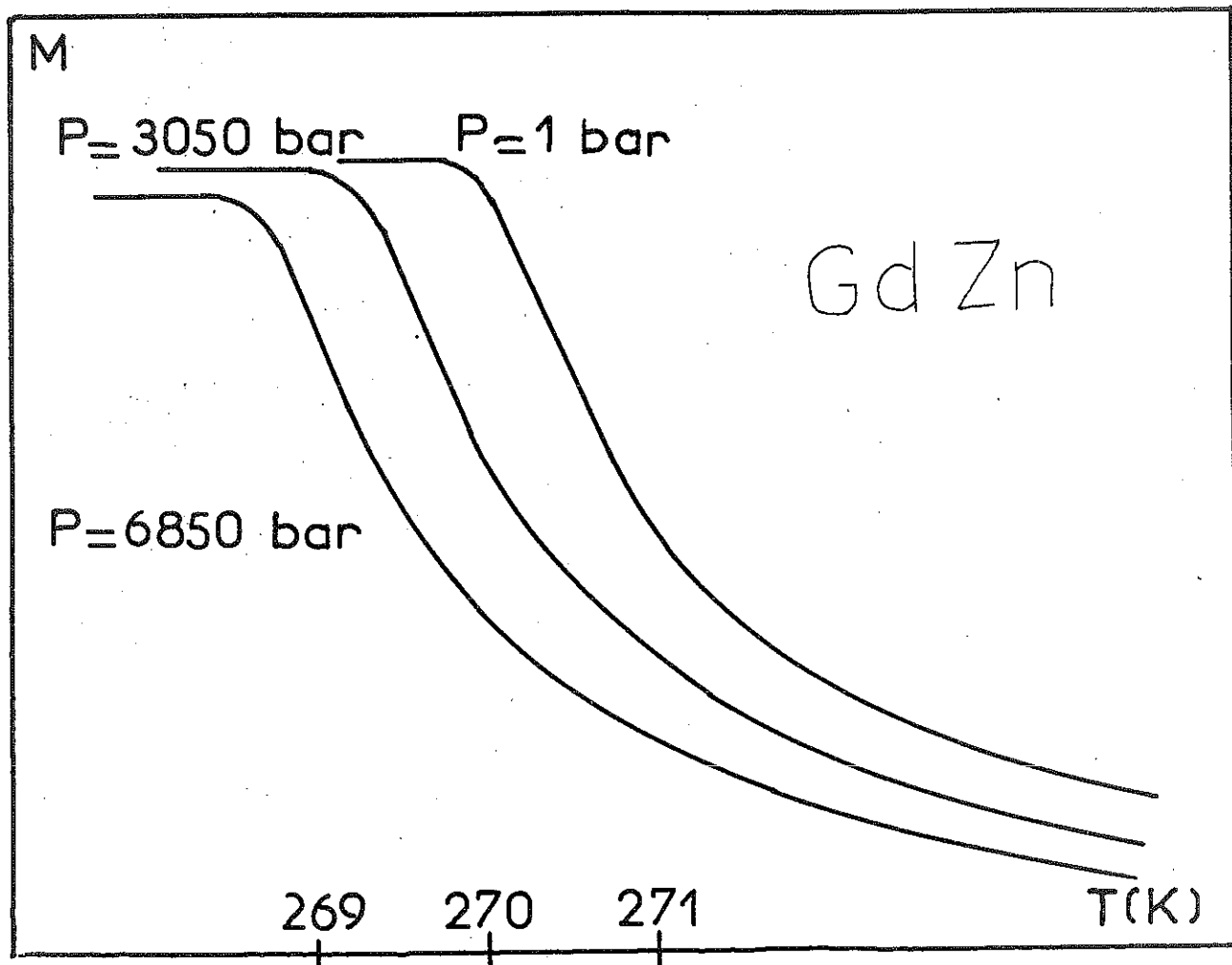


Fig. 16 - Variation de la température de Curie dans GdZn avec la pression hydrostatique.

L'ordre de grandeur attendu n'est pas atteint et, sans tenir compte des effets d'écran possibles, la suite des contributions des couches de voisins successives n'est pas convergente, ce qui est normal puisque c'est la dérivée de F qui est en cause et qu'il n'y a aucune raison qu'elle décroisse rapidement.

Ce modèle, fondé sur l'interaction S-s, ne tient pas compte des couplages possibles tels que S-l, L-s, L-l entre la couche 4f et les électrons de conduction, dont le caractère d est important dans ces composés. D'autre part, la température de Curie paramagnétique ne suit pas dans cette série la loi de de Gennes (équation 69) ce qui confirme la non-validité de ce modèle.

La démarche qui paraît alors la plus sûre est la recherche directe des valeurs de la fonction $\partial J_{ij}/\partial r$ à partir d'expériences d'ondes de spin ; malheureusement, ce genre de mesure est impossible sur GdZn : nous avons donc utilisé les résultats obtenus sur HoZn (MORIN, 1978 b) et TmZn (MORIN, 1980).

Les valeurs numériques obtenues ainsi pour :

$$D^{\alpha_2} = -a_0 \left[6 \left(\frac{\partial J}{\partial r} \right)_{a_0} + 12\sqrt{2} \left(\frac{\partial J}{\partial r} \right)_{a_0} \sqrt{2} + 8 \sqrt{3} \left(\frac{\partial J}{\partial r} \right)_{a_0} \sqrt{3} + \dots \right]$$

en arrêtant le développement aux premiers, seconds, troisièmes voisins et exprimées en Kelvin par atome sont :

- 0,04 , - 1,78 , - 1,62 à partir d'expériences effectuées sur
HoZn et ,
+ 0,07 , - 0,56 , - 0,27 à partir d'expériences effectuées sur
TmZn

L'accord, là non plus, n'est pas bon, et l'écart entre ces deux séries de valeurs indique que les intégrales d'échange diffèrent d'un composé à l'autre dans la série TZn et seule la connaissance des J_{ij} et de leurs dérivées pour GdZn permettrait de tester la validité du modèle.

V - EFFETS MAGNETOELASTIQUES ISOTROPES DU SECOND ORDRE

Ils peuvent être mis en évidence par des mesures de vitesses de propagation d'ondes ultrasonores, l'échange modifiant les constantes élastiques du réseau non magnétique.

Sauf pour le cas favorable de GdZn, la détermination des constantes élastiques dans l'état d'ordre des composés de terre rare - zinc

n'a pas pu être réalisée car les échos disparaissaient au voisinage du point d'ordre, sous les actions conjuguées de l'apparition des domaines et des fortes déformations dans le cristal ; nous ne désespérons pas, en utilisant des colles convenables et en abaissant très lentement la température de l'échantillon sous un champ magnétique saturant, de mener à bien ces mesures dans le cas de fortes déformations. D'ores et déjà, nous présentons dans ce chapitre, un certain nombre de résultats expérimentaux concernant GdZn, dont nous avons pu mesurer les constantes élastiques dans tout le domaine d'ordre.

V.1. - VITESSES DE PROPAGATION D'ONDES ULTRA-SONORES DANS UN MONOCRISTAL DE GdZn.

Au point d'ordre ($T_c = 270$ K), l'apparition des domaines magnétiques entraîne une forte atténuation et il est nécessaire de rendre l'échantillon monodomaine par l'application d'un champ magnétique pour continuer les mesures au-dessous de T_c . Il faut noter que la déformation magnétostrictive de ce composé est notablement plus faible que celle des autres éléments de la série, ce qui explique le succès de ces mesures pour ce composé. Quel que soit le mode de propagation, il apparaît au point d'ordre une contribution magnétique qui se superpose à la variation thermique du réseau ; cette contribution est loin d'être négligeable, comme on peut le voir sur la figure (17) où l'on a porté, en fonction de la température, la variation de la fréquence f des échos pour le mode C_{44} :

$$\rho v^2 = \rho (2lf)^2 = C + \delta C \quad \text{et} \quad \delta C/C = 2 \delta f/f$$

ρ étant la masse volumique et l la longueur de l'échantillon dans la direction de propagation.

La contribution magnétique $\delta f/f$ atteint $3,3 \cdot 10^{-2}$ à OK pour ce mode ; elle est à la même température de $2 \cdot 10^{-2}$ pour le mode C_{11} et de $1,3 \cdot 10^{-2}$ pour le mode $\frac{C_{11} + C_{12}}{2} + C_{44}$.

Les mesures publiées par SCHILTZ et SMITH (1974) sur $GdAl_2$ révèlent un comportement similaire : le dépouillement de leurs résultats nous a fourni des valeurs des contributions magnétiques comparables.

Pour ces deux composés en particulier, $\delta C_{12}/C_{12}$ est négatif.

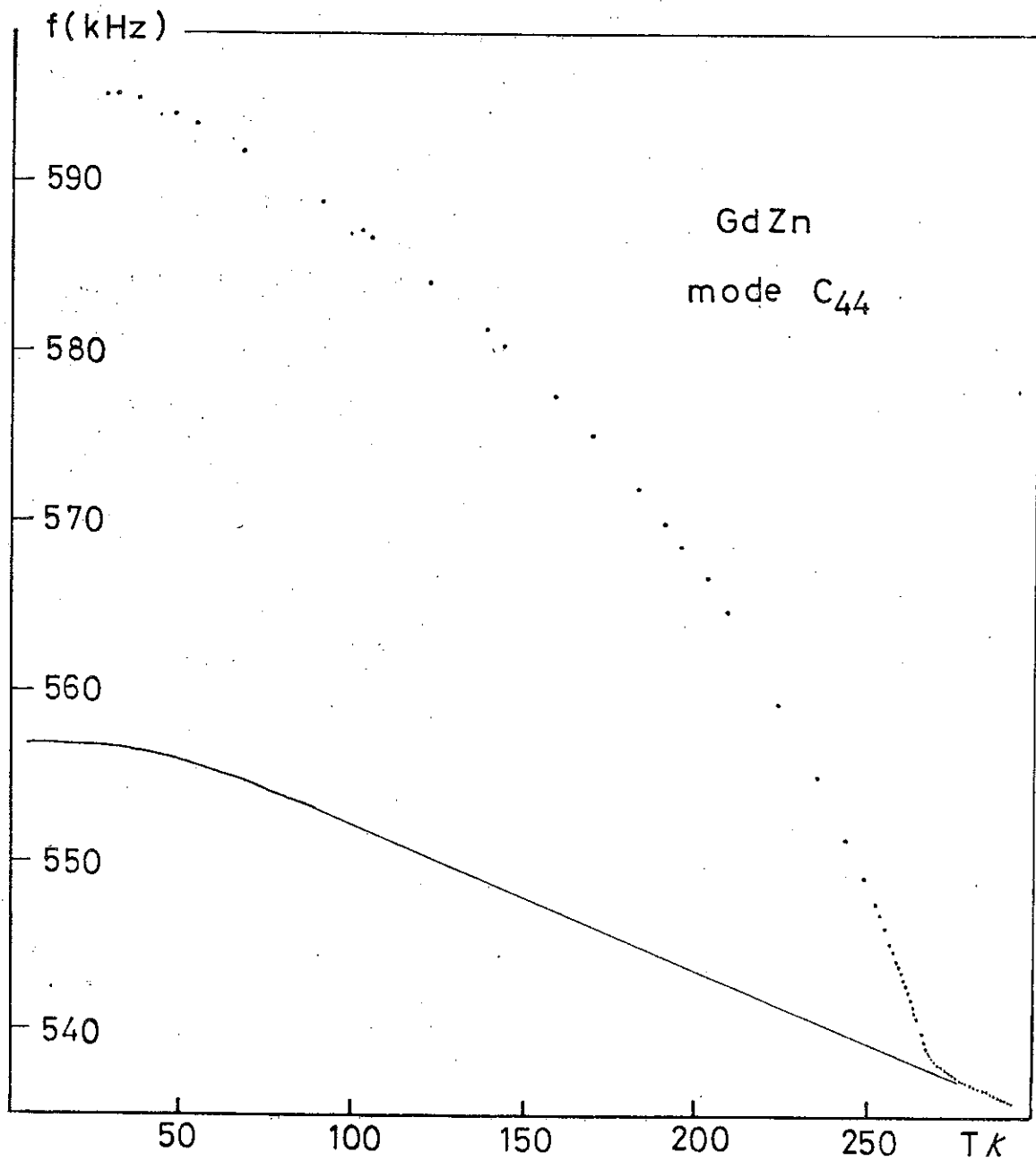


Fig. 17 - Variation thermique de la fréquence des échos pour le mode C_{44} dans GdZn. La courbe en trait plein correspond au comportement du réseau extrapolé depuis l'état paramagnétique.

Nous avons tenté d'analyser les variations des $\delta f/f$ en fonction de l'aimantation : la figure(18) indique assez nettement pour chacun des modes étudiés une variation de la forme : $\delta f/f = am^2(1-bm^2)$ où $m = \langle J_z \rangle_T / \langle J_z \rangle_0$ est l'aimantation réduite, a et b sont des constantes dont les valeurs numériques sont reportées dans le tableau (XX), $\langle J_z \rangle_T$ et $\langle J_z \rangle_0$, les valeurs moyennes de l'aimantation à une température T et à 0 Kelvin. Les écarts à cette loi expérimentale au voisinage du point d'ordre peuvent s'expliquer d'une part par les incertitudes plus grandes sur $\delta f/f$, d'autre part par le fait que le champ appliqué n'est plus négligeable par rapport au champ d'échange et enfin par l'existence d'interactions à courte distance dans cette région.

C	C_{11}	C_{44}	$\frac{C_{11}+C_{12}}{2} + C_{44}$	C_{12}	$C_{11}-C_{12}$	$C_{11}+2C_{12}$
$a \times 10^2$	6,46	14,97	4,4	-15,2	7,03	-5,4
b	0,7	0,55	0,62	0,56	0,57	0,48
C(300 K) (10^{11} cgs)	8,145	3,76	10,29	4,915	3,23	17,975

Tableau XX

L'importance du terme en m^4 , 50 % environ au voisinage de OK pour tous les modes, est le résultat le plus frappant de ces mesures. Afin de séparer, dans cette contribution magnétique, les parties isotrope et anisotrope, nous avons mesuré la variation isotherme, pour un champ magnétique de grandeur donnée, de $\delta f/f$ en fonction de l'orientation du champ. La figure(19) donne un exemple de cette variation azimutale, pour une température de 9 K, des champs appliqués de 1,2 et 2,4 tesla, la direction de propagation étant l'axe quaternaire [001], la direction de polarisation l'axe [110], le champ évoluant dans le plan (001). On y décèle deux contributions anisotropes qui seront discutées en détail au chapitre VI, l'une en $\cos 2\theta$ d'amplitude $7 \cdot 10^{-4}$ en $\delta f/f$, l'autre en $\cos 4\theta$, d'amplitude $7 \cdot 10^{-5}$ en $\delta f/f$; l'une et l'autre restant très inférieures

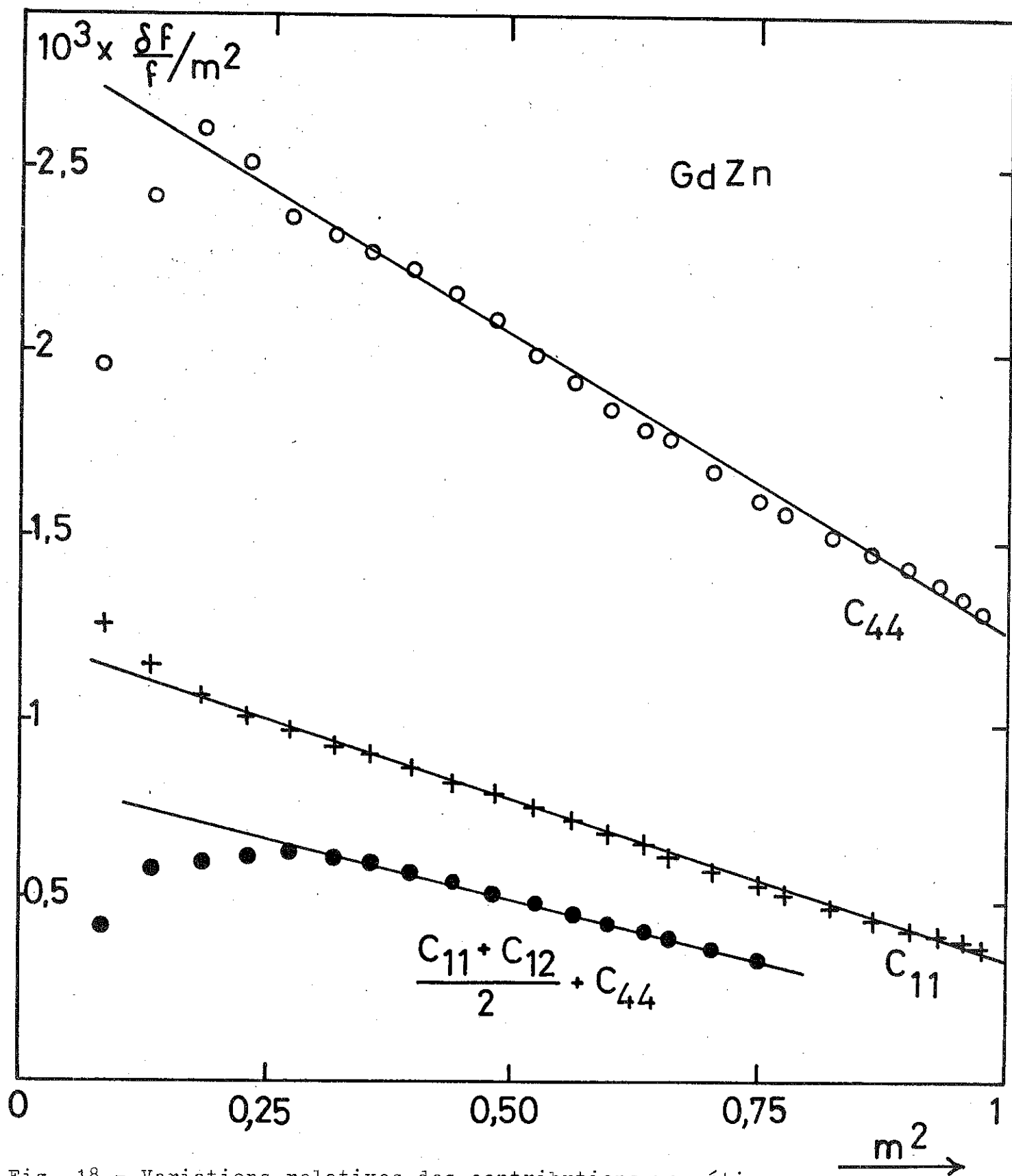


Fig. 18 - Variations relatives des contributions magnétiques aux fréquences des échos en fonction du carré de l'aimantation réduite pour les modes C_{44} ($\circ$), C_{11} (+) et $\frac{C_{11} + C_{12}}{2} + C_{44}$ ($\bullet$) dans GdZn.

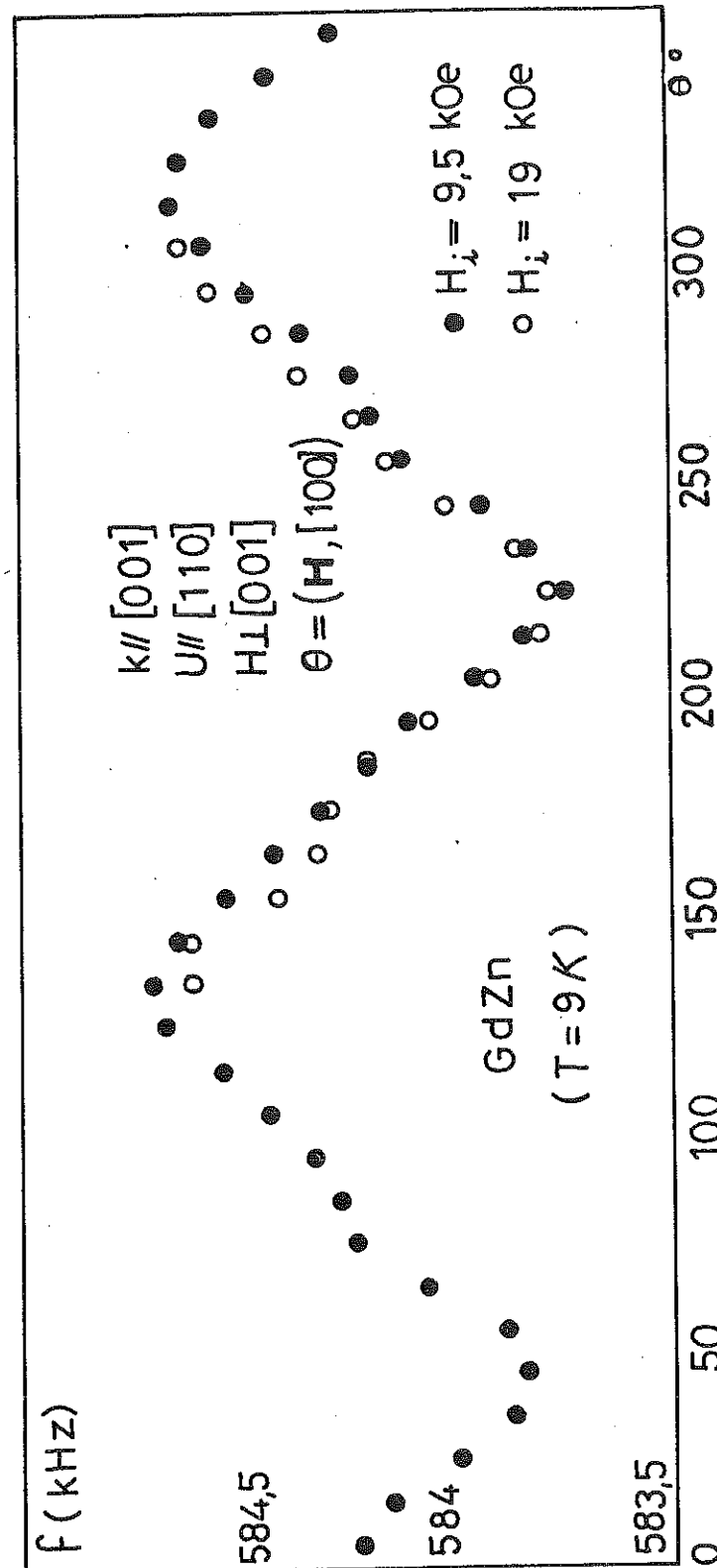


Fig. 19 - Variations de la fréquence des échos à $T = 9 \text{ K}$ en fonction de l'orientation du champ dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation $k // [001]$.

à la contribution magnétique totale de l'ordre de 10^{-2} qui est donc presque entièrement isotrope.

V.2. - DISCUSSION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

La contribution magnétique aux constantes élastiques a pour origine, en ce qui concerne le composé GdZn les termes $N_j^{\mu\ell} \sum_i \pi_{ji}^{\mu} K_i^{\mu\ell} (\vec{S}_j, \vec{S}_i)$ de l'hamiltonien (4) de la première partie de ce travail. Nous rappelons l'expression de l'énergie interne (34) qui s'en déduit $\sum_{j,i,\ell} \tilde{M}_j^{\mu,\ell} \sum_i \pi_{ji}^{\mu} K_i^{\mu,\ell}$ lorsque le cristal, comme c'est le cas pour GdZn, a une aimantation isotrope. Les termes du second degré ($l = 2$) traduisent la perturbation du champ d'échange dipolaire magnétique par la déformation et doivent donc, dans un modèle de champ moléculaire, être proportionnels à $\langle J_z \rangle^2$, c'est-à-dire à m^2 . Les termes du quatrième degré ($l = 4$) ont pour origine la variation de l'énergie d'échange quadrupolaire en présence de déformation et devraient donc être proportionnels à $\langle O_2^0 \rangle^2$, c'est-à-dire à $(\hat{I}_{5/2} [L^{-1}(m)])^2$ dans ce modèle (Equation 27).

Les résultats expérimentaux contredisent formellement ce résultat : en effet, si nous observons bien la contribution attendue en am^2 pour $\delta f/f$, nous n'avons pu, dans un modèle de champ moléculaire, trouver d'interprétation acceptable à la partie en $-abm^4$ qui ne peut en aucun cas se confondre avec une variation en $(\hat{I}_{5/2})^2$.

Nous pouvons remarquer par ailleurs que dans un modèle localisé, lorsqu'on se limite aux termes du second degré, les contributions magnétiques à C_{12} et C_{44} sont identiques pour toutes les symétries cubiques (tableau IX), alors que l'expérience indique

$$\frac{\delta C_{12}}{C_{12}} \sim - \frac{\delta C_{44}}{C_{44}}$$

Enfin, les contributions anharmoniques de la forme $\lambda^\alpha C_{ijk}$ (tableau XII) restent faibles, les C_{ijk} sont en effet pour tous les matériaux connus environ dix fois supérieurs aux C_{ij} et $\lambda^\alpha = u^\alpha \sqrt{3}$ ne dépasse pas quelques 10^{-4} ; dans ces conditions, le rapport $C_{ijk} \lambda^\alpha / C_{ij}$ ne dépasse pas quelques 10^{-3} .

La conclusion de cette discussion à partir du modèle localisé est donc négative : Ce modèle ne rend pas compte des résultats expérimentaux dont l'interprétation formelle reste à faire. Nous

pouvons remarquer que les électrons de conduction sont responsables de la propagation des interactions magnétiques entre ions 4f, mais aussi, au moins en partie, de la stabilité du réseau. On peut alors se demander si la modification de la structure électronique à l'apparition de l'ordre magnétique n'entraîne pas en retour une modification du potentiel cristallin lui-même.

VI - EFFETS MAGNETOELASTIQUES ANISOTROPES DU SECOND ORDRE.

Nous les analyserons ici aussi à partir des mesures des vitesses de propagation d'ondes ultrasonores. Nous déterminerons tout d'abord dans GdZn, les coefficients morphiques anisotropes $m_3^{\gamma 2}$ et $m_3^{\epsilon 2}$ (équation 40) ainsi que la valeur absolue du coefficient magnétoélastique $B^{\epsilon 2}$ que les mesures de magnétostriction n'avaient pu déterminer. Nous donnerons ensuite avec TmZn un exemple de mode mou caractéristique dans ce cas de l'apparition d'un ordre quadrupolaire. Enfin, nous détaillerons à la température ambiante les variations sous champ des vitesses de propagation des ondes dans CoPt et nous en tirerons, outre la confirmation des valeurs des coefficients magnétoélastiques déjà connus, les coefficients morphiques $m_1^{\gamma 2}$, $m_2^{\gamma 2}$, $m_3^{\gamma 2}$, $m_1^{\epsilon 2}$, $m_2^{\epsilon 2}$, $m_3^{\epsilon 2}$.

VI.1. - CONSTANTES ELASTIQUES SOUS CHAMP MAGNETIQUE DANS L'ETAT D'ORDRE DE GdZn .

Comme nous l'avons montré dans la première partie (Chapitre IV.4), les vitesses de propagation d'une onde sonore dans un cristal monodomaine à aimantation isotrope dépendent de la direction et du module du champ appliqué ainsi que de la polarisation. A titre d'exemple, les tableaux XIV et XVII donnent pour le mode C_{44} , où la polarisation de l'onde se trouve dans un plan quaternaire (P) perpendiculaire à la direction de propagation, les écarts relatifs des fréquences mesurées aux fréquences que l'on observerait si le cristal était amagnétique. On en tire les formules suivantes :

- pour un champ appliqué dans la direction de propagation :

$$\left(\frac{\delta f}{f_0} \right)_{//} = - \left[\frac{m_3^{\gamma 2}}{12 C_{44}} + \lambda^{\gamma 2} - \lambda^{\epsilon 2} \right] - \frac{(B^{\epsilon 2})^2}{2 M_s (H_e + H_D - \frac{4V_s}{M_s}) C_{44}} \quad (70)$$

quelle que soit la direction de polarisation dans (P)

- et pour une aimantation dans une direction faisant l'angle φ avec un axe quaternaire dans (P), la polarisation étant repérée par l'angle ψ qu'elle fait avec ce même axe dans (P) :

$$\left(\frac{\delta f}{f}\right)_{\perp} = \frac{m_3^{\gamma^2}}{24 C_{44}} + \frac{\lambda^{\gamma^2} - \lambda^{\varepsilon^2}}{2} + \frac{m_3^{\varepsilon^2}}{8 C_{44}} \sin 2\varphi \sin 2\psi - \left[\frac{m_3^{\gamma^2}}{8 C_{44}} - \frac{\lambda^{\gamma^2} - \lambda^{\varepsilon^2}}{2} \right] \cos 2\varphi \cos 2\psi - \frac{(B^{\varepsilon^2})^2 \cos^2(\varphi - \psi)}{2 M_S C_{44} \left(H_e + H_D + 4\pi M_S - \frac{4V^4}{M_S} \cdot \frac{1 + \tan^2 \varphi}{(1 + \tan^2 \psi)^2} \right)}$$

Les coefficients de magnétostriction λ^{γ^2} et λ^{ε^2} ont une signification pour GdZn, car l'aimantation est isotrope alors que ce n'est pas le cas pour les autres composés de la série.

Lorsque la direction de polarisation fait un angle de $\pi/4$ avec l'axe quaternaire de référence du plan (P), on obtient, pour des directions du champ respectivement parallèle et perpendiculaire à la polarisation :

$$\left(\frac{\delta f}{f}\right)_{\perp} (\varphi = \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \left[\frac{m_3^{\gamma^2}}{12 C_{44}} + \lambda^{\gamma^2} - \lambda^{\varepsilon^2} \right] + \frac{m_3^{\varepsilon^2}}{8 C_{44}} - \frac{(B^{\varepsilon^2})^2}{2 M_S C_{44} (H_e + 4\pi M_S + H_D - \frac{2V^4}{M_S})} \quad (71)$$

$$\left(\frac{\delta f}{f}\right)_{\perp} (\varphi = \frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{2} \left[\frac{m_3^{\gamma^2}}{12 C_{44}} + \lambda^{\gamma^2} - \lambda^{\varepsilon^2} \right] - \frac{m_3^{\varepsilon^2}}{8 C_{44}} \quad (72)$$

Nous avons porté figure (20) les variations expérimentales en fonction du champ appliqué H_e de $(\delta f/f_0)_{\parallel}$, $(\delta f/f_0)_{\perp}$ ($\theta = \pi/4$) et $(\delta f/f_0)_{\perp}$ ($\theta = 3\pi/4$), pour une température de 70 K. Les courbes en trait plein représentent les variations théoriques pour une valeur de $|B^{\varepsilon^2}| = 6 \cdot 10^7$ erg cm⁻³, soit un coefficient $|D^{\varepsilon^2}| = 1,5$ K/at. (29). Le rapport $|\lambda^{\varepsilon^2}/\lambda^{\gamma^2}|$ est alors égal à 0,12 : on comprend que les mesures de magnétostriction aient seulement révélé que $u_3^{\varepsilon(110)}$ était faible par rapport à $u_1^{\gamma(001)}$, D^{ε^2} étant positif. Des écarts entre les trois courbes, nous déduisons les ordres de grandeur des coefficients $m_3^{\varepsilon^2} (-3,7 \cdot 10^9$ erg cm⁻³) et $m_3^{\gamma^2} (+1,4 \cdot 10^9$ erg cm⁻³). Sur cet exemple, on peut voir l'intérêt de cette technique de mesure qui fournit aussi bien les valeurs absolues des coefficients magnétoélastiques du premier ordre que les coefficients morphiques.

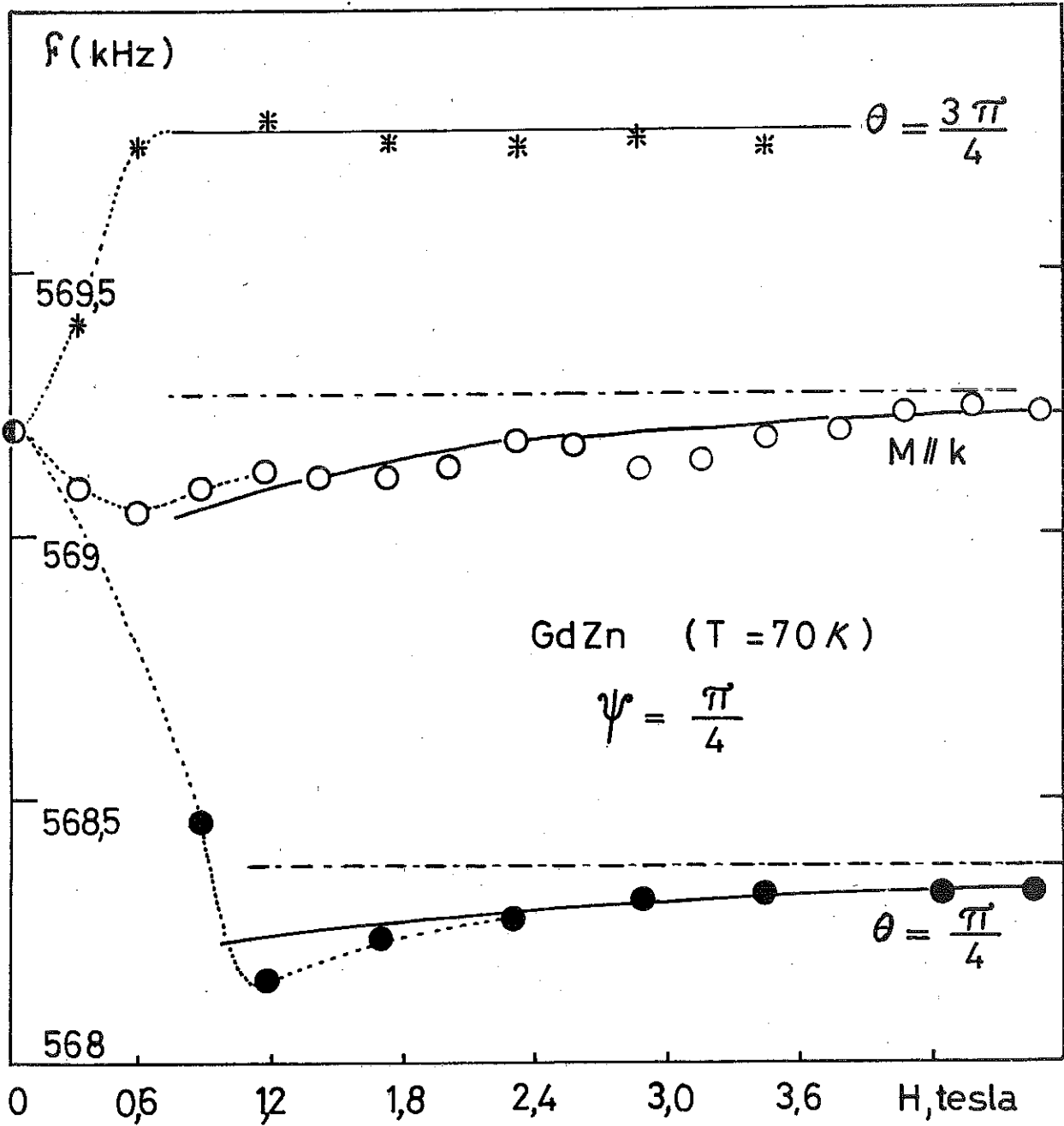


Fig. 20 - Variation à $T = 70$ K de la fréquence des échos en fonction du champ appliqué pour le mode C_{44} dans GdZn. Les courbes sont reportées en trait plein et leurs asymptotes en point-tiret.

VI.2 - MODES MOUS DANS TmZn

Les mesures des constantes élastiques dans ce composé illustrent bien les résultats exposés au paragraphe V.5 - de la partie théorique.

La susceptibilité de déformation χ_{SO}^Y (équation 67) a été calculée pour chaque température à partir du schéma des niveaux obtenu par spectroscopie neutronique (MORIN, 1978). La figure (21) présente la variation thermique de $1/\chi_{SO}^Y$: l'écart à la linéarité de $1/\chi_{SO}^Y(T)$ est flagrant aux basses températures. Sur la figure (22) sont reportées les variations thermiques dans l'état paramagnétique de la constante $C^Y = C_{11} - C_{12}$ et de C_0^Y , constante élastique du réseau en l'absence d'interactions magnétiques. Les choix, d'une part de la valeur de C_0^Y à 0 Kelvin, d'autre part, de la pente de la partie linéaire, au-dessus de 100 K, sont soumis à un certain arbitraire : le comportement retenu a été choisi après considération des comportements similaires des autres composés de la série qui ne présentent pas de modes mous. Nous avons porté sur la figure (23), la variation expérimentale de $(C_0^Y - C^Y)^{-1}$ en fonction de $6/\chi_{SO}^Y$: on obtient bien une droite dont la pente fournit la valeur numérique de $(B^{Y^2})^2$ et l'intersection avec l'axe des $6/\chi_{SO}^Y$, le coefficient d'échange quadrupolaire $\mathcal{W}_1^4$.

Nous trouvons $\mathcal{W}_1^4 = -120$ mK et $|B^{Y^2}| = 72,5$ K, en accord avec la valeur obtenue par magnétostriction $B^{Y^2} = 65$ K.

Le triplet $\Gamma_5^{(1)}$ étant le niveau fondamental, la transition observée est, pour TmZn, du premier ordre. La température de transition ($T_Q = 8,55$ K) est bien décrite par les valeurs des paramètres précédents (LEVY, 1979).

Enfin, aucun "mode mou" n'a été observé sur la constante élastique C^E jusqu'à la température de transition T_Q : ceci est dû à la faiblesse relative du terme $|B^{E^2}|^2/C_0^E$ (environ 1 mK) par rapport à $\mathcal{W}_2^4$ (environ 70 mK) (MORIN, 1978) ; C^E/C_0^E reste alors à toute température voisin de l'unité.

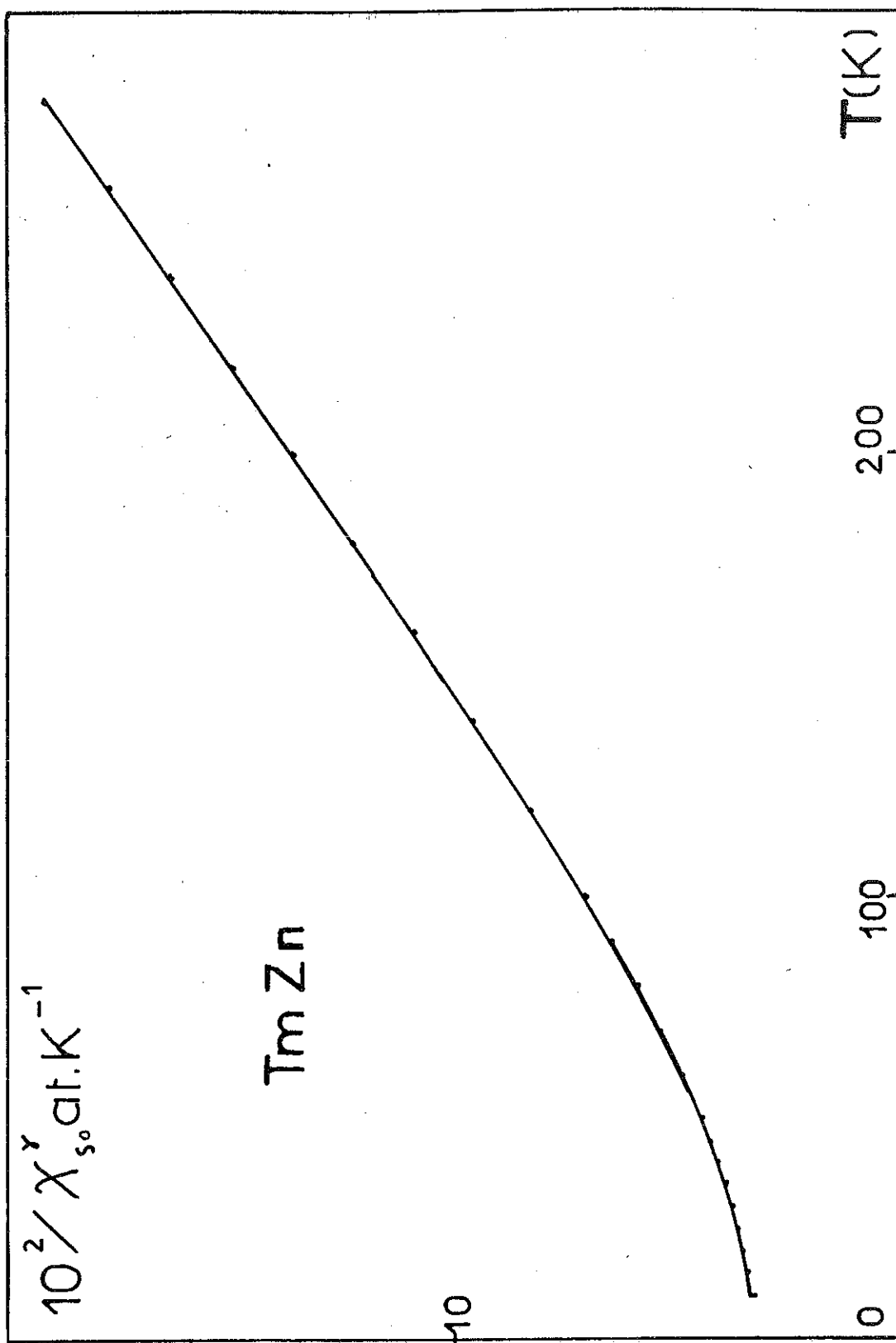


Fig. 21. - Variation thermique calculée de l'inverse de la susceptibilité de déformation pour TmZn.

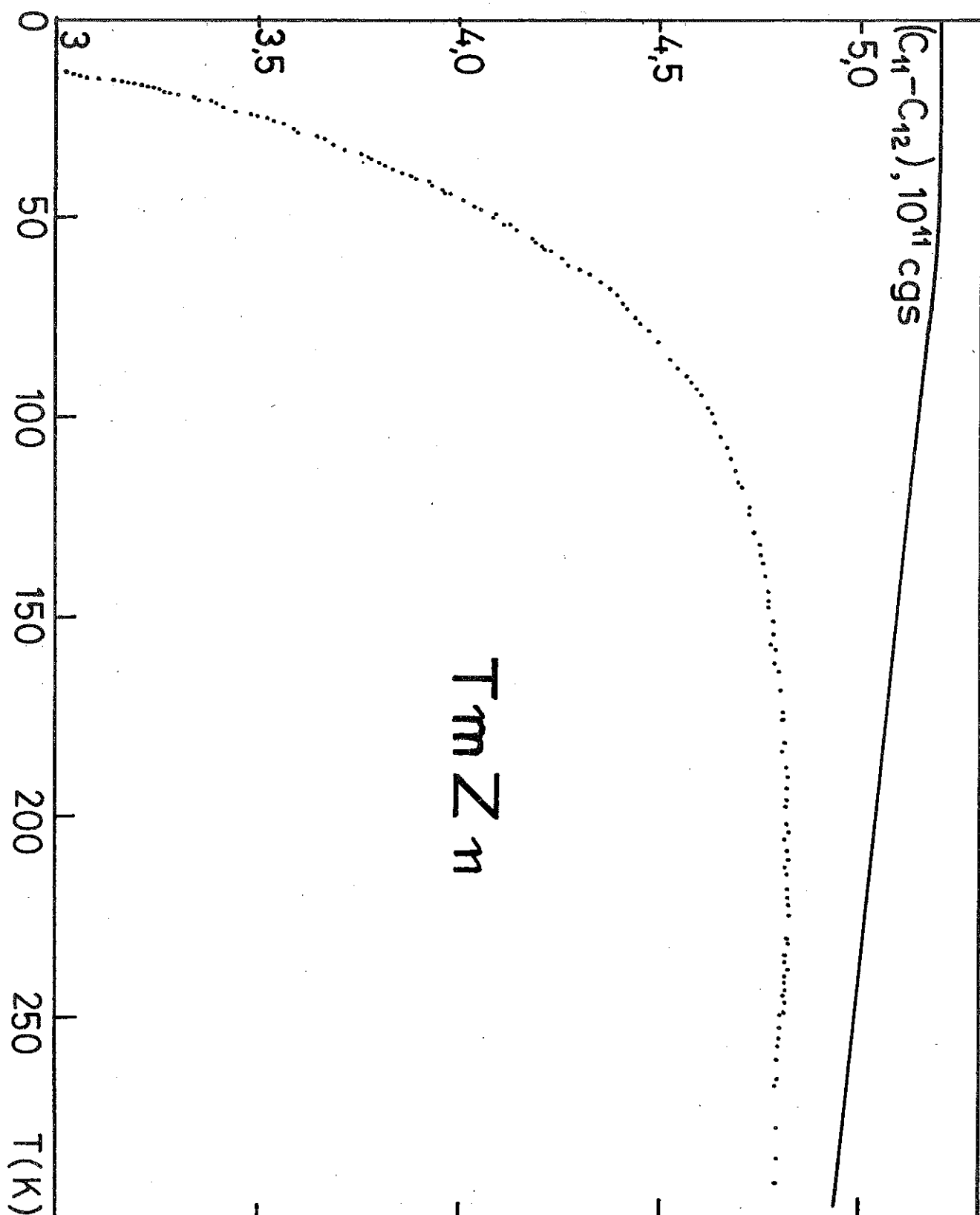


Fig. 22 - Variation thermique dans l'état paramagnétique de $C_{11} - C_{12}$ pour $TmZn$.

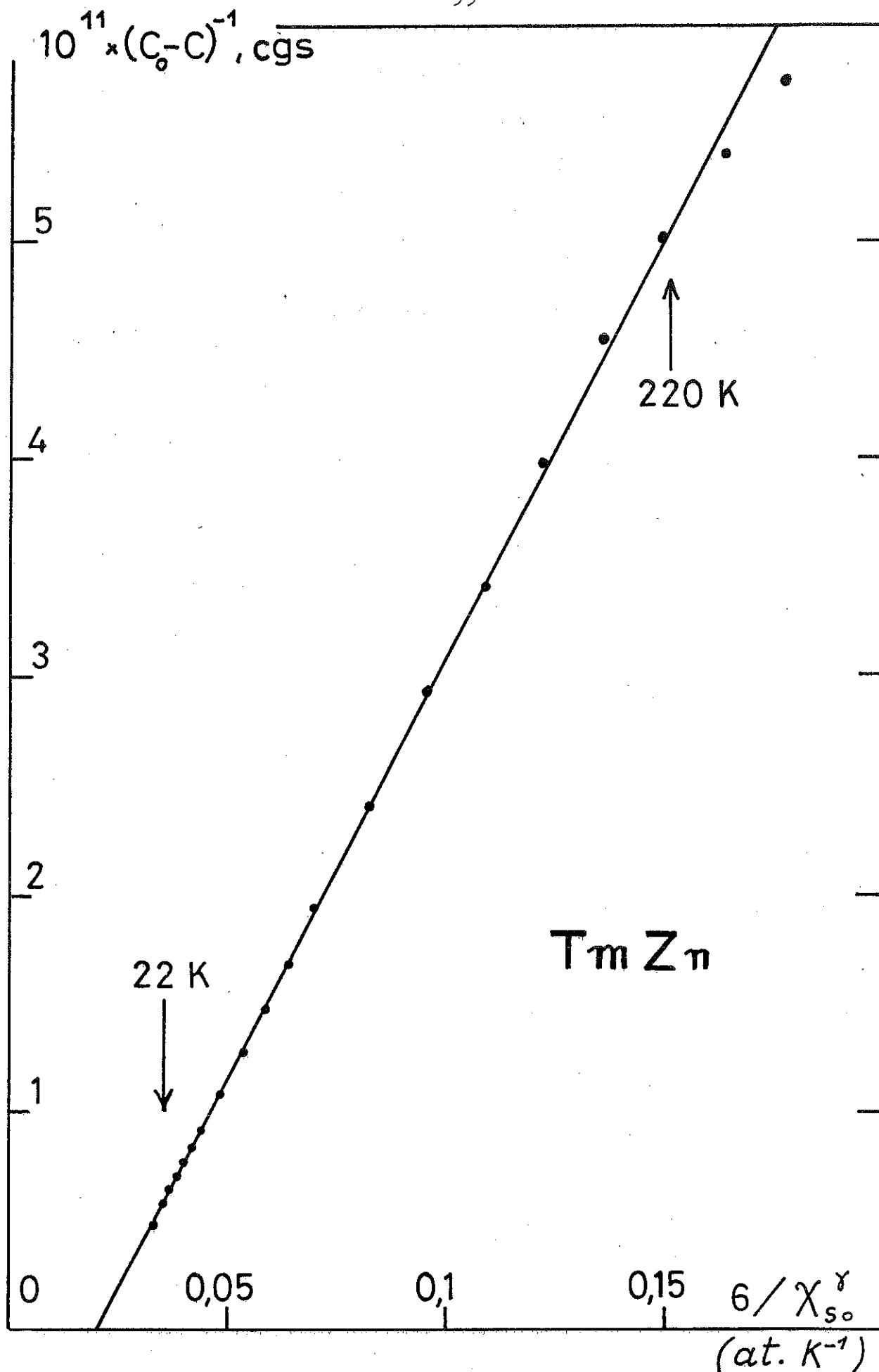


Fig. 23 - Variation de l'inverse de la contribution magnétique à $C_{11} - C_{12}$ en fonction de l'inverse de la susceptibilité de déformation dans TmZn.

$$k \parallel [110] \quad U \parallel k \quad \rho v_o^2 = (c_{11} + c_{12} + 2c_{44})/2$$

$$\frac{\delta f_{\parallel}}{f_o} = \frac{m_1^{\gamma,2} - m_2^{\gamma,2} - m_3^{\gamma,2} + 6m_2^{\varepsilon,2}}{6(c_{11} + c_{12} + 2c_{44})}$$

$$\frac{\delta f_{\perp}}{f_o} = -\frac{m_1^{\gamma,2} - m_2^{\gamma,2} - m_3^{\gamma,2} + 6m_2^{\varepsilon,2}}{12(c_{11} + c_{12} + 2c_{44})} - \frac{m_1^{\gamma,2} - m_2^{\gamma,2} - m_3^{\gamma,2} - 2m_2^{\varepsilon,2}}{4(c_{11} + c_{12} + 2c_{44})} \cos 2\varphi$$

$$- (B^{\gamma,2} - B^{\varepsilon,2})^2 (1 - \cos 4\varphi) / 8(c_{11} + c_{12} + 2c_{44}) M_s (H_e + H_D + \frac{K_1}{2M_s} (3 \cos 4\varphi + \cos 2\varphi))$$

$$k \parallel [110] \quad U \parallel [001] \quad \rho v_o^2 = c_{44}$$

$$\frac{\delta f_{\parallel}}{f_o} = \frac{m_3^{\gamma,2} + 3m_3^{\varepsilon,2}}{24c_{44}} - \frac{1}{2}(\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2}) - (B^{\varepsilon,2})^2 / 2M_s (H_e + H_D + \frac{K_1}{M_s}) c_{44}$$

$$\frac{\delta f_{\perp}}{f_o} = -\frac{m_3^{\gamma,2} + 3m_3^{\varepsilon,2}}{48c_{44}} + \frac{1}{4}(\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2}) - \left\{ \frac{m_3^{\gamma,2} - m_3^{\varepsilon,2}}{16c_{44}} - \frac{3}{4}(\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2}) \right\} \cos 2\varphi$$

$$- (B^{\varepsilon,2})^2 (1 + \cos 2\varphi) / 4c_{44} M_s (H_e + H_D + 4\pi M_s + \frac{K_1}{2M_s} (2 \cos 4\varphi + \cos 2\varphi + 1))$$

$$k \parallel [111] \quad U \parallel k \quad \rho v_o^2 = (c_{11} + 2c_{12} + 4c_{44})/3$$

$$\frac{\delta f_{\parallel}}{f_o} = \frac{2(m_1^{\varepsilon,2} + 2m_2^{\varepsilon,2} + m_3^{\varepsilon,2})}{3(c_{11} + 2c_{12} + 4c_{44})} \quad \frac{\delta f_{\perp}}{f_o} = -\frac{1}{2} \frac{\delta f_{\parallel}}{f_o}$$

$$k \parallel [001] \quad U \parallel k \quad \rho v_o^2 = c_{11}$$

$$\frac{\delta f_{\parallel}}{f_o} = \frac{2m_1^{\gamma,2}}{3c_{11}} \quad \frac{\delta f_{\perp}}{f_o} = -\frac{1}{2} \frac{\delta f_{\parallel}}{f_o}$$

$$k \parallel [001] \quad U \perp k \quad \rho v_o^2 = c_{44}$$

$$\frac{\delta f_{\parallel}}{f_o} = -\frac{m_3^{\gamma,2}}{12c_{44}} - (\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2}) - (B^{\varepsilon,2})^2 / 2M_s (H_e + H_D + \frac{2K_1}{M_s}) c_{44}$$

$$\frac{\delta f_{\perp}}{f_o} = \frac{m_3^{\gamma,2}}{24c_{44}} + \frac{1}{2}(\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2})$$

$$+ \frac{m_3^{\varepsilon,2}}{8c_{44}} \sin 2\varphi \sin 2\psi - \left\{ \frac{m_3^{\gamma,2}}{8c_{44}} - \frac{1}{2}(\lambda^{\gamma,2} - \lambda^{\varepsilon,2}) \right\} \cos 2\varphi \cos 2\psi$$

$$- (B^{\varepsilon,2})^2 [1 + \cos 2(\varphi - \psi)] / 4c_{44} M_s (H_e + H_D + 4\pi M_s + \frac{K_1}{2M_s} (\cos 4\varphi + 3))$$

TABLEAU XXI

Variations relatives des fréquences pour différentes directions de propagation et de polarisation :

$\varphi = (\vec{M}, [001])$ pour $\vec{k} \parallel [110]$, $\varphi = (\vec{M}, [100])$ et $\psi = (\vec{U}, [100])$ pour $\vec{k} \parallel [001]$.

VI.3. - CONSTANTES ELASTIQUES SOUS CHAMP MAGNETIQUE, A TEMPERATURE AMBIANTE, DU COMPOSE EQUIATOMIQUE CoPt.

Nous avons mesuré systématiquement les vitesses de propagation suivant les principaux axes cristallographiques, pour diverses directions de la polarisation et du champ appliqué.

Les expressions théoriques des variations relatives des fréquences tirées des tableaux (XIV à XVII) et limitées au second ordre sont réunies dans le tableau (XXI).

VI.3.a - Propagation suivant l'axe binaire $[110]$ ($\vec{k} \parallel [110]$).

Nous avons utilisé pour cette étude un cylindre de diamètre 5 mm et de hauteur 3,82 mm, d'axe $[110]$.

La figure (25) présente, en fonction du champ magnétique, les variations relatives de fréquence des échos d'une onde longitudinale pour un champ parallèle à $\vec{k}$, puis pour un champ dans le plan (110) et faisant avec $[001]$ un angle θ , respectivement égal à 0, $\pi/4$ et $\pi/2$. Sur la figure (25) sont présentées de la même manière pour une onde transversale polarisée dans la direction $[001]$, les courbes $\delta f/f_0$ en fonction de H, pour un champ parallèle à $\vec{k}$, puis pour des champs respectivement parallèles à $[001]$ et à $[1\bar{1}0]$.

Les courbes théoriques sont représentées en trait plein : elles ont été calculées d'après le tableau (XXI) avec les valeurs $B^{\gamma 2} = -3.5 \cdot 10^8 \text{ erg cm}^{-3}$ et $B^{\epsilon 2} = 1,2 \cdot 10^8 \text{ erg cm}^{-3}$ (p.46), après correction du champ démagnétisant et du champ d'anisotropie.

Toutes ces mesures ont été réalisées en champ décroissant pour s'assurer d'une bonne reproductibilité.

Pour les champs magnétiques faibles, l'échantillon n'est plus monodomaine ; l'effet ΔS , dû au déplacement des domaines est largement visible mais nous ne l'analyserons pas. L'état désaimanté non reproductible ne nous permet pas d'opérer autrement que par différence pour déterminer les coefficients morphiques. Comme $V^4/M_S \sim 270 \text{ Oe}$, l'angle φ diffère peu de θ dès que H_e atteint 10 KOe. Nous avons vérifié que $\delta f/f_0$ variait bien en $\cos 2\theta$ pour $\vec{U} \parallel [001]$, tandis que pour $\vec{U} \parallel [110] \parallel \vec{k}$, l'analyse de la figure (30a) a mis en évidence une variation de $\delta f/f_0$ en $a \cos 2\theta + b \cos 4\theta$; les variations sous champ de b sont en accord quantitatif avec le tableau XXI.

L'analyse de la figure (24) donne $m_2^{\epsilon 2}$ et $m_1^{\gamma 2} - m_2^{\gamma 2} - m_3^{\gamma 2}$; et celle de la figure (25) : $m_3^{\epsilon 2}$ et $m_3^{\gamma 2}$.

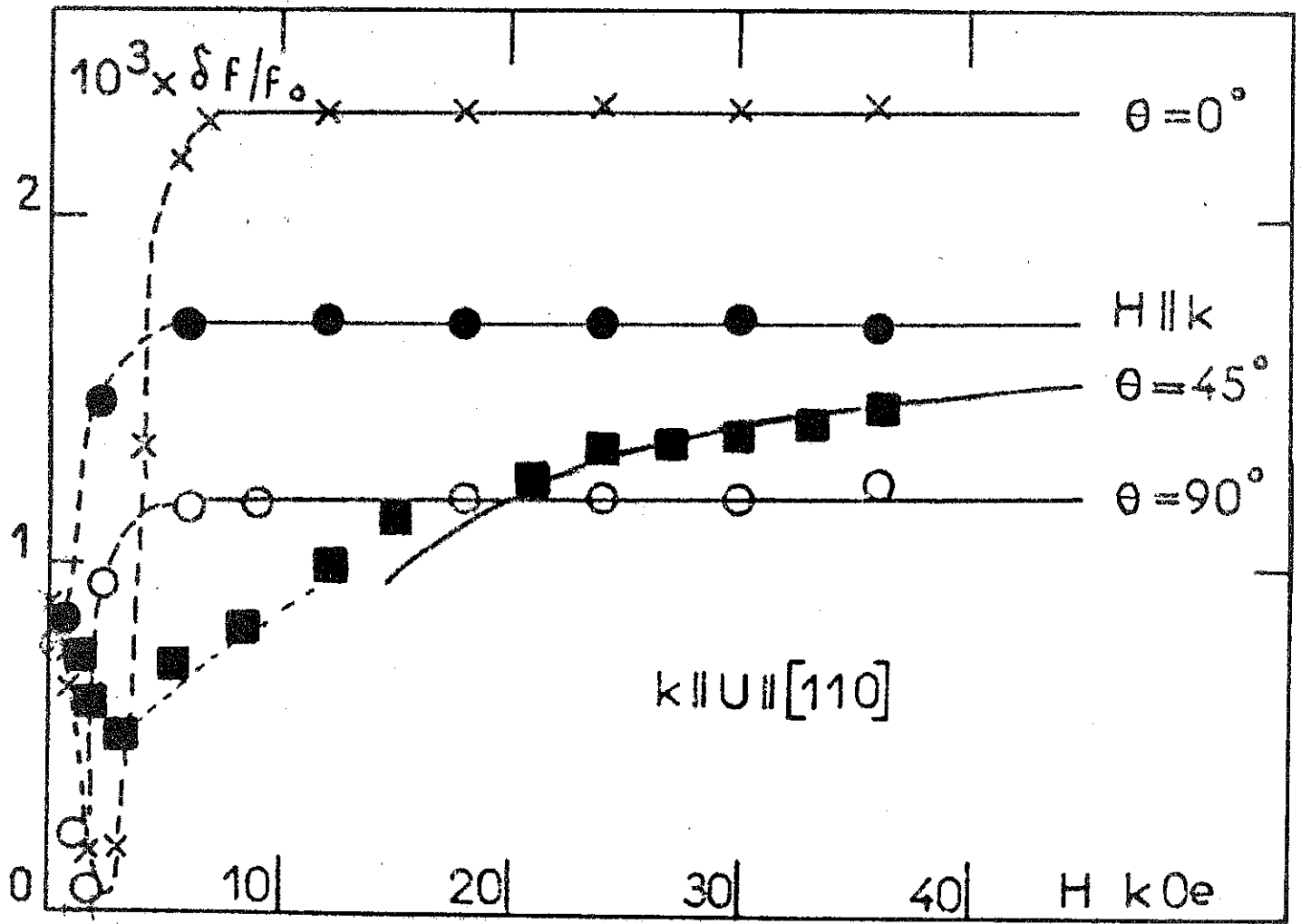


Fig. 24 - Variations relatives de la fréquence des échos dans CoPt pour le mode longitudinal $\frac{C_{11}+C_{12}}{2} + C_{44}$ en fonction du champ appliqué pour diverses orientations du champ.

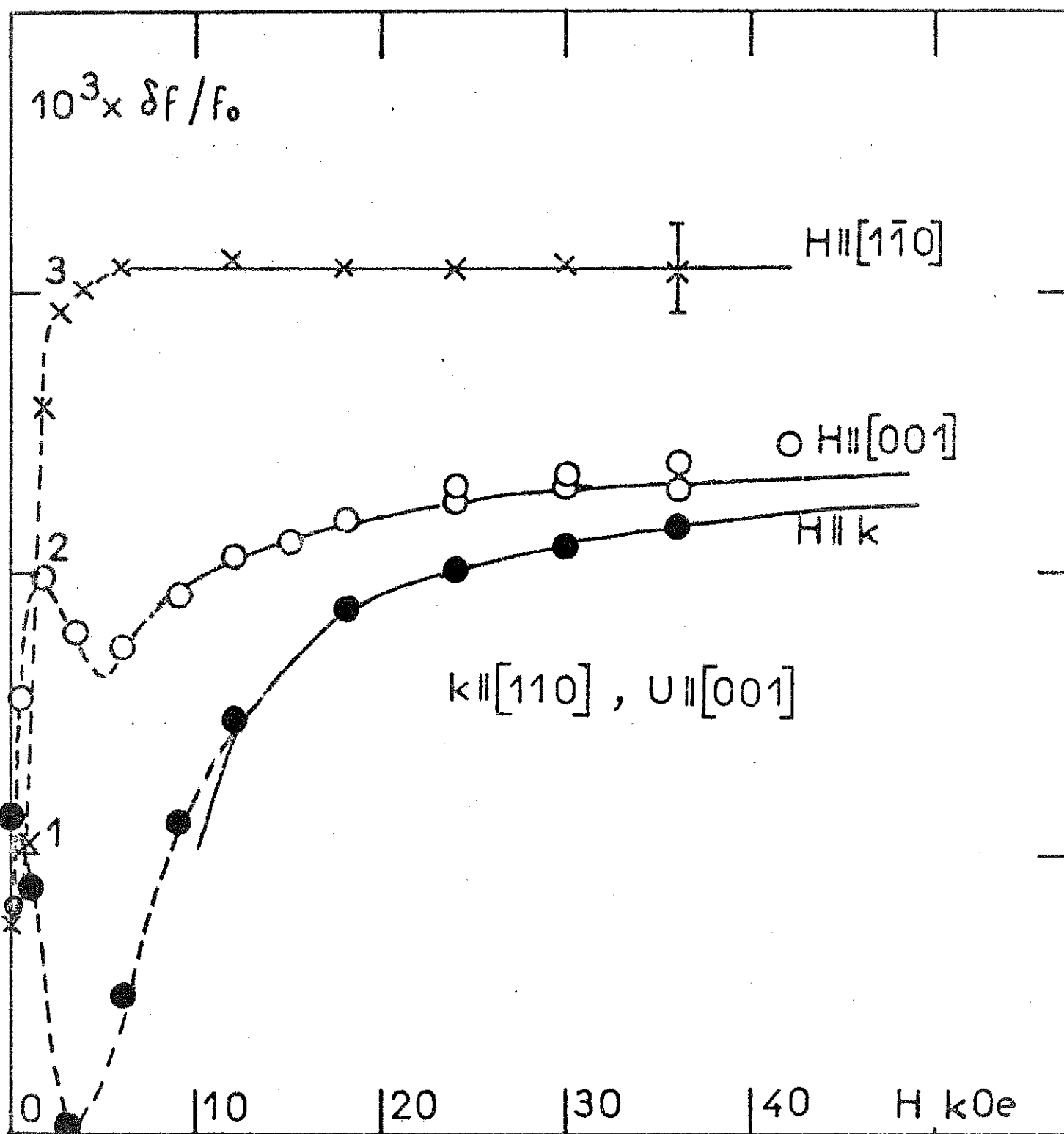


Fig. 25 - Variations relatives de la fréquence des échos dans CoPt pour le mode transversal C_{44} en fonction du champ appliqué pour diverses orientations du champ.

VI.3.b - Propagation suivant l'axe ternaire [111]

L'échantillon utilisé dans ce cas est un cylindre de diamètre 4 mm, de hauteur 2,375 mm et d'axe [111].

Les variations relatives des fréquences correspondant à l'onde longitudinale pour des champs magnétiques respectivement parallèle et perpendiculaire à l'axe [111] sont reportées sur la figure (26).

$Ni (\delta f/f_0)_\perp$ ne dépend de l'intensité du champ magnétique appliqué, et l'orientation du champ dans le plan (111) n'a aucune influence mesurable sur $(\delta f/f_0)_\perp$, c'est bien ce qui était prévu sur le tableau (XXI). De ces deux courbes, on tire la valeur numérique de $m_1^2 + 2m_2^2 + m_3^2$. Nous ne présentons pas l'étude des modes transverses, dont le traitement analytique est délicat car (111) n'est pas un plan de symétrie ; on en aurait tiré la valeur numérique de l'expression $m_1^2 - m_2^2 + m_3^2/4$.

VI.3.c - Propagation suivant l'axe quaternaire [001]

Les vitesses de propagation de l'onde longitudinale ont été mesurées sur un cylindre de diamètre 5 mm, de hauteur 6,23 mm et d'axe [001], celles de l'onde transversale sur une sphère utilisée précédemment (EURIN, 1973) pour des mesures d'aimantation et d'anisotropie magnétocristalline sur laquelle on a ménagé deux surfaces planes parallèles à (001) et distantes de 4,3 mm.

Nous avons vérifié sur un mode transverse l'accord entre les mesures effectuées sur les deux échantillons, après correction du champ démagnétisant. Les mesures de $\delta f/f_0$ pour le mode longitudinal sont reportées sur la figure (27) et permettent la détermination de m_1^2 .

Là encore, nous vérifions que $(\delta f/f_0)_\perp$ ne dépend pas de l'orientation du champ magnétique appliqué. Les mesures de $\delta f/f_0$ pour le mode transverse sont illustrées par la figure (28) pour une onde polarisée suivant un axe quaternaire [100] et par la figure (29) pour une onde polarisée suivant un axe binaire [110]. Nous donnons les variations azimutales correspondantes sur les figures (30b) et (30c). EASTMAN (1966) n'avait pas traité ce dernier mode, soulignant sa sensibilité à toutes les perturbations, comme par exemple une petite désorientation de l'échantillon : nous n'avons pas rencontré ici de difficultés particulières : comme le prévoit la théorie, la dégénérescence du mode C_{44} est levée par la polarisation, $\delta f/f_0$ ne dépend pas de l'intensité du champ magnétique quand il est perpendi-

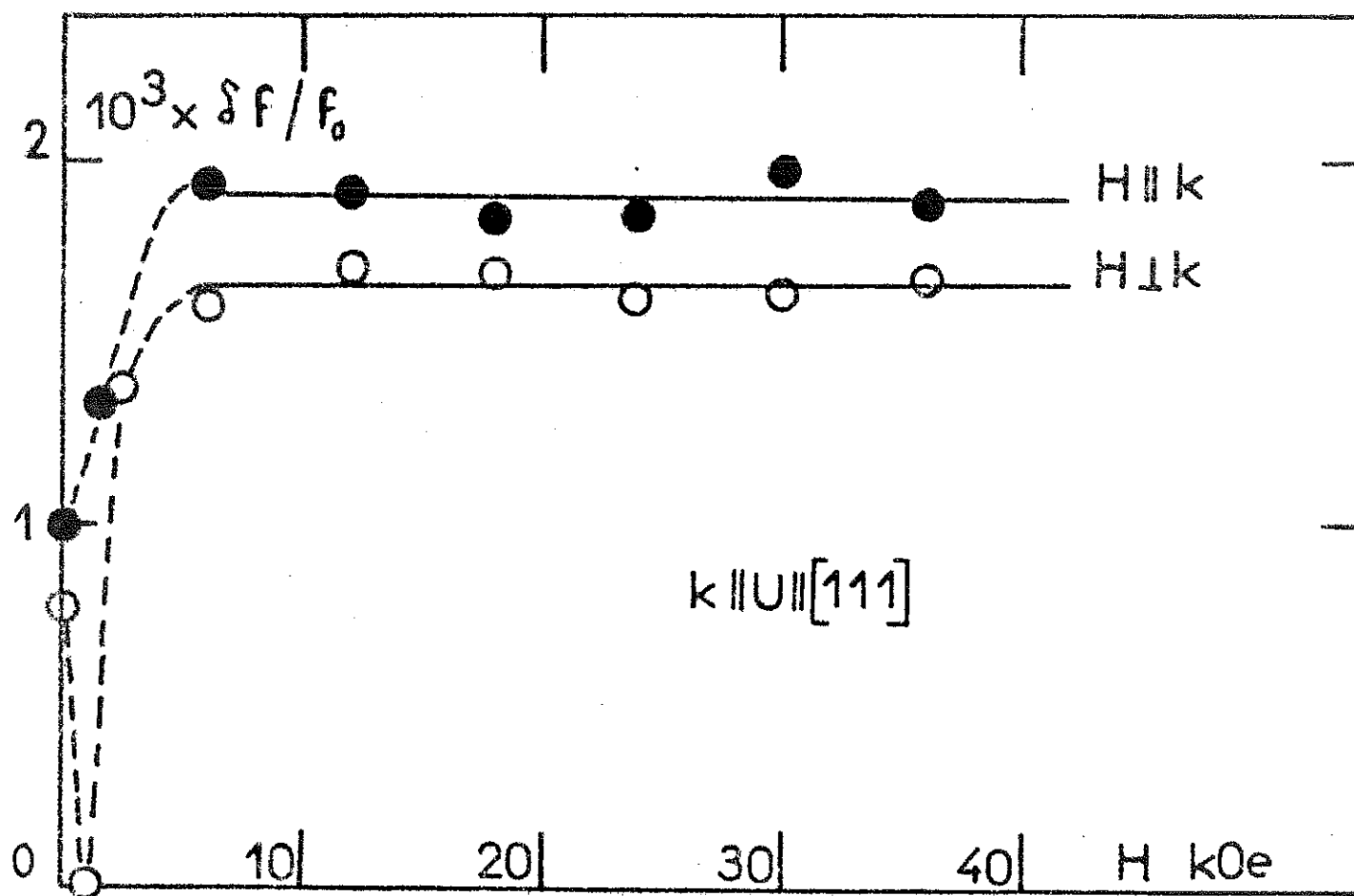


Fig. 26 - Variations relatives de la fréquence des échos dans CoPt pour le mode longitudinal $\frac{C_{11} + 2 C_{12} + 4 C_{44}}{3}$ en fonction du champ pour des champs respectivement parallèle et perpendiculaire à la direction de propagation.

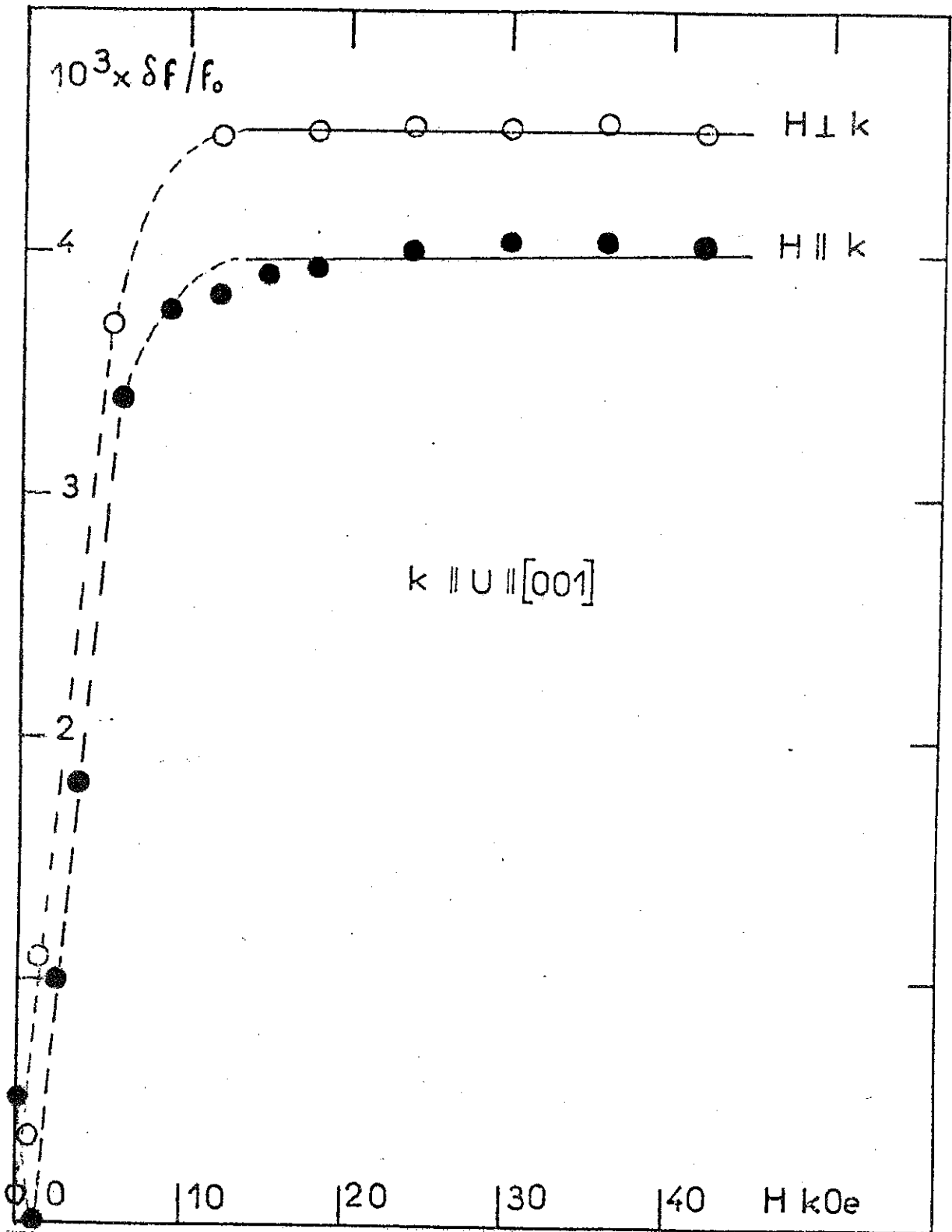


Fig. 27 - Variations relatives de la fréquence des échos dans CoPt pour le mode longitudinal C_{11} en fonction du champ, pour des champs respectivement parallèle et perpendiculaire à la direction de propagation.

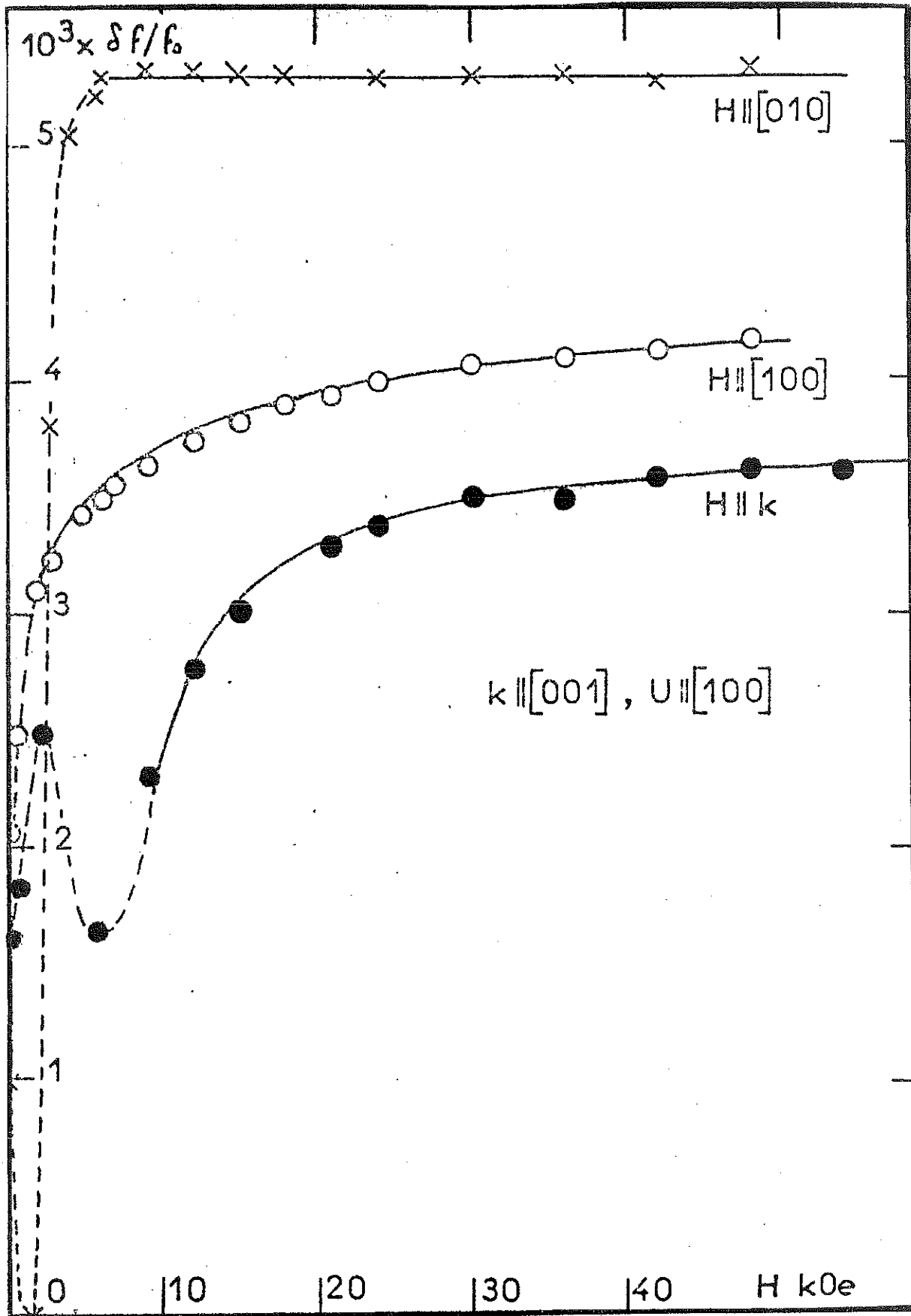


Fig. 28 - Variations relatives de la fréquence des échos dans CoPt pour le mode transverse C_{44} en fonction du champ appliqué, pour diverses orientations du champ, la polarisation étant dirigée suivant un axe quaternaire perpendiculaire à la direction de propagation.

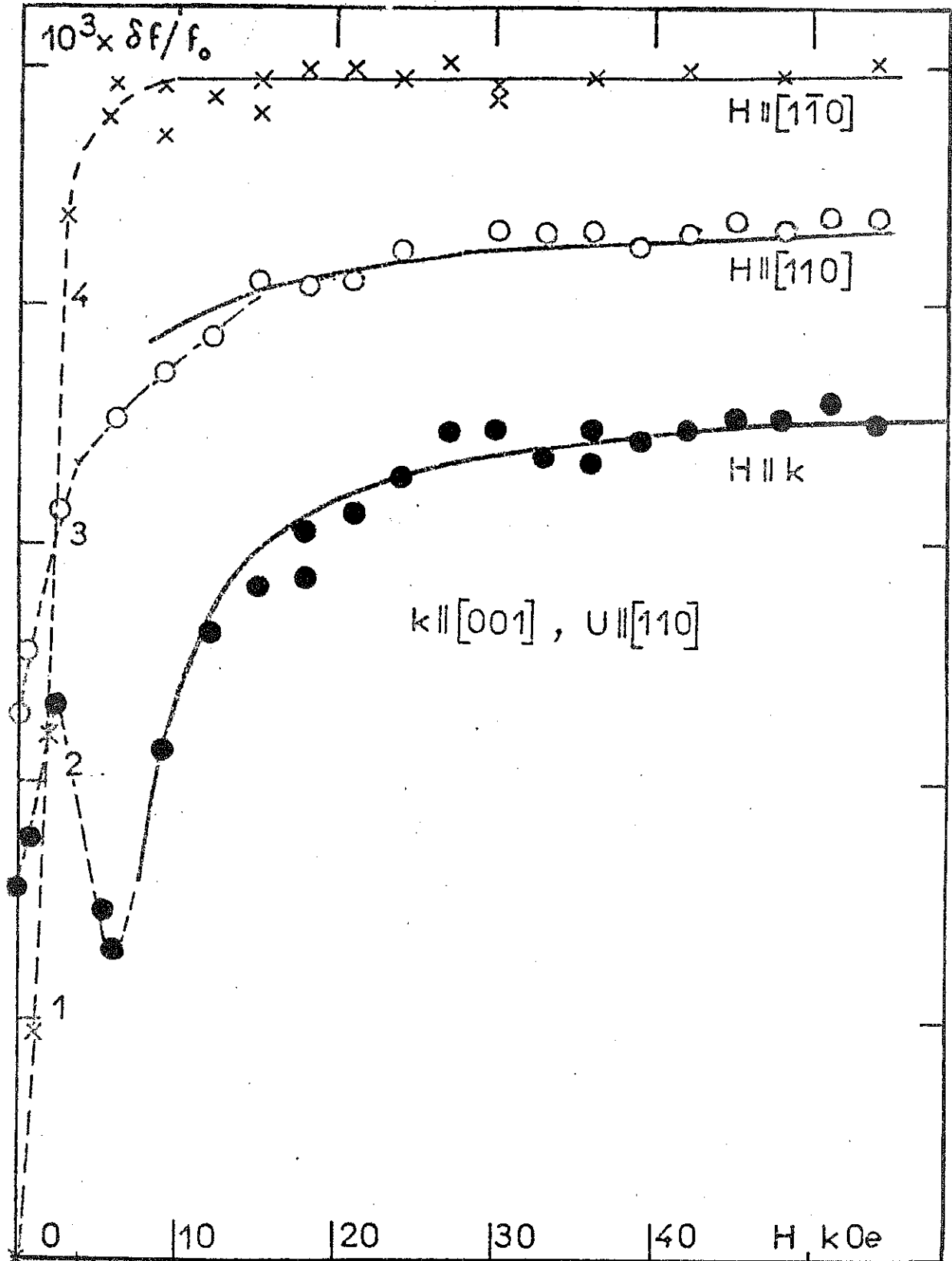


Fig. 29 - Variations relatives de la fréquence des échos dans CoPt pour le mode transverse C_{44} en fonction du champ appliqué, pour diverses orientations du champ, la polarisation étant dirigée suivant un axe binaire perpendiculaire à la direction de propagation.

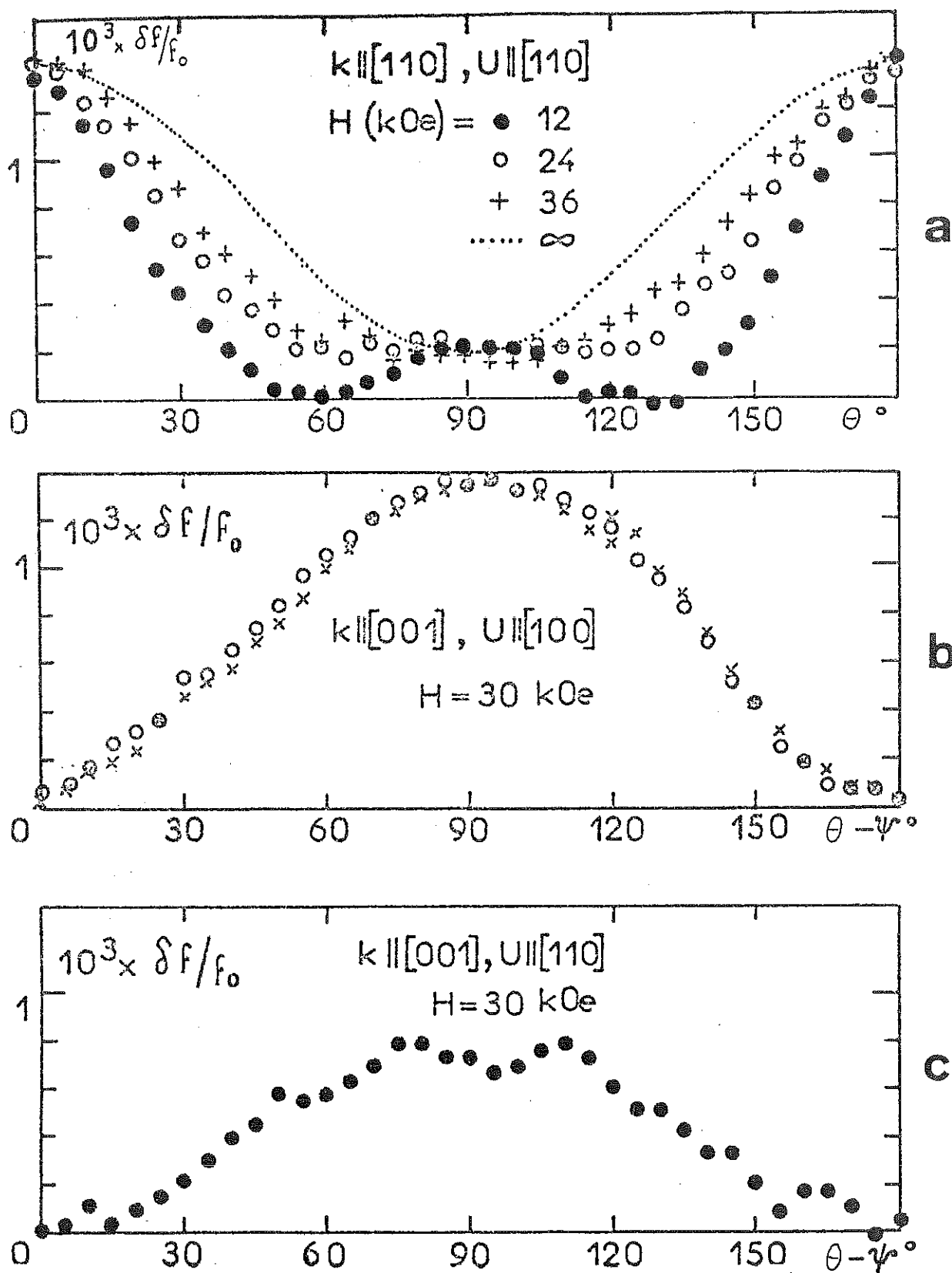


Fig. 30 - Variations relatives des fréquences des échos dans CoPt en fonction de la direction du champ appliqué perpendiculairement à la direction de propagation.

culaire à la direction de polarisation. Des mesures de la figure (28), on tire la valeur de $m_3^{\gamma^2}$ de deux façons différentes ; de celles de la figure (29), on tire encore $m_3^{\gamma^2}$ et une seconde fois $m_3^{\epsilon^2}$.

II.3.d - Résultats numériques

Les valeurs numériques des $m_i^{\mu,2}$, tirées de cet ensemble de mesures, sont reportées dans le tableau (XXII) exprimées en 10^9 erg.cm⁻³.

$m_1^{\gamma^2} = - 1,5 \pm 0,3$	$m_1^{\epsilon^2} = 2,2 \pm 1,3$
$m_2^{\gamma^2} = 3 \pm 4$	$m_2^{\epsilon^2} = 1,8 \pm 0,2$
$m_3^{\gamma^2} = 7,7 \pm 3$	$m_3^{\epsilon^2} = - 3 \pm 1$

Tableau XXII

La dispersion de certains résultats, sur $m_3^{\gamma^2}$ notamment et sur $m_2^{\gamma^2}$ par voie de conséquence, s'explique par l'imprécision de certaines mesures d'une part, et par la difficulté d'orienter les quartz vis-à-vis des axes cristallins à mieux que 5° d'autre part. Ainsi, à partir des résultats de la figure (25), on peut déduire : $\lambda^{\gamma^2} - \lambda^{\epsilon^2} = (0,26 \pm 0,05 \cdot 10^{-3})$ alors que les mesures directes de magnétostriction donnaient : $\lambda^{\gamma^2} - \lambda^{\epsilon^2} = (0,36 \pm 0,01 \cdot 10^{-3})$. Néanmoins, nous avons déterminé sans ambiguïté les signes et les ordres de grandeur des coefficients $m_i^{\mu,2}$ liés aux constantes magnétoélastiques du second ordre par les éq. 40 et le tab. XII. Ne connaissant pas les constantes élastiques du troisième ordre, nous pensons raisonnable de leur assigner les ordres de grandeur suivants :

$$C_{111} \sim - 10 C_{11}$$

$$C_{112} \sim - 5 C_{12}$$

$$C_{155} \sim - 10 C_{44}$$

comme pour les métaux et alliages 3d dont les constantes du troisième ordre sont connues (ROUCHY, 1979), les trois autres constantes étant d'un ordre de grandeur inférieur.

Dans ces conditions, les contributions anharmoniques à $m_1^{\gamma^2}$, $m_2^{\gamma^2}$, $m_3^{\gamma^2}$ et $m_2^{\epsilon^2}$ seraient du même ordre de grandeur que les constantes magnétoélastiques du second ordre, environ dix fois plus importantes que les constantes magnétoélastiques du premier ordre.

Finalement, la contribution magnétique aux propriétés élastiques de CoPt comporte quatre mécanismes :

Un effet AS en champ magnétique faible, associé au déplacement des parois de domaines ; qui est en grandeur le plus important des quatre ($\delta f / f_0 \lesssim 5 \cdot 10^{-3}$)

Un effet magnétoélastique du premier ordre dépendant du champ (effet Simon : $\delta f / f_0 \lesssim 2,5 \cdot 10^{-3}$)

Un effet morphique en partie anharmonique et en partie magnétoélastique du second ordre ($\delta f / f_0 \lesssim 1 \cdot 10^{-3}$)

Un effet rotationnel ($\delta f / f_0 \lesssim 0,5 \cdot 10^{-3}$).

Les trois premiers mécanismes pourraient être déduits de la théorie classique des déformations infinitésimales alors que le dernier apparaît dès que l'on traite l'élasticité dans le cadre plus rigoureux des déformations finies : les termes en $\lambda^{\varepsilon_1} - \lambda^{\varepsilon_2}$ du tableau (XXI) témoignent de cet effet et leur importance rend indispensable leur prise en compte dans la détermination des coefficients morphiques.

Nous avons ainsi, dans cette seconde partie, illustré par des exemples précis les propriétés magnétoélastiques anisotropes et isotropes, du premier et du second ordre, de monocristaux ferromagnétiques de symétrie cubique, propriétés que nous avons essayé de décrire théoriquement dans la première partie.

C O N C L U S I O N

Dans la première partie de ce travail, nous construisons l'hamiltonien d'un cristal cubique à partir de considérations de symétrie. Chacun de ses termes est ensuite explicité dans un modèle de paires généralisé, à partir de sommations d'interactions microscopiques : dans ce modèle, les contributions d'échange aux constantes élastiques diffèrent de celles obtenues par Fuchs à partir d'une définition incorrecte de $\delta V/V$ et sont nettement plus simples ; de plus, leur expression est isomorphe à celle des contributions de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.

Les contributions morphiques anisotropes aux constantes élastiques se présentent sous les mêmes formes, vis-à-vis des fonctions de spin, que les déformations magnétostrictives . En outre, nous mettons en évidence l'importance des termes anharmoniques de l'énergie élastique dans ces contributions.

Le développement de ce formalisme qui analyse clairement les effets magnétoélastiques du premier ordre, bien connus maintenant, mais aussi les effets magnétoélastiques du second ordre, permet l'interprétation d'un grand nombre de résultats expérimentaux. Nous présentons certains des nôtres pour illustrer ce travail théorique.

- Nous mesurons systématiquement les fortes déformations spontanées quadratiques et rhomboédriques apparaissant avec l'ordre magnétique dans la série des composés intermétalliques terre rare - zinc. Toutes ces mesures sont prolongées dans l'état paramagnétique, la gamme des déformations s'étendant sur six ordres de grandeur.

- En présence des effets de champ cristallin, nous déduisons des déformations observées, les coefficients magnétoélastiques du premier ordre après calcul des opérateurs dipolaires et quadrupolaires par diagonalisation autocohérente de l'hamiltonien .

- Dans le cas de GdZn, les effets de champ cristallin ne jouent pas (état S) et la déformation quadratique observée ($- 5.10^{-4}$) a pour seule origine le couplage pseudodipolaire mis ainsi clairement en évidence.

- Nous montrons par ailleurs que la striction d'échange dans GdZn ne peut pas s'interpréter dans le modèle de Ruderman-Kittel, en raison du caractère fortement anisotrope de la bande de conduction.

- Nous tirons la même conclusion des variations thermiques des constantes élastiques de GdZn mesurées dans l'état d'ordre par technique ultrasonore. Elles suivent sans ambiguïté une loi en $A \langle J_z \rangle^2 + B \langle J_z \rangle^4$: ceci marque la limite du modèle localisé qui est incapable d'expliquer ce comportement ; là encore, le rôle des électrons de conduction est important et seul un calcul fait à partir d'un modèle de bande pourrait interpréter ces variations thermiques.

- Nous utilisons encore cette technique d'ultrasons pour en tirer les modules des coefficients magnétoélastiques du premier ordre et les coefficients des termes morphiques anisotropes du second ordre en déformation dans deux matériaux aussi différents que l'alliage équiatomique CoPt et le composé équiatomique GdZn. Cette technique permet également l'étude des modes mous au voisinage des transitions : c'est ce que nous présentons pour le composé TmZn.

Ce champ d'exploration sera encore élargi quand nous aurons la possibilité d'appliquer, en plus du champ magnétique, des contraintes mécaniques aux échantillons étudiés.

R E F E R E N C E S

- ALERS C.A., NEIGHBOURS J.R. et SATO H.,
J.Phys.Chem.Sol. 9, 21 (1958).
J.Phys.Chem.Sol. 13, 40 (1960)
- BEAN C.P. et RODBELL D.S.,
Phys.Rev. 126, 104 (1962).
- BELAKHOVSKY M. PIERRE J. et RAY D.K.,
J.Phys.F. 5 , 2274 (1975).
- BELAKHOVSKY M. et RAY D.K.,
Phys.Rev.B 12, 3956 (1975).
- BROWN Jr. W.F.,
J.Appl.Phys. 36 , 994 (1965).
- BUCKMASTER H.A.
Can.J.Phys. 40, 1670 (1962).
- BUTZAL H.D.,
Intern.J.Magnetism 3, 243 (1972).
- CALLEN E.R. et CALLEN H.B.,
Phys.Rev. 129, 578 (1963).
Phys.Rev. 139A, 455 (1965).
- CALLEN E.R.,
J.Appl.Phys. 39, 519 (1968).
- CHIKAZUMI S.,
Physic of Magnetism, J.Willey and Sons, New York (1964).
- CHOW H.C.
Phys.Rev. B 7, 3404 (1973).

- DOHM V. et FULDE P.,
Z.Physik B 22, 359 (1975)
- EASTMAN D.E.,
Phys.Rev. 148, 2530 (1966).
- EURIN P.,
Thèse d'Etat, Université de Grenoble, A.O. CNRS 8081 (1973).
- FUCHS K.,
Proc.Roy.Soc. A 153, 622 (1936).
- GEHRING G.A. et GEHRING K.A.,
Rep.Progr.Phys., 38, 1 (1975).
- HAHN T.A.,
J.Appl.Phys. 41, 5096 (1970).
- HAHN T.A. et KIRBY,
A.I.P. Conf.Proc. 3, 13 (1971).
- HIRAOKA T.,
J.Phys.Soc.Jap. 37, 1238 (1974).
- HUTCHINGS M.T.,
dans Solid State Phys. (édité par SEITZ F. et TURNBULL O.T.) ACADEMIC,
New York 16, 227 (1964).
- IANDELLI A. et PALENZONA J.,
Less common Metals 9, 61 (1965).
- ISENBERG J.,
Phys.Rev. 83, 637 (1951).
- JOULE J.P.,
Sturgeon's Annals of Electr. 8, 219 (1842).
- KANEMATSU K., ALFIERI G.T. et BANKS E.,
J.Phys.Soc.Jap. 26, 244 (1969).
- KATAOKA M. et KANAMORI J.,
J.Phys.Soc.Jap. 32, 113 (1972).
- KITTEL C.,
Rev.Mod.Phys. 21, 541 (1949).
- LANDAU L.D. et LIFSHITZ E.M.,
Theory of Elasticity - Pergamon Press (1970).
- LEA R., LEASK M.J.M. et WOLF W.P.,
J.Phys.Chem.Solids 23, 1381 (1962).

LEE E.W. et POURARIAN F.,
Phys.Status Solidi A 33, 483 (1976).
A 34, 383 (1976).

LEVY P.M.,
J.Phys.C 6, 35 (1973).

LEVY P.M., MORIN P. et SCHMITT D.,
Phys.Rev. Letters, 42; 1417 (1979).

MASON W.P.,
Phys.Rev. 82, 715 (1951).

Mc SKIMMIN H.J.,
J.Acoust.Soc.Am. 32, 12 (1961).

MELCHER R.L.,
Proc.Inter.School of Phys.E.Fermi, Course L II (E. Burstein editor).
London (1972).

MORAN T.J. et LÜTHI B.,
Phys.Rev. 187, 710 (1969).

MORIN P. et PIERRE J.,
Solid State Commun. 13, 537 (1973).

MORIN P., PIERRE J. et CHAUSSY J.,
Phys.Status Solidi A 24, 425 (1974 a).

MORIN P., PIERRE J. ROSSAT-MIGNOT J., KNORR K. et DREXEL W.,
Phys.Rev. B 9, 4932 (1974 b).

MORIN P. et PIERRE J.,
Phys.Status Solidi A 21, 161 (1974 c).

MORIN P. et de COMBARIEU A.,
Solid State Commun. 17, 975 (1975 a).

MORIN P.,
Thèse d'Etat, Université de Grenoble, A.O. CNRS 9323 (1975 b).

MORIN P. et PIERRE J.,
Phys.Status Solidi A 30, 549 (1975 c).

MORIN P., PIERRE J., SCHMITT D. et DREXEL W.,
J. de Physique 37, 611 (1976 a).

MORIN P., WAIN TAL A. et LÜTHI B.,
Phys.Rev.B 14, 2972 (1976 b).

MORIN P., ROUCHY J. et du TREMOLET de LACHEISSERIE E.,
Phys.Rev. B 16, 3182 (1977)

- MORIN P., ROUCHY J. et SCHMITT D.,
Phys.Rev. B 17, 3684 (1978 a) .
- MORIN P. et SCHMITT D.,
J.Phys.F. 8, 951 (1978 b).
- MORIN P., SCHMITT D. et du TREMOLET de LACHEISSERIE E.,
A paraître dans J.M.M.M. (Intern.Conf. Magn. Munich) (1979).
- MORIN P., SCHMITT D., VETTIER Ch. et ROSSAT-MIGNOD J.,
Soumis à publication (1980).
- MULLEN M.E., LÜTHI B., WANG P.S., BUCHER E., LONGINOTTI L.P.,
MAITA J.P. et OTT H.R.,
Phys.Rev. B 10, 186 (1974).
- NEEL L.,
J.Phys.Rad. 15, 225 (1954).
- RINALDI S. et CULLEN J.,
Phys.Rev. B 18, 3677 (1978).
- ROUCHY J. et WAIN TAL A.,
Solid Stat.Comm. 17, 1227 (1975).
- ROUCHY J., EURIN P. et PAULEVE J.,
I.C.M. Proceedings V, 528 (1973).
- ROUCHY J. et du TREMOLET de LACHEISSERIE E.,
Zeitschrift für Phys.B. à paraître (1979).
- ROUCHY J., du TREMOLET de LACHEISSERIE E., GENNA J.C. et WAIN TAL A.,
soumis à J. of Magn.Magn.Mat. (1979).
- SCHILTZ R.J., PREVENDER T.S. et SMITH J.F.,
J.Appl.Phys. 42, 4680 (1971).
- SCHILTZ R.J. et SMITH J.F.,
J.Appl.Phys. 45, 4681 (1974).
- SCHMITT D., MORIN P. et PIERRE J.,
Phys.Rev. B 15, 1698 (1977).
- SCHMITT D.,
J.Phys.F. 9 (1979 a).
- SCHMITT D.,
Thèse d'Etat, Université de Grenoble, A.O. CNRS (1979 b).

SIMON G.,

Z.Naturforsch 13 a , 84 (1958).

Ann.Physik (Leipzig) 7 Folge, Band 1, 23 (1958).

SOUTHERN B.W.,

Can.J.Phys. 51, 1646 (1973).

STEVENS K.W.H.,

Proc.Phys.Soc. A 65, 209 (1952).

THALMEIER P. et FULDE P.,

Z. Physik B 22, 366 (1975).

du TREMOLET de LACHEISSERIE E.,

Ann. de Phys. (Paris) 5, 267 (1970).

Rev.Phys.Appl. 10, 169 (1975).

du TREMOLET de LACHEISSERIE E., MORIN P. et ROUCHY J.,

Ann.de Phys. 3, 479 (1978).

Von der LAGE F.C. et BETHE H.A.,

Phys.Rev. 71, 612 (1947).

WALLACE D.C.,

Thermodynamics of crystals, Wiley and Sons, New York (1972).

WANG P.S. et LÜTHI B.,

Phys.Rev. B 15, 2718 (1977).

WILLIAMS G. et HIRST L.,

Phys.Rev. 185, 407 (1969).

YOSIDA K. et TACHIKI M.,

Prog.Theoret.Phys. 17, 331 (1957).

