

Numéro ordre C.N.R.S.  
A.O 12.604

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE  
ET L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE  
DE GRENOBLE

pour obtenir le grade

**DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES**

par

**Jean MAZUER**

Ingénieur E.N.S.E.G.P.G.

## SUJET

**Etude en hautes fréquences  
de lignes coaxiales  
supraconductrices**

---

Soutenue le 29 juin 1976 devant la commission d'Examen

A. LACAZE           Président

J. BAIXERAS

J. GILCHRIST

R. PAUTHENET

M. RENARD

Examineurs



UNIVERSITE SCIENTIFIQUE  
ET MEDICALE DE GRENOBLE

Monsieur Gabriel CAU : Président  
Monsieur Pierre JULLIEN : Vice Président

---

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L'U.S.M.G.

PROFESSEURS TITULAIRES

MM. ARNAUD Paul	Chimie
AUBERT Guy	Physique
AYANT Yves	Physique approfondie
Mme BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM. BARBIER Jean-Claude	Physique Expérimentale
BARBIER Reynold	Géologie appliquée
BARJON Robert	Physique nucléaire
BARNOUD Fernand	Biosynthèse de la cellulose
BARRA Jean-René	Statistiques
BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale
BEAUDOING André	Clinique de Pédiatrie et Puériculture
BERNARD Alain	Mathématiques Pures
Mme BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
MM. BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques Pures
BEZES Henri	Pathologie chirurgicale
BLAMBERT Maurice	Mathématiques Pures
BOLLIET Louis	Informatique (IUT B)
BONNET Georges	Electrotechnique
BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologique
BONNET-EYMARD Joseph	Clinique gastro-entérologique
Mme BONNIER Marie-Jeanne	Chimie générale
MM. BOUCHERLE André	Chimie et toxicologie
BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques appliquées
BOUTET DE MONTVEL Louis	Mathématiques pures
BRAVARD Yves	Géographie
CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologique
CALAS François	Anatomie
CARLIER Georges	Biologie végétale
CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie
CAU Gabriel	Médecine légale et toxicologie
CAUQUIS Georges	Chimie organique
CHABAUTY Claude	Mathématiques Pures
CHARACHON Robert	Clinique Oto-rhino-laryngologique
CHATTAU Robert	Clinique de neurologie
CHIBON Pierre	Biologie animale
COEUR André	Pharmacie chimique et chimie analytique
CONTAMIN Robert	Clinique gynécologique
COUDERC Pierre	Anatomie pathologique
Mme DEBELMAS Anne-Marie	Matière médicale
MM. DEBELMAS Jacques	Géologie générale
DEGRANCE Charles	Zoologie
DELOERMAS Pierre	Pneumophysiologie

MM. DEPORTES Charles	Chimie minérale
DESRE Pierre	Métallurgie
DESSAUX Georges	Physiologie animale
DODU Jacques	Mécanique appliquée (IUT A)
DOLIQUE Jean-Michel	Physique des plasmas
DREYFUS Bernard	Thermodynamique
DUCROS Pierre	Cristallographie
DUGOIS Pierre	Clinique de dermatologie et syphiligraphie
GAGNAIRE Didier	Chimie physique
GALLISSOT François	Mathématiques Pures
GALVANI Octave	Mathématiques Pures
GASTINEL Noël	Analyse numérique
GAVEND Michel	Pharmacologie
GEINDRE Michel	Electroradiologie
GERBER Robert	Mathématiques Pures
GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique
GIRAUD Pierre	Géologie
JANIN Bernard	Géographie
KAHANE André	Physique générale
KLEIN Joseph	Mathématiques pures
KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques pures
KRAVTCHENKO Julien	Mécanique
KUNTZMANN Jean	Mathématiques appliquées
LACAZE Albert	Thermodynamique
LACHARME Jean	Biologie végétale
Mme LAJZEROWICZ Janine	Physique
MM. LAJZEROWICZ Joseph	Physique
LATREILLE René	Chirurgie générale
LATURAZE Jean	Biochimie pharmaceutique
LAURENT Pierre	Mathématiques appliquées
LEDRU Jean	Clinique médicale B
LLIBOUTRY Louis	Géophysique
LOISEAUX Pierre	Sciences nucléaires
LONGQUEUE Jean-Pierre	Physique nucléaire
LOUP Jean	Géographie
Melle LUTZ Elisabeth	Mathématiques Pures
MM. MALGRANGE Bernard	Mathématiques Pures
MALINAS Yves	Clinique obstétricale
MARTIN-NOEL Pierre	Clinique cardiologique
MAZARE Yves	Clinique médicale A
MICHEL Robert	Minéralogie et Pétrographie
MICOUD Max	Clinique maladies infectieuses
MOURIQUAND Claude	Histologie
MOUSSA André	Chimie nucléaire
MULLER Jean-Michel	Thérapeutique (néphrologie)
NEEL Louis	Physique du Solide
OZENDA Paul	Botanique
PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques Pures
PEBAY-PEYROULA Jean-Claude	Physique
RASSAT André	Chimie systématique
RENARD Michel	Thermodynamique
REVOL Michel	Urologie
RINALDI Renaud	Physique
DE ROUGEMONT Jacques	Neuro-chirurgie
SEIGNEURIN Raymond	Microbiologie et Hygiène
SENGEL Philippe	Zoologie

MM. SIBILLE Robert	Construction mécanique (IUT A)
SOUTIF Michel	Physique générale
TANCHE Maurice	Physiologie
TRAYNARD Philippe	Chimie générale
VAILLANT François	Zoologie
VALENTIN Jacques	Physique nucléaire
VAUQUOIS Bernard	Calcul électronique
Mme VERAIN Alice	Pharmacie galénique
MM. VERAIN André	Physique
VEYRET Paul	Géographie
VIGNAIS Pierre	Biochimie médicale
YOCOZ Jean	Physique nucléaire théorique

#### PROFESSEURS ASSOCIES

MM. CLARK Gilbert	Spectrométrie physique
CRABBE Pierre	CERMO
ENGLMAN Robert	Spectrométrie physique
HOLTZBERG Frédéric	Basses températures
DEMBICKI Eugéniuz	Mécanique
MATSUSHIMA Yozo	Mathématiques Pures

#### PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mlle AGNIUS-DELORD Claudine	Physique pharmaceutique
ALARY Josette	Chimie analytique
MM. AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie
BELORIZKY Elie	Physique
BENZAKEN Claude	Mathématiques appliquées
BIAREZ Jean-Pierre	Mécanique
BILLET Jean	Géographie
BOUCHET Yves	Anatomie
BRUGEL Lucien	Energétique (IUT A)
BUISSON René	Physique (IUT A)
BUTEL Jean	Orthopédie
COHEN ADDAD Pierre	Spectrométrie physique
COLOMB Maurice	Biochimie
CONTE René	Physique (IUT A)
DEPASSEL Roger	Mécanique des fluides
FONTAINE Jean-Marc	Mathématiques Pures
GAUTHIER Yves	Sciences Biologiques
GAUTRON René	Chimie
GIDON Paul	Géologie et Minéralogie
GLENAT René	Chimie organique
GROULADE Joseph	Biochimie médicale
HACQUES Gérard	Calcul numérique
HOLLARD Daniel	Hématologie
HUGONOT Robert	Hygiène et Médecine préventive
IDELMAN Simon	Physiologie animale
JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
JULLIEN Pierre	Mathématiques appliquées
Mme KAHANE Josette	Physique
MM. KRAKOWIACK Sacha	Mathématiques appliquées
KUHN Gérard	Physique (IUT A)
LE ROY Philippe	Mécanique (IUT A)
LUU DUC Cuong	Chimie organique

MM. MAYNARD Roger	Physique du solide
Mme MINIER Colette	Physique (IUT A)
MM. PELMONT Jean	Biochimie
PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et Minéralogie
PFISTER Jean-Claude	Physique du solide
Mlle PIERY Yvette	Physiologie animale
MM. RAYNAUD Hervé	M.I.A.G.
REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
RICHARD Lucien	Biologie végétale
Mme RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM. ROBERT André	Chimie papetière
SARRAZIN Roger	Anatomie et chirurgie
SARROT-REYNAUD Jean	Géologie
SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme SOUTIF Jeanne	Physique générale
MM. STREGLITZ Paul	Anesthésiologie
VIALON Pierre	Géologie
VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques appliquées

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

MM. AMBLARD Pierre	Dermatologie
ARMAND Gilbert	Géographie
ARMAND Yves	Chimie (IUT A)
BACHELOT Yvan	Endocrinologie
BARGE Michel	Neuro chirurgie
BARJOLLE Michel	M.I.A.G.
BEGUIN Claude	Chimie organique
Mme BERIEL Hélène	Pharmacodynamie
MM. BOST Michel	Pédiatrie
BOUCHARLAT Jacques	Psychiatrie adultes
Mme BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM. BRODEAU François	Mathématiques (IUT B)
CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse
CHARDON Michel	Géographie
CHERADAME Hervé	Chimie papetière
CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
CONTAMIN Charles	Chirurgie thoracique et cardio-vasculaire
CORDONNIER Daniel	Néphrologie
COULOMB Max	Radiologie
CROUZET Guy	Radiologie
CYROT Michel	Physique du solide
DELOBEL Claude	M.I.A.G.
DENIS Bernard	Cardiologie
DOUCE Roland	Physiologie végétale
DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
MM. FAURE Jacques	Médecine légale
FAURE Gilbert	Urologie
GAUTIER Robert	Chirurgie générale
GENSAC Pierre	Botanique
GIDON Maurice	Géologie
GROS Yves	Physiques (IUT A)

MM. GUITTON Jacques	Chimie
HICTER Pierre	Chimie
IVANES Marcel	Electricité
JALBERT Pierre	Histologie
JUNIEN-LAVILLAVROY Claude	O.R.L.
KOLCZIE Lucien	Hématologie
LE NOC Pierre	Bactériologie-virologie
LEROY Philippe	IUT A
MACHE Régis	Physiologie végétale
MAGNIN Robert	Hygiène et médecine préventive
MALLION Jean-Michel	Médecine du travail
MARECHAL Jean	Mécanique (IUT A)
MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
MICHOULIER Jean	Physique (IUT A)
NEGRE Robert	Mécanique (IUT A)
NEMOZ Alain	Thermodynamique
NOUGARET Marcel	Automatique (IUT A)
PARAMELLE Bernard	Pneumologie
PECCOUD François	Analyse (IUT B)
PEFFEN René	Métallurgie (IUT A)
PERRET Jean	Neurologie
PERRIER Guy	Géophysique - Glaciologie
PHELIP Xavier	Rhumatologie
RACHAIL Michel	Médecine interne
RACINET Claude	Gynécologie et obstétrique
RAMBAUD André	Hygiène et hydrologie
RAMBAUD Pierre	Pédiatrie
Mme RENAUDET Jacqueline	Bactériologie
MM. ROBERT Jean-Bernard	Chimie Physique
ROMIER Guy	Mathématiques (IUT B)
SHOM Jean-Claude	Chimie générale
STOEBNER Pierre	Anatomie pathologique
VROUSOS Constantin	Radiologie

MAITRE DE CONFERENCES ASSOCIES

M. COLE Antony	Sciences nucléaires
----------------	---------------------

Fait à SAINT MARTIN D'HERES, AVRIL 1976.



INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Président : M. Philippe TRAYNARD  
Vice-Président : M. Pierre-Jean LAURENT

---

PROFESSEURS TITULAIRES

MM. BENGIT Jean	Radioélectricité
BESSION Jean	Electrochimie
BLOCH Daniel	Physique du solide
BONNETAIN Lucien	Chimie Minérale
BONNIER Etienne	Electrochimie et Electrometallurgie
BOUDOURIS Georges	Radioélectricité
BRISSONNEAU Pierre	Physique du solide
BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
COUMES André	Radioélectricité
DURAND Francis	Métallurgie
FELICI Noël	Electrostatique
FOULARD Claude	Automatique
LESPINARD Georges	Mécanique
MOREAU René	Mécanique
PARIAUD Jean-Charles	Chimie-Physique
PAUTHENET René	Physique du solide
PERRET René	Servomécanismes
POLOUJADOFF Michel	Electrotechnique
SILBER Robert	Mécanique des Fluides

PROFESSEUR ASSOCIE

M. ROUXEL Roland Automatique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. BLIMAN Samuel	Electronique
BOUVARD Maurice	Génie Mécanique
COHEN Joseph	Electrotechnique
LACDUME Jean-Louis	Géophysique
LANCIA Roland	Electronique
ROBERT François	Analyse numérique
VEILLON Gérard	Informatique Fondamentale et appliquée
ZADWORNY François	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES

MM. ANCEAU François	Mathématiques Appliquées
CHARTIER Germain	Electronique
GUYOT Pierre	Chimie Minérale
IVANES Marcel	Electrotechnique
JOUBERT Jean-Claude	Physique du solide
MORET Roger	Electrotechnique Nucléaire
PIERRARD Jean-Marie	Mécanique
SABONNADIÈRE Jean-Claude	Informatique Fondamentale et appliquée
Mme SAUCIER Gabrièle	Informatique Fondamentale et appliquée

MAITRE DE CONFERENCES ASSOCIE

M. LANDAU Ioan Automatique

.../...

CHERCHEURS DU C.N.R.S. (Directeur et Maîtres de Recherche)

MM. FRUCHART Robert

Directeur de Recherche

ANSARA Ibrahim

Maître de Recherche

CARRE René

Maître de Recherche

DRIOLE Jean

Maître de Recherche

MATHIEU Jean-Claude

Maître de Recherche

MUNIER Jacques

Maître de Recherche

-----

Ce travail a été effectué au Centre de Recherches sur Les Très Basses Températures de Grenoble, dans le cadre de l'équipe "Electrotechnique Cryogénique", rattachée au Laboratoire d'Electrotechnique de l'E.N.S.E.G.P.

J'exprime toute ma gratitude à Messieurs Les Professeurs LACAZE et PAUTHENET qui ont facilité la création de cette équipe et me font l'honneur de participer au Jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur BAIXERAS, Maître de Recherches au C.N.R.S., d'avoir bien voulu accepter de faire partie du Jury.

Monsieur Le Professeur RENARD m'a apporté par de fructueuses discussions, aide et encouragements ; je l'en remercie.

Que Monsieur GILCHRIST, Chargé de Recherches au C.N.R.S., qui a orienté et dirigé cette étude et a su me faire bénéficier de son expérience trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Je tiens à remercier les chercheurs et techniciens du C.R.T.B.T. et de l'E.N.S.E.G.P. qui m'ont aidé dans l'accomplissement de ce travail, et tout particulièrement Monsieur TOMASIK pour sa collaboration constante et efficace.

Je remercie également Mademoiselle MAHIEUX qui a assuré avec autorité et bonne humeur la dactylographie de ce mémoire.



## TABLE DES MATIERES

	PAGES
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I : LES LIGNES COAXIALES SUPRACONDUCTRICES EN HAUTES FREQUENCES	5
1.1. : Aspects théoriques des pertes en hautes fréquences dans Les supraconducteurs	7
1.1.1. Notion d'impédance de surface	7
1.1.2. Le modèle des deux fluides	9
1.1.3. La théorie non locale de Pippard	11
1.1.4. Expression de l'impédance de surface déduite de la théorie de B.C.S.	13
1.1.5. La résistance de surface en présence de flux piégé ou à l'état mixte	16
1.2. : Evolution des recherches sur les Lignes coaxiales miniatures	18
1.2.1. L'atténuation liée à l'état supraconducteur	18
1.2.2. Les pertes extérieures aux supraconducteurs	21
1.2.3. Constitution et performances des Lignes actuelles	23
1.2.4. Conclusions et orientations de notre étude	24
1.3. : Description du type de ligne étudié	25
CHAPITRE II : CARACTERISTIQUES DES CONDUCTEURS DE LA LIGNE	29
2.1. : Résistivités du niobium et de l'alliage de Plomb étain	29
2.2. : Champs critiques du niobium	31
2.3. : Paramètres supraconducteurs du niobium	34
2.3.1. Détermination de $\kappa$	35
2.3.2. Détermination de $H_c$	35
2.3.3. Longueurs caractéristiques	37

CHAPITRE III	:	DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX	39
3.1.	:	Principe de la mesure	39
3.2.	:	Résonance d'absorption	40
		3.2.1. Ensemble de mesure	40
		3.2.2. Détermination du facteur de surtension de la ligne	46
3.3.	:	Résonance de transmission	48
		3.3.1. Description du montage	48
		3.3.2. Détermination du facteur de surtension	50
3.4.	:	Réglage du signal hautes fréquences	51
3.5.	:	Précision des mesures	52
CHAPITRE IV	:	ETUDE DES LIGNES OUVERTES	53
4.1.	:	La résistance résiduelle et les résonateurs en niobium	54
4.2.	:	Influence des traitements de surface	57
4.3.	:	Traitements de surface du fil de niobium et résultats obtenus	58
		4.3.1. Description des lignes ouvertes	58
		4.3.2. Influence d'un polissage chimique	60
		4.3.3. Polissage électrolytique	61
		4.3.4. Oxydation anodique	69
4.4.	:	Conclusions	72
4.5.	:	Remarques sur l'origine des pertes hautes fréquences dans la ligne	73
CHAPITRE V	:	ETUDE DES LIGNES EN COURT-CIRCUIT	75
5.1.	:	Alimentation en courant continu	76
5.2.	:	Description des lignes court-circuitées	76
5.3.	:	Etude et réalisation des contacts d'extrémité	83
		5.3.1. Contacts par soudures diverses (types 1 à 4)	83
		5.3.2. Contacts par pression (types 5 à 7)	83
		5.3.3. Contacts par soudure au plomb-étain, après diffusion d'étain dans le niobium (type 8)	88
5.4.	:	Essais préliminaires à la fréquence fondamentale (103 MHz)	90
		5.4.1. Résistance de surface du fil de niobium	90

5.4.2.	Etude d'une ligne avec fil de niobium poli électrolytiquement - Hystérésis	94
5.5.	: Variation de $R(I)$ avec la fréquence entre 103 MHz et 2,3 GHz	94
5.5.1.	Essais en résonance d'absorption jusqu'à 930 MHz	94
5.5.2.	Essais en résonance de transmission entre 103 MHz et 2,3 GHz	95
5.6.	: Remarque : calcul du coefficient d'affaiblissement dû au courant continu	98
CHAPITRE VI : ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX		99
6.1.	: Mécanisme des pertes en hautes fréquences en présence des vortex	100
6.1.1.	La structure de l'état mixte	100
6.1.2.	Pertes d'origine ohmique dans les zones normales	102
6.1.3.	Le déplacement des lignes de flux	103
6.1.4.	Liaison entre pertes en hautes fréquences et déplacement du flux	111
6.2.	: Induction statique dans le fil de niobium	115
6.2.1.	Etude du cas où $J_c$ est indépendant de $r$ et où $B = \mu_0 H$	116
6.2.2.	Etude du cas où $J_c$ est constant, mais où $H(r) = H_{c1} + aB(r)$	117
6.3.	: Etude d'un modèle mathématique de la résistance de surface du fil	120
6.3.1.	Choix des hypothèses	120
6.3.2.	Expression de la puissance dissipée : cas de l'ancrage en volume	124
6.3.3.	Cas de l'ancrage superficiel	127
6.3.4.	Comparaison avec les modèles de GITTLEMAN-ROSENBLUM et GILCHRIST-SALCÉ et avec les résultats expérimentaux	128
CONCLUSION		137

ANNEXE A : RESONANCE D'ABSORPTION - FACTEUR DE SURTENSION DE LA LIGNE DANS LE CAS OU L'INDUCTANCE DE LA BOUCLE DE COUPLAGE N'EST PAS COMPENSEE	139
A.1. Calcul du coefficient de transmission	139
A.2. Obtention d'une valeur relative du facteur de surtension	142
A.3. Valeur absolue du facteur de surtension	143
ANNEXE B : RESONANCE DE TRANSMISSION - DETERMINATION DU FACTEUR DE SURTENSION DE LA LIGNE	147
B.1. Détermination du coefficient de transmission en puissance	147
B.2. Expression du facteur de surtension	149
ANNEXE C : PRECISION DES MESURES	151
C.1. Résonances d'absorption	151
C.1.1. Courbes de résonances symétriques	151
C.1.2. Courbes dissymétriques	153
C.2. Résonances de transmission	155
BIBLIOGRAPHIE	159

## I N T R O D U C T I O N

Les mesures en hautes fréquences contribuent pour une part importante à la compréhension du mécanisme de la supraconductivité. Les recherches centrées sur ces techniques commencent à s'orienter vers une phase de développement, avec la mise au point de dispositifs à éléments supraconducteurs tels que lignes à retard, filtres, oscillateurs ou résonateurs. Ces différents circuits localisés, à faibles pertes, peuvent s'intégrer facilement dans les systèmes de transmission existant pour remplacer leurs homologues à conducteurs normaux.

Dans le cas des lignes coaxiales, l'utilisation des matériaux à l'état supraconducteur permet d'améliorer la qualité de la transmission par diminution de l'affaiblissement des signaux hautes fréquences. Les études de la résistance de surface des conducteurs de diverses lignes ont montré qu'en fait, jusqu'à des fréquences de l'ordre de 10 GHz, les principales sources de pertes étaient pratiquement indépendantes de ces matériaux. Au contraire, il est bien établi maintenant que l'affaiblissement a essentiellement pour origine d'une part, le diélectrique et d'autre part, les irrégularités géométriques de la ligne. L'importance relative de ces irrégularités est d'autant plus grande que les lignes supraconductrices coaxiales ont de faibles dimensions radiales, de l'ordre de quelques millimètres. De telles lignes miniatures à faibles pertes ont été construites ; leur longueur atteint le kilomètre. Leur développement à l'échelle industrielle est lié, comme pour les câbles de transport de puissance, à l'installation d'infrastructures cryogéniques sur grandes distances.

Il est cependant une situation qui nous intéresse ici et pour laquelle les pertes en hautes fréquences dues aux supraconducteurs peuvent devenir prépondérantes dans les lignes. C'est le cas en particulier avec les supraconducteurs de type II utilisés à l'état mixte. L'état mixte peut apparaître dans la pratique si la ligne de transmission est placée dans la même enceinte cryogénique qu'un câble de transport de

puissance, ou encore si ce câble sert également à transmettre des signaux hautes fréquences, constituant ainsi lui-même une ligne de transmission soumise à son propre champ.

C'est à cette dernière éventualité que nous avons pensé en orientant notre étude sur l'analyse harmonique de lignes à âme de niobium parcourue par un courant continu réglable.

Les montages expérimentaux mettent en oeuvre une méthode d'investigation par résonance qui permet d'utiliser des échantillons de 1,5 m de longueur maximale, facilement démontables.

Une étude préliminaire de l'influence de l'état de surface du fil de niobium sur les pertes à la fréquence fondamentale de résonance a été effectuée sur des lignes ouvertes aux deux extrémités. Les résonateurs coaxiaux ainsi constitués ont des facteurs de surtension de l'ordre de 300 000 à 110 MHz. Les dimensions radiales des lignes, dont les diamètres des conducteurs sont dans un rapport de 1 à 200, ainsi que l'emploi d'hélium liquide comme diélectrique conduisent à attribuer la majeure partie des pertes à la résistance de surface du fil de niobium.

Pour étudier l'influence du courant continu sur cette résistance, nous avons construit des lignes court-circuitées aux deux extrémités. Avec la même technique de résonance, nous avons pu couvrir une gamme de fréquences s'étendant de 103 MHz à 2,3 GHz. La première valeur est la fréquence fondamentale de résonance en demi-longueur d'onde de la ligne ; les autres points de mesure correspondent aux différents harmoniques impairs.

L'analyse des résultats expérimentaux montre que l'influence du courant continu sur les pertes en hautes fréquences peut être interprétée comme dans le cas où l'apparition de l'état mixte est provoquée par un champ magnétique extérieur appliqué à l'échantillon. La dissipation de puissance résulte du mouvement oscillatoire des lignes de flux.

La résistance de surface du fil de niobium subit une variation importante autour de la fréquence de dépiégeage qui se situe dans la première moitié de la gamme des fréquences utilisées. Pour un courant continu donné, cette variation est expliquée sur la base d'un modèle mathématique tenant compte d'une faible interaction entre vortex, limitée aux premiers voisins.



## C H A P I T R E I

### LES LIGNES COAXIALES SUPRACONDUCTRICES EN HAUTES FREQUENCES

Dans l'état supraconducteur, les métaux ne présentent pas de résistance électrique au courant continu qui peut donc circuler sans dissipation d'énergie. Il n'en est pas de même en courant alternatif où de faibles pertes, fonction de la fréquence, apparaissent. Cependant, ces pertes sont beaucoup moins importantes que celles observées dans les métaux normaux. De plus, la profondeur de pénétration du champ magnétique dans l'état supraconducteur est elle aussi très faible et très peu variable avec la fréquence.

Ce comportement se rencontre dans la mesure où le supraconducteur se trouve dans l'état Meissner, c'est-à-dire lorsque le champ magnétique reste dans une mince couche à la surface du matériau dont il est par ailleurs totalement exclu. Dans le cas où le champ pénètre localement à l'intérieur du matériau, la puissance dissipée demeure encore très faible tant que la fréquence et l'amplitude du champ sont faibles. Le mécanisme des pertes selon qu'il y a ou non pénétration du champ dans la masse du supraconducteur, a fait l'objet de diverses théories que nous résumons dans le premier paragraphe.

Dans les conditions de l'effet Meissner, l'emploi des métaux supraconducteurs est particulièrement intéressant dans la fabrication des lignes coaxiales de transmission d'un double point de vue. D'une part, les pertes sont fortement réduites dans une large gamme de fréquence puisqu'il faut atteindre une valeur de l'ordre de  $10^{12}$  Hz pour que le supraconducteur se comporte comme un métal normal. D'autre part, ce très bas niveau permet d'utiliser des lignes de très petits diamètres, de l'ordre du millimètre, alors que la réduction des pertes liées à l'effet de peau des lignes construites avec des métaux normaux va de pair avec une augmentation du diamètre des conducteurs.

Les différentes études de lignes coaxiales supraconductrices miniatures que nous examinons dans le deuxième paragraphe ont effectivement fait apparaître une très nette réduction de l'atténuation. Mais elles ont aussi montré que les pertes dans le diélectrique et les réflexions parasites liées aux irrégularités géométriques des matériaux étaient en majeure partie responsables de l'atténuation.

Cependant, les pertes au niveau des conducteurs peuvent devenir prédominantes dans certains cas où l'état Meissner n'existe plus. Pour les supraconducteurs de type I, une telle situation se présente souvent dans la pratique à cause de la présence d'hétérogénéités de structure qui font que le champ magnétique ne peut pas être totalement exclu. Certaines régions se trouvent alors à l'état normal. On dit que le supraconducteur contient du flux piégé. Dans le cas des matériaux de type II, la pénétration du champ a lieu sous forme de vortex dans des régions d'extension spatiale beaucoup plus faible, chaque vortex portant un quantum de flux  $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-15}$  Wb. Même lorsque le matériau n'est soumis qu'à l'action d'un faible champ magnétique, comme le champ terrestre par exemple, l'action des courants de haute fréquence sur les zones normales provoque l'apparition de pertes qui peuvent être nettement supérieures à celles observées dans l'état Meissner.

Il en est de même dans l'état mixte des supraconducteurs de type II. C'est à cette dernière situation que nous nous sommes intéressés, ce qui nous a conduit à construire les lignes que nous décrivons dans le troisième paragraphe, et qui sont assez différentes de celles essayées jusqu'à maintenant.

I-1 ASPECTS THEORIQUES DES PERTES EN HAUTES FREQUENCES DANS LES

SUPRACONDUCTEURS

Le mécanisme des pertes en hautes fréquences dans les supraconducteurs de type I, à l'état Meissner, a été expliqué essentiellement à l'aide de trois théories. Les deux premières, phénoménologiques, s'appuient sur le modèle des deux fluides (GÖRTER et CASIMIR, 1934) et font intervenir soit l'effet de peau classique (LONDON, 1940), soit l'effet de peau anormal (PIPPARD, 1953). La troisième utilise la théorie microscopique de la supraconductivité (BARDEEN, COOPER et SCHRIEFFER, 1957), dite théorie de BCS. Ces interprétations font toutes trois appel à la notion d'impédance de surface, concept qui est également employé pour analyser la dissipation de puissance observée en présence de flux piégé ou dans l'état mixte des supraconducteurs de type II (ROSENBLUM et CARDONA, 1964 a et b - GITTLEMAN et ROSENBLUM, 1966 - GILCHRIST, 1966).

I-1.1. Notion d'impédance de surface

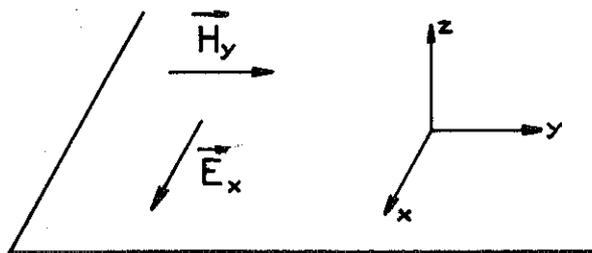


fig. I-1

Considérons une onde électromagnétique de pulsation  $\omega$  qui se propage au contact d'une surface plane située dans le plan  $xOy$ , limitant un conducteur semi-infini (fig I-1). Ce conducteur

occupe la région des  $z > 0$ . L'impédance de surface est définie comme étant le rapport entre les amplitudes des composantes  $E_x$  et  $H_y$  du champ électromagnétique tangentes à la surface du conducteur.

$$Z = \frac{E_x}{H_y} = R + iX \quad (I-1)$$

R et X sont les résistance et réactance de surface. Pour un matériau de

conductibilité  $\sigma$  et de perméabilité  $\mu$ , la résistance de surface s'écrit, compte-tenu des équations de Maxwell :

$$R = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} \quad (I-2)$$

La dissipation d'énergie par unité de surface du matériau, exprimée par le flux du vecteur de Poynting (STRATTON, 1961) est alors égale à  $\frac{1}{2} R H_y^2$ .

Cette écriture de la résistance de surface correspond au cas de l'effet de peau classique, pour lequel la profondeur de pénétration du champ électromagnétique

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (I-3)$$

est grande devant le libre parcours moyen des électrons,  $l$ . Mais lorsque l'on refroidit un métal, sa conductivité augmente et le libre parcours peut devenir supérieur à la profondeur de pénétration. Le matériau se trouve alors dans les conditions de l'effet de peau anormal. L'expression précédente de  $R$  n'est plus valable car elle est déduite de la loi d'Ohm classique écrite sous sa forme "locale", qui suppose que le champ électrique est le même sur toute la trajectoire de longueur  $l$  de l'électron.

Or le champ électromagnétique varie très vite sur  $\delta$ , et si  $l \gg \delta$ , la vitesse de l'électron et donc sa contribution à la densité de courant sera déterminée non seulement par le champ local, mais par tous les champs auxquels l'électron a été soumis après sa dernière collision.

PIPPARD (1947a) a montré que cette situation revient à considérer que tous les électrons ne contribuent pas de la même façon au courant. En particulier, ceux qui se déplacent sensiblement perpendiculairement à la surface ne sont soumis au champ que pendant une faible partie de leur temps de transit entre deux collisions. Ils sont dits "inefficaces", au contraire de ceux dont les trajectoires sont parallèles à la surface et qui contribuent plus longtemps à l'écrantage et à l'absorption des champs.

La conductivité  $\sigma$  qui intervient dans les relations I-2 et I-3 doit alors être remplacée par une conductivité efficace

$$\sigma_{\text{eff}} = \beta \sigma \frac{\delta}{L} \quad (\text{I-4})$$

où  $\beta$  est un coefficient de proportionnalité de l'ordre de l'unité.

La résistance de surface est alors proportionnelle à  $(\omega^2 l \sigma^{-1})^{1/3}$ .

La théorie de l'effet de peau anormal a été développée par REUTER et SONDHEIMER (1948) qui ont établi la relation entre la densité de courant en un point et le champ électrique existant à une distance  $r$

$$J = \frac{3\sigma}{4\pi l} \iiint \frac{\vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{E}) e^{-\frac{r}{l}}}{r^4} d\tau \quad (\text{I-5})$$

d'où ils ont déduit l'expression de la résistance de surface anormale :

$$R_a = \left( \frac{\sqrt{3} \omega^2 \mu_0 l}{16 \pi \sigma} \right)^{1/3} \quad (\text{I-6})$$

qui montre la validité du modèle plus simple de Pippard quant à la forme de la variation avec la fréquence et la conductivité.

### I-1.2. Le modèle des deux fluides

Ce modèle conduit à faire apparaître un terme réel dans l'impédance de surface du supraconducteur, ce qui donne une justification qualitative à l'existence des pertes en hautes fréquences. En effet, en-dessous de la température critique  $T_c$  d'apparition de la supraconductivité, GORTER et CASIMIR considèrent qu'en équilibre avec les électrons supraconducteurs de densité  $n_s$  qui transportent un courant purement réactif, il existe des électrons normaux de densité  $n_n$ . Ces concentrations d'électrons dépendent de la température réduite  $t = \frac{T}{T_c}$  selon une loi empirique déduite de considérations thermodynamiques :

$$n_s = n(1 - t^4) \quad t \leq 1 \quad (I-7)$$

$n = n_s + n_n$  étant la densité totale des électrons de conduction.

En courant continu, les électrons normaux sont "shuntés" par les électrons supraconducteurs et n'introduisent aucune perte. En courant alternatif, la variation du champ magnétique entraîne d'après les équations de Maxwell, l'existence d'un champ électrique qui accélère les électrons normaux et donne naissance à des pertes.

L'existence postulée des deux types d'électrons a amené H. LONDON (1940) à écrire le courant comme la somme de deux termes :

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_s \quad (I-8)$$

Le premier terme obéit à la loi d'Ohm (dans laquelle nous négligeons le courant de déplacement, comme précédemment) et le second à l'équation de London traduisant la conductivité parfaite du supraconducteur.

$$\vec{J}_n = \frac{\sigma \vec{E}}{1 + i\omega\tau} \quad (I-9) \quad \text{et} \quad \vec{J}_s = \frac{\vec{E}}{\mu_0 \lambda} \quad (I-10)$$

avec  $\sigma = \sigma_n t^4$

( $\sigma_n$  est la conductivité à l'état normal,  $= \frac{ne^2\tau}{m}$ )

et  $\lambda = \left( \frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \right)^{1/2}$  profondeur de pénétration de London

$e$  et  $m$  sont la charge et la masse de l'électron et  $\tau$  le temps de relaxation.

Au zéro absolu, tous les électrons sont supraconducteurs, par suite :

$$\lambda = \lambda(0) (1 - t^4)^{-1/2} \quad (I-11)$$

Les relations I-8, I-9 et I-10 conduisent à :

$$\vec{J} = \left( \frac{\sigma}{1 + i\omega\tau} - \frac{i}{\mu_0\lambda\omega} \right) \vec{E} \quad (I-12)$$

et l'impédance de surface s'écrit :

$$Z = \frac{E_x}{\int_0^\infty J_x dz} = i\omega\mu_0\lambda \left( 1 + \frac{i\omega\mu_0\sigma\lambda^2}{1 + i\omega\tau} \right)^{-1/2} \quad (I-13)$$

Pour des fréquences suffisamment faibles, telles que  $\omega\tau \ll 1$  ("limite de London", correspondant à une fréquence de l'ordre de quelques GHz) les effets de relaxation des électrons sont négligeables. De plus, dans cette gamme de fréquence :

$$\omega\mu_0\sigma\lambda^2 = \omega\tau \frac{nt^4}{n_s} \ll 1$$

dès que  $t \leq 0,9$ .

La résistance de surface dans cette limite (appelée également limite locale extrême) est donnée par :

$$R = \frac{1}{2} \omega^2 \mu_0^2 \lambda^3 (0) \sigma_n t^4 (1 - t^4)^{-3/2} \quad (I-14)$$

R est proportionnel à  $\sigma_n$  et aussi à  $\omega^2$  puisque les pertes varient comme le carré du champ électrique, lui-même dérivé par rapport au temps du champ magnétique.

### I-1.3. La théorie non locale de Pippard

PIPPARD (1947 b) a étendu aux supraconducteurs le concept d'inefficacité de certains électrons qu'il avait introduit pour les métaux normaux. Il convient alors de modifier les équations de London précédentes en remplaçant la conductivité  $\sigma = \sigma_n t^4$  par une conductivité efficace (SHOENBERG, 1960) :

$$\sigma' = \beta \sigma_n t^4 \frac{\delta_{eff}}{l} \approx \beta \sigma_n t^4 \frac{\lambda}{l} \quad (I-15)$$

Compte-tenu de cette correction, la relation I-13 reste valable, de même que l'expression approchée de la résistance de surface donnée par I-14.

Dans le cas où la température n'est pas trop voisine de la température critique ( $t < 0,9$ ) la résistance de surface anormale s'écrit donc :

$$R_a = \frac{1}{2} \omega^2 \mu_0^2 \frac{\lambda^4(0)}{L} \beta \sigma_n t^4 (1 - t^4)^{-2} \quad (I-16)$$

On obtient toujours une variation en  $\omega^2$  pour la même raison que dans le cas classique, mais le rapport des résistances  $R/R_n$  entre l'état supraconducteur et l'état normal est maintenant proportionnel à  $\omega^{4/3}$  au lieu de  $\omega^{3/2}$  (cas classique) puisque  $R_n$  anormale varie en  $\omega^{2/3}$  au lieu de  $\omega^{1/2}$ .

La variation avec la température n'est pas très différente de celle trouvée précédemment et concorde assez bien avec les résultats expérimentaux. Cependant, PIPPARD (1950) a trouvé que cette variation était mieux représentée pour l'étain jusqu'à  $t \approx 0,85$  par la loi empirique :

$$f(t) = t^4 (1 - t^2) (1 - t^4)^{-2} \quad (I-17)$$

En outre, l'écart observé entre les résultats des mesures des résistances de surface et les prévisions de la théorie précédente ont amené PIPPARD (1953) à analyser le comportement des supraconducteurs en haute fréquence à partir d'une relation analogue à celle de Reiter et Sondheimer pour l'état normal. Pippard propose de relier la densité de courant à la valeur moyenne du potentiel vecteur sur une région de rayon  $\xi$  par l'expression :

$$J = \frac{-3ne^2}{4\pi\xi_0 m} \iiint \frac{\vec{r}(\vec{A} \cdot \vec{r})}{r^4} e^{-\frac{r}{\xi}} d\tau \quad (I-18)$$

$\xi$  est la longueur de cohérence qui caractérise la portée de l'interaction des électrons avec le champ électromagnétique.  $\xi$  dépend du libre parcours moyen  $l$  par la relation :

$$\xi^{-1} \approx \xi_0^{-1} + l^{-1} \quad (I-19)$$

$\xi_0$  est une grandeur caractéristique d'un supraconducteur sans impureté à  $T = 0K$ , ce qui revient à supposer que même dans ce cas, la portée de l'interaction est finie et égale à  $\xi_0$ .

La profondeur de pénétration de London  $\lambda$  doit alors être remplacée par une grandeur  $\lambda'$  qui dépend du libre parcours des électrons. Pippard a pu calculer explicitement  $\lambda'$  à partir de I-18 dans les deux cas limites suivants :

$$\begin{aligned} \xi \ll \lambda' & \quad \lambda' = (\xi_0 \xi^{-1})^{1/2} \lambda \quad \text{limite de London} \\ \xi \gg \lambda' & \quad \lambda' = \left( \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \xi_0 \lambda^2 \right)^{1/3} \quad \text{limite de Pippard.} \end{aligned}$$

La longueur de cohérence  $\xi$  a été estimée par FABER et PIPPARD (1955) à l'aide du principe d'incertitude :

$$\xi = a \frac{\hbar v_0}{k_B T_c} \quad (I-20)$$

$a$  étant un paramètre de l'ordre de l'unité,  $v_0$  la vitesse de Fermi,  $\hbar$  et  $k_B$  les constantes de Planck et de Boltzmann.

#### I-1.4. Expression de l'impédance de surface déduite de la théorie de BCS

L'explication de la supraconductivité par la théorie de BCS repose sur l'existence d'une interaction attractive entre électrons par l'intermédiaire des phonons.

Quand un électron libre se déplace dans le réseau d'ions, il y a déformation du réseau qui conduit à une augmentation de la charge positive autour de l'électron. Si cette concentration de charges positives est supérieure à la charge de l'électron, elle peut attirer un deuxième électron. Lorsque la température du métal diminue, l'agitation thermique, qui provoquait le mouvement désordonné du réseau, décroît, et à partir d'une certaine température critique  $T_c$  l'interaction attractive entre électrons devient supérieure à la répulsion coulombienne : les

électrons vont se grouper par paires appelées paires de Cooper.

La théorie de BCS postule que les électrons d'une paire sont de spins et de moments opposés. Puisqu'il faut fournir une énergie non nulle pour briser les paires de Cooper, il en résulte que celles-ci se trouvent dans un état énergétique situé en-dessous d'une bande d'énergie interdite, elle-même centrée sur le niveau de Fermi. Bardeen, Cooper et Schrieffer ont montré qu'à 0K, la largeur de la bande interdite est :

$$2 \Delta(0) = 3,5 k_B T_c \quad (I-21)$$

La longueur de cohérence, qui caractérise comme nous l'avons vu la portée de l'interaction des électrons supraconducteurs avec le potentiel vecteur dans la théorie de Pippard, correspond sensiblement, dans le cas des métaux purs pour T suffisamment faible devant  $T_c$ , à la taille des paires de Cooper (LYNTON, 1964) et l'on a :

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_0}{\pi \Delta(0)} \quad (I-22)$$

ce qui concorde avec la relation I-20 de Faber et Pippard à condition de choisir  $a = 0,18$ .

La diffusion des électrons non appariés par le réseau cristallin conduit à une diminution de leur moment et provoque en présence d'un champ d'excitation l'apparition d'une résistance électrique. Il n'en est pas de même pour les paires de Cooper qui sont diffusées sans modification de leur moment tant que l'énergie mise en jeu dans les collisions n'est pas supérieure à la largeur de la bande interdite. Si l'origine de la conductivité parfaite peut être ainsi simplement expliquée, aucune théorie exacte de la conductivité parfaite dans le cadre de la théorie de BCS n'existe à ce jour (BURGER, 1974).

Par contre, l'existence de la bande interdite explique bien pourquoi un supraconducteur en très haute fréquence se comporte comme un métal normal. La limite d'apparition de ce comportement correspond en effet à la fréquence pour laquelle l'énergie du rayonnement

électromagnétique est de l'ordre de grandeur de la bande interdite :

$$\hbar \omega \sim 3,5 k_B T_c$$

pour le niobium, avec  $T_c = 9,2$  K, la fréquence limite se situe vers 600 GHz.

Dans la gamme des fréquences faibles par rapport à cette valeur, l'étude des supraconducteurs a été faite sur la base de la théorie de BCS, par MATTIS et BARDEEN (1958) et par ABRIKOSOV, GOR'KOV et KHALATNIKOV (1959). D'après MATTIS et BARDEEN, la densité de courant en présence d'un potentiel vecteur A, de pulsation  $\omega$ , est donnée par :

$$J(r,t) = \frac{e^2 N(0) v_0}{h \epsilon_0} \iiint \frac{\vec{R} \left[ \frac{\vec{R} \cdot \vec{A}(r')}{R^4} \right] I(\omega, R, T) e^{-\frac{R}{L}}}{R^4} d\tau \quad (I-23)$$

$$R = r - r'$$

$N(0)$  est la densité d'état des électrons normaux sur la surface de Fermi

$h$  constante de Planck

$e$  charge de l'électron

$v_0$  vitesse de Fermi

$\epsilon_0$  constante diélectrique du vide

$L$  libre parcours moyen.

$I(\omega, R, T)$  est une fonction intégrale qui fait intervenir la largeur de la bande interdite. L'impédance de surface calculée par Mattis et Bardeen à partir de la relation I-23 est une fonction mathématique complexe de six paramètres ( $T$ ,  $\omega$ ,  $v_0$ ,  $N(0)$ ,  $L$  et  $\Delta(0)$ ) qui ne peut être résolue analytiquement. Différents auteurs (MILLER, 1960 - TURNEAURE et WEISSMAN, 1968 - HALBRITTER, 1970) ont programmé des solutions numériques plus ou moins compliquées qui conduisent à une variation en  $\omega^\alpha$  avec  $1,5 < \alpha < 2,0$  pour la résistance de surface. Celle-ci, pour des fréquences bien inférieures à  $\frac{\Delta(T)}{h}$  et pour  $t \lesssim 0,5$  peut se mettre sous la forme simplifiée :

$$R_s \approx A_0 \omega^2 \frac{e^{-\frac{\Delta}{k_B T}}}{T} \quad (I-24)$$

I-1.5. La résistance de surface en présence de flux piégé ou à l'état mixte

Lorsqu'un échantillon de type I est refroidi en présence d'un champ magnétique, les imperfections éventuelles (irrégularités de surface, impuretés, joints de grains, etc...) peuvent donner lieu à des propriétés supraconductrices différentes de celles de la masse de l'échantillon. En particulier, le champ critique peut localement être plus élevé. Si de telles régions sont multiples et connexes, une bande supraconductrice est créée, enfermant une région normale où une certaine quantité de flux magnétique est piégée. Le supraconducteur n'est plus dans l'état Meissner.

Une situation analogue se rencontre dans les supraconducteurs de type II lorsque le champ appliqué  $B$  est inférieur au premier champ critique  $B_{c1}$ . Les zones normales sont alors identiques aux vortex de l'état mixte, état qui existe lorsque  $B$  est compris entre  $B_{c1}$  et  $B_{c2}$ ,  $B_{c2}$  étant le deuxième champ critique, pour lequel le matériau tout entier redevient normal.

Pour  $B < B_{c1}$ , les vortex sont plus ou moins isolés, alors que dans l'état mixte, ils s'arrangent en un réseau triangulaire régulier (ABRIKOSOV, 1957 - MATRICON, 1964) dont l'existence a été clairement mise en évidence en particulier par les expériences de TRAUBLE et ESSMANN (1968).

Nous examinerons plus en détail dans le chapitre VI les différents modèles proposés pour expliquer l'accroissement des pertes observé en hautes fréquences dans les supraconducteurs contenant du flux piégé ou a fortiori à l'état mixte. Nous rappellerons simplement ici les idées directrices des deux principales interprétations et leurs conclusions.

Selon ROSENBLUM et CARDONA (1964 a et b), l'augmentation des pertes est due à une dissipation purement ohmique dans celles des zones normales qui seraient parcourues par le courant haute fréquence. La résistance de surface  $R$  est alors proportionnelle à l'étendue de ces

régions, donc à la fraction de flux piégé par le supraconducteur refroidi dans le champ B suffisamment faible devant le champ critique  $B_c$ . Le rapport  $R/R_n$ , indépendant de la fréquence, n'est fonction que du champ et de la température. VICTOR et HARTWIG (1968) ont montré que la variation avec la température était directement liée à celle de  $B_c$  et de  $\lambda$  et ils ont trouvé que la relation :

$$\frac{R}{R_n} = \beta \frac{B}{B_c(0)} \left[ (1 - t^2) (1 - t^4)^{1/2} \right]^{-1} \quad (I-25)$$

était bien vérifiée dans le cas de l'étain entre 60 et 400 MHz et pour des champs résiduels faibles, inférieurs à 0,6 mT.

L'autre modèle, qui repose sur l'interaction électromagnétique entre le courant haute fréquence et le flux piégé a particulièrement été étudié dans le cas de l'état mixte, pour des échantillons minces (GITTLEMAN et ROSENBLUM, 1966) ou massifs (GILCHRIST, 1966). Il consiste à considérer les pertes comme résultant de l'oscillation des lignes de flux sous l'action de la force de Lorentz.

La résistance de surface dépend alors de la résistivité  $\rho_f$ , mise en évidence en courant continu dans l'état d'écoulement de flux ou flux flow (KIM et al., 1965).  $\rho_f$  est directement proportionnelle au champ B et à  $\rho_n$ , résistivité à l'état normal. Pour t faible,

$$\rho_f = \rho_n \frac{B}{B_{c2}} \quad (I-26)$$

Dans le cas de l'effet de peau classique, cette dernière solution conduit pour  $R/R_n$  à une variation en fonction du champ magnétique de la forme :

$$\frac{R}{R_n} \sim \left( \frac{B}{B_{c2}} \right)^{1/2} \quad (I-27)$$

L'intérêt de cette deuxième interprétation est qu'elle permet de faire intervenir l'ancrage du réseau de vortex et d'expliquer la variation des pertes avec la fréquence en utilisant la notion de fréquence de dépiégeage introduite par DE GENNES et MATRICON (1964).

## I-2 EVOLUTION DES RECHERCHES SUR LES LIGNES COAXIALES SUPRACONDUCTRICES

### MINIATURES

#### I-2.1. L'atténuation liée à l'état supraconducteur dans les lignes coaxiales

La première ligne coaxiale miniature utilisant des supraconducteurs a été essayée, il y a une quinzaine d'années (NAHMAN et GOUCH, 1960 - NAHMAN, 1961). Elle était utilisée pour retarder la transmission d'un signal rectangulaire d'amplitude 16,4 v et de durée 1 ns dans un montage oscillographique. Ses caractéristiques sont les suivantes :

- longueur 30,5 m
- conducteur intérieur en Niobium, de diamètre 0,254 mm
- conducteur extérieur en plomb , de diamètre 0,864 mm (intérieur) et 2,310 mm (extérieur)
- diélectrique : Teflon (polytétrafluoroéthylène)
- impédance caractéristique  $\approx 50 \Omega$ .

Les mesures des atténuations effectuées sur cette ligne ne sont pas significatives du comportement que l'on peut attendre des supraconducteurs en hautes fréquences, car les extrémités au niveau des connecteurs, baignant dans l'azote liquide, ne sont pas supraconductrices, et sont responsables de la majeure partie des pertes. NAHMAN et GOUCH indiquent néanmoins que l'atténuation qu'ils ont mesurée à 10 GHz (4 dB, soit environ 131 dB/km) est nettement inférieure à celle obtenue avec une ligne en cuivre de mêmes dimensions (3 300 dB/km).

Depuis ces premiers essais, différentes lignes de dimensions radiales voisines de celles du câble de NAHMAN et GOUCH, ont été construites aux U.S.A. Certaines de ces lignes étaient destinées à l'étude expérimentale des pertes, d'autres à une application bien précise. Elles étaient toutes placées dans l'hélium liquide à 4,2 K.

Ainsi SHIZUME et VAHER (1962) ont testé des échantillons de 7,5 cm de long, formant des cavités coaxiales, et mesuré les pertes sur une ligne courte de 1,22 m. Ils constatent que ces pertes qu'ils attribuent à la résistance de surface des conducteurs, varient en  $\omega^{2,1}$  pour des fréquences de quelques gigahertz, résultat qu'ils ont trouvé en bon accord avec les prédictions du modèle des deux fluides.

CUNNING et WILSON (1966) se sont intéressés à la transmission d'impulsions haute tension (jusqu'à 20 kV), dans des lignes de 20 à 210 m de longueur. Ils concluent que les câbles coaxiaux supraconducteurs peuvent transmettre des créneaux de 15 kV, de 4  $\mu$ s de durée, la détérioration du signal étant essentiellement liée au retour à l'état normal.

Une étude expérimentale intéressante a été faite par RATHBUN et JENSEN (1968) qui ont utilisé un câble pour transmettre des signaux lors d'explosions nucléaires souterraines. Au cours des essais à basse température, d'une longueur de 213,4 m de câble, ils ont constaté que l'atténuation n'était que de 0,49 dB/km à 1 GHz. De plus, en utilisant les réflexions multiples sur les extrémités, ils ont observé l'évolution d'un signal d'amplitude 75 V et de durée 600 ns, au cours de sa propagation sur une longueur équivalente de 160 km. Ils indiquent qu'après un parcours de plus de 42 km l'amplitude du signal a été réduite d'un tiers environ, et les temps de montée et de descente fortement augmentés.

Cependant, ce sont surtout les chercheurs de l'équipe de NAHMAN qui ont essayé de mettre en évidence la part des pertes imputables à la résistance de surface des matériaux dans les lignes. ALLEN et NAHMAN (1964) ont étudié les performances de deux lignes de 145 et 415 m, de dimensions radiales dans le rapport 2, et toutes deux construites en Niobium (conducteur intérieur) et Plomb (conducteur extérieur) mais avec deux diélectriques différents, le polyéthylène pour la première et le polytétra fluoroéthylène pour la seconde. Mc CAA et NAHMAN (1968-1969) et Mc CAA (1969) ont alors essayé d'expliquer la variation de l'atténuation observée en fonction de la fréquence à l'aide du modèle des deux fluides et de la théorie de BCS. Ils ont

calculé les paramètres d'une ligne fictive de 24,4 m (80 pieds) de caractéristiques voisines de celles construites par ailleurs, et qu'ils ont choisie comme modèle pour un traitement numérique. Leurs calculs supposent que les pertes diélectriques et celles dues au flux piégé sont négligeables, la totalité des pertes étant imputable à la résistance de surface des conducteurs. Compte-tenu du fait que la profondeur de pénétration  $\lambda$  du champ électromagnétique est très faible devant les rayons des conducteurs, les expressions des impédances de surface correspondent à celles que nous avons indiquées précédemment pour le conducteur semi-infini.

Mc CAA et NAHMAN ont appliqué leurs modèles à la ligne de 415 m d'ALLEN et NAHMAN (1964) et constaté que les valeurs théoriques déduites du modèle des deux fluides dans le cas classique et le cas anormal encadrent les résultats expérimentaux : par exemple, à 5 GHz, les atténuations sont respectivement de 0,7 dB/km (cas anormal), 12 dB/km (mesuré) et 53 dB/km (cas classique). D'autre part, le calcul selon la théorie de BCS conduit à une atténuation inférieure de 7 dB/km à la valeur expérimentale. Le désaccord est donc assez important, et semble indiquer que les effets d'extrémité, s'ils ont été réduits par rapport à la première ligne de 1960, sont encore loin d'être négligeables. Par contre, la forme parabolique de la variation de la résistance de surface avec la fréquence est assez bien vérifiée entre 1 et 8 GHz.

EKSTROM, Mc CAA et NAHMAN (1971) ont appliqué le modèle des deux fluides développé par Mc CAA et NAHMAN (1963) à une ligne expérimentale de 278 m de long en Niobium (conducteur intérieur, diamètre 0,38 mm), Téflon et Plomb (conducteur extérieur, diamètre intérieur de 1,29 mm). Les atténuations calculées à 5 GHz (3,6 dB/km dans le cas anormal, 12,9 dB/km dans le cas classique) sont plus proches de la valeur expérimentale (3,8 dB/km) que dans le cas de la ligne d'ALLEN et NAHMAN. Si l'on considère les valeurs théoriques calculées pour chacune de ces lignes, on constate qu'elles sont seulement dans un rapport 4 à 5, ce qui est assez surprenant compte-tenu d'un choix très différent pour la conductivité du niobium ( $3,95 \cdot 10^{10}$  mho.m pour Mc CAA et NAHMAN et seulement  $7,7 \cdot 10^7$  moh.m pour EKSTROM et al., valeur qui nous paraît plus réaliste) qui conditionne directement les résistances de

surface classique et anormale.

Mais l'intérêt du travail d'EKSTROM et al. réside surtout dans la mise en évidence du rôle des non-uniformités des lignes, qui seraient responsables d'une part importante de l'atténuation. Les auteurs ont en effet observé des fluctuations aléatoires de l'atténuation, de l'ordre de 50 %, lorsqu'ils ont fait varier la fréquence de quelques mégahertz autour de fréquences centrales de 2, 6 et 12 GHz, fluctuations qu'ils ont attribuées à des réflexions parasites sur les hétérogénéités géométriques ou structurales des lignes.

### I-2.2. Les pertes extérieures aux supraconducteurs

L'importance des pertes indépendantes des supraconducteurs a été confirmée par les calculs de VOGES et PETERMAN (1973) qui ont effectué un traitement numérique des expressions des impédances de surface données par la théorie de BCS dans le cas du plomb et du niobium. L'accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur des cavités résonnantes est très bon, alors que le désaccord est très net avec ceux déduits des lignes coaxiales.

D'autre part, après leurs expériences effectuées sur un câble de 135 m de long, d'impédance caractéristique  $75 \Omega$  (conducteur intérieur en niobium, diamètre 0,26 mm, conducteur extérieur en plomb, diamètre intérieur 1,5 mm, diélectrique en Teflon), BORODOVSKIY et GAL'PEROVITCH (1972) estiment que les pertes diélectriques sont du même ordre de grandeur que les pertes dues à la résistance de surface des matériaux. L'atténuation de 71 dB/km qu'ils mesurent à 10 GHz semble cependant indiquer que les pertes liées aux non-uniformités ou aux effets d'extrémité sont loin d'être négligeables.

Mais c'est en fait au Japon, après 1970, que s'est particulièrement développée l'analyse des pertes extérieures aux supraconducteurs. Après les premiers essais montrant l'intérêt de l'utilisation du niobium et du plomb dans la construction des lignes coaxiales supraconductrices miniatures (HOSHIKO et CHIBA, 1971 - MIKOSHIBA et OHMORI, 1971), la nécessité d'améliorer la qualité géométrique des lignes pour réduire l'atténuation est apparue. Ainsi, MIKOSHIBA et al. (1972) ont construit

une ligne dont les deux conducteurs sont en plomb et le diélectrique en polyéthylène, avec une impédance caractéristique de  $50 \pm 0,25 \Omega$ . Cette précision impose sur les diamètres des conducteurs intérieurs (0,450 mm) et extérieurs (1,640 mm) des tolérances de 1 et 5  $\mu\text{m}$  respectivement, et sur le diamètre extérieur du diélectrique (1,60 mm) une tolérance de 2  $\mu\text{m}$ . Avec une telle ligne, ils mesurent des atténuations variant linéairement avec la fréquence de 1,1 dB/km à 9 dB/km entre 2 et 8 GHz. Ils constatent que ces valeurs sont nettement supérieures à celles correspondant aux seules pertes dans le plomb, calculées à partir de la résistance de surface mesurée à 2,868 GHz par HAHN et al. (1968) et concluent que l'atténuation est certainement dominée par les pertes diélectriques. Pour essayer d'estimer l'importance des irrégularités, MIKOSHIBA et al. (1973) et OHMORI et al. (1974) ont utilisé les calculs de BRILLOUIN (1938) sur les pertes engendrées par le fait que les ondes réfléchies sur les irrégularités absorbent une partie de l'énergie de l'onde incidente. Selon leur analyse, si  $\alpha$  est l'atténuation due aux pertes, il faut lui ajouter une atténuation  $\alpha'$  due aux irrégularités, telle que :

$$\alpha' = 2 |p_{\infty}|^2 \cdot \alpha \quad (\text{I-28})$$

$p_{\infty}$  représente le coefficient de réflexion d'une onde observée à l'extrémité d'une ligne coaxiale semi-infinie.  $p_{\infty}$  est proportionnel au module  $|S|$  des irrégularités de l'impédance caractéristique qui s'écrit :

$$Z(x) = Z_0 + S(x) \quad (\text{I-29})$$

$Z_0$  est la valeur moyenne de l'impédance caractéristique et  $S(x)$  caractérise les irrégularités d'impédance qui interviennent avec une distance de corrélation  $r$ , telle que :

$$S(x) \cdot S^*(x_1) = |S|^2 e^{-\frac{x-x_1}{r}} \quad (\text{I-30})$$

A partir de ces calculs, les auteurs concluent que pour réduire à 5% de  $\alpha$  le terme  $\alpha'$  dû aux irrégularités, il faut que  $\sqrt{|S|^2} < 0,03 \Omega$ .

### I-2.3. Constitution et performances des lignes actuelles

Les considérations précédentes ont amené les chercheurs japonais à construire des lignes ayant les meilleures qualités géométriques possibles. La quasi-totalité de ces lignes ont des dimensions radiales très voisines, de l'ordre de 0,5 mm pour le diamètre du conducteur intérieur, et 1,6 mm pour le diamètre intérieur du conducteur extérieur. CHIBA et al. (1973) obtiennent ainsi des atténuations qui varient linéairement avec la fréquence dans une gamme assez étendue (1 à 12,4 GHz). Ces atténuations sont pratiquement indépendantes de la nature des conducteurs (plomb ou niobium) mais dépendent fortement du diélectrique. Pour des lignes de 413 m de longueur, à 4,2 K, avec un conducteur intérieur en plomb plaqué sur du cuivre et un conducteur extérieur en plomb, les atténuations à 1 GHz passent de 0,7 dB/km si le diélectrique est en tétrafluoroéthylène-hexafluoropropylène (FEP) à 1,6 dB/km avec du polyéthylène (PE). L'impédance caractéristique de ces lignes, égale à 50  $\Omega$ , a des variations inférieures à 0,3  $\Omega$ . De tels résultats indiquent clairement que les pertes diélectriques sont largement responsables de l'atténuation, conclusion qui est aussi indiquée par NAHMAN (1973) dans un article de revue sur les câbles supraconducteurs miniatures. On peut remarquer que l'atténuation de 1,6 dB/km indiquée pour le P.E. correspond à une valeur de  $\text{tg } \delta$  inférieure à  $10^{-5}$ , du même ordre de grandeur que la valeur obtenue en basse fréquence dans certains cas (THOMAS et KING, 1975).

Des séries de lignes de différentes longueurs (quelques centaines de mètres) présentant des irrégularités d'impédance caractéristique encore plus faibles (0,1  $\Omega$ ) ont été construites (MIKOSHIBA et al., 1974). Les deux conducteurs sont en plomb plaqué sur du cuivre, le diélectrique est du fluoroéthylène propylène (FEP). Les essais de ces lignes ont montré que les fluctuations de l'atténuation avec la fréquence se réduisent à quelques pics très étroits et de faible amplitude sur une caractéristique pratiquement linéaire entre 0,1 et 1 GHz. L'atténuation est de 0,5 dB/km à 1 GHz. Entre 1 et 10 GHz, l'écart à la loi linéaire s'accroît, l'atténuation atteignant 8 dB/km à 10 GHz.

Cette variation est bien représentée par une loi de la forme :

$$\alpha = a \frac{t^4(1-t^2)}{(1-t^4)^2} f^2 + bf \quad (\text{dB/km}) \quad (\text{I-31})$$

Le second terme caractérise les pertes diélectriques, le coefficient  $b$  étant proportionnel à la tangente de l'angle de perte (égale à  $3,6 \cdot 10^{-6}$  dans le cas du FEP). Le premier terme traduit la variation parabolique de la résistance de surface avec la fréquence  $f$ . La fonction de la température réduite  $t$  est la loi empirique de PIPPARD (1950) qui a été bien vérifiée sur ce type de câble par OHMORI et al. (1973) pour des fréquences de 0,9, 3 et 5 GHz et des températures variant de 4,2 à 7,1 K.

Une longueur de 15 m d'une de ces lignes a été utilisée par ANDREWS (1974) comme ligne à retard pour l'observation oscillographique d'impulsions. ANDREWS a mesuré à 10 GHz une atténuation de 0,8 dB très nettement plus élevée que les 8 dB/km mesurés par MIKOSHIBA et al. (1974). Cet écart montre l'importance des effets d'extrémité liés aux connexions de la ligne avec le système de mesure et la nécessité de l'adaptation des impédances à l'entrée et la sortie du câble si l'on veut bénéficier des hautes performances des lignes coaxiales supraconductrices.

#### I-2.4. Conclusions et orientation de notre étude

Bien qu'aucune réalisation à grande échelle n'ait encore vu le jour, le problème de l'utilisation des lignes coaxiales supraconductrices dans les systèmes de transmission et pour la télévision est maintenant sérieusement envisagé.

Des études technico-économiques montrant l'intérêt de ces câbles ont été faites (HOSHIKO, 1974). Certains auteurs ont préconisé de placer dans la même enceinte cryogénique les lignes de transport d'énergie et les câbles de transmission (NAHMAN, 1973 - GRODNEV et al., 1974). Dans une telle situation, il n'est pas impossible que les systèmes de transmission hautes fréquences soient soumis au champ créé par les courants dans les câbles de transport. Le niveau de l'atténuation des signaux H.F. pourrait alors fortement augmenter à cause de la présence de flux piégé dans les conducteurs, ou, pour les

supraconducteurs de type II, comme le niobium, de l'apparition de l'état mixte. Il en est de même des oscillateurs (ANAN'EV, 1971, 1972) et des filtres (STONE et HARTWIG, 1968 - HARTWIG, 1973), utilisant le niobium et qui pourraient être associés aux systèmes de transmission.

On peut également penser que les câbles de transport de puissance eux-mêmes pourraient servir pour transmettre simultanément des signaux à hautes fréquences. Le champ statique créé par le courant continu à la surface du conducteur peut alors, pour les matériaux de type II, largement dépasser la valeur du premier champ critique. La propagation se ferait alors dans les conditions de l'état mixte.

C'est précisément pour étudier le niobium dans cette situation que nous avons construit les lignes décrites dans le paragraphe suivant.

### I-3 DESCRIPTION DU TYPE DE LIGNE ETUDIE

Nous avons vu que parmi les matériaux utilisés dans la construction des lignes coaxiales supraconductrices, le niobium était assez souvent choisi comme conducteur intérieur. Son emploi est également envisagé dans les lignes de transport de puissance (BOGNER, 1974) par de nombreux auteurs.

Cependant, les études expérimentales de la résistance de surface du niobium dans l'état mixte sont assez peu nombreuses (GILCHRIST et MONCEAU, 1968 - GILCHRIST et VALLIER, 1971 - PETROVICH et ROSE, 1975) et elles concernent des échantillons placés dans un champ extérieur.

Nous avons choisi ici d'étudier le comportement du niobium en hautes fréquences, à 4,2 K, lorsqu'il est parcouru par un courant continu réglable jusqu'à la valeur provoquant le retour à l'état normal. Pour que le champ magnétique soit le même en tout point de la superficie, nos échantillons se présentent sous la forme de fils de section

circulaire que nous avons placés dans l'axe de tubes cylindriques en cuivre pour former des lignes coaxiales transmettant les signaux hautes fréquences.

Le diamètre des fils est de 0,1 mm, ce qui limite le courant critique à une valeur de l'ordre de 40 A que l'on peut facilement atteindre avec les alimentations pour bobines supraconductrices disponibles en laboratoire.

De façon à ce que l'influence du conducteur extérieur sur la puissance absorbée en haute fréquence soit réduite au maximum, le diamètre intérieur du tube de cuivre est de 20 mm. Le champ magnétique créé par le courant dans le fil est donc 200 fois plus faible sur la surface interne du tube qu'au niveau du fil de niobium. Pour réduire encore les pertes, cette surface est recouverte d'une couche de soudure supraconductrice (alliage de plomb-étain à 50 % en poids, type castotin n° 1, Fabricant : Société Castolin).

La disposition ainsi adoptée conduit à un type de ligne rigide, dont nous avons limité la longueur à 1,42 m, de façon à ce que la taille du cryostat (longueur 2,20 m, diamètre intérieur 90 mm) reste raisonnable. Les dispositifs expérimentaux décrits au chapitre III mettent en oeuvre des méthodes de résonance. Compte-tenu de cette valeur de 1,42 m, la fréquence minimale à laquelle on puisse accéder est de l'ordre de 100 MHz. Elle correspond à la fréquence fondamentale de résonance de la ligne en demi-longueur d'onde.

Le fil de niobium, écroui, provient de la FANSTEEL METALLURGICAL CORPORATION (U.S.A.). Il est centré dans l'axe du tube par l'intermédiaire d'espaceurs en mylar (polyterephthalate d'éthylène glycol) dont le nombre varie de 10 à 26 suivant les échantillons. Le volume occupé par ces espaceurs est dans tous les cas inférieur à 0,7 % de l'espace interconducteur, le reste étant rempli d'hélium liquide. Ceci nous permet d'avoir un niveau de pertes diélectriques très faible.

Les extrémités des tubes extérieurs sont fermées par des

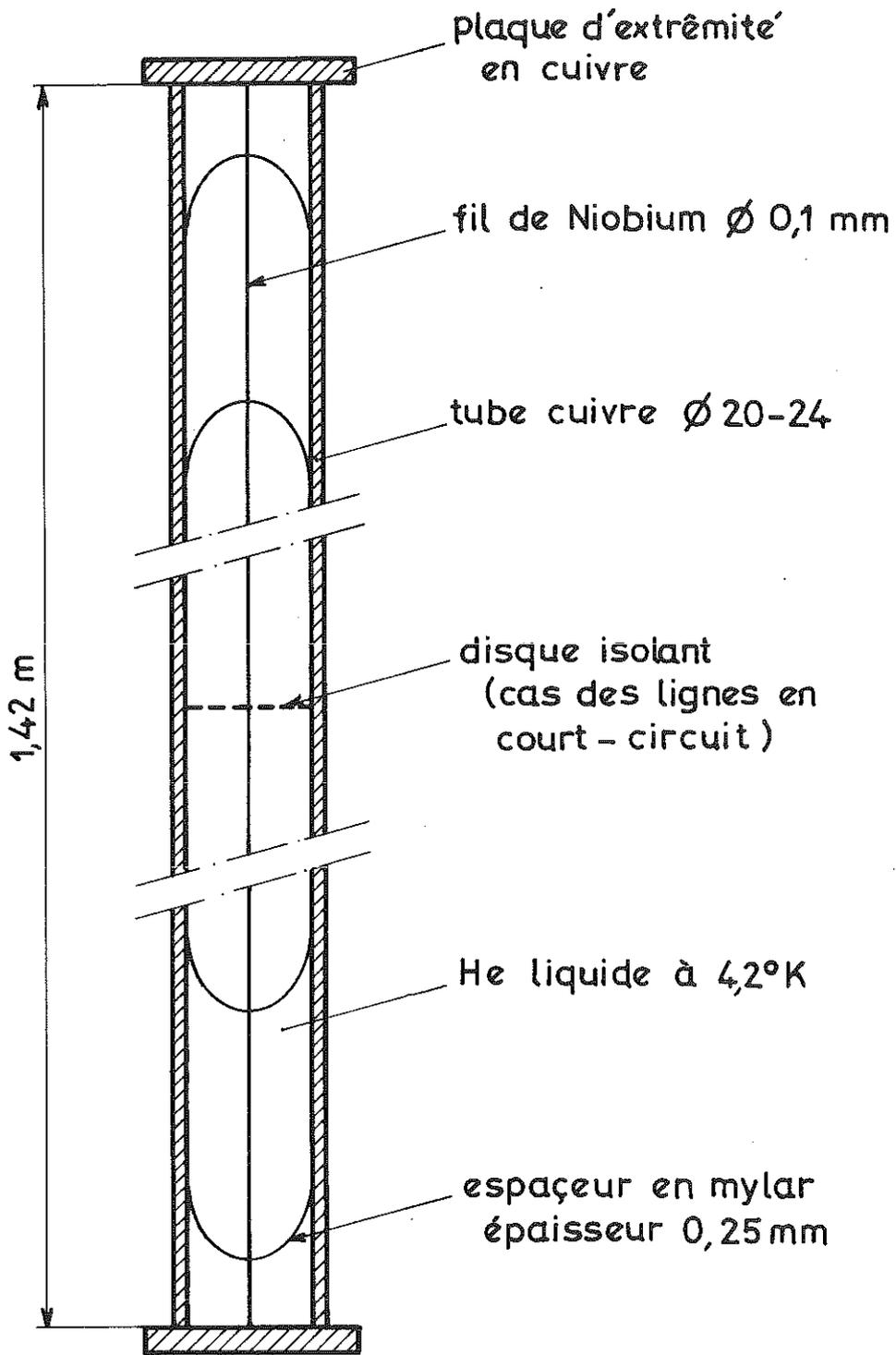


Fig. 1.2

plaquettes de cuivre recouvertes d'alliage plomb-étain. Les caractéristiques géométriques de base des lignes étudiées sont indiquées sur le croquis de la fig. I-2. Les détails de réalisation selon que les essais ont été effectués en ligne ouverte ou en ligne court-circuitée sont mentionnés respectivement dans les chapitres IV et V. L'influence du courant continu est étudiée dans le cas des lignes court-circuitées dont le conducteur extérieur est alors fractionné en deux demi tubes isolés électriquement pour permettre l'alimentation en courant du fil de niobium. Les lignes ouvertes sont utilisées au cours d'essais préliminaires pour étudier l'influence de l'état de surface du fil sur le facteur de surtension.

## C H A P I T R E II

---

### CARACTERISATION DES CONDUCTEURS DE LA LIGNE

#### II-1 RESISTIVITES DU NIOBIUM ET DE L'ALLIAGE DE PLOMB-ETAIN

Pour mesurer les résistivités à l'état normal du niobium et de l'alliage de plomb-étain, à l'ambiante et à 4,2 K sous champ magnétique, nous avons utilisé une méthode voltampèremétrique. Dans le cas du niobium, les mesures sont faites sur deux échantillons de fil de 4 cm de longueur, sur lesquels les fils de prises de tension sont soudés par points à 2,5 cm de distance. Les deux échantillons sont mis en série par une connexion en platine, soudée par points. L'alimentation se fait également par l'intermédiaire de platine. L'un des échantillons (n°1) est tel que reçu, l'autre (n°2) a été prélevé sur une ligne ayant servi pour deux manipulations à 4,2 K au cours desquelles le fil a subi plusieurs montées en courant jusqu'à transition résistive.

Sur le même porte-échantillon, nous avons également monté deux échantillons de Pb/Sn fabriqués à partir de la pâte à souder utilisée pour faire le revêtement intérieur du tube de cuivre constituant le conducteur extérieur de la ligne. L'échantillon Pb/Sn "coulé" a été obtenu par coulage dans un moule pour former un lingot de 6 cm de longueur, et de section moyenne égale à  $4 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2$ . L'échantillon Pb/Sn "tréfilé" a été obtenu par tréfilage à partir d'un lingot coulé. Il mesure 5 cm de long et sa section est de  $1,48 \text{ mm}^2$ .

Les valeurs des résistivités et de leurs rapports entre l'ambiante et 4,2 K sont indiquées dans le tableau II-1. Nous avons également donné (Fig. II-1) les variations des résistivités à 4,2 K en

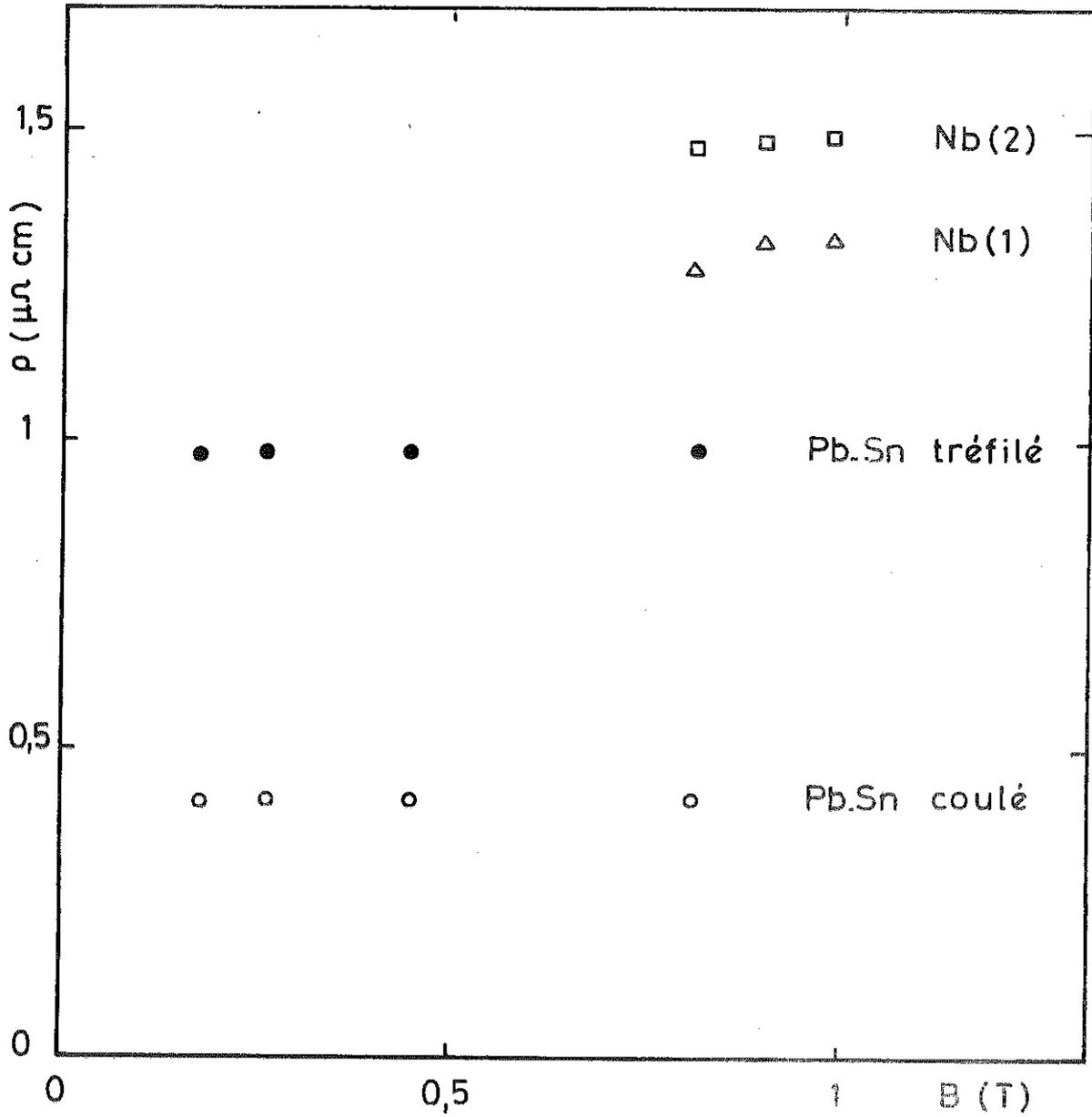


Fig. II.1

fonction du champ magnétique appliqué. On constate que la magnéto-résistance est faible et reste dans le domaine des erreurs de mesures qui sont inférieures à 5% pour les mesures de résistivité et de l'ordre de 9% pour leur rapport, compte-tenu des erreurs de mesures électriques et dimensionnelles.

Les valeurs que nous adopterons par la suite sont celles des échantillons Pb/Sn "coulé" et Nb n°2 puisque ces échantillons se rapprochent le plus de la situation expérimentale de la ligne.

Résistivité en $\mu\Omega\text{cm}$	$\rho_{300\text{K}}$	$\rho_{77\text{K}}$	$\rho_{4,2\text{K}}$	$\frac{\rho_{300}}{\rho_{4,2}}$
Nb n° 1	14,7	3,9	1,3	11,3
Nb n° 2	18,5	4,5	1,5	12,3
Pb Sn coulé	18,2	4,6	1,0	18,2
Pb Sn Tréfilé	14,4	3,3	0,4	36,0

TABLEAU II-1

II-2 CHAMPS CRITIQUES DU NIOBIUM

La faible valeur du rapport de résistivité du fil de niobium indique que le matériau est d'un degré de pureté assez bas. Or les caractéristiques magnétiques du niobium sont très variables avec le taux d'impuretés métalliques ou interstitielles (DE SORBO, 1963a). Nous avons donc relevé (Fig. II-2) les courbes d'aimantation à 4,2 K du niobium utilisé et tracé la caractéristique B(H) correspondant à l'orientation H // et aux valeurs croissantes du champ (Fig. II-3).

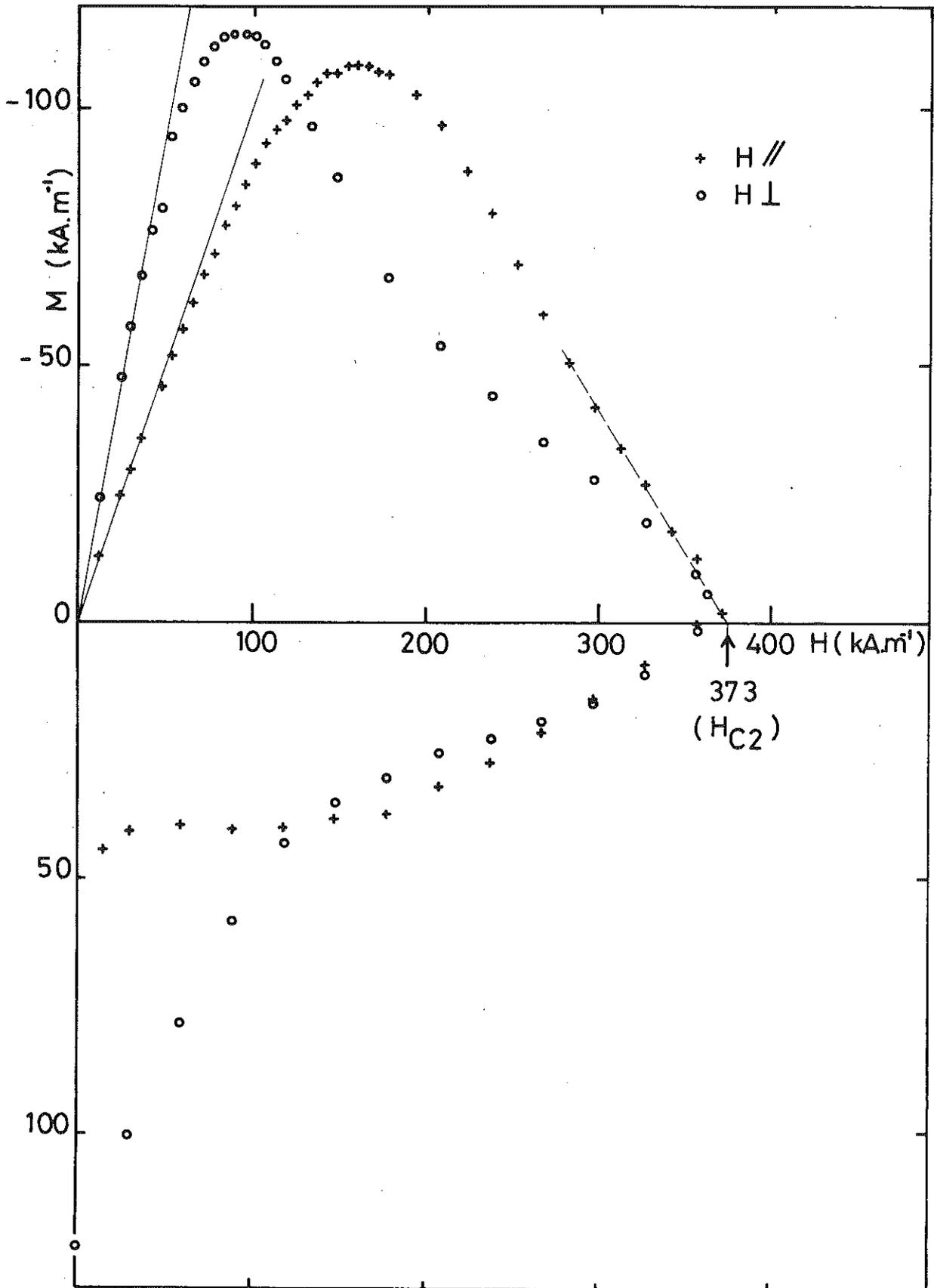


Fig. II.2

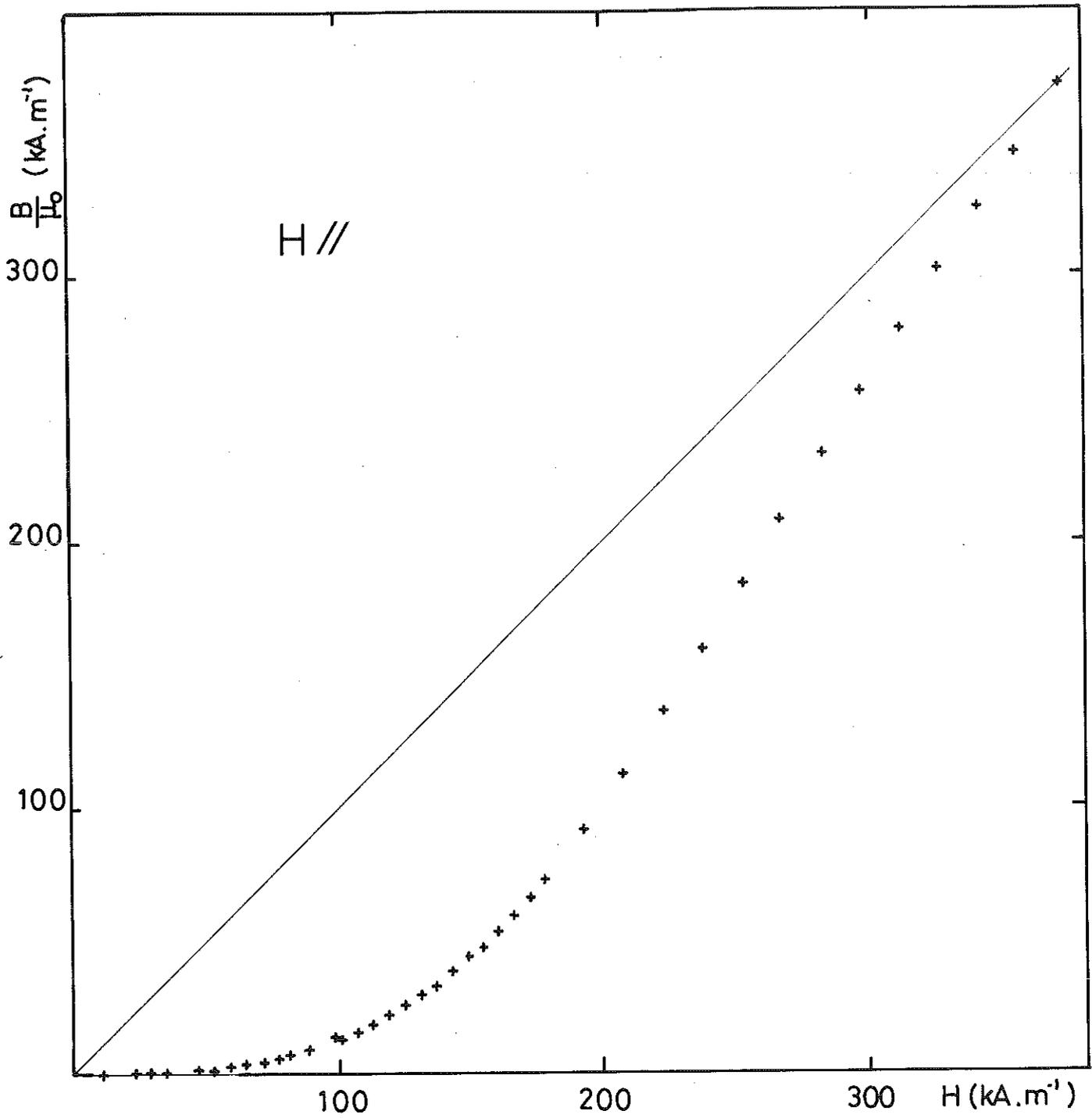


Fig. II.3

Les essais ont été effectués sur un montage expérimental, construit par BOURDARIAT et FIORESE (1971), dérivé de celui décrit par BON MARDION (1965) et que nous avons mis en place dans les laboratoires de l'ENSEGP. La mesure se fait par une méthode d'extraction. Pour obtenir une déviation suffisante du galvanomètre de détection, nous avons monté dans un porte-échantillon en plexiglass une vingtaine de morceaux de fil de 20 cm de longueur, isolés au vernis pour la mesure en champ parallèle à l'axe des fils, et une quarantaine de morceaux de 10 cm de longueur pour la mesure en champ perpendiculaire. On observe (fig. II-2) dans les deux cas un comportement fortement irréversible comme il fallait s'y attendre avec un matériau de faible pureté et très écroui. La plus forte valeur de l'aimantation rémanente ( $122 \text{ kAm}^{-1}$ ) est obtenue en champ perpendiculaire.

Les deux courbes permettent de déterminer avec une bonne précision le deuxième champ critique ( $H_{c2}(4,2\text{K}) = 373 \text{ kA.m}^{-1}$ ). Par contre, la détermination précise de  $H_{c1}$  n'est pratiquement pas possible. Tout au plus peut-on constater que la courbe en champ parallèle commence à s'écarter de la loi linéaire pour un champ appliqué de l'ordre de  $50 \text{ kA m}^{-1}$ .

### II-3 PARAMETRES SUPRACONDUCTEURS DU NIOBIUM

On peut cependant avoir une idée de ce champ de première pénétration à condition de connaître la valeur de  $\kappa$ , paramètre de Ginzburg-Landau et celle du champ critique thermodynamique  $H_c$  pour le niobium considéré. En effet, il suffit pour ceci d'utiliser la courbe donnant en fonction de  $\kappa$  la variation du rapport  $H_c/H_{c1}$ . Cette courbe a été calculée numériquement par HARDEN et ARP (1963), à partir des équations d'ABRIKOSOV (1957). Le problème se ramène donc à la détermination de  $\kappa$  et de  $H_c$ .

### II-3.1. Détermination de $\kappa$

GOODMAN (1962) a déterminé une relation simple reliant  $\kappa$  à la résistivité résiduelle d'un supraconducteur impur.

$$\kappa = \kappa_0 + 2,37 \cdot 10^6 \gamma^{\frac{1}{2}} \rho \quad (\text{II-1})$$

$\kappa_0$  est la valeur de  $\kappa$  pour le métal pur,  $\gamma$  le coefficient de la chaleur spécifique électronique en  $\text{J.m}^{-3}\text{K}^{-2}$  et  $\rho$  la résistivité résiduelle en  $\Omega\text{.m}$ .

DE SORBO (1963 b) a montré que  $\gamma$  n'était pratiquement pas modifié par la présence d'impuretés gazeuses même dans le cas où la concentration d'atomes étrangers conduit à des résistivités résiduelles supérieures à celle du niobium que nous utilisons. Nous pouvons donc prendre pour  $\gamma$  la valeur obtenue pour le niobium pur par FINNEMORE et al. (1966) :

$$\gamma = 7,4 \cdot 10^2 \text{ J.m}^{-3} \text{ K}^{-2}$$

En choisissant pour  $\kappa_0$  à 4,2 K la valeur de 1,22 également donnée par ces auteurs, on obtient pour notre niobium avec  $\rho = 1,5 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  :

$$\kappa = 2,19 \quad (\text{à } 4,2 \text{ K})$$

### II-3.2. Détermination de $H_c$

L'étude de l'équilibre thermodynamique entre les phases normales et supraconductrices dans le modèle à deux fluides montre que (LYNTON, 1964) :

$$H_c^2(0) = 2\pi\gamma T_c^2 \quad (\text{en uem cgs})$$

ce qui s'écrit dans le système international :

$$\frac{\mu_0 H_c^2(0)}{2} = 0,25 \gamma T_c^2$$

(Le coefficient de  $\gamma T_c^2$  donné par la théorie de BCS est en fait inférieur de 5% environ)

Nous n'avons pas mesuré la température critique du niobium utilisé, car nous pensons qu'elle est très voisine de celle bien connue du niobium pur. En effet, DE SORBO (1963 a et b) a étudié sur des matériaux de composition connue la modification de la température critique de certains métaux purs (dont le niobium) par la présence d'atomes étrangers. Il a trouvé que la variation de  $T_c$  est linéaire avec la concentration lorsque celle-ci est faible et son sens dépend de la nature des atomes d'apport (métalliques ou interstitiels) et de leur taille. Compte-tenu du fait que ces atomes étrangers existent dans notre niobium en tant qu'impuretés, donc à faible concentration, il est probable que  $T_c$  n'est modifié au plus que de quelques pour cent .

Nous prendrons donc pour  $H_c(0)$  et  $H_c(4,2 \text{ K})$  les valeurs données par FINNEMORE et al. (1966) dans le cas du niobium pur ( $T_c = 9,25 \text{ K}$ ) pour lequel la loi de variation de  $H_c$  avec la température est très voisine de la loi parabolique :

$$H_c(T) = H_c(0) (1 - t^2) \quad (\text{II-2})$$

$$H_c(0) = 159 \text{ kA.m}^{-1}$$

$$H_c(4,2 \text{ K}) = 126 \text{ kA.m}^{-1}$$

On peut noter que cette dernière valeur appliquée à la relation d'ABRIKOSOV :

$$H_{c2} = \sqrt{2} \kappa H_c \quad (\text{II-3})$$

conduit avec  $\kappa = 2,19$  à  $H_{c2} = 390 \text{ kA.m}^{-1}$ , résultat qui est en bon accord avec celui déduit de la courbe d'aimantation.

Quant au premier champ critique, HARDEN et ARP (1963) donnent pour  $\kappa = 2,19$  un rapport  $H_c/H_{c1} = 0,5$  soit ici :

$$H_{c1} = 63 \text{ kA.m}^{-1}$$

valeur qui correspond bien à la zone de première pénétration des vortex observée sur la courbe d'aimantation.

### II-3.3. Longueurs caractéristiques

La longueur de cohérence  $\xi$  et la profondeur de pénétration  $\lambda$  du niobium étudié se déduisent de la relation II-3 écrite sous la forme :

$$B_{c2} = \phi_0 (2\pi\xi^2)^{-1} \quad (\text{II-4})$$

On trouve à 4,2 K :

$$\xi = 250 \text{ \AA}$$

et  $\lambda = \kappa\xi = 550 \text{ \AA}$

Le libre parcours moyen des électrons,  $\ell$ , a sensiblement la même valeur que  $\xi$ . En effet, GOODMAN et KUHN (1968) ont montré à l'aide des théories des électrons dans les métaux que pour le niobium, la relation entre  $\ell$  et  $\rho$  s'écrit :

$$\ell \rho = 3,7 \cdot 10^{-12} \text{ \Omega cm}^2$$

d'où l'on déduit :

$$\ell = 250 \text{ \AA}$$

Ce résultat nous permet de calculer d'une autre manière la longueur de cohérence  $\xi$  à l'aide de la relation approchée de DOUGLASS et FALICOV (1964) :

$$\xi(\ell) = \xi_0 (1 + \xi_0 \ell^{-1})^{-1/2} \quad (\text{II-5})$$

$\xi_0$  est la longueur de cohérence du niobium pur, égale à 380 \AA. (RUPPER, 1974).

On trouve ainsi  $\xi=268 \text{ \AA}$ , valeur en bon accord avec celle déterminée par l'expression II-4.



## CHAPITRE III

---

### DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

Les ensembles de mesure que nous avons conçus sont destinés à nous donner des informations sur le comportement en hautes fréquences du niobium supraconducteur. Parmi les différentes techniques utilisées pour répondre à cet impératif, nous avons choisi la méthode de la résonance (PIPPARD, 1947a) qui est la mieux adaptée aux dimensions de nos échantillons. En effet, la méthode calorimétrique (FAWCETT, 1955 - GILCHRIST et MONCEAU, 1968) et la mesure de l'inductance d'une bobine entourant l'échantillon (SCHALOW et DELVIN, 1959), qui constituent les deux autres principales méthodes usuelles, sont difficiles à mettre en oeuvre dans le cas de notre ligne de 1,42 m de longueur.

#### III-1 PRINCIPE DE LA MESURE

La méthode de la résonance consiste à coupler l'échantillon à un circuit de mesure, soit par induction, soit par capacité. Nous avons utilisé le premier dispositif sous deux formes différentes conduisant toutes deux à la mesure du facteur de surtension, qui permet d'accéder à la résistance de surface du fil de niobium.

Dans un cas, la ligne est couplée au circuit de mesure par une seule boucle mise en série dans ce circuit. On obtient alors une résonance d'absorption. L'autre technique consiste à diviser le circuit de mesure en deux parties isolées électriquement, l'échantillon transmettant le signal d'excitation grâce à deux boucles de couplage. Une technique analogue a été utilisée par WALDRAM (1964) pour une fréquence de 3 GHz.

Nous décrivons ci-dessous les deux dispositifs expérimentaux correspondants.

### III-2 RESONANCE D'ABSORPTION

#### III-2.1. Ensemble de mesure

Cet ensemble a été décrit dans une publication commune avec l'équipe de BRUNET (MAZUER et al., 1971) reproduite ci-après pages 41 à 45. Le couplage inductif avec le circuit extérieur permet d'obtenir simultanément l'excitation et la détection de la résonance. Il est réalisé au moyen d'une boucle qui entre dans la ligne par une fente latérale située, soit en son milieu dans le cas des lignes ouvertes, étudiées dans le chapitre IV (figure IV-1), soit près d'une extrémité dans le cas des lignes en court-circuit que nous examinons dans le chapitre V (figure V-1 page 77). Dans chacune de ces dispositions, les lignes résonnent en demi-longueur d'onde à des fréquences fondamentales de l'ordre de 110 MHz (lignes ouvertes) et 103 MHz (lignes en court-circuit). Cet écart est directement lié à la différence de longueur du fil de niobium que nous avons raccourci de 10 cm pour effectuer le montage en ligne ouverte.

Ce premier dispositif expérimental a pu être utilisé tel quel pour mettre en évidence les résonances des harmoniques impairs, jusqu'au 9<sup>e</sup> harmonique. Le générateur V.H.F. FERISOL, type L201 A, dont la gamme de fréquence est limitée à 425 MHz, a été remplacé, à partir du 5<sup>e</sup> harmonique par un générateur de même marque, type LF301.

De même, au-delà de 500 MHz, le fréquencemètre FERISOL, type HA 300B, avec tiroir HAF 600B et le convertisseur digital-analogique HDA 100 ont été remplacés par des appareils HEWLETT-PACKARD, types 5245 L et 581 A.

## ÉTUDE PAR COUPLAGE INDUCTIF DU FACTEUR DE SURTENSION D'ÉCHANTILLONS CONDUCTEURS RÉSONNANTS

J. MAZUER (\*), Y. BRUNET, J. GILCHRIST, P. MONCEAU et J. ODIN (\*)

Centre de Recherches sur les Très Basses Températures. C. N. R. S., Cedex 166  
38, Grenoble-Gare

(Reçu le 1<sup>er</sup> avril 1971)

**Résumé.** — Nous décrivons deux montages qui permettent de déterminer le facteur de surtension d'échantillons conducteurs en résonance électromagnétique à basse température, l'un à 100 MHz, l'autre à 2,4 GHz. Un même circuit équivalent, à composants discrets, sert à analyser les résultats obtenus avec les deux montages. Nous montrons l'application de ces montages à l'étude d'une ligne coaxiale supraconductrice de 1,42 m de long, d'une part, et à la détermination des propriétés de supraconducteurs de type II dans un champ magnétique, d'autre part. L'examen des résonances nous permet d'affirmer la validité du circuit et le bon fonctionnement des appareils.

**Abstract.** — We describe two experimental setups with which we can determine the Q-factor of conducting specimens in electromagnetic resonance at low temperature, one at 100 MHz, the other at 2.4 GHz. The same equivalent circuit of lumped components is adopted for the analysis of the results from each setup. We show the applications to the study of a 1.42 m long superconducting coaxial line and to the determination of the properties of type II superconductors in a magnetic field. By examining the resonances we can affirm that the equivalent circuit is valid and that the two circuits function correctly.

**I. Introduction.** — Il existe plusieurs méthodes pour déterminer les caractéristiques électriques à haute fréquence d'échantillons métalliques. Les trois principales sont la méthode calorimétrique, la mesure de l'inductance d'une bobine entourant l'échantillon et la méthode de la résonance. Toutes les trois ont été employées pour étudier les supraconducteurs [1], [2], [3].

La méthode de la résonance permet d'accéder par la mesure du facteur de surtension à la résistance de surface de l'échantillon. Pour les fréquences supérieures à 3 GHz on utilise des cavités résonnantes et des guides d'ondes. Pour les fréquences plus faibles l'échantillon résonnant peut prendre plusieurs formes. Ainsi, Pipard [3] a utilisé un résonateur quart d'onde en épingle à cheveux et Waldram [4] un échantillon comme conducteur central d'une ligne coaxiale demi-onde. Le circuit est alors formé de lignes de transmission et le couplage entre échantillon et circuit peut se faire soit par induction, soit par capacité. Le couplage inductif est le plus communément utilisé, et se présente sous deux formes. L'échantillon peut être couplé magnétiquement à deux antennes en forme de boucles. Il faut alors minimiser le couplage direct entre l'antenne de transmission et l'antenne de réception. L'analyse d'un tel circuit a été faite par Waldram [4]. L'autre solution

consiste à avoir une seule boucle qui relie la ligne d'entrée à la ligne de sortie. La résonance de l'échantillon apparaît, dans ce cas, comme une résonance d'absorption, à condition de compenser l'inductance de la boucle de façon à permettre la transmission intégrale de la puissance en l'absence de résonance. C'est ce dernier système que nous décrivons et analysons dans les paragraphes suivants.

**II. Les deux montages expérimentaux.** — Le montage pour 100 MHz est illustré, en schéma, par la figure 1. Il comprend trois parties : a) le circuit haute fréquence, b) un circuit basse fréquence et c) un circuit à courant continu.

a) Le signal haute fréquence modulé en amplitude est fourni par un générateur VHF Férisol type L 201 A. Deux détecteurs à diode (Hewlett-Packard, type 423 A) servent à déterminer le niveau de puissance à l'entrée et à la sortie du cryostat. Nous nous assurons que les deux détecteurs fonctionnent dans la zone quadratique de leur caractéristique tension de sortie-tension d'entrée. Pour cela la tension d'entrée reste toujours inférieure à 50 mV. L'échantillon résonnant à étudier est installé dans un cryostat de 2,20 m de hauteur. Sur la figure 1 nous l'avons représenté comme constitué de deux fils parallèles, court-circuités aux deux extrémités. Il peut également être ouvert à l'extrémité inférieure, ou encore être de type coaxial. L'inductance de la boucle de couplage est compensée symboliquement par

(\*) Laboratoire d'Electrotechnique, Institut National Polytechnique, 46, avenue F. Viallet, 38, Grenoble.

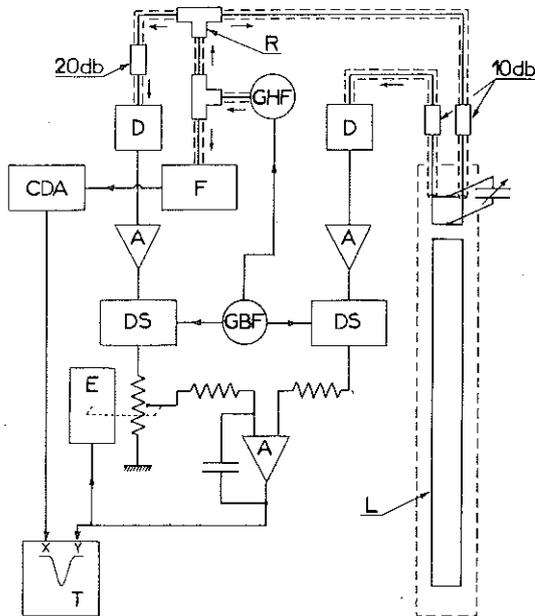


FIG. 1. — Schéma du montage pour 100 MHz : la partie haute-fréquence du schéma (en haut et à droite) est délimitée par les liaisons blindées qui représentent des câbles 50 Ω ; A, amplificateur ; CDA, convertisseur digital-analogique ; D, détecteur ; DS, détecteur synchrone ; E, enregistreur potentiométrique lié à un potentiomètre de répétition ; F, fréquencemètre ; GBF, générateur 400 Hz ; GHF, générateur haute fréquence modulé par GBF ; L, ligne résonnante à étudier ; R, répartiteur de puissance ; T, table traçante ; les atténuateurs fixes sont repérés par leur coefficient d'atténuation.

une capacité variable, mais dans la réalité nous avons trouvé que la capacité parasite seule suffisait.

b) Le circuit basse fréquence est constitué d'un générateur 400 Hz, de deux amplificateurs bas niveau et de deux détecteurs synchrones. Le générateur basse-fréquence fournit le signal de modulation du générateur haute-fréquence et la référence des détecteurs synchrones.

c) Un servomécanisme de position à courant continu, comprenant un amplificateur différentiel, un enregistreur potentiométrique et un potentiomètre de répétition effectue le quotient des tensions de sortie des deux détecteurs synchrones. Ce quotient est directement proportionnel au rapport des niveaux de puissance dans le circuit haute-fréquence à l'entrée et à la sortie du cryostat et aussi au coefficient de transmission en puissance,  $T$ , de la boucle de couplage. Le quotient est obtenu avec une bonne précision grâce à la valeur du gain de l'amplificateur différentiel ( $\approx 3 \times 10^4$ ). La tension de sortie de cet amplificateur est envoyée sur l'entrée Y d'une table traçante dont l'entrée X est alimentée par un signal qui varie linéairement avec la fréquence du générateur GHF, signal obtenu grâce à l'ensemble fréquencemètre-convertisseur digital-analogique. Ce dispositif permet ainsi de tracer directement les courbes de  $T$  en fonction de la fréquence.

Le montage pour 2,4 GHz a été décrit dans une publication antérieure [5]. Il est très similaire au précédent, mais il y a plusieurs différences de détail à signaler. Ainsi, pour compenser l'inductance de la boucle nous avons dû prévoir un élément réactif constitué par une courte ligne de transmission dans laquelle peut coulisser un tube de quartz. La position du quartz est réglée de l'extérieur du cryostat. Le signal haute-fréquence n'est pas modulé, et les deux amplificateurs bas niveau suivis des détecteurs synchrones sont remplacés par deux amplificateurs du type galvanométrique à courant continu. D'autre part, il n'a pas été utilisé de convertisseur digital analogique ni de table traçante. Signalons finalement que pour les deux montages le couplage entre boucle et échantillon peut être modifié de l'extérieur du cryostat par un dispositif mécanique.

III. Circuit équivalent. — Le résonateur peut être assimilé à un circuit résonnant série. Soit  $R_3, C_3, L_3$  ses caractéristiques. Si les deux parties de la boucle de couplage ont des inductances  $L_1$  et  $L_2$ , et une inductance mutuelle  $M_{12}$ , l'inductance  $L_b$  de toute la boucle est  $(L_1 + L_2 + 2 M_{12})$ .  $L_1$  est reliée au générateur d'impédance  $R_1$  par une ligne adaptée. Le générateur et la ligne peuvent être remplacés par une source équivalente constituée d'une force électromotrice  $E e^{i\omega t}$  et d'une résistance  $R_1$  en série. De la même manière, on peut imaginer que  $L_2$  est branché à une simple charge  $R_2$  dans laquelle nous mesurons la dissipation  $\frac{1}{2} V^2 R_2^{-1}$ . La figure 2 donne le schéma du circuit ainsi décomposé. Remarquons que nous avons supposé que les lignes de transmission et les autres composants sont parfaitement accordés en impédance. Le rôle des atténuateurs est précisément de diminuer l'effet néfaste des mauvais accords.

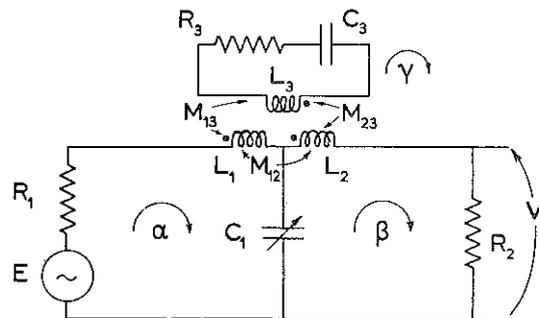


FIG. 2. — Circuit haute-fréquence équivalent.

ANALYSE DU CIRCUIT ÉQUIVALENT. — Considérons le montage sans résonateur et la boucle exactement compensée par la capacité d'accord  $C_1$ . Puisque  $R_2 = R_1$ , nous voyons que  $|V| = \frac{1}{2} E$ . Alors en présence du résonateur,  $T = |t|^2$ , où  $t$ , le coefficient de transmission en tension s'exprime par  $2 VE^{-1}$  ou  $2 R_1 \beta E^{-1}$ .

La méthode des courants fictifs de Maxwell nous donne pour le circuit de la figure 2 :

$$E = [R_1 + j(\omega L_1 - \omega^{-1} C_1^{-1})] \alpha + j(\omega M_{12} + \omega^{-1} C_1^{-1}) \beta + j\omega M_{13} \gamma, \quad (1a)$$

$$0 = j(\omega M_{12} + \omega^{-1} C_1^{-1}) \alpha + [R_2 + j(\omega L_2 - \omega^{-1} C_1^{-1})] \beta + j\omega M_{23} \gamma, \quad (1b)$$

$$0 = j\omega M_{13} \alpha + j\omega M_{23} \beta + [R_3 + j(\omega L_3 - \omega^{-1} C_3^{-1})] \gamma. \quad (1c)$$

Nous nous bornons au cas où le circuit est bien symétrique, c'est-à-dire  $L_2 = L_1$ ,  $R_2 = R_1$  et  $M_{23} = M_{13}$ . Posons

$$(L_3 C_3)^{1/2} = \omega_0, \quad R_3^{-1} L_3^{1/2} C_3^{-1/2} = Q$$

et

$$\omega = \omega_0(1 + \frac{1}{2} Q^{-1} \delta).$$

Tant que  $\omega \approx \omega_0$ , (1c) devient :

$$\gamma \approx -jQM_{13} L_3^{-1} (1 + j\delta)^{-1} (\alpha + \beta).$$

La somme des équations (1a) et (1b) donne une relation entre  $E$ ,  $(\alpha + \beta)$  et  $\gamma$ , et leur différence relie  $E$ ,  $(\alpha - \beta)$  et  $\gamma$ . En écrivant  $t$  sous la forme

$$[R_1(\alpha + \beta) E^{-1} - R_1(\alpha - \beta) E^{-1}]$$

il vient :

$$t \approx [1 + j\omega_0(L_1 + M_{12}) R_1^{-1} + A_0 Q(1 + j\delta)^{-1}]^{-1} - [1 + j\omega_0(L_1 - M_{12}) R_1^{-1} - 2j(\omega_0 C_1 R_1)^{-1}]^{-1}. \quad (2)$$

Dans cette expression le couplage entre le résonateur et le reste du circuit s'exprime par le paramètre  $A_0$  :

$$A_0 = 2 \omega_0 M_{13}^2 L_3^{-1} R_1^{-1}.$$

Il suffit d'imposer la condition  $|t| = 1$  quand  $A_0 = 0$  pour trouver que la bonne valeur de  $C_1$  est :

$$L_b [R_1^2 + \omega_0^2 (L_1^2 - M_{12}^2)]^{-1}.$$

Avec cette valeur de  $C_1$ , (2) devient :

$$t \approx (1 + j\delta) [(1 + js)(1 + j\delta) + A_0 Q]^{-1} - (1 - js^{-1})^{-1}, \quad (3)$$

où

$$s = \frac{1}{2} \omega_0 L_b R_1^{-1}.$$

Introduisons encore un symbole :

$$A = A_0(1 + s^2)^{-1},$$

pour exprimer le coefficient de transmission en puissance :

$$T = 1 - \frac{[(1 + AQ)^2 - 1] \times [(\delta - sAQ)^2 + (1 + AQ)^2]^{-1}}{1}. \quad (4)$$

Rappelons que dans cette expression, les quatre symboles représentent des quantités adimensionnelles.  $s$  caractérise la boucle de couplage,  $A$  exprime l'intensité de couplage,  $Q$  est la propriété du résonateur que nous voulons connaître et  $\delta$  définit la fréquence. Lorsque  $\delta = sAQ$ ,  $T(\omega)$  atteint sa valeur minimale :

$$T_m = (1 + AQ)^{-2}. \quad (5)$$

$T$  peut s'exprimer à l'aide de  $T_m$  :

$$T = 1 - (1 - T_m) [1 + T_m(\delta - sAQ)^2]^{-1}. \quad (4 bis)$$

DÉTERMINATION DU FACTEUR DE SURTENSION. — Nous remarquons d'abord que par la seule mesure de  $T_m$  nous pouvons déterminer la variation de  $Q$  en fonction d'un quelconque paramètre,  $P$  (par exemple la température). L'inversion de l'expression (5) donne

$$AQ = (T_m^{-1/2} - 1).$$

En général, nous ignorons la valeur précise de  $A$  mais nous pouvons nous assurer qu'elle reste constante pendant la durée d'une manipulation. Alors

$$\frac{Q(P_1)}{Q(P_0)} = \frac{T_m^{-1/2}(P_1) - 1}{T_m^{-1/2}(P_0) - 1},$$

où  $P_0, P_1$  sont deux valeurs de  $P$ . Ce mode de travail permet des mesures rapides et simples. L'étalonnage en fréquence de la courbe n'est pas essentiel. Dans le paragraphe V nous verrons une application où il importe peu de connaître la valeur absolue des facteurs de surtension.

Nous pouvons ensuite exploiter la largeur des résonances, c'est-à-dire l'intervalle de fréquence entre les deux points où  $T = \frac{1}{2}(1 + T_m)$ . Appelons cette intervalle  $\Delta$ . De l'expression (4 bis) nous voyons que

$$T = \frac{1}{2}(1 + T_m)$$

lorsque

$$\delta = sAQ \pm T_m^{-1/2}.$$

D'où

$$\Delta = \omega_0 Q^{-1} T_m^{-1/2},$$

et

$$Q^{(1)} = \omega_0 \Delta^{-1} T_m^{-1/2}. \quad (6)$$

La détermination de  $Q$  nécessite, alors, de chiffrer  $\Delta$  et  $T_m$ . Cependant il existe une autre méthode qui est plus directe et qui consiste à trouver la largeur à mi-hauteur de la courbe  $T^{-1}$ , c'est-à-dire l'intervalle  $\Delta_0$  entre points où

$$T^{-1} = \frac{1}{2}(1 + T_m^{-1}).$$

A partir de (4 bis),  $Q$  est donné par

$$Q^{(2)} = \omega_0 \Delta_0^{-1}. \quad (7)$$

Sur la figure 3 nous avons tracé trois courbes de résonance à partir de la relation (4 bis). Les valeurs des

différents paramètres sont déduites des points expérimentaux. Sur une des courbes nous avons fait apparaître les largeurs  $\Delta$  et  $\Delta_0$ .

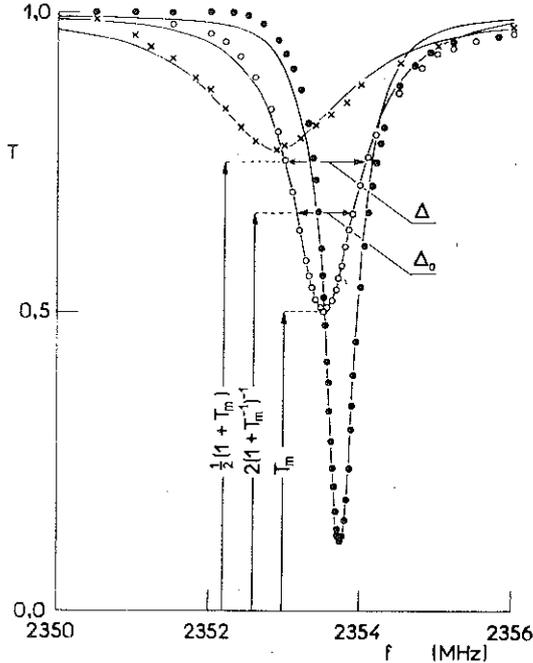


FIG. 3. — Résonances d'un échantillon  $Pb_{50}In_{50}$  à 4,2 °K, en champ nul ( $\bullet$ ),  $\mu_0 H_0 = 0,095$  Teslas ( $\circ$ ), et 0,5 T ( $\times$ ). Dans ces trois conditions l'échantillon est respectivement à l'état Meissner, l'état mixte et l'état normal. Les courbes correspondent à l'expression (4 bis) avec les paramètres choisis convenablement.

Nous avons remarqué, au moment d'écrire (4 bis) que la résonance est symétrique autour d'une fréquence définie par  $\delta - sAQ = 0$ , que nous appellerons  $(2\pi)^{-1}\omega_r$ .  $\omega_r$  diffère de  $\omega_0$  par un facteur  $(1 + \frac{1}{2}sA)$ . L'écart entre  $\omega_r$  et  $\omega_0$  est donc proportionnel au paramètre de couplage, et aussi à  $L_0$ . Pour situer l'importance de l'écart nous pouvons remarquer que

$$(\omega_r - \omega_0) \Delta_0^{-1} = \frac{1}{2} sAQ = \frac{1}{2} s(T_m^{-1/2} - 1).$$

Afin d'éviter un trop grand écart qui pourrait être nuisible aux mesures, il est souhaitable que  $s \lesssim 1$ . Pour nos deux montages,  $s = 0,25$  (100 MHz),  $s = 2,3$  (2,4 GHz).

**IV. Ligne supraconductrice à 100 MHz.** — La ligne coaxiale étudiée est constituée d'un fil de niobium de diamètre 0,1 mm et d'un tube de cuivre de diamètre 20-22 mm recouvert intérieurement d'une couche de plomb-étain. La ligne, de 1,42 m de long, fermée à chaque extrémité, est plongée dans l'hélium liquide à 4,2 K. Elle résonne en demi-onde à 102,1 MHz. La boucle de couplage entre dans la ligne par une fente latérale située près d'une extrémité. Nous présentons ici les résultats d'une étude de la variation du coefficient de surtension en fonction du couplage boucle-résonateur. Pour chaque courbe de résonance nous

avons déterminé  $\omega_r \Delta^{-1}$ ,  $Q^{(1)}$  et  $Q^{(2)}$  (voir expressions [6] et [7]). Sur la figure 4 les valeurs de ces trois quantités sont représentées en fonction de  $T_m$ .

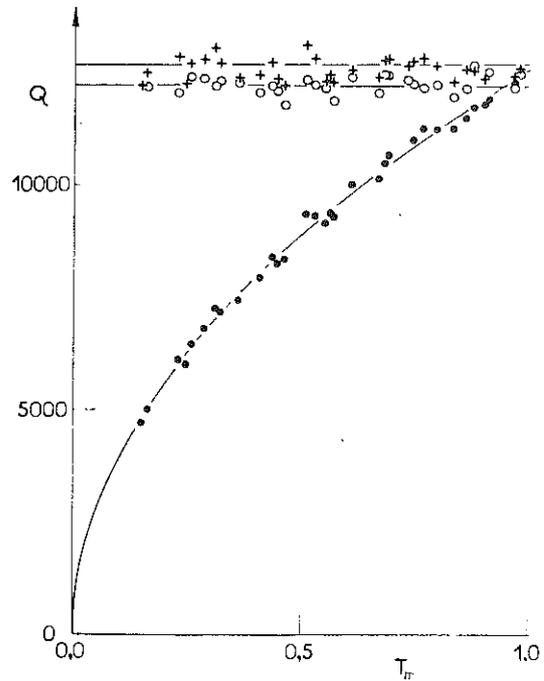


FIG. 4. —  $\omega_r \Delta^{-1}$  ( $\bullet$ ),  $Q^{(1)}$  ( $\square$ ) et  $Q^{(2)}$  ( $\circ$ ) pour la ligne résonante à 100 MHz, avec différents couplages. Les points qui correspondent à  $T_m \ll 1$  sont obtenus avec le couplage le plus fort, et ceux qui correspondent à  $T_m \approx 1$  avec le couplage le plus faible.

L'examen de la figure 4 appelle plusieurs remarques. Les points qui représentent  $Q^{(1)}$  et  $Q^{(2)}$  semblent être dispersés de façon aléatoire autour des valeurs moyennes 12 700 et 12 200.  $Q^{(1)}$  et  $Q^{(2)}$  sont indépendants du couplage, comme nous l'attendions, mais la différence constatée entre les deux valeurs moyennes peut s'expliquer par un écart de la courbe expérimentale de résonance à la forme lorentzienne.  $Q^{(2)}$ , calculé à partir de la courbe inverse de celle enregistrée est cependant la valeur dans laquelle nous mettons le plus de confiance, puisqu'elle fait intervenir une bande de fréquences plus étroite. L'extrapolation du rapport  $\omega_r \Delta^{-1}$  à couplage nul ( $T_m \rightarrow 1$ ) fournit une autre valeur de  $Q$ , voisine de  $Q^{(1)}$ , mais c'est un processus laborieux qui présente peu d'intérêt.

Il faut noter que pendant ces mesures les pertes sont d'environ 10  $\mu$ W pour une énergie électromagnétique stockée voisine de 100 pJ. Le champ haute fréquence maximal à la surface du fil est de l'ordre de 50  $Am^{-1}$ .

**V. Supraconducteur de type II à 2,4 GHz.** — Sur la figure 3 nous présentons les courbes de résonance d'un échantillon de supraconducteur de type II pour trois valeurs du champ magnétique statique,  $H_0$ , appliqué perpendiculairement à l'échantillon. Plus précisément,

les points représentent les résultats expérimentaux et les courbes représentent la fonction (4 bis). Nous observons un léger décalage entre les valeurs mesurées et les courbes. Cet écart peut être dû à un mauvais accord des éléments du circuit haute fréquence. La correspondance entre points et courbes est cependant assez satisfaisante.

$Q$  est inversement proportionnel à la somme des pertes du résonateur et peut s'écrire :

$$Q^{-1}(H_0) = Q_0^{-1} + \alpha R(H_0),$$

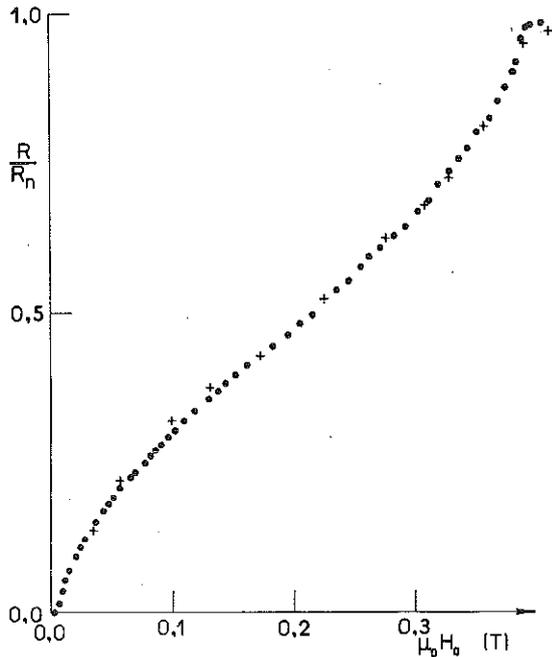


FIG. 5. — Rapport entre la résistance de surface de l'échantillon  $Pb_{50}In_{50}$  à 4,2 °K en champ  $H_0$ , et la résistance de surface à l'état normal : déterminé à partir de  $T_m$ (●) et à partir de  $A$ (+).

où  $\alpha$  est une constante et  $R(H_0)$  est la résistance de surface du supraconducteur, tandis que  $Q_0$  est déterminé par les pertes extérieures au supraconducteur (pertes diélectriques, par rayonnement, etc.). Nous supposons que ces pertes extérieures sont indépendantes de  $H_0$ . Il est connu que  $R(0)$  est de plusieurs ordres de grandeur plus faible que  $R_n$  (l'indice  $n$  signifie l'état normal avec  $\mu_0 H_0 > 0,5$  Teslas). Or, la valeur  $Q(0)$  de la surtension mesurée en champ nul est

seulement 8 fois plus forte que  $Q_n$ , la valeur pour l'état normal. Il faut conclure que le terme  $Q_0^{-1}$  est alors dominant et que  $Q(0) \simeq Q_0$ . Il vient :

$$\frac{R(H_0)}{R_n} = \frac{Q^{-1}(H_0) - Q^{-1}(0)}{Q_n^{-1} - Q^{-1}(0)} \quad (8)$$

A l'aide de l'expression (5), ce rapport peut s'écrire :

$$\frac{R(H_0)}{R_n} = [(T_m^{-1/2}(H_0) - 1)^{-1} - (T_m^{-1/2}(0) - 1)^{-1}] \times \\ \times [(T_{mn}^{-1/2} - 1)^{-1} - (T_m^{-1/2}(0) - 1)^{-1}]^{-1} \quad (9)$$

En plus, il convient de rappeler que  $A = \omega_0(A + Q^{-1})$ , d'où :

$$\frac{R(H_0)}{R_n} = \frac{A(H_0) - A(0)}{A_n - A(0)} \quad (10)$$

Sur la figure 5, nous avons représenté la fonction  $R(H_0)/R_n$  pour notre échantillon, déterminée par ces deux méthodes. Il y a un excellent accord entre les deux séries de points expérimentaux, ce qui semble signifier que les deux méthodes sont parfaitement valables.

Dans cette étude l'ordre de grandeur des pertes mises en évidence est de  $10 \mu W$ . Le champ magnétique maximal haute fréquence qui règne au voisinage de la surface des échantillons est environ de  $1 \text{ Am}^{-1}$ .

**Conclusion.** — Les deux montages décrits permettent d'étudier les facteurs de surtension dans deux zones de fréquence qui diffèrent de plus d'un ordre de grandeur. Un même circuit équivalent sert à analyser les deux montages. Les résultats que nous avons présentés se rapportent d'une part à une étude en fonction du couplage, à facteur de surtension constant, et d'autre part à une étude de variation du facteur de surtension à couplage constant. La méthode de mesure conduit à une précision de l'ordre de 2 % dans la détermination de la valeur absolue de  $Q$  mais la précision est bien meilleure lorsqu'on étudie les variations de cette valeur. Les  $Q$  que nous mesurons sont de l'ordre de  $10^4$ , mais la méthode peut être utilisée pour des  $Q$  compris entre  $10^3$  et une limite supérieure déterminée par la stabilité en fréquence du générateur. C'est à partir d'un facteur de surtension de l'ordre de  $10^7$  qu'il faut utiliser d'autres techniques, par exemple la méthode du décrétement.

Cette étude a pu être menée à bien grâce à la collaboration technique de M. Tomasik.

**Bibliographie**

[1] FAWCETT (E.), *Proc. Roy. Soc. A.*, 1955, **232**, 519.  
 [2] SCHAWLOW (A. L.) et DEVLIN (G. E.), *Phys. Rev.*, 1959, **113**, 120.  
 [3] PIPPARD (A. B.), *Proc. Roy. Soc. A.*, 1947, **191**, 370.  
 [4] WALDRAM (J. R.), *Advances in Physics*, 1964, **13**, 1.  
 [5] GILCHRIST (J.), et MONCEAU (P.), *J. Phys. C. Solid St. Phys.*, 1970, **3**, 1399.

### III-2.2. Détermination du facteur de surtension de la ligne

L'ensemble électronique de mesure, décrit page 42, permet d'obtenir directement en fonction de la fréquence, la variation du rapport des puissances mesurées à la sortie et à l'entrée de la boucle de couplage. La courbe de résonance d'absorption ainsi obtenue pour le fondamental et les différents harmoniques caractérise le circuit de mesure complet.

Dans le cas des lignes en court-circuit résonnant à la fréquence fondamentale, la courbe expérimentale (figure III-1) est assez voisine de la forme lorentzienne. L'analyse du circuit équivalent reproduite pages 42 à 44 montre que l'on peut obtenir simplement le facteur de surtension de la ligne seule à partir de la courbe de résonance du circuit complet (relations 6 et 7 page 43).

Cependant, ce résultat n'est valable que dans la mesure où la puissance d'entrée est transmise intégralement à la résistance de charge  $R_2$  en l'absence de résonance, c'est-à-dire lorsque l'inductance de la boucle de couplage est compensée par la capacité  $C_1$ .

Lorsque nous avons étudié les lignes court-circuitées, à la fréquence de 103 MHz (fondamental), cette compensation était réalisée de manière satisfaisante grâce à la capacité parasite qui apparaissait en parallèle sur la boucle de couplage. Par contre, la dissymétrie est nettement plus sensible dans le cas des lignes ouvertes pour lesquelles les courbes de résonance ont l'allure indiquée sur la figure III-2.

L'obtention d'une résonance accordée par utilisation d'une capacité réglable sur le principe du dispositif utilisé par GILCHRIST et MONCEAU (1970) a été envisagée. Mais il nous a paru finalement plus simple d'exploiter les courbes dissymétriques en étudiant un circuit électrique équivalent qui tiendrait compte de la désadaptation de l'impédance au niveau de la boucle.

Les calculs correspondants sont donnés dans l'annexe A. Ils montrent que pour une valeur de  $C_1$  donnée, la dissymétrie s'accroît non

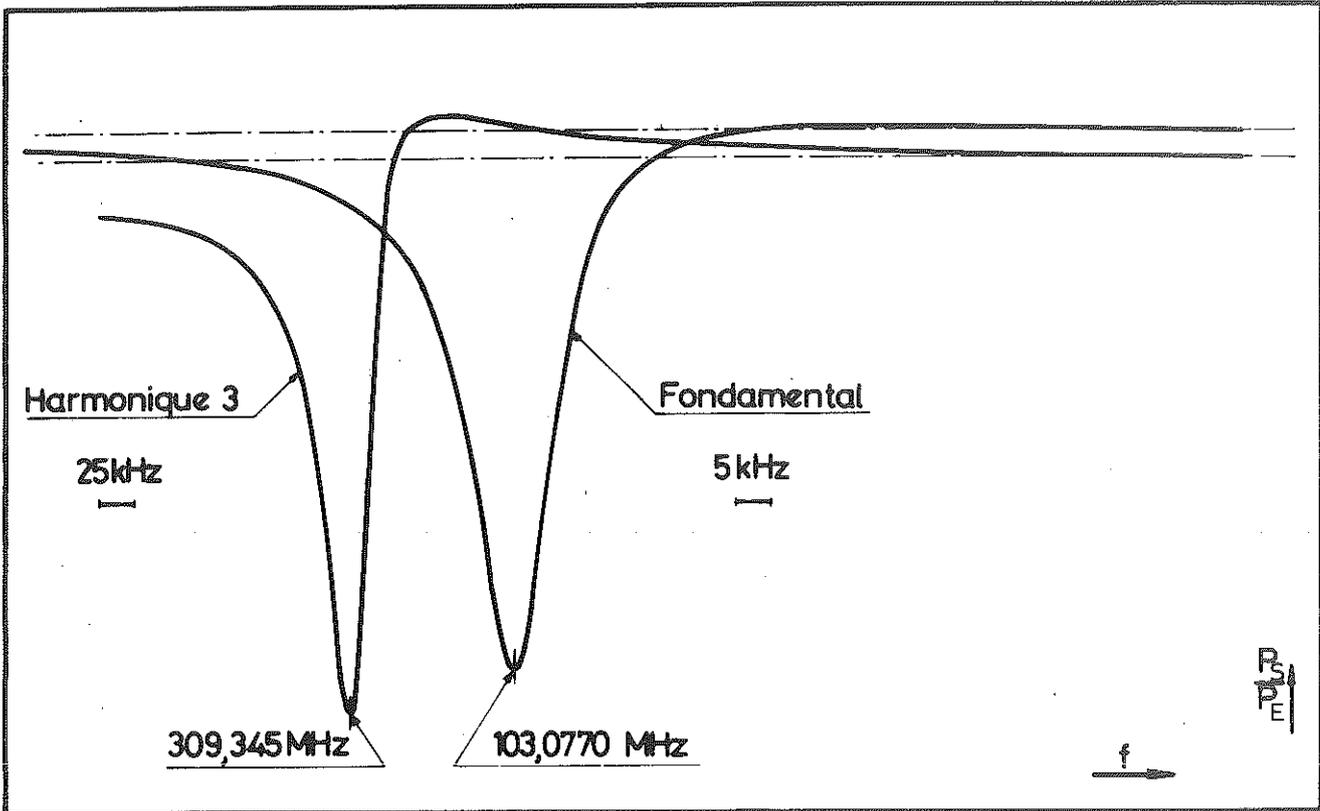


fig. III 1 LIGNE EN COURT. CIRCUIT

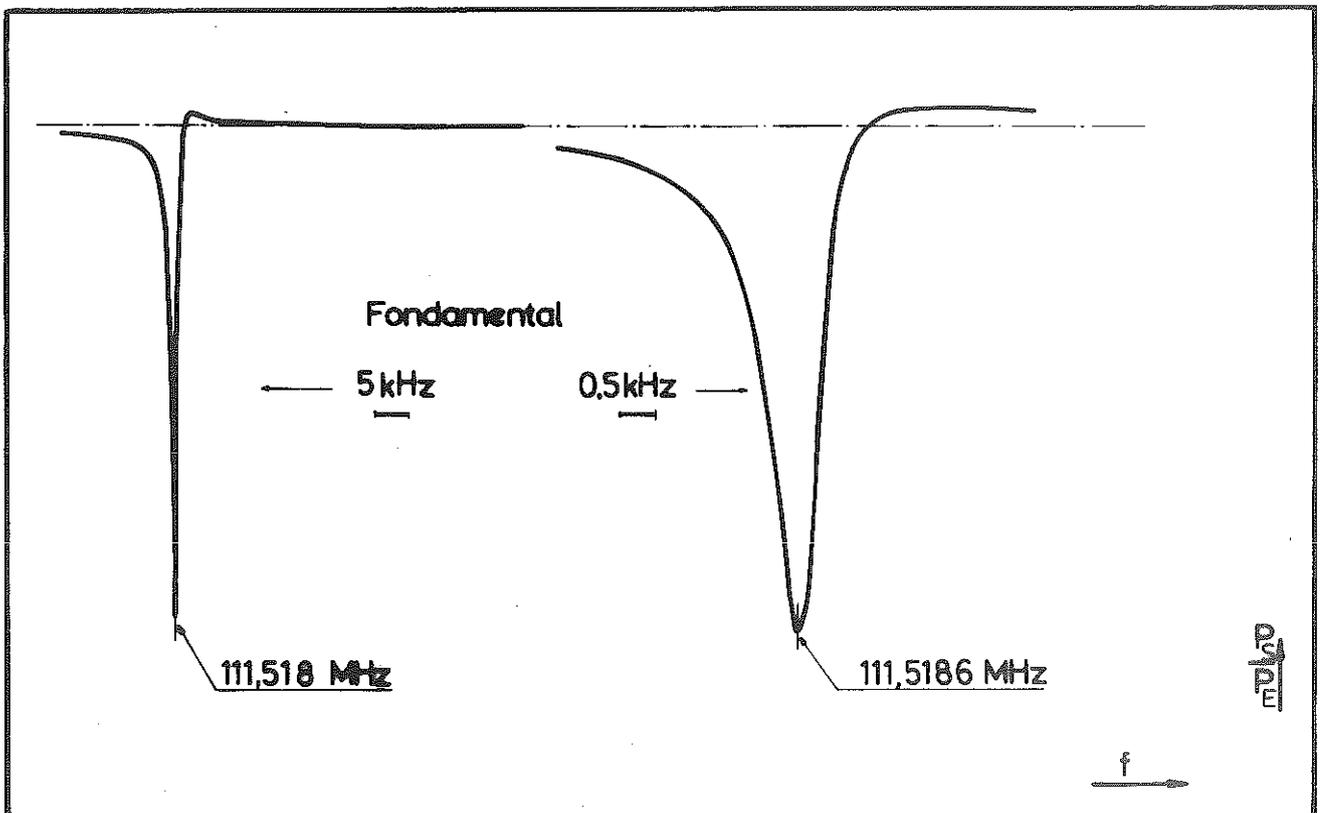


fig. III 2 LIGNE OUVERTE

seulement avec la fréquence, mais aussi avec la valeur de  $Q$ . Or, nous verrons que l'absence de contacts d'extrémité conduit pour les lignes ouvertes à des facteurs de surtension environ 10 fois plus élevés que dans le cas des lignes court-circuitées, d'où la déformation observée bien que les fréquences de résonance soient voisines.

Nous avons également essayé d'utiliser les estimations  $Q^{(-1)}$ ,  $Q^{(2)}$  et  $Q^{(3)}$  de l'annexe A, pour analyser les résonances des harmoniques mises en évidence avec les lignes court-circuitées. Les calculs de l'annexe A sont en effet valables quel que soit le désaccord de la capacité  $C_1$ . Mais l'exploitation de courbes trop déformées est délicate et la figure III-1 montre que la dissymétrie qui s'accroît très vite avec la fréquence est déjà importante pour le premier harmonique excité.

Pour poursuivre notre étude vers le domaine des hautes fréquences, il devenait indispensable de réaliser un accord correct du couplage, ou de modifier le système de transmission du signal de mesure. C'est cette dernière solution que nous avons adoptée.

### III-3 RESONANCE DE TRANSMISSION

#### III-3.1. Description du montage

Mise à part la présence des deux boucles de couplage, le circuit de mesure représenté schématiquement sur la figure III-3 diffère du précédent sur quelques points qu'il convient de signaler ici.

- Le signal haute fréquence est fourni par un oscillateur UHF Ferisol, type OS301 qui couvre la gamme 0,8 GHz - 2,4 GHz. Ce générateur ne disposant pas d'entrée pour modulation, nous avons mis en place une modulation externe par interrupteur à diodes CROWN MICROWAVE Type CS 1041. Cet interrupteur est piloté par un générateur Tekelec TE 490 A dont la fréquence est réglée sur 30 Hz.

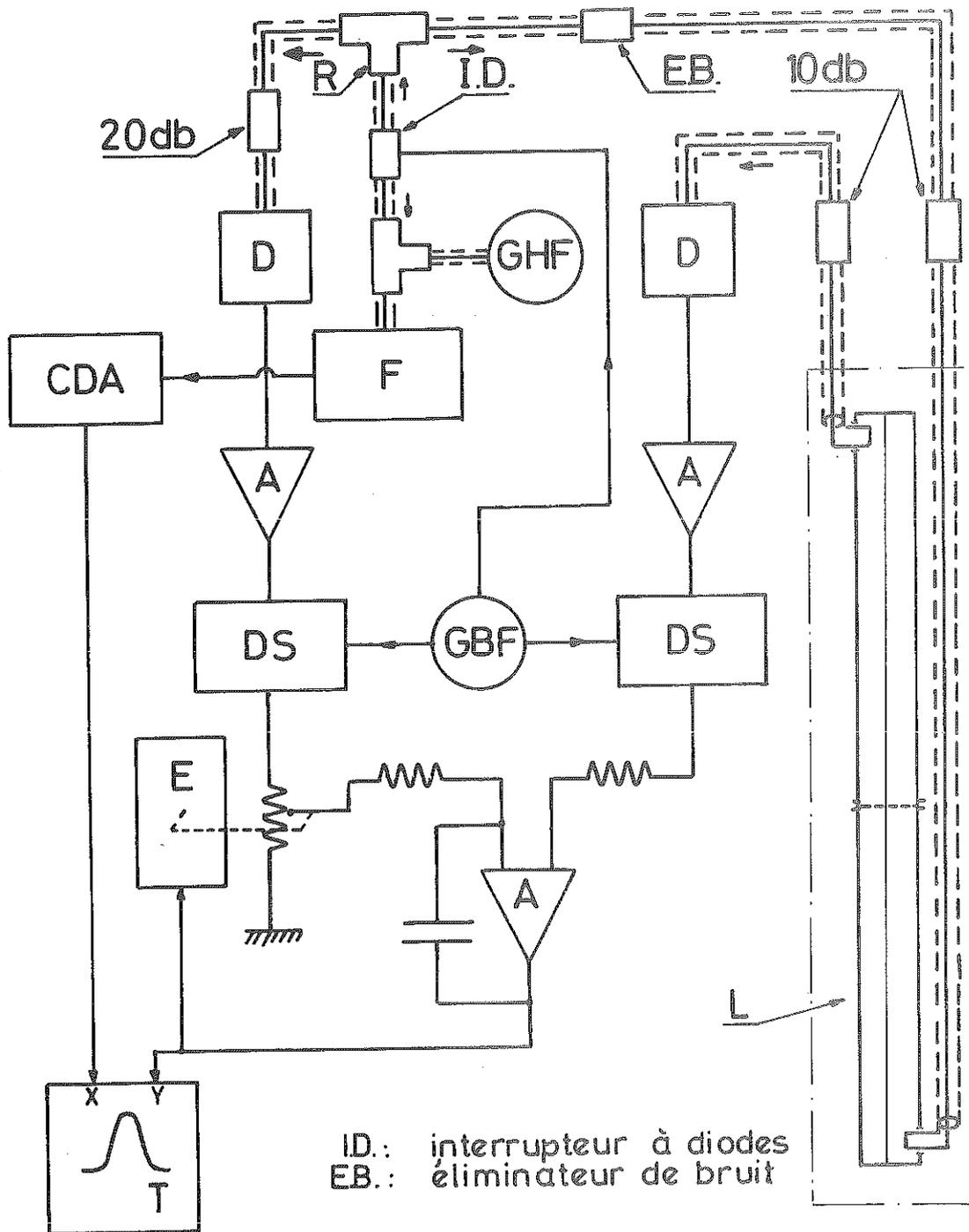


fig. III. 3

- Un élément destiné à éliminer le "bruit" a été inséré sur le circuit d'entrée. Ce dispositif (NOISE SUPPRESSOR Model 562-NARDA) permet de découpler les circuits basse fréquence d'entrée et de sortie.

- Pour couvrir la gamme des hautes fréquences indiquée, le fréquence-  
mètre FERISOL et son convertisseur digital analogique ont été remplacés  
par un ensemble HEWLETT-PACKARD, types 5245 L et 581 A.

Le reste du circuit est inchangé.

Les boucles de couplage d'entrée et de sortie se situent respectivement aux extrémités supérieure et inférieure de la ligne ; mais la disposition inverse ne modifie évidemment pas le signal de sortie, comme nous l'avons vérifié. Les deux boucles en forme de rectangle de 1 cm x 2 cm sont identiques. Elles sont situées dans des plans perpendiculaires pour éviter tout risque de couplage direct qui pourrait avoir lieu entre elles, malgré la distance qui les sépare.

Deux systèmes mécaniques dont les commandes sont placées à l'extérieur du cryostat permettent de modifier les positions relatives des boucles par rapport au conducteur central de la ligne. Ainsi est-il possible de faire varier l'intensité du couplage.

### III-3.2. Détermination du facteur de surtension

L'analyse détaillée du circuit haute-fréquence équivalent au montage représenté sur la figure III-3 est donnée dans l'annexe B. Nous rappelons simplement les conclusions.

Contrairement au cas de la résonance d'absorption, le rapport de la fréquence de résonance  $\omega_r$  à la largeur  $\Delta$  à mi-hauteur de la courbe n'est pas simplement proportionnel au facteur de surtension intrinsèque de la ligne ; il faut en effet ajouter ici un terme fonction de l'intensité de couplage. La relation s'écrit :

$$\Delta \omega_r^{-1} = Q^{-1} + f(\text{couplage}) \quad (\text{III.1})$$

Pour obtenir une valeur absolue de  $Q$ , il est donc nécessaire d'extrapoler à couplage nul, alors  $\omega_r$  tend vers  $\omega_0$  et

$$\omega_0 \Delta^{-1} \rightarrow Q$$

Dans l'étude des lignes en court-circuit, nous ne nous intéressons pas à la valeur absolue de  $Q$ , mais à son évolution en fonction du courant continu  $I$ , dans le fil de niobium, pour une fréquence déterminée. Alors la variation  $\delta Q^{-1}(I)$  de l'inverse du facteur de surtension en fonction de ce courant  $I$  est indépendante du couplage, pour autant que ce dernier ne varie pas au cours de l'essai et l'on a :

$$\delta Q^{-1}(I) = Q^{-1}(I) - Q^{-1}(0) = \omega_r^{-1} [ \Delta(I) - \Delta(0) ] \quad (\text{III.2})$$

#### III-4 REGLAGE DU SIGNAL HAUTES FREQUENCES

Les générateurs hautes fréquences (GHF) utilisés tant dans le montage des résonances d'absorption que dans celui des résonances de transmission possèdent un atténuateur variable qui permet de régler le niveau du signal haute fréquence d'entrée. L'amplitude du champ à la surface du fil dépend par ailleurs de l'intensité du couplage entre la boucle d'excitation et le résonateur. Nous nous sommes placés dans des conditions telles que, pour l'ensemble des essais, cette amplitude reste inférieure à une valeur de l'ordre de  $50 \text{ Am}^{-1}$ . Les études antérieures des supraconducteurs soumis à de faibles champs alternatifs (ALLAIS et SIMON, 1967, CAMPBELL, 1969, 1971, GILCHRIST et MONCEAU, 1970, LOWELL, 1972, GILCHRIST, 1972) montrent que leur réponse est linéaire, c'est-à-dire que la résistance de surface, dans cette limite, est indépendante de l'amplitude du champ magnétique. Nous avons vérifié expérimentalement que nous étions bien dans cette situation : des atténuations de plusieurs décibels du signal de sortie du générateur ne modifient pas la valeur du facteur de surtension. Il en est de même d'ailleurs dans le cas d'une variation du couplage, comme l'indiquent les courbes de la figure 4, page 44.

### III-5 PRECISION DES MESURES

Mis à part les essais préliminaires que nous avons effectués sur les deux montages, chacun d'eux a finalement été exploité dans un but bien spécifique. Dans le cas des lignes ouvertes, essayées en résonance d'absorption, nous avons effectivement mesuré la valeur du facteur de surtension pour différents états de surface du fil. L'erreur sur  $Q$  est alors de 5% environ. Avec les lignes en court-circuit, nous nous sommes intéressés à la variation de  $Q$  avec le courant continu. La quantité  $\delta Q^{-1}(I)$  définie par la relation III-2 a pu être déterminée pour chaque point de mesure avec une précision de l'ordre de 8%, dès que  $I$  dépasse 30A. L'erreur est bien plus élevée pour les faibles valeurs du courant puisque  $\delta Q^{-1}$  est calculé par différence des mesures d'une même grandeur  $\Delta$  fonction de  $I$ . Mais le tracé de la caractéristique  $\delta Q^{-1}(I)$  opère un lissage des points expérimentaux et améliore la précision moyenne.

Les erreurs inhérentes à l'exploitation des diverses formes de résonances d'absorption symétrique ou dissymétrique et de transmission sont analysées plus en détail dans l'Annexe C.

## C H A P I T R E    I V

---

### ETUDE DES LIGNES OUVERTES

Nous nous proposons dans cette étude de rechercher un traitement de surface qui conduise à une diminution des pertes en hautes fréquences du niobium.

Depuis les travaux de PIPPARD (1947 a), de nombreux résonateurs ont été construits, d'abord comme moyens d'investigation pour la compréhension du comportement en hautes fréquences des supraconducteurs (PIPPARD, 1950 - WALDRAM, 1964), puis dans le but d'utiliser les supraconducteurs dans les structures hautes fréquences des accélérateurs de particules (FAIRBANK et al., 1963 - CITRON, 1970, 1974). Les principaux matériaux employés sont l'étain (RICHARDS, 1962), le plomb (HAHN et al., 1968 - FLECHER et al., 1969) et surtout le niobium (TURNEAURE et WEISSMAN, 1968 - TURNEAURE et VIET, 1970 - KNEISEL et al., 1971 - BAUER et al., 1974). Une grande partie de ces travaux a fait récemment l'objet de deux articles de revue, l'un traitant d'une manière générale des applications en hautes fréquences des supraconducteurs (HARTWIG, 1973) et l'autre plus particulièrement consacré aux cavités résonantes en niobium (TURNEAURE, 1972).

L'ensemble de ces applications couvre une gamme de fréquences très étendue, allant de la dizaine de mégahertz à la dizaine de gigahertz ; l'influence de paramètres tels que la température et le champ magnétique est étudiée, ainsi que celle de l'état de surface qui nous intéresse plus directement ici (PFISTER, 1976).

#### IV-1 LA RESISTANCE RESIDUELLE ET LES RESONATEURS EN NIOBIUM

---

Les pertes dans les cavités résonantes non chargées sont caractérisées par le facteur de surtension à vide  $Q_0$ , relié à la résistance de surface du matériau,  $R$ , par l'intermédiaire d'un coefficient géométrique  $G$ .

$$R Q_0 = G \quad (IV-1)$$

$G$  dépend de la forme de la cavité et de l'onde électromagnétique excitée.

La détermination expérimentale de  $Q_0$  permet d'accéder simplement à la résistance de surface, dont la valeur mesurée  $R$  est toujours supérieure à la valeur théorique  $R_s$  déduite de la théorie fondamentale. Cette constatation conduit à définir une résistance résiduelle  $R_{res}$ , indépendante de la température dans le domaine d'étude, et telle que :

$$R = R_s + R_{res} \quad (IV-2)$$

Nous avons vu au premier chapitre que  $R_s$  varie très rapidement avec la température pour  $T \ll T_c$ . Aussi, à basses températures, la résistance de surface des supraconducteurs peut-elle être en pratique essentiellement dominée par  $R_{res}$ .

Il s'ensuit que la plus grande valeur que l'on puisse obtenir pour le facteur de surtension est donnée par :

$$Q_{res} = G \cdot R_{res}^{-1} \quad (IV-3)$$

Dans le cas du niobium, nous avons indiqué les valeurs de  $Q_{res}$  pour différents types de cavité (Tableau IV-1). Elles correspondent aux performances maximales obtenues. En effet, les résultats ne sont pas systématiquement reproductibles, en particulier les cyclages thermiques entre 4,2 K et 77 K ou l'ambiante conduisent en général à

une diminution de  $Q_{res}$  qui peut atteindre un ordre de grandeur (TURNEAURE et WEISSMAN, 1968). De même, la cavité ne redonne pas la valeur initiale de  $Q_{res}$  après qu'elle ait fonctionné en charge (BENARROYA et al., 1975). Ce dernier fonctionnement n'est d'ailleurs possible avec un facteur de surtension voisin de  $Q_{res}$  que si l'amplitude de l'induction dans la cavité n'excède pas une valeur limite  $B_{ca}$  au-delà de laquelle  $Q$  décroît très rapidement. HALBRITTER (1972) a attribué cette limite à des phénomènes magnétothermiques entraînant l'apparition de zones normales. Il a montré que théoriquement l'amplitude du champ pouvait dépasser la valeur  $B_{c1}$  du champ de nucléation des vortex, car le temps de nucléation d'un vortex à la surface, de l'ordre de  $10^{-6}$  s, est supérieur à une période du courant haute fréquence. Cette prédiction semble confirmée par MARTENS et al. (1973) et SCHNITZKE et al. (1973) qui ont mesuré, à 1,5 K et 9,5 GHz sur des cavités cylindriques en niobium des amplitudes critiques du champ de 130 mT et 160 mT supérieure à la valeur de  $B_{c1} = 127$  mT.

L'obtention de facteurs de surtension élevés tels que ceux indiqués dans le tableau IV-1 n'est possible que moyennant un certain nombre de précautions dans la préparation et l'utilisation des cavités. Indépendamment de la dissipation due au couplage du résonateur avec le circuit extérieur que l'on peut limiter en réduisant les dimensions de l'orifice de couplage (iris) et son intensité, les pertes par flux piégé peuvent être prédominantes. Ainsi TURNEAURE et WEISSMAN (1968) ont constaté que le  $Q_0$  d'une cavité en niobium fonctionnant à 11,2 GHz et à 1,2 K passait de  $1,3 \cdot 10^{10}$  lorsque la cavité était refroidie dans un champ inférieur à  $10^{-7}$  T à  $1,68 \cdot 10^8$  lorsque le champ était de 11,6 mT.

Aussi, dans la plupart des applications, les cavités subissent-elles des traitements thermiques (dans le cas du niobium, recuits, de durée variable, de quelques heures à la centaine d'heures, dans des vides de l'ordre de  $10^{-8}$  Torr, à 2000°C environ). De plus, elles sont placées à l'intérieur d'écrans magnétiques de façon à réduire le champ à une valeur inférieure à  $10^{-7}$  T pendant le refroidissement en-dessous de  $T_c$ , (HADEN et HARTWIG, 1966) ce qui élimine pratiquement les pertes dues au flux piégé.

FORMES DU RESONATEUR ET DE L'ONDE EXCITEE	FREQUENCE	$Q_{res}$ (ou $Q_o$ )	REFERENCES
cavité cylindrique, $TE_{011}$	10,5 GHz	$5 \cdot 10^{11}$	ALLEN et al. (1971)
cavité cylindrique, $TE_{011}$	9,5 GHz	$3 \cdot 10^{10}$	DIEPERS et MARTENS (1972)
cavité cylindrique, $TM_{010}$	8,6 GHz	$>1 \cdot 10^{11}$	TURNEAURE et VIET (1970)
cavité cylindrique, $TE_{011}$	3,7 GHz	$\sim 10^{11}$ ( $Q_o$ )	KNEISEL et al. (1974a et b)
cavité cylindrique, $TM_{010}$	1,2 GHz	$4 \cdot 10^{10}$	TURNEAURE (1971)
cavité en hélice	96,9 MHz	$1,1 \cdot 10^9$	BENAROYA et al. (1972)
hélice avec support en téflon	15 MHz	$4,6 \cdot 10^6$ ( $Q_o$ à 4,2K)	HOBBS et al. (1974)
hélice avec support en téflon	10 MHz	$1,2 \cdot 10^6$	ANAN'EV et al. (1971)

TABLEAU IV-1

#### IV-2 INFLUENCE DES TRAITEMENTS DE SURFACE

Puisque, dans le domaine des fréquences considéré, la profondeur de pénétration des champs est très faible, l'état de surface des parois de la cavité a évidemment une influence non négligeable. TURNEAURE et WEISSMAN (1968) ont étudié de façon systématique l'évolution des facteurs de surtension de cavités cylindriques en niobium résonnant à 11,2 GHz et ayant subi différents types de polissage. Ils constatent que pour des résonateurs en niobium forgé, un polissage mécanique soigné, associé à un recuit, ne permet pas en général de dépasser  $Q_0 \sim 5 \cdot 10^8$ , alors qu'un polissage électrolytique conduit à un  $Q_0$  de  $2,8 \cdot 10^9$ . Par contre, un simple polissage chimique, sans traitement thermique préliminaire permet d'atteindre  $Q_0 \sim 3,7 \cdot 10^9$  pour du niobium préparé par fusion à l'arc et  $3,2 \cdot 10^{10}$  dans le cas du niobium fondu par bombardement électronique.

L'oxydation anodique du niobium poli conduit aussi à une augmentation du facteur de surtension. MARTENS et al. (1971) ont ainsi proposé une technique d'oxydation qu'ils ont appliquée à une cavité en niobium polie chimiquement. Non seulement, le facteur de surtension à 9,5 GHz passe de  $6 \cdot 10^9$  à  $1,1 \cdot 10^{10}$ , mais l'amplitude maximale du champ admissible  $B_{ca}$  est elle aussi augmentée de 22 mT avant oxydation à 33 mT. Ces résultats sont encore améliorés par une nouvelle technique de polissage électrolytique préalable (DIEPERS et al., 1971) qui permet d'atteindre  $Q_0 = 3 \cdot 10^{10}$  et  $B_{ca} = 80$  mT, sans que la cavité ne soit soumise à aucun dégazage ni traitement thermique.

Ces différentes techniques de préparation de la surface du niobium ont été utilisées avec succès sur des cavités résonnant à des fréquences plus basses. KNEISEL et al. (1974a et b) ont ainsi obtenu avec des cavités cylindriques entre 2 et 4 GHz des facteurs de surtension à vide de l'ordre de  $10^{11}$ , et des champs maximaux de 80 mT. BENAROYA et al. (1972) sur des résonateurs en hélice ont atteint  $Q_0 = 1,1 \cdot 10^9$  à 96,9 MHz.

Le succès de ces traitements de surface appliqués dans une étendue de fréquence qui couvre largement le domaine de nos investigations, nous a incité à les adapter au fil de niobium utilisé dans notre ligne.

Nos tentatives, pour la plupart infructueuses sont résumées et analysées dans les deux paragraphes suivants.

### IV-3 TRAITEMENTS DE SURFACE DU FIL DE NIOBIUM ET RESULTATS OBTENUS

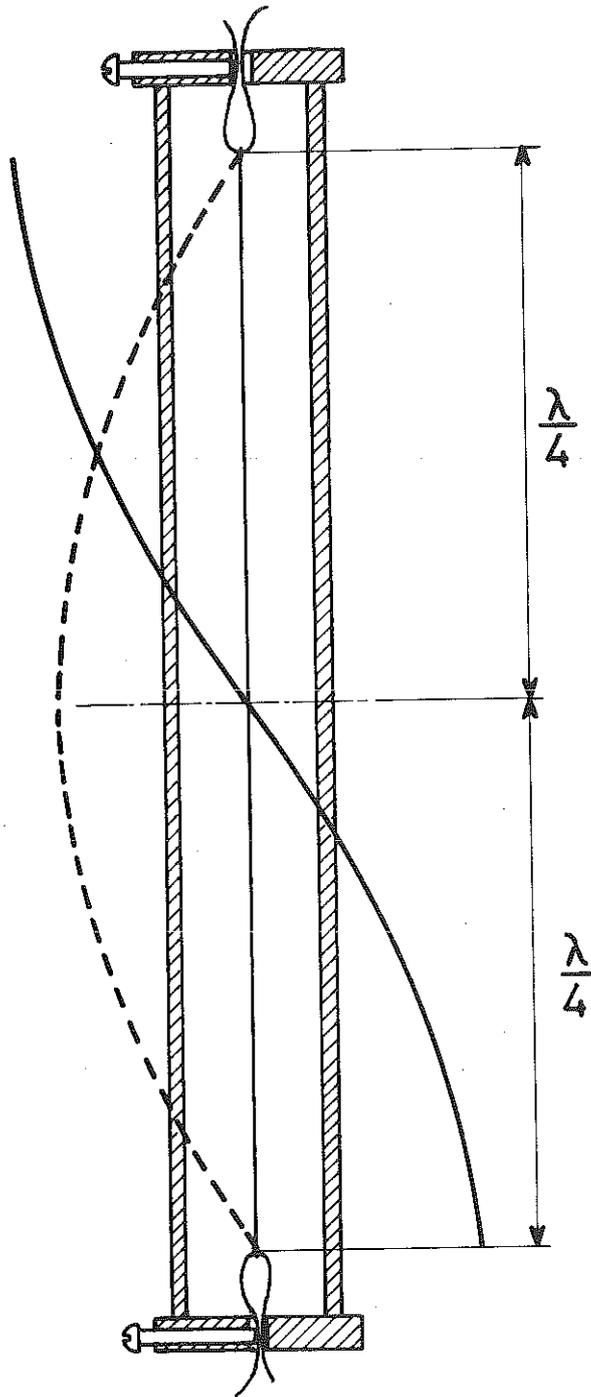
#### IV-3.1. Description des lignes ouvertes

Les lignes essayées sont représentées schématiquement sur la figure IV-1 . Le fil de niobium mesure 10 cm de moins que le tube de cuivre, soit 1,32 m. Ses extrémités sont collées sur deux morceaux de fil de nylon qui traversent les pièces d'extrémité en cuivre par un trou cylindrique de diamètre 2 mm. Chaque fil de nylon est serré par une vis pour assurer la tension du fil de niobium qui est centré dans le tube par l'intermédiaire de 26 espaceurs en mylar, d'épaisseur 0,25 mm. Les pièces d'extrémité, en cuivre, sont soudées sur le tube à la soudure plomb (60%)-étain (40%), (proportions massiques). L'ensemble est plongé dans l'hélium à 4,2 K.

Le couplage au circuit de mesure décrit au chapitre III, § 2, est assuré par une boucle rectangulaire de 15 mm x 10 mm environ, disposée au milieu du tube, là où l'amplitude du champ magnétique à la résonance est maximale (fig. IV-1 ). Un câble coaxial classique en cuivre, d'impédance caractéristique 50  $\Omega$  relie la boucle au circuit de mesure.

Les quelques cinquante lignes que nous avons essayées ne diffèrent que par l'état de surface du conducteur axial en niobium. Les autres éléments restent inchangés.

Nous avons vu au chapitre précédent que l'ensemble électronique de mesure permet d'accéder au facteur de surtension du résonateur



-----champ magnétique  
———champ électrique radial

Fig IV.1

en demi-longueur d'onde ainsi constitué. La résonance est ici du type absorption. Elle apparaît pour une fréquence de l'ordre de 110 MHz, qui reste sensiblement constante d'une ligne à l'autre, à moins de 1% près, à l'exception de deux lignes dont les résonances se sont établies à 108,7 et 111,6 MHz. Ces variations peuvent être attribuées aux écarts entre les valeurs du facteur de surtension, mais aussi aux légères modifications du couplage et des effets d'extrémité inhérentes aux montages et démontages des échantillons.

Compte-tenu de la forme légèrement dissymétrique des courbes, les facteurs de surtension sont calculés à partir des relations données dans l'appendice A. Pour chaque échantillon, nous avons exploité une dizaine de courbes de résonance en calculant  $Q$  à partir des estimations  $Q^{(-1)}$ ,  $Q^{(2)}$  et  $Q^{(3)}$  définies dans l'appendice A. Les valeurs que nous donnons pour  $Q$  sont des valeurs moyennes, dont les différentes estimations ne s'écartent pas en général de plus de 5%. Il faut noter que dans le cas où le traitement de surface a réduit le diamètre du fil (de 3% dans le cas du polissage chimique, de 10% pour le polissage électrolytique), les facteurs de surtension ont été majorés dans les mêmes proportions, de telle façon que les valeurs indiquées sont celles que donnerait un fil de diamètre 0,1 mm.

#### IV-3.2. Influence d'un polissage chimique

Tel que reçu, le fil est recouvert d'un vernis isolant. Essayé dans ces conditions, il donne un facteur de surtension de l'ordre de 80 000.

Avec le fil dénudé à l'aide d'un décapant chimique ("Fil Net", fourni par le comptoir européen de Fabriques-Asnières), nous avons observé une dispersion assez grande lors de nos premiers essais. ( $Q = 77\ 000$  et  $Q = 180\ 000$ ). Puis la valeur de  $Q$  s'est stabilisée entre 300 000 et 330 000 pour les quatre échantillons suivants.

Nous avons alors essayé d'effectuer un polissage chimique du fil dénudé par immersion, à température ambiante, dans un mélange, en proportions volumiques égales, d'acides nitrique et fluorhydrique, de concentration respective 53% et 40%.

Le fil, enroulé sur un mandrin en matière plastique, est plongé pendant 3s dans le bain. Il est ensuite rincé à l'eau distillée puis séché à l'alcool. Il apparaît alors brillant, alors que le décapant utilisé pour le dénuder lui donnait un aspect gris-mat. Mais les examens à la binoculaire (grossissement 40) et surtout au microscope à balayage (grossissement 1 000, photographie IV-1) mettent en évidence les traces de tréfilage que nous n'avons pas pu faire disparaître en prolongeant l'immersion, car alors le fil était violemment attaqué par le mélange acide.

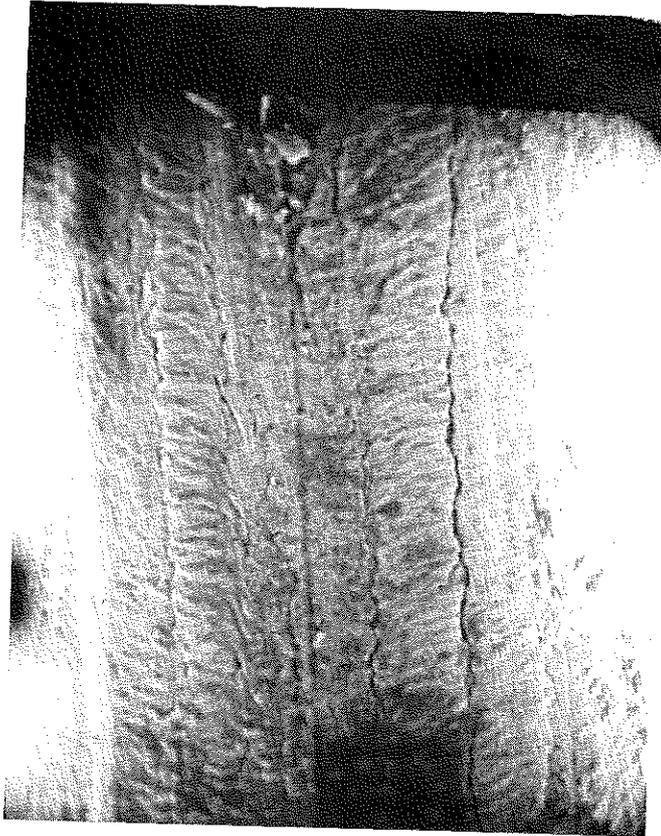
Malgré l'amélioration de l'aspect du fil, le facteur de surtension n'est pratiquement pas modifié par le polissage chimique, sauf pour les fils ayant donné après action du décapant, de faibles valeurs de  $Q$  (77 000 et 180 000). Dans ces deux cas, le polissage chimique a permis d'atteindre respectivement 200 000 et 250 000.

### IV-3.3. Polissage électrolytique

Les techniques de polissage électrolytique sont spécifiques de chaque métal ; de faibles écarts dans les proportions ou les concentrations des composants du mélange électrolyte conduisent souvent à une attaque de la surface au lieu du polissage espéré. Dans notre cas, la mise en oeuvre du polissage est rendue encore plus délicate par les dimensions du fil à polir.

Nous avons essayé deux techniques : l'une, par déroulement continu du fil de 1,50 m de long dans l'axe d'une cathode cylindrique plongée dans l'électrolyte ; l'autre, statique, où le fil est enroulé sur un mandrin cylindrique en matière plastique. Les deux dispositifs sont schématisés sur les figures IV-2 et 3.

Dans chaque cas, différents électrolytes ont été employés, correspondant à 3 catégories d'essais que nous avons résumés dans le tableau IV-2.



Photographie IV-1 : Grossissement  $\sim 1000$

Aspect du fil après polissage chimique

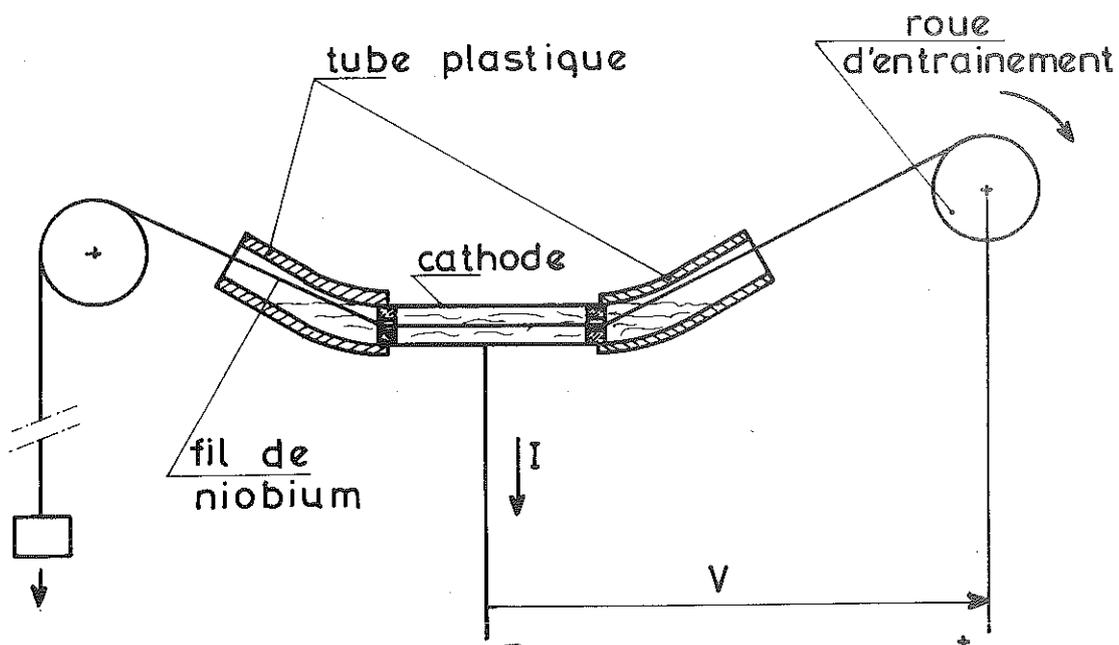


Fig. IV.2

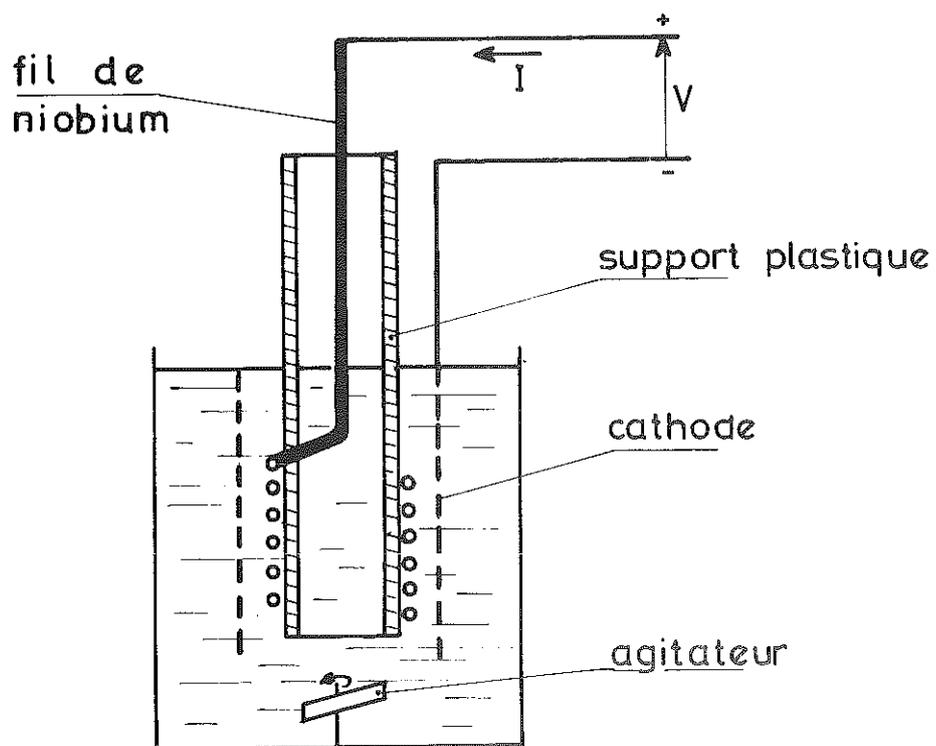


Fig IV.3

SERIE D'ESSAIS N°	1	2	3
composition electrolyte (% en volume)	17,5% HNO <sub>3</sub> à 53% 17,5% HF à 40% 65 % H <sub>2</sub> O	85% H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> à 95% 15% HF à 40%	85% H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> à 95% 15% HF à 48%
technique	déroulement continu	déroulement continu	statique
cathode	cylindre de pla- tine - diamètre 10 mm longueur 10 mm	cylindre d'alu- minium - diamètre 14 mm longueur 40 mm	grille de pla- tine - diamètre 32 mm longueur 50 mm
tension		20 V	20 V
courant	10 mA	35 mA	5 mA
vitesse de déroulement ou durée	2 à 8 cm/mn	~ 10 cm/mn	5 mn
résultat	attaque	aspect lisse et brillant - craquelures locales	aspect lisse et brillant - craquelures locales

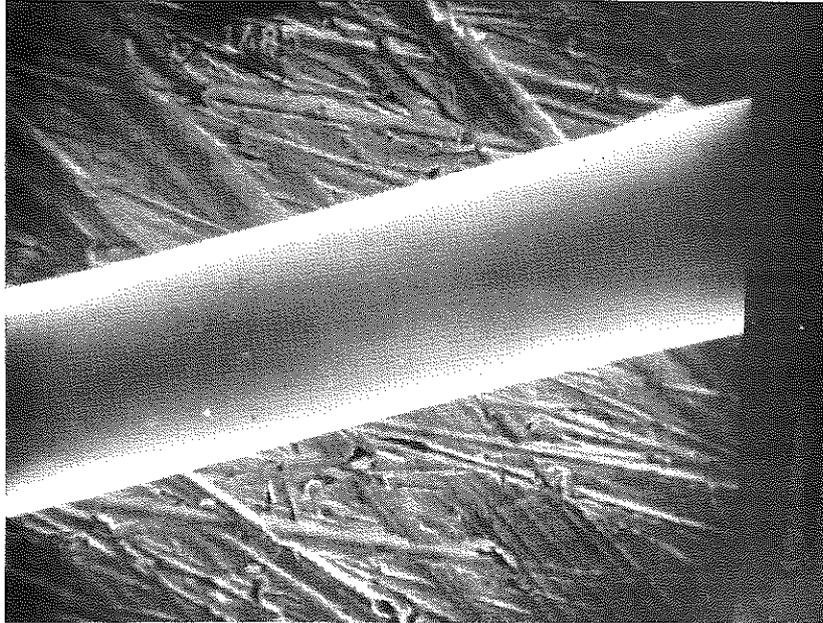
TABLEAU IV-2

Nous avons rapidement abandonné la série d'essais n°1 dont les conditions sont préconisées par TEGART (1960), car elle conduisait à une attaque assez violente du fil, sans polissage. Par contre, nous avons effectué de nombreux essais avec l'électrolyte utilisé par DIEPERS et al. (1971), soit au laboratoire de chimie du C.R.T.B.T., soit au laboratoire d'Etude des Matériaux Minces du C.E.N.G.\*. Dans quelques cas seulement, nous avons obtenu un aspect brillant du fil (photographie IV-2a) avec disparition des rainures de tréfilage. Mais ce polissage n'a jamais pu être rendu uniforme sur toute la longueur du fil, et il a toujours subsisté de petites criques (photographie IV-2b) témoignant d'une légère attaque locale. De plus, les valeurs de courant indiquées dans le tableau IV-2 ne sont pas répétitives, et nous avons souvent noté des variations importantes, parfois de plusieurs ordres de grandeur entre les divers essais. Ainsi la valeur de 5 mA n'a pu être relevée que pour un seul essai ; les autres tentatives, quelles que soient les précautions prises, ont toujours conduit à des intensités beaucoup plus élevées, de l'ordre de 150 mA, soit des densités de  $20 \text{ A/mm}^2$  environ, qui ont entraîné presque systématiquement la rupture du fil. Dans certains cas, le polissage était incomplet (photographie IV-3), dans d'autres, il était accompagné d'attaques locales plus ou moins violentes (photographies IV-4a et b).

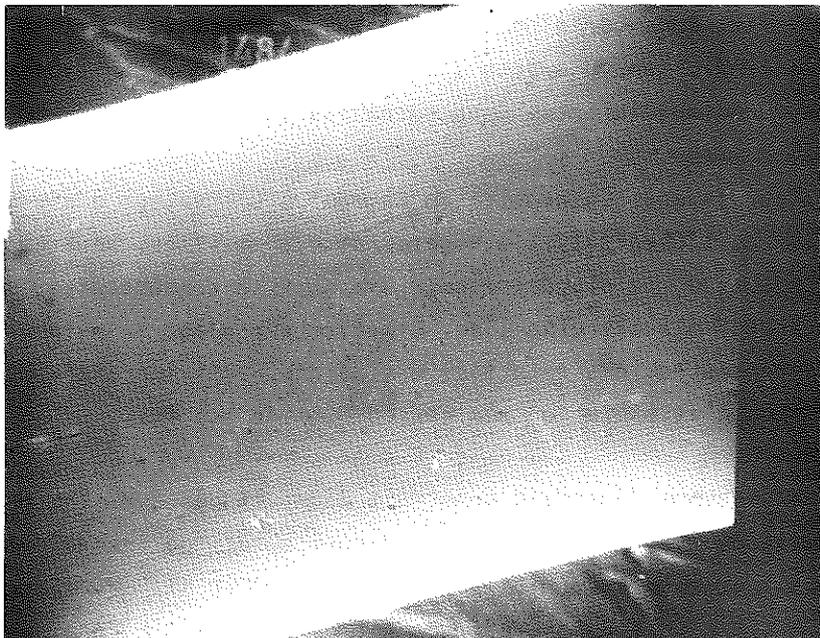
Pour ramener la densité de courant à une valeur admissible, la composition de l'électrolyte a légèrement été modifiée. Nous avons par exemple ajouté de la glycérine pour diminuer la conductivité, mais alors le polissage n'avait plus lieu. L'action sur d'autres paramètres tels que les concentrations relatives des acides, la température du bain, la tension d'alimentation n'a pas eu plus de succès.

Nous avons cependant construit deux lignes avec les deux éléments de fil de 1,50 m qui avaient présenté après "polissage" un aspect brillant et relativement lisse (essais n° 2 et 3). Les facteurs de surtension (ramenés à un diamètre de fil de 0,1 mm) ont tous deux atteint la valeur de 250 000. Il faut noter que dans un des cas, (essai n° 2) le fil avait subi aussitôt après le polissage électrolytique une

\* Nous remercions ici Messieurs J. SPITZ et TRAN VAN DANH du C.E.N.G., de nous avoir fait profiter de leur expérience de ces problèmes de polissage électrolytique et d'oxydation anodique.



Photographie IV-2a : Grossissement  $\sim$  400.



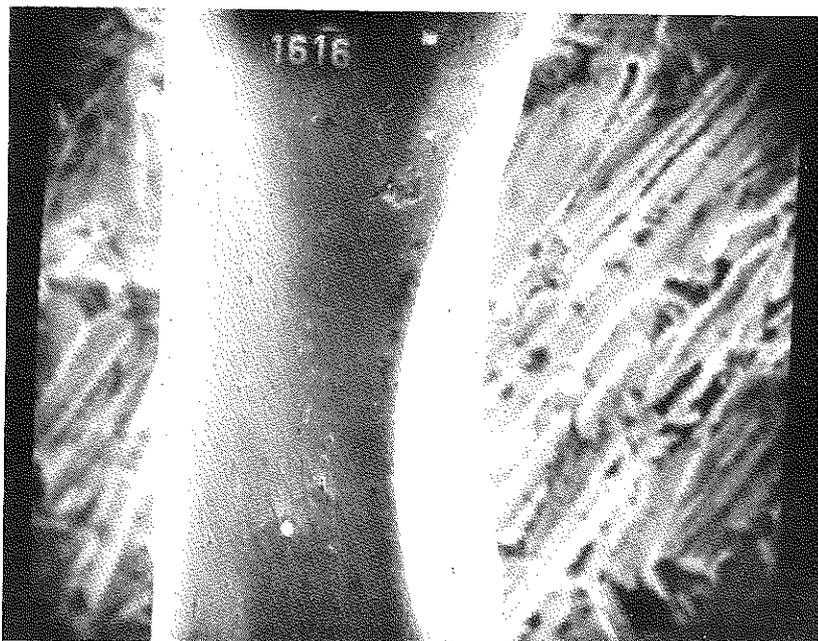
Photographie IV-2b : Grossissement  $\sim$  1000

Aspects du fil après polissage électrolytique

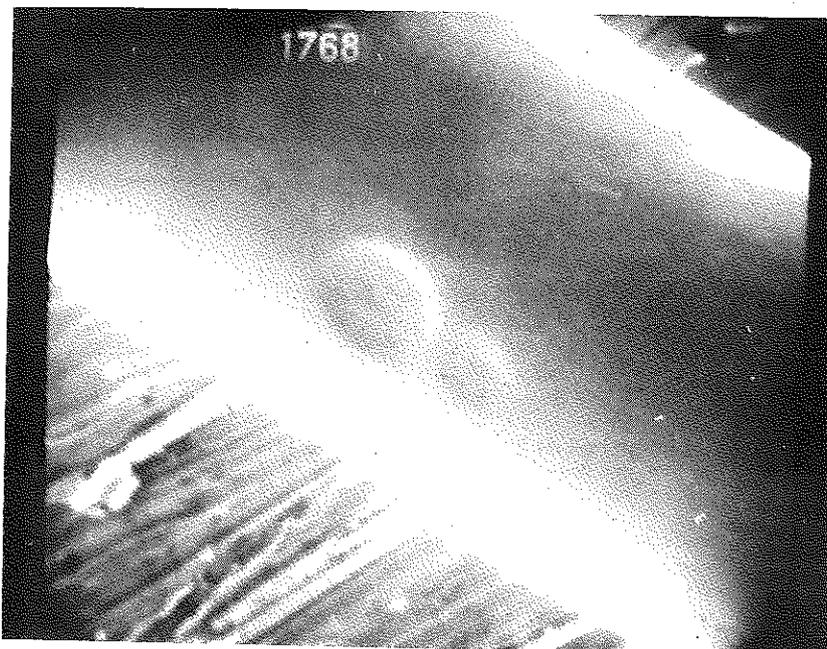


Photographie IV-3 : Grossissement  $\sim 1000$

Polissage électrolytique incomplet



-a-



-b-

Photographies IV-4 : Grossissement  $\sim 1000$   
polissage électrolytique avec attaque locale

oxydation anodique dans les conditions que nous décrivons plus loin, dans le but de protéger sa surface contre d'éventuelles attaques atmosphériques. Le fil poli au cours de l'essai n° 3, (tableau IV-2) est resté exposé à l'air pendant une quinzaine de jours avant d'être placé dans le cryostat. L'examen à la binoculaire n'a pas révélé de modification dans son aspect superficiel après cette période.

Comparés aux valeurs de  $Q$  obtenues après polissage chimique, les résultats sont plutôt décevants. Mais le poli des fils était loin d'être uniforme et nous ne pouvons tirer aucune conclusion de ces essais quant à leur influence sur le facteur de surtension.

#### IV-3.4. Oxydation anodique

L'oxydation anodique des métaux peut se faire soit en milieu basique, soit en milieu acide. Compte-tenu de l'expérience acquise au C.R.T.B.T. pour oxyder l'aluminium, en utilisant l'acide sulfurique comme électrolyte, c'est la deuxième solution que nous avons adaptée à notre fil de niobium.

Comme pour le polissage électrolytique, nous avons essayé les deux techniques de déroulement continu et d'immersion statique. Dans le premier cas nous avons utilisé une solution 0,2 N d'acide sulfurique, avec une cathode en graphite de diamètre 8 mm et de longueur 40 mm. Le niobium défile dans l'axe de la cathode à la vitesse de 1,4 cm/mn, c'est-à-dire que chaque élément de fil est oxydé pendant 3 mn environ. La tension appliquée est de 40 V.

Cette méthode a été utilisée pour oxyder l'un des fils polis électrolytiquement (essai n° 2 du tableau IV-2). Le courant est resté compris, pendant toute la durée de l'oxydation entre 10 et 12 mA. Nous avons vu que le facteur de surtension de la ligne montée avec ce fil n'était que de 250 000.

Devant les difficultés rencontrées pour obtenir un polissage électrolytique satisfaisant, nous avons essayé d'effectuer l'oxydation anodique sur le fil poli chimiquement. Nous avons ici

adopté le mode opératoire que nous a indiqué M. TRAN VAN DANH du C.E.N.G. L'électrolyte est une solution 1,4 N d'acide sulfurique. La cellule d'oxydation a la même disposition géométrique que la cellule de polissage représentée sur la figure IV-3. La même cathode de platine est utilisée. L'oxydation se fait à température ambiante et le bain est agité constamment. Avant de plonger le fil dans la solution on applique une tension de 1V. Après immersion complète du fil de 1,50 m, le courant s'établit à 5 mA, puis décroît lentement jusqu'à une valeur stable de 0,2 mA environ. La tension est alors augmentée jusqu'à provoquer de nouveau un courant de 5 mA qui décroît comme précédemment jusqu'à 0,2 mA lorsque la tension est maintenue à sa valeur, et ainsi de suite. A chaque palier de tension, le fil prend une coloration différente, caractéristique de l'épaisseur d'oxyde.

Nous avons appliqué cette méthode de façon systématique, en mesurant après chacun des paliers successifs décrits plus haut, le facteur de surtension de la ligne montée avec le fil oxydé. Des essais préalables ont donné pour le fil simplement dénudé un facteur de surtension de 285 000, légèrement inférieur à la moyenne indiquée précédemment ; après polissage chimique,  $Q$  atteint 345 000. Sur la figure IV-4 nous avons porté les variations du facteur de surtension en fonction de la tension appliquée entre les électrodes de la cellule d'oxydation anodique. Cette tension est caractéristique de l'épaisseur de l'oxyde formé. L'abscisse de chaque "point" expérimental correspond à l'amplitude du palier de tension nécessaire pour maintenir dans la cellule un courant résiduel de 0,2 mA. On constate que le facteur de surtension sensiblement constant lorsque l'épaisseur d'oxyde est faible, décroît ensuite légèrement. Cette diminution doit sans doute être attribuée à l'existence de pertes diélectriques dans le film d'oxyde.

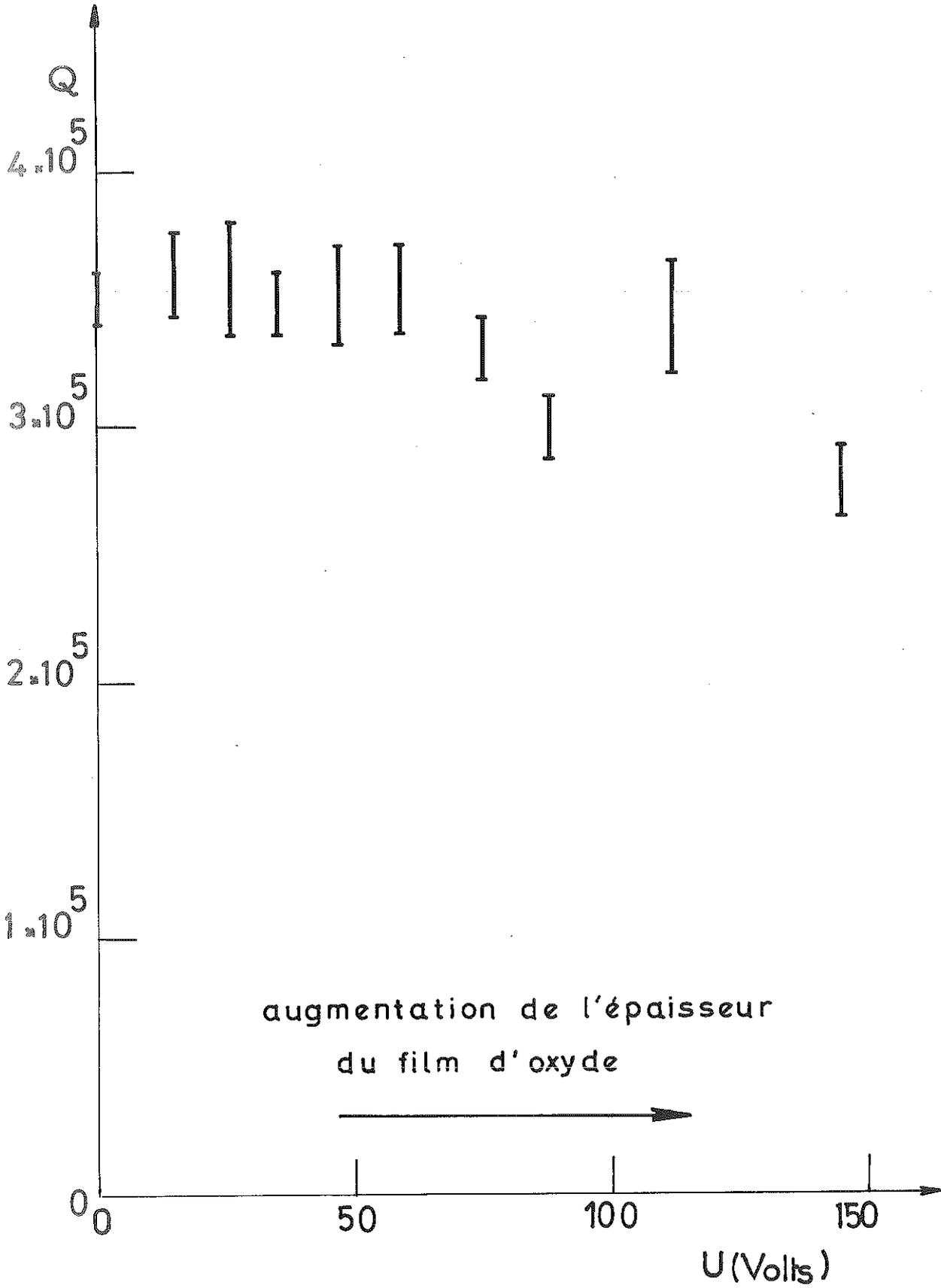


Fig IV.4

#### IV-4 CONCLUSIONS

A l'exception du polissage chimique grâce auquel nous avons pu améliorer le facteur de surtension de la ligne ouverte, les traitements de surface effectués ne semblent pas contribuer à une diminution appréciable des pertes du fil de niobium à 110 MHz.

Ce résultat décevant est en contradiction avec ce qui a pu être obtenu par d'autres auteurs sur des cavités résonantes supraconductrices en niobium. Nous pensons qu'il est essentiellement lié à la mauvaise qualité du polissage électrolytique. Celui-ci est particulièrement délicat dans le cas de notre fil à cause de sa faible section et de sa grande longueur. En effet, une des conditions essentielles de la réussite du polissage réside dans le maintien aux bornes des électrodes d'une différence de potentiel suffisante, au moins d'une vingtaine de volts avec la cellule utilisée. Cette tension est nécessaire pour accélérer les ions dans l'électrolyte et éviter l'attaque chimique du niobium. Elle a presque systématiquement imposé dans le montage une intensité trop importante pour être supportée par le fil de diamètre 0,1 mm.

Les essais que nous avons effectués pour diminuer la densité de courant dans le fil ne nous ont pas permis de le polir. Nous les avons finalement abandonnés pour nous consacrer à l'étude des lignes en court-circuit, pour lesquelles le traitement de surface du niobium a été limité au simple polissage chimique.

Nous pensons cependant que l'obtention d'un polissage électrolytique du fil est possible si l'on met au point une cellule où des électrodes de géométrie déterminée seraient associées à un électrolyte de conductivité et viscosité faibles. Ces deux dernières propriétés sont indispensables si l'on veut d'une part limiter la densité de courant à une valeur admissible pour un fil de faible section et d'autre part assurer une mobilité suffisante des ions accélérés par le champ électrique.

#### IV-5 REMARQUES SUR L'ORIGINE DES PERTES HAUTES FREQUENCES DANS LA LIGNE

---

Dans les paragraphes qui précèdent, nous avons implicitement supposé que la totalité des pertes de la ligne pouvait être attribuée à la résistance de surface du fil de niobium. Or, a priori, on peut dénombrer trois autres sources de pertes :

- (1) Le conducteur extérieur de la ligne
- (2) Les pertes diélectriques dans le mylar
- (3) Les pertes diélectriques dans l'hélium liquide.

Nous n'avons pas mentionné les pertes par rayonnement ni celles dues au couplage. En effet, puisque la ligne constitue une cavité fermée, il n'y a pas lieu de croire à une perte par radiation, et nous avons vu au chapitre précédent comment une analyse convenable d'une courbe de résonance permet de trouver directement le facteur de surtension à couplage nul.

Dans les lignes coaxiales d'impédance  $50 \Omega$  que nous avons analysées au chapitre I, le rapport des diamètres des conducteurs est de l'ordre de 3, et les pertes dues au conducteur extérieur sont du même ordre de grandeur que celles dues à l'âme de la ligne. Dans notre cas, le rapport est de 200. Par conséquent, la densité de courant sur le conducteur extérieur est deux cents fois plus faible que sur le fil ; comme les résistivités (donc les résistances de surface) des matériaux qui composent la ligne sont comparables (chapitre II), les pertes dans le conducteur extérieur sont négligeables devant les pertes dans le fil.

En ce qui concerne les pertes diélectriques dans le mylar, nous admettons un coefficient de pertes de  $1,2 \cdot 10^{-4}$  (MEYER, 1976), valeur à 4,2 K qui varie assez peu avec la fréquence jusqu'à 200 MHz au moins. Puisque ce matériau occupe 0,7% de l'espace diélectrique, le facteur de surtension correspondant à ce seul type de pertes serait de  $(1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,7 \cdot 10^{-2})^{-1} = 0,95 \cdot 10^6$ . Cette valeur est

nettement supérieure à celles que nous avons mesurées. La réduction de moitié du nombre des espaceurs ne modifie d'ailleurs pas les résultats obtenus, ce qui prouve que les pertes dans le mylar sont relativement négligeables. Quant à l'hélium liquide, les mesures effectuées par NELSON (1974) montrent qu'il faut atteindre des champs électriques élevés pour commencer à y déceler des pertes diélectriques.

## C H A P I T R E V

---

### ETUDE DES LIGNES EN COURT-CIRCUIT

Afin de déterminer l'influence d'un courant continu superposé au signal haute fréquence, sur la résistance de surface du fil de niobium, nous avons imaginé, sur une idée de J. GILCHRIST, un dispositif particulier pour alimenter le fil de niobium sans qu'il soit shunté par le tube extérieur. Le courant continu qui circule dans le fil est alors effectivement celui qui est mesuré à l'extérieur du cryostat sur le circuit d'alimentation.

Parmi les problèmes expérimentaux que nous avons dus résoudre, l'un des plus importants est celui de la réalisation de très bons contacts pour les courts-circuits d'extrémités. La qualité de ces contacts conditionne le fonctionnement en hautes fréquences du résonateur constitué par la ligne.

Les ensembles de mesure décrits dans le chapitre III et les lignes que nous avons construites nous ont permis d'obtenir des résultats cohérents dans une gamme de fréquences allant de 103 MHz à 2,3 GHz et pour des courants continus réglables de 0 à la valeur  $I_c$  nécessaire pour provoquer la transition vers l'état normal.  $I_c$ , typiquement de l'ordre de 35 A, a, pour certains échantillons, dépassé 43 A, ce qui correspond à une densité de courant critique supérieure à  $5,5 \cdot 10^9 \text{ A m}^{-2}$ .

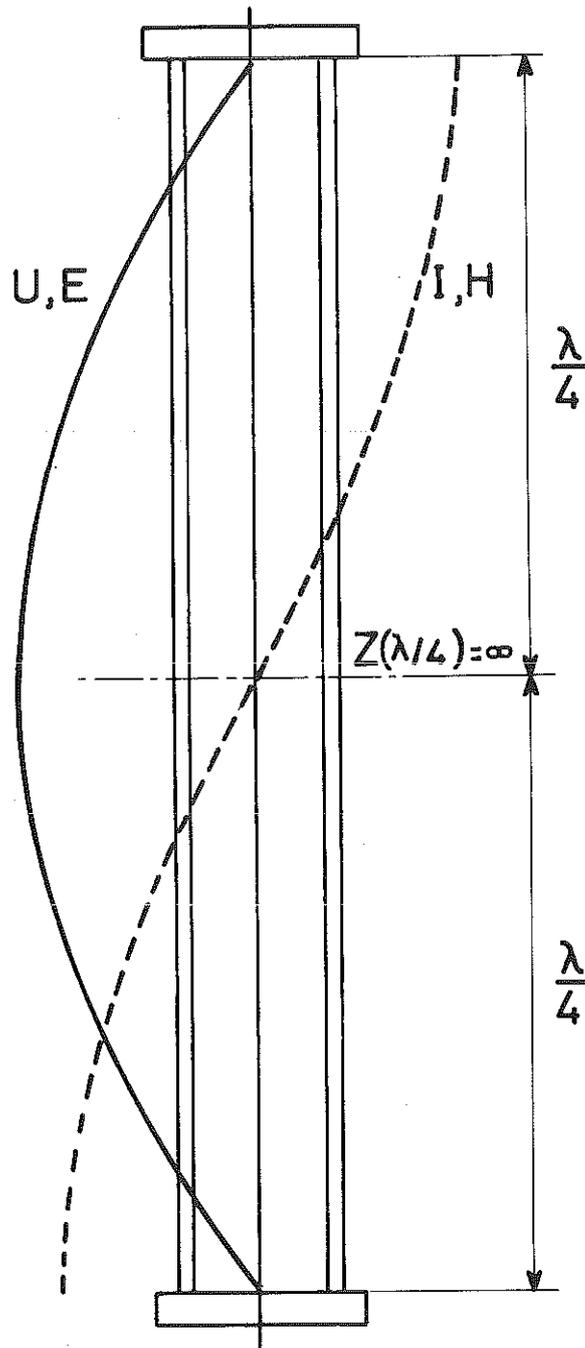
## V.1 ALIMENTATION EN COURANT CONTINU

Le générateur de courant continu est une source de courant 50 A, type C.N.R.S., utilisée au Laboratoire pour alimenter les bobines supraconductrices. Le système d'alimentation est indépendant du circuit hautes fréquences. L'intensité est mesurée à l'extérieur du cryostat à l'aide d'un shunt et d'un millivoltmètre AOIP, type VNIM. Le courant doit effectivement circuler dans le fil de niobium, où il est superposé au signal haute fréquence, sans être dérivé dans le conducteur extérieur. Puisque la ligne est court-circuitée aux deux extrémités, ceci impose de diviser ce conducteur en deux parties isolées électriquement, sans pour autant empêcher la propagation du courant haute fréquence.

Or, à la résonance, la ligne présente en son milieu une impédance infinie (fig. V.1). Il est donc théoriquement possible, sans perturber le facteur de surtension, de scinder le tube extérieur en deux demi-tubes d'égale longueur, sans contact électrique. Nous avons vérifié expérimentalement cette hypothèse en isolant les deux demi-tubes par un disque de mylar d'épaisseur 0,25 mm. Le passage du courant pour les fréquences encadrant la résonance, ou en cas de légère erreur de symétrie, est assuré par la capacité du mylar (30 pF) et par un condensateur de 10 nF branché entre les deux demi-tubes.

## V.2 DESCRIPTION DES LIGNES COURT-CIRCUITEES

La disposition générale des lignes est indiquée sur la figure 1 de la publication que nous avons faite avec J. GILCHRIST (MAZUER et GILCHRIST, 1974) et reproduite pages 78 à 80.



----- champ magnétique  
——— champ électrique radial

Fig. V1

# K3 High frequency study of a short niobium/lead alloy line

J. Mazuer and J. Gilchrist

We have studied the resonant  $Q$  factors of coaxial lines 1.42 m in length, consisting of fine niobium wires in superconducting tubes. The lines are either open-circuited at each end or else short-circuited at each end. In either case the fundamental resonance and odd harmonics up to the ninth were observed. Various surface treatments of the wire made no appreciable difference to the  $Q$  value of the open-circuited lines. The short-circuited lines had much lower  $Q$  values due to imperfect short-circuiting contacts, and were used mainly to study the effect of a superposed direct current. This was appreciable even when the current was much smaller than the current that the wire would support without resistive transition. The additional high-frequency loss caused by the current was attributed to flux penetration.

High-frequency transmission lines with niobium inner and lead outer conductors have been studied by Nahman *et al.* [1-3] who also recently reviewed the experimental results and theory [4]. We have studied niobium/lead alloy lines shorter (1.42 m instead of 200-500 m) than Nahman's and at lower frequencies (100-900 MHz instead of 2-12 GHz) but having inner conductors of similar diameter. The attenuation of a pulse being too small for us to measure we only studied the resonances of our lines, having them coupled inductively to a measuring circuit [5]. The niobium wire which formed the inner conductor was of diameter 0.1 mm as received and a little less after treatment, while the outer conductor was a 20 mm i.d. copper tube internally tinned with  $Pb_{50}Sn_{50}$  (wt%) solder. The wire was centred in the tube with the aid of 26 mylar (polyterephthalate of ethylene glycol) spacers occupying a total of 0.94% of the interconductor space, the rest being occupied by liquid helium. Two types of line were studied, lines open-circuited at each end and lines short-circuited at each end. In both cases the high-frequency current at resonance was of the order of 15 mA.

## 1 Open-circuited lines

The niobium wire was 10 cm shorter than the copper tube and was tensioned by being glued at each end to a nylon filament. This type of line resonated at 110 MHz (length = half wave), 330, 550, 770 and 990 MHz. We measured the  $Q$  factors at 110 MHz of lines containing wires which had been treated variously, and the results are reported below. Each  $Q$  value given is the mean of several values obtained with different lines each containing a wire treated similarly. These individual values were always within 10% of the mean. Where the treatment had appreciably reduced the wire

The authors are with the Centre de Recherches sur Les Très Basses Températures and the Laboratoire d'Electrotechnique, CNRS, BP 166, Centre de Tri, 38042-Grenoble Cedex, France.

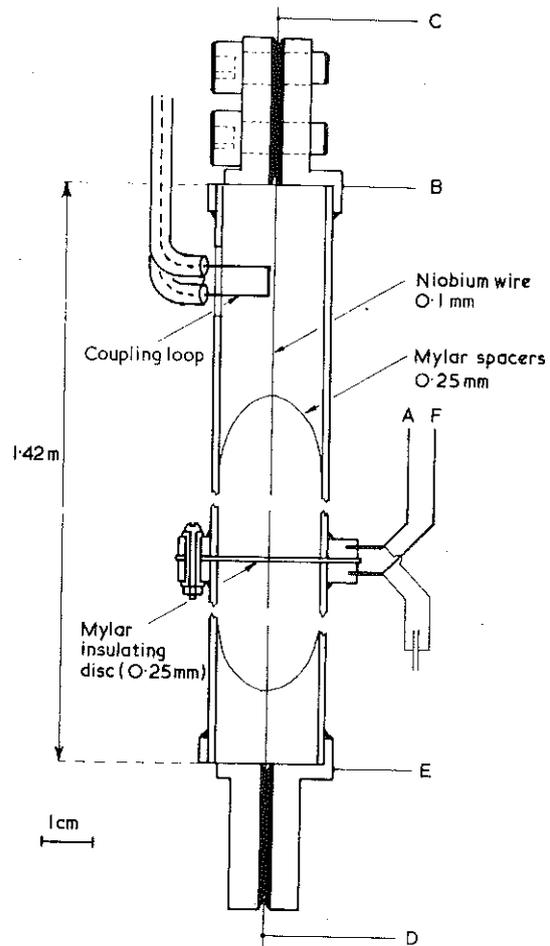


Fig.1 The central part and the two extremities of the short-circuited line. The direct current is introduced by means of leads A and F. B, C, D and E serve solely to measure d.c. potential drops along the wire and across the contacts.

diameter, the  $Q$  has been multiplied by a factor inversely proportional to the diameter, so that the value given is what we should expect to find with an 0.1 mm wire. As received the wire was varnished and we find  $Q = 80\ 000$ . When the varnish was chemically removed  $Q$  became 330 000 and remained at this value after an etching treatment for 3 s in an  $H_2SO_4$ -HF mixture. No improvement was obtained by electrolytic polishing followed by anodic oxidation. In fact as a function of the thickness of the oxide film (characterized by the voltage needed to maintain a small current in the anodic oxidation cell)  $Q$  tended to diminish slightly.

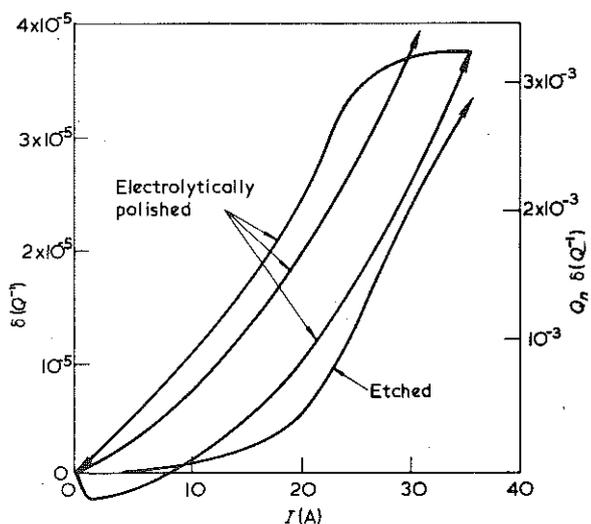


Fig.2 Additional high-frequency loss caused by direct current  $I$ . The three curves relating to a line containing an electrolytically polished wire are for the initial application of current, for the application of a positive current after a negative current which did not cause resistive transition, and during subsequent removal of current.

2 Short-circuited lines

These are illustrated in Fig.1. The wire extended to each end of the tube where the best possible contact was made with tinned copper end pieces. The lowest d.c. resistance, less than 3 n $\Omega$ , was obtained by tinning the ends of the wire by diffusion at 700°C under vacuum and then soldering with Pb-Sn. Another type of contact, of 700 n $\Omega$ , was made by point-soldering the wire to a niobium trip which was then squeezed between tinned copper plates. With either of these types of contact, and with the wire etched in H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>-HF, the  $Q$  value of the fundamental resonance at 103 MHz was usually near 20 000. Other types of contact tried earlier gave different and less reproducible  $Q$  values. Comparing these with  $Q = 330\ 000$  for the open-circuited line we see that the imperfect contacts contributed much more than anything else to the losses of the lines.

The unique advantage of the short-circuited lines for our investigation was that we were able to pass heavy direct currents through them while studying their high-frequency resonances. The outer conductor was sawn through at the centre and the halves screwed together by means of flanges separated by an 0.25 mm mylar disc. While opening the circuit for d.c. this left the resonances unaffected since a current node always occurs at the centre of the line.

Figure 2 shows  $\delta(Q^{-1})$  plotted as a function of the direct current  $I$ .  $\delta(Q^{-1})$  denotes  $Q^{-1}(I) - Q^{-1}(0)$  and represents the additional high frequency losses occurring in the line as a result of the d.c. This function appears to be independent of  $Q(0)$  and of the type of end-contacts of the line, which suggests that it is primarily a property of the niobium wire. The value of  $Q_n \delta(Q^{-1})$  is also indicated, where  $Q_n$  is the theoretical value of  $Q$  for a line containing a normal conducting niobium wire (at 10 K for example), and is 87 for 103 MHz. When comparison is made with the series of

harmonic resonances (at 309, 515, 721 and 927 MHz),  $Q_n \delta(Q^{-1})$  is found to vary little with frequency when  $I < 26$  A but to increase with frequency more and more rapidly at higher currents: for example, by a factor 2 over the range when  $I = 31$  A. These results are shown in Fig.3. Data were usually obtained between successive increases of  $I$ . Normally  $I$  was increased until an abrupt transition occurred, between 30 and 38 A depending on the type of contacts, but sometimes  $I$  was increased then decreased without provoking a transition and then we observed a hysteresis such as is shown in Fig.2. Most probably the extra losses represented by  $\delta(Q^{-1})$  are of the mixed state type, due to the beginning of flux penetration, perhaps at certain weak spots along the wire. However, no d.c. resistance was detectable in the wire until  $I > 28$  A. For  $I = 30$  A, the wire resistance was typically 50 n $\Omega$  which is a fraction  $2 \times 10^{-8}$  of the normal-state resistance.

3 Conclusions

The highest  $Q$  values of the open-ended lines correspond theoretically to an attenuation of 0.07 dB/km but a pulse in a long line would also be diminished by non-dissipative partial reflections arising from non-uniformities. From the short-circuited lines we learn that the presence of a direct current of half the intensity needed to provoke a sudden

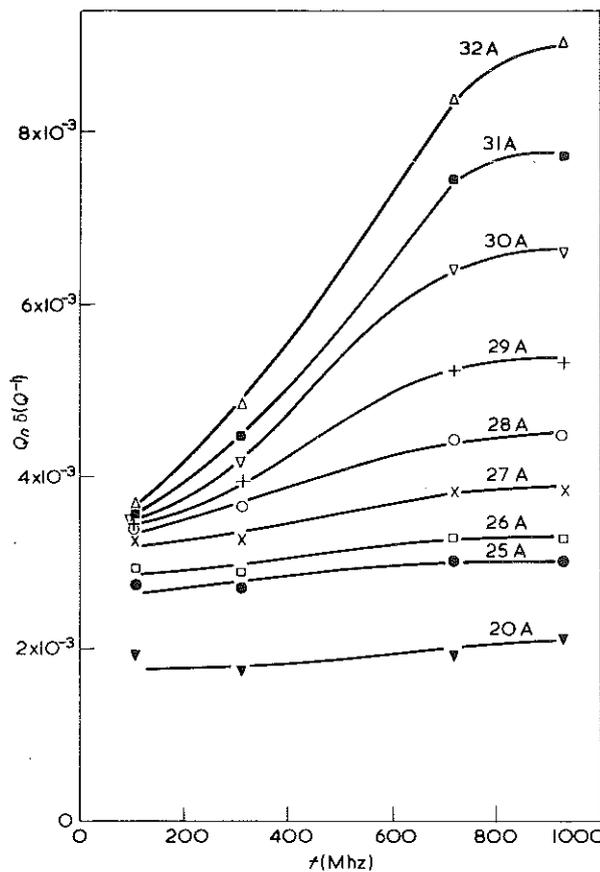


Fig.3 Additional high-frequency loss caused by direct current shown as a function of frequency for various currents.

resistive transition will cause an additional attenuation of 0.05–0.35 dB/km at 100 MHz depending on the surface and hysteretic state of the wire.

#### Acknowledgements

We thank M. Tomasik for his technical collaboration.

#### References

1 McCaa, W. D. and Nahman, N. S. 'Frequency and time-domain analysis of a superconductive coaxial line using the two-fluid model', *Journal of Applied Physics*, Vol.39 (1968), No.6, pp.2592–2596.

2 McCaa, W. D. and Nahman, N. S. 'Frequency and time-domain analysis of a superconductive coaxial line using the BCS theory', *Journal of Applied Physics*, Vol.40 (1969), No.5, pp.2098–2100.

3 Ekstrom, M. P., McCaa, W. D. and Nahman, N. S. 'The measured time and frequency response of a miniature superconducting coaxial line', *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol.NS 18 (1971), pp.18–25.

4 Nahman, N. S. 'Miniature superconductive coaxial transmission lines', *Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers*, Vol.61 (1973), No.1, pp.76–79.

5 Mazuer, J., Brunet, Y., Gilchrist, J. Monceau, P. and Odin J. 'Study of the  $Q$  factor of resonating conductor specimens by inductive coupling', (in French), *Revue de Physique Appliquée*, Vol.6 (1971), pp.377–381.

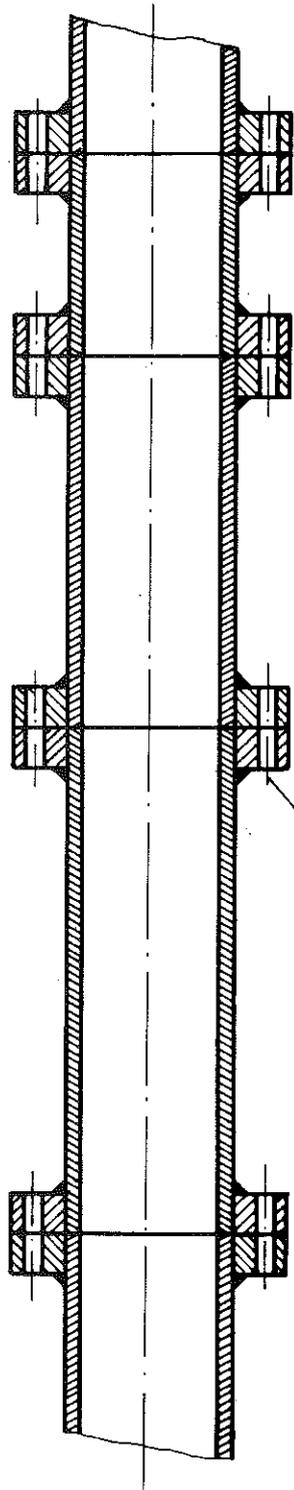
Le fil de niobium est centré dans l'axe du conducteur extérieur à l'aide de 12 espaceurs en mylar. Compte-tenu du disque d'isolement déjà cité, le mylar occupe un volume total de 0,37% de l'espace inter-conducteurs, le reste est occupé par l'hélium liquide. Les extrémités supérieure et inférieure de la ligne comportent des pièces de cuivre brasées sur les tubes avec une soudure à l'argent. Sur ces masses de cuivre viennent se fixer par serrage ou soudure, des contre-pièces également en cuivre et destinées à court-circuiter la ligne aux deux extrémités (fig. 1, page 78). Des prises de tension placées aux bornes B C D E permettent de mesurer d'une part la résistance du fil central, d'autre part celle de chacun des contacts d'extrémité.

A l'exception d'une seule ligne que nous mentionnerons plus loin, le seul traitement de surface effectué sur le fil de niobium est le polissage chimique décrit au chapitre précédent, § IV.3.2.

Nous avons également utilisé des lignes dont les deux demi-conducteurs extérieurs sont divisés en éléments démontables identiques deux à deux, pour pouvoir facilement les raccourcir (figure V.2) et augmenter ainsi la fréquence de résonance. Cependant, nous avons pu mettre en évidence les résonances des harmoniques impairs de la fréquence fondamentale sur les lignes de 1,42 m, jusqu'à 2,3 GHz. Nous n'avons donc finalement effectué des séries d'essais que sur deux longueurs différentes de lignes, 1,42 m et 1,24 m, cette dernière longueur étant destinée uniquement à nous fournir des fréquences de résonance intermédiaires.

L'avantage de travailler sur les fréquences harmoniques est double :

- d'une part, pour chaque ligne construite, le même élément de fil de niobium est utilisé pour toutes les fréquences harmoniques accessibles.
- d'autre part, il n'est pas nécessaire de réaliser pour chaque fréquence de nouveaux contacts pour les courts-circuits d'extrémités.



Nombre et longueur des  
éléments pour la moitié  
de la ligne (soit 710 mm)

- 1 élément de 170 mm
- 3 éléments de 90 mm
- 3 éléments de 50 mm
- 1 élément de 60 mm
- 1 élément de 35 mm
- 1 élément de 25 mm

4 trous  $\varnothing 2,5$  pour  
fixation

Éléments démontables

Fig V.2

### V.3 ETUDE ET REALISATION DES CONTACTS D'EXTREMITES

Puisque nous voulons mettre en évidence les pertes propres au fil de niobium, il est indispensable de réaliser de bons contacts d'extrémité. De mauvais contacts conduisent d'une part à une instabilité de la résonance et provoquent d'autre part une transition précoce du fil de niobium vers l'état normal en fonction du courant continu.

Nous avons donc essayé un certain nombre de lignes différenciant les unes des autres uniquement par les contacts d'extrémités, dans le but de déterminer les meilleurs. Les résultats de ces essais sont résumés sur le tableau V.1, dans lequel nous pouvons distinguer trois grandes catégories de contacts.

#### V.3.1. Contacts par soudures diverses (types 1 à 4).

Ils conduisent en général à des résistances élevées et à des facteurs de surtension assez médiocres. Nous avons donc été amenés à les éliminer, que la soudure soit faite au Pb-Sn sur fil de niobium cuivré ou non (types 2 et 1) ou qu'elle soit électrique, par points, entre fil de niobium et fil de cuivre, le fil de cuivre étant ensuite soudé au Pb-Sn sur les pièces d'extrémités (type 3). L'utilisation d'une plaquette de Platine de 120  $\mu\text{m}$  d'épaisseur à la place du fil de cuivre (type 4) conduit à une nette augmentation du courant continu admissible, mais à un facteur de surtension de l'ordre de 10 000 seulement.

#### V.3.2. Contacts par pression (types 5 à 7).

Ils sont représentés schématiquement sur la figure 1, page 78. Les plaques et contre-plaques d'extrémités sont recouvertes d'indium et le fil de niobium est serré entre elles par 4 vis soit directement (type 5), soit par l'intermédiaire d'une plaquette de niobium de 120  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, préalablement fixée sur le fil par soudure électrique (type 6). La pression de serrage conditionne la qualité du contact, comme le montrent les essais effectués sur le type 5. Du point de vue de la haute fréquence, les contacts de ce type donnent d'une ligne à

TYPE DE CONTACT	RESISTANCE DE CONTACT	COURANT DE TRANSITION MAXIMAL	Q(0) (a) à 103 MHz
(1) Soudure au Pb-Sn	200 mΩ	6 A	4 000
(2) Cuivrage du fil de Nb + soudure au Pb-Sn	400 μΩ	28 A	11 000
(3) Soudure par points du fil de Nb sur fil de cuivre + soudure au Pb-Sn du fil de Cuivre	non mesurée	19 A	20 000
(4) Soudure par points du fil de Nb sur plaquette de Pt (épaisseur 120 μm) + soudure au Pb-Sn de la plaquette Pt	3 μΩ	36 A	10 000
(5) Serrage du fil de Niobium entre plaques de cuivre indiennes			
a) couple de serrage sur les vis : 50 cm kg	7 μΩ	37 A	10 000 à 60 000
b) couple de serrage sur les vis : 25 cm kg	25 μΩ	37 A	non mesuré
c) couple de serrage sur les vis : 0 (fil noyé dans indium fondu)	100 μΩ	24 A	~ 1 000
(6) Soudure par points du fil de Nb sur plaquette de Nb (épaisseur 120 μm) + serrage dans indium (couple 50 cm kg)	0,7 μΩ	30 A	20 000
(7) Contacts séparés pour H.F. et C.C., par serrage entre plaques de cuivre indiennes	3 nΩ	35 A	22 000
(8) Etamage sous vide + soudure au Pb-Sn	< 3 nΩ	33 à 43 A	20 000 à 30 000

(a) Valeur du facteur de surtension lorsque le courant continu est nul

T A B L E A U V. 1.

L'autre des résultats assez dispersés : le facteur de surtension  $Q(0)$  en l'absence de courant continu varie en moyenne de 10 000 à 20 000, avec dans un seul cas une valeur supérieure à 60 000. Cette valeur s'est d'ailleurs dégradée dans le temps en fonction des cycles thermiques entre 4,2 K et l'ambiante, jusqu'à une valeur de 20 000 environ. Par contre, les contacts de type 6 donnent pour  $Q(0)$  une valeur plus fiable de l'ordre de 20 000.

Nous avons également essayé de diviser chaque contact en deux parties (fig. V.3). Un premier contact placé à l'extrémité du tube sert à effectuer le court-circuit pour la haute fréquence. Un deuxième, extérieur à la cavité, permet d'assurer l'alimentation du fil en courant continu. Tous deux sont des contacts par pression à l'indium (type 7). Nous avons d'abord obtenu de bons résultats avec ce dispositif, mais la valeur du courant continu admissible avant transition s'est dégradée dans le temps, et la résonance est devenue instable.

Lors des essais des lignes avec contacts du type 6, nous avons mesuré la tension entre les extrémités du fil de niobium (bornes C et D, figure 1, page 78) en fonction du courant continu. Les variations de la résistance correspondante sont représentées sur la figure V.4. Nous n'avons pas pu mettre en évidence de tension appréciable pour un courant inférieur à 28 A, ce qui compte tenu du dispositif de mesure utilisé, correspond à une résistance du fil inférieure à 4 n $\Omega$ . Sur la figure V.4., nous avons indiqué l'échelle relative des variations de la résistance du fil par rapport à sa valeur  $r_n$  à l'état normal.  $r_n$  est déterminée à partir des mesures de résistivité (chapitre II) et vaut 2,7  $\Omega$ .

La transition vers l'état normal a lieu pour un courant légèrement supérieur à 30 A. La tension observée aux bornes du fil juste avant la transition correspond à un champ électrique uniforme de 3  $\mu\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$  et à une dissipation totale dans le fil de 130  $\mu\text{W}$ . Or, si elle était uniformément répartie sur les 1,42 m, il est peu probable qu'une telle dissipation eût été suffisante pour provoquer la transition à l'état normal du fil. Par contre, si une certaine fraction de cette puissance était concentrée sur une courte portion du fil, la transition pourrait avoir lieu localement et se propager par la suite par conduction

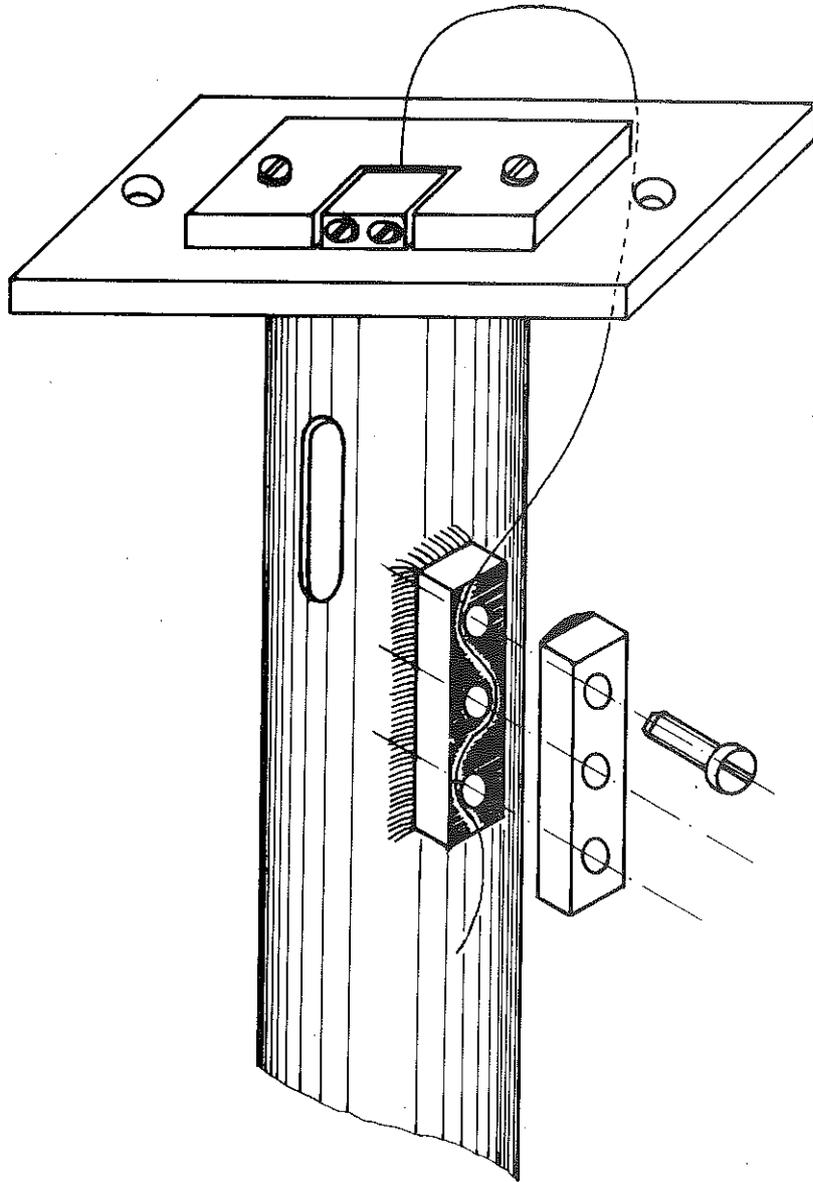


Fig V.3

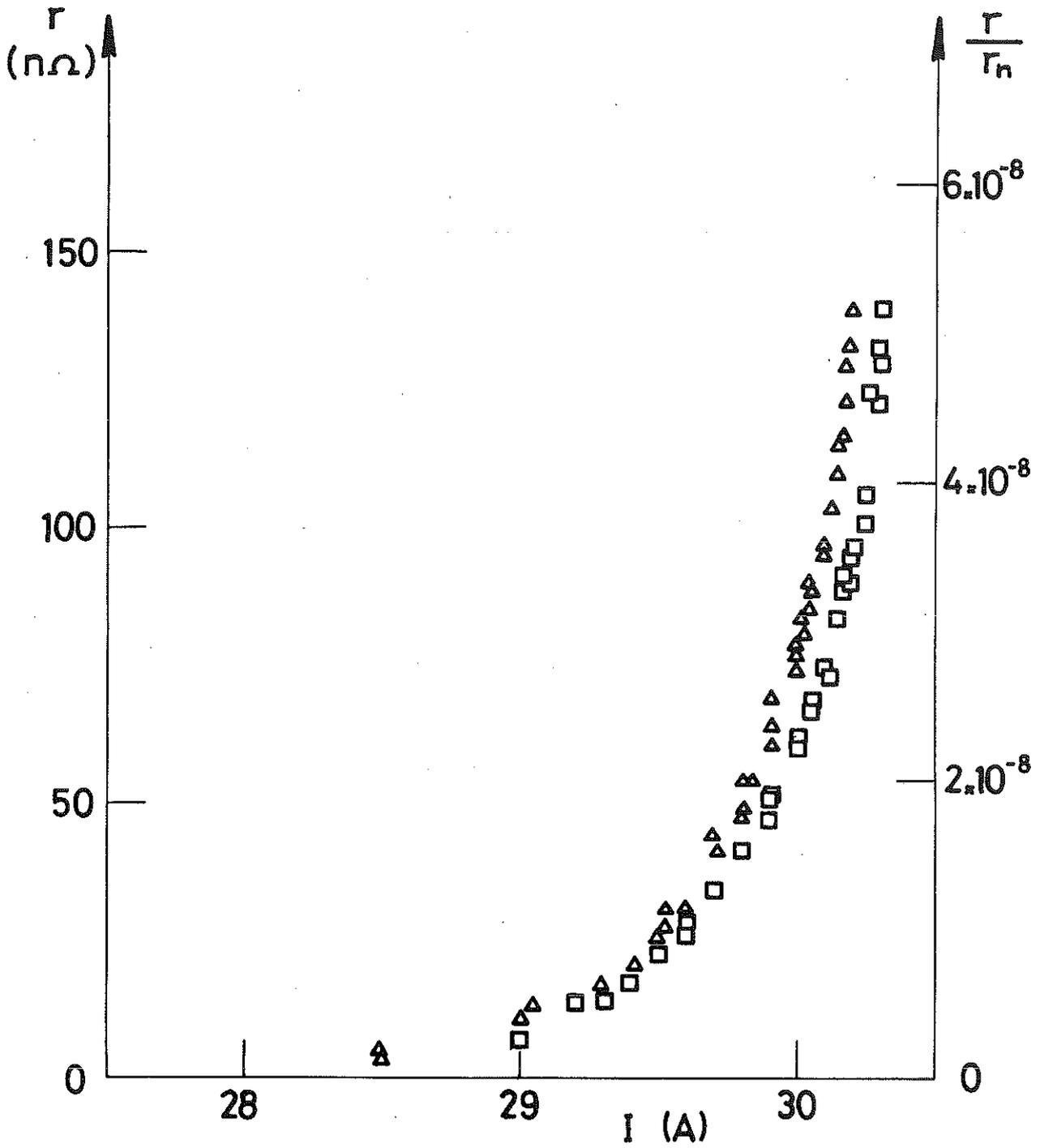


Fig V.4

thermique. Le point faible pourrait se situer à un endroit où le fil aurait été endommagé, près d'un contact d'extrémité par exemple.

Ces observations nous ont amené à étudier un autre type de contact, dont la réalisation élimine les risques de détérioration du fil.

### V.3.3. Contacts par soudure au Plomb-étain, après diffusion d'étain dans le niobium (type 8).

La diffusion sous vide de l'étain dans le niobium est utilisée depuis plusieurs années à l'échelle industrielle pour la fabrication des rubans de  $Nb_3Sn$  (ADAM et al., 1970 ; BETHOUX, 1970 ; ECHARRI et SPADONI, 1971). A l'échelle du laboratoire, ce procédé a déjà été employé pour fabriquer des contacts niobium-cuivre par soudure au Pb-Sn (CARDINNE, 1973). Nous avons essayé de l'adapter ici à nos contacts d'extrémités. Après quelques essais préliminaires, nous avons finalement mis en place le dispositif d'étamage représenté sur la figure V.5.

L'étamage a lieu sous vide ( $p \sim 2.10^{-5}$  Torr). La température de l'étain (650°C) et la durée de l'étamage (10 minutes) sont choisies de façon à ce que la diffusion de l'étain soit limitée à une mince couche à la surface du fil. Si la diffusion est trop importante, la majeure partie de la section du fil est constituée d'un alliage de niobium-étain très fragile et le fil se rompt facilement. Si elle n'est pas suffisante, les contacts sont de mauvaise qualité.

Ce mode opératoire nous a permis de fabriquer de façon systématique des contacts assez fiables en soudant le fil de niobium ainsi étamé entre les pièces d'extrémités en cuivre. Ces pièces ne comportent plus de vis de serrage ni les alésages correspondants, comme nous les avons indiqués sur la figure 1, page 78. Les lignes équipées de ce type de contacts ont des facteurs de surtension supérieurs à 20 000. Le courant continu maximal a atteint avant transition la valeur de 43 A, sans que l'on puisse détecter de tension au niveau des contacts (points B et C ou D et E, figure 1, page 78). Puisque le système de mesure utilisé est sensible à une variation de  $10^{-7}$  %, nous

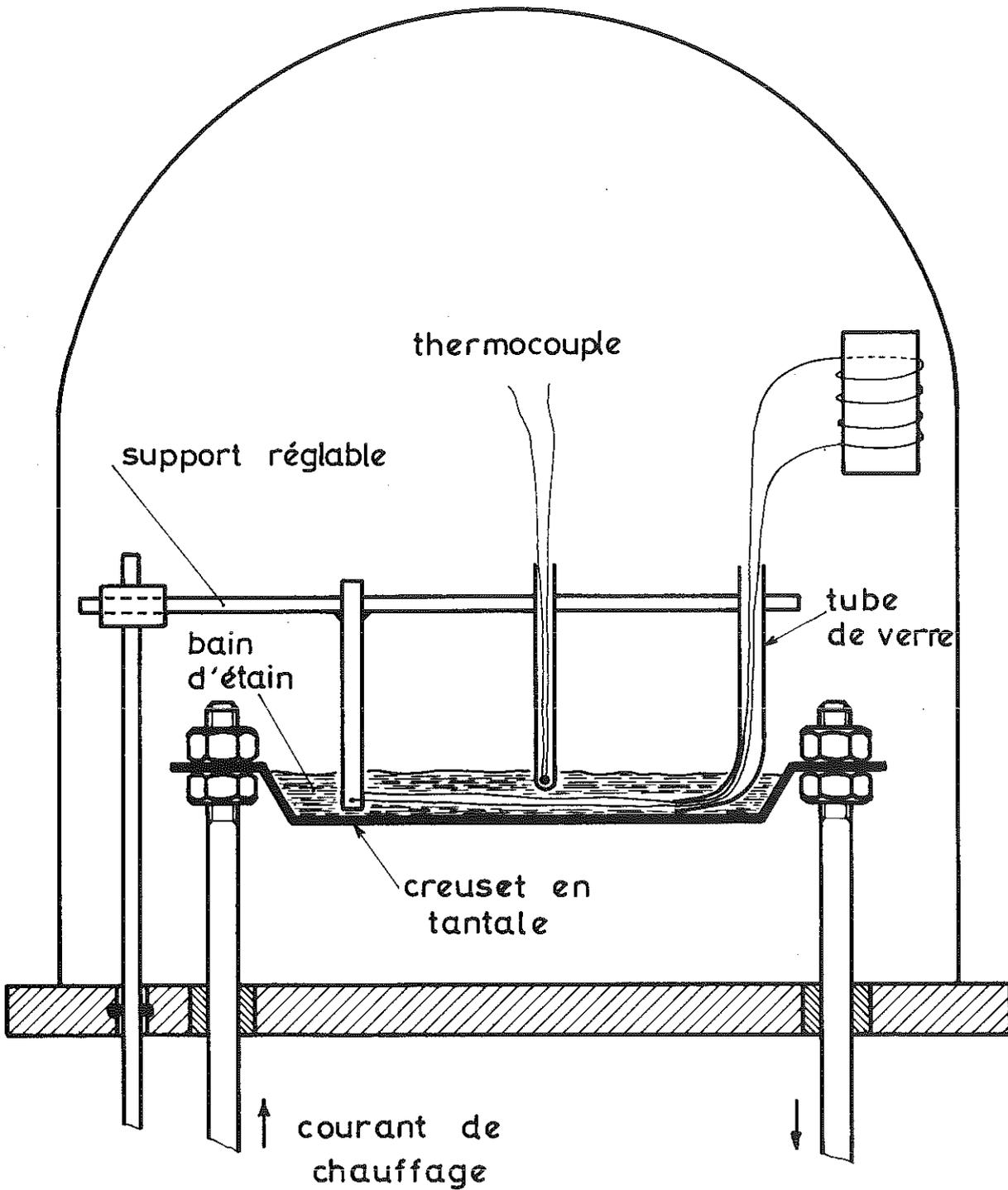


Fig V.5

pouvons affirmer que la résistance de contact est inférieure à  $3 \text{ n}\Omega$ . Il faut noter de plus que la transition du fil vers l'état normal est toujours brutale ; nous n'avons jamais observé de tension entre les extrémités du fil (bornes C et D), comme dans le cas des contacts par pression, même lorsque le courant est très proche de sa valeur critique.

Ce sont ces contacts que nous avons adoptés sur les lignes essayées à différentes fréquences, après les avoir testés à 103 MHz.

#### V.4 ESSAIS PRELIMINAIRES A LA FREQUENCE FONDAMENTALE (103 MHz)

##### V.4.1. Résistance de surface du fil de niobium.

La comparaison des valeurs du facteur de surtension mesuré en ligne ouverte ( $Q \sim 300\ 000$ ) avec les résultats obtenus en court-circuit (tableau V.1) montre que les contacts d'extrémités contribuent pour une part importante aux pertes en hautes fréquences de la ligne. Pour étudier l'influence du courant continu sur le comportement en hautes fréquences du fil de niobium seul, il est indispensable de s'assurer que ce courant n'a que peu ou pas d'effet sur les contacts eux-mêmes. Dans ce but, nous avons examiné la variation  $Q(I)$  du facteur de surtension à 103 MHz sur des lignes de 1,42 m de longueur, avec des contacts de 3 types différents. Les essais ont été effectués à l'aide du dispositif expérimental décrit au chapitre III, §III.2.1. et représenté sur la figure 1, page 42. Nous avons vu que ce montage conduisait à des résonances du type absorption.

Pour trois essais, séparés par des cycles thermiques, d'une ligne avec des contacts par pression de type 5a,  $Q(0)$  était compris entre 63 000 et 48 000. Pour trois essais d'une ligne avec contacts du type 6,  $Q(0)$  a décru de 22 000 à 15 000. La ligne avec contacts du type 8 donnait sensiblement  $Q(0) \sim 20\ 000$ . Dans ce dernier cas, nous avons utilisé le montage en résonance de transmission décrit au paragraphe III.3.1. (figure III.3).

Nous avons vu au chapitre III que les pertes supplémentaires provoquées dans le résonateur par la présence du courant continu pouvaient être caractérisées par la quantité

$$\delta Q^{-1} = Q^{-1}(I) - Q^{-1}(0) \quad (\text{relation III.3})$$

Pour les 7 essais précédents, nous avons représenté  $\delta Q^{-1}$  en fonction de I sur la figure V.6. On constate que, malgré les écarts entre les valeurs de  $Q(0)$  et les différences de contacts,  $\delta Q^{-1}$  est à peu de chose près la même fonction de I.

Nous pensons que cette observation nous autorise à attribuer entièrement au fil de niobium les pertes hautes fréquences supplémentaires, et ceci bien que leur répartition entre fil et contacts ne soit pas clairement définie lorsque le courant continu est nul.

Compte-tenu de cette remarque, le facteur de surtension  $Q(I)$  de la ligne peut s'écrire comme la somme d'un terme constant et d'un terme dépendant du courant I, par l'intermédiaire de la résistance de surface  $R(I)$  du fil de niobium. Alors, pour une pulsation  $\omega$  du signal hautes fréquences :

$$Q^{-1}(I) = Q_0^{-1} + (\pi\omega dL)^{-1} R(I) \quad (\text{V.1})$$

Dans cette relation,  $Q_0^{-1}$  est une constante qui caractérise les pertes dues aux contacts et aux autres parties de la ligne à l'exception du fil de niobium ; L est l'inductance par unité de longueur de la ligne et d le diamètre du fil.

Compte-tenu de la relation III.3 :

$$\delta Q^{-1} = (\pi\omega dL)^{-1} [ R(I) - R(0) ] \quad (\text{V.2})$$

représente, à un facteur près, la variation de la résistance de surface provoquée par la circulation dans le fil du courant I.

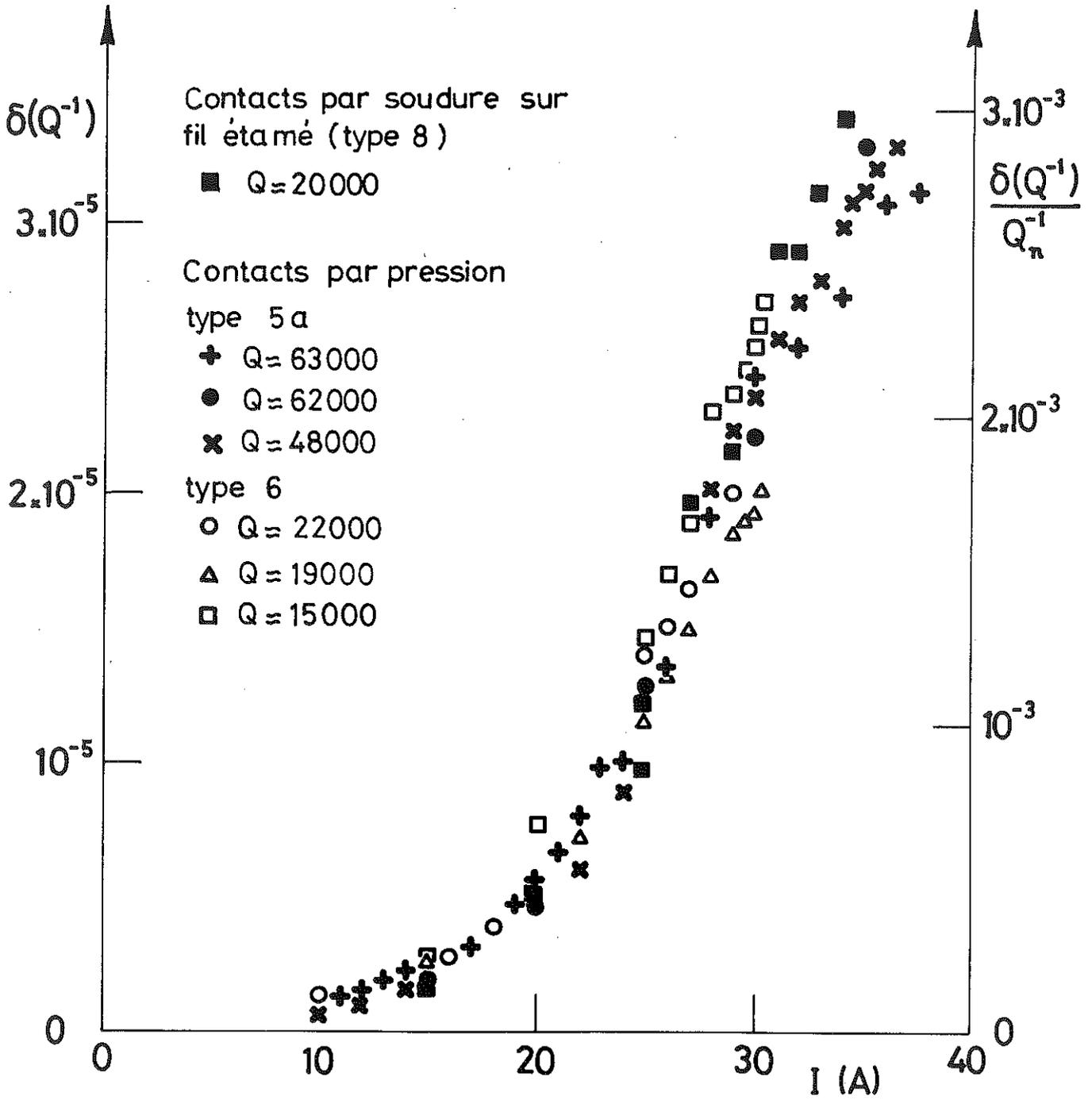


Fig V.6

Pour étudier cette variation, il est intéressant de la rapporter à la valeur  $R_n$  qu'aurait la résistance de surface à l'état normal, à basse température. Le facteur de surtension correspondant à cette valeur, est tel que :

$$Q_n^{-1} = Q_0^{-1} + (\pi \omega d L)^{-1} R_n \quad (V.3)$$

Pour  $R_n$ , calculée avec la formule de l'effet de peau classique (relation I.2), nous trouvons à 103 MHz, la valeur de 2,5 m $\Omega$ , en prenant pour la résistivité du niobium à l'état normal la valeur expérimentale de 1,5  $\mu\Omega\text{cm}$  (tableau II.1).

L est déterminée par le rapport des diamètres des conducteurs et vaut 1,06  $\mu\text{Hm}^{-1}$ .

Dans ces conditions :

$$(\pi \omega d L)^{-1} R_n = \frac{1}{87}$$

Or les facteurs de surtension à vide  $Q(0)$  mesurés à 4,2 K sont de l'ordre de  $10^4$ .  $Q_0^{-1}$  est donc négligeable devant  $(\pi \omega d L)^{-1} R_n$  et la relation V.3 s'écrit :

$$Q_n^{-1} \sim (\pi \omega d L)^{-1} R_n \quad (V.4)$$

Par suite :

$$[R(I) - R(0)] \cdot R_n^{-1} = \delta Q^{-1} \cdot Q_n \quad (V.5)$$

C'est cette quantité que nous avons portée sur l'échelle de droite sur la figure V.6, et que nous utiliserons ultérieurement comme base expérimentale pour analyser nos résultats.

V.4.2. Etude d'une ligne avec fil de niobium poli électrolytiquement -  
Hystérésis.

EU égard aux résultats plutôt négatifs concernant nos essais de traitement de surface en ligne ouverte, nous n'avons pas étudié de façon systématique l'influence de ce paramètre dans le cas des lignes en court-circuit. Nous avons cependant pu construire une telle ligne avec l'un des fils ayant subi un polissage électrolytique et qui avait conduit en ligne ouverte à un facteur de surtension de 250 000 (essai n° 3, tableau IV.2). Les résultats sont indiqués sur la figure 2, page 79 .

Bien que les valeurs de  $\delta Q^{-1} \cdot Q_n$  diffèrent assez nettement de celles obtenues avec un fil poli chimiquement, cet essai, limité à une seule ligne, ne nous autorise pas à tirer des conclusions sérieuses de cette comparaison. Par contre, la figure 2 met en évidence un phénomène d'hystérésis dans la variation de la résistance de surface en fonction du courant continu I. Ce phénomène, que l'on peut rapprocher de l'hystérésis de l'aimantation du niobium (figure II.2, page 33) implique, dans l'enregistrement des courbes de résonance pour différentes valeurs de I, un mode opératoire analogue à celui utilisé pour l'étude de l'aimantation. Ainsi, nous avons effectué les essais en faisant croître le courant continu de façon monotone pour chaque fréquence de résonance. De plus, nous avons systématiquement commencé nos séries de mesure à partir du même état initial obtenu de la façon suivante : on fait croître le courant continu jusqu'à la valeur provoquant le retour à l'état normal ; l'alimentation disjoncte alors automatiquement : le fil se refroidit et revient à l'état supraconducteur.

V.5 VARIATION DE R(I) AVEC LA FREQUENCE ENTRE 103 MHz ET 2,3 GHz

V.5.1 Essais en résonance d'absorption jusqu'à 930 MHz.

Nous avons utilisé le montage en résonance d'absorption (figure 1, page 42) pour faire résonner une des lignes de 1,42 m sur

Les premières fréquences harmoniques impaires. La ligne étudiée est court-circuitée par des contacts du type 8. Pour chaque fréquence de résonance, soit à 103, 309, 515, 721 et 927 MHz environ, nous avons relevé les variations du facteur de surtension avec le courant continu  $I$ . Les résultats indiqués sur la figure 3, page 79 montrent que la quantité  $\delta Q^{-1}$  varie relativement peu avec la fréquence tant que l'intensité  $I$  dans la ligne reste inférieure à 26 A. Pour des courants plus élevés,  $\delta Q^{-1} \cdot Q_n$  croît sensiblement avec la fréquence jusqu'à 700 MHz et semble tendre vers une limite pour les fréquences supérieures. Ces premiers résultats nous ont incité à étendre nos mesures vers les hautes fréquences, pour préciser l'existence d'une certaine saturation dans la variation de  $\delta Q^{-1}$ .

De plus, comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre III, la dissymétrie des résonances s'accroît avec la fréquence et les courbes de la figure 3, page 79 demandent à être précisées. Aussi avons-nous repris la totalité des essais en fréquence depuis le fondamental, en utilisant le dispositif de résonance de transmission décrit au §III.3.

#### V.5.2. Essais en résonance de transmission entre 103 MHz et 2,3 GHz.

Le mode opératoire reste le même que précédemment; pour chaque fréquence, on relève par valeurs croissantes du courant continu la variation du facteur de surtension et on rapporte la différence  $Q^{-1}(I) - Q^{-1}(0)$  à la valeur de  $Q_n^{-1}$  calculée à l'aide de la relation V.4.

Les variations de  $\delta Q^{-1} \cdot Q_n$  en fonction du courant continu sont représentées sur la figure V.7. Les fréquences de résonances voisines de 103, 308, 514, 720, 926, 1131, 1336, 1544, 1750, 2159 et 2364 MHz ont été obtenues avec des lignes de 1,42 m de longueur. Nous avons ensuite essayé une ligne de 1,24 m de longueur, construite avec l'un des fils utilisés précédemment, et dont la résonance fondamentale apparaissait à 118 MHz. Nous avons testé cette ligne sur les fréquences intermédiaires suffisamment éloignées des précédentes, soit 589, 823, 1057, 1762 et 1996 MHz.

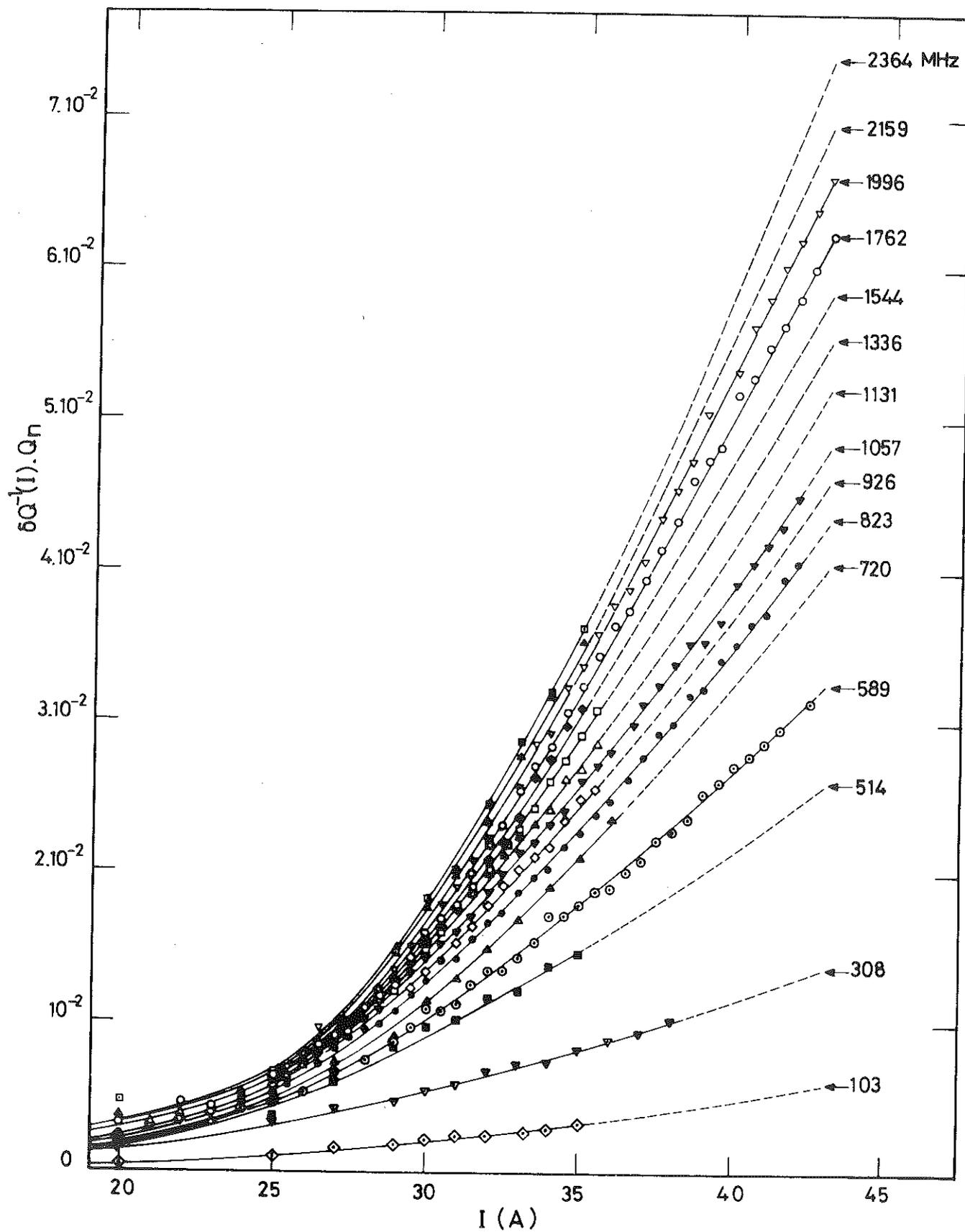


Fig. V-7

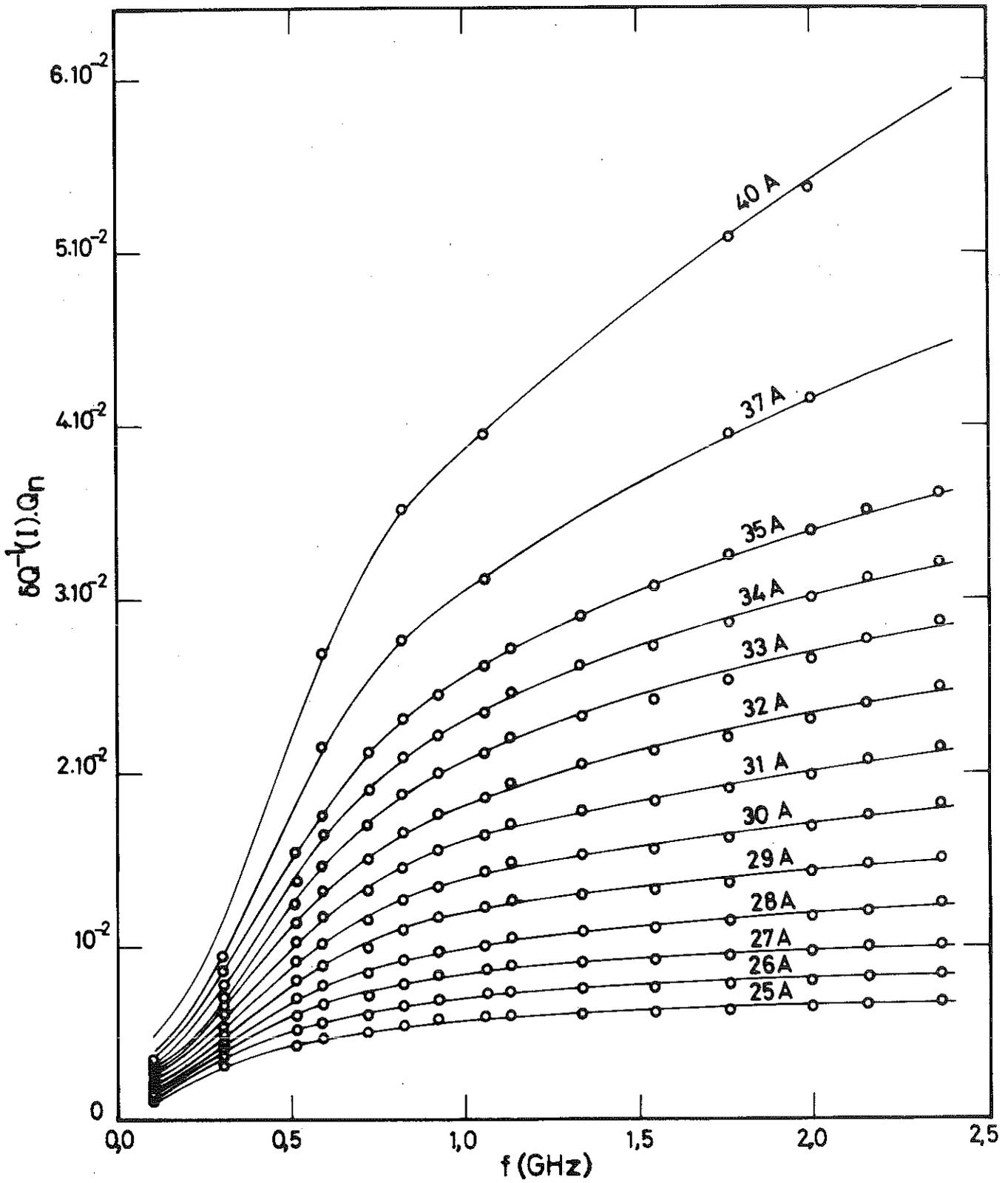


Fig. V-8

A partir des courbes de la figure V.7, nous avons tracé sur la figure V.8, les variations de  $\delta Q^{-1} \cdot Q_n$  avec la fréquence, pour des courants I compris entre 20 et 42 A. Le palier se situe dans une zone de fréquences plus élevées que celle suggérée par les essais préliminaires (figure 3, page 79). L'existence d'une saturation de la résistance de surface avec la fréquence est cependant bien confirmée, dans la limite des fréquences explorées, pour des courants continus de l'ordre de 20 à 25 A. Par contre, pour  $I > 30$  A, la limite se situerait nettement au-delà de 2,3 GHz.

V-6 REMARQUE : CALCUL DU COEFFICIENT D'AFFAIBLISSEMENT DU AU COURANT

---

CONTINU

La constante de temps  $\tau$  d'un circuit électrique peut s'exprimer en fonction de son facteur de surtension par la relation

$$\tau = \frac{Q}{2\pi} T \quad (V-6)$$

La quantité  $Q/2\pi$  représente le nombre de périodes T (ou de longueurs d'onde) au bout duquel l'amplitude du signal est divisée par e. L'affaiblissement correspondant, en décibel, est égal à  $20 \log e$ .

Pour un signal de même fréquence que la résonance et de longueur d'onde  $\lambda$  exprimée en kilomètre, le coefficient d'atténuation est donné par

$$\alpha_{(db/km)} = 54,6 \cdot \lambda^{-1} \cdot Q^{-1} \quad (V-7)$$

Nous pouvons appliquer cette relation aux résultats indiqués sur la figure V-6: la présence d'un courant continu d'intensité égale à 80% de la valeur provoquant la transition brutale du fil à l'état normal entraîne une augmentation de  $\delta Q^{-1}$  égale à  $2 \cdot 10^{-5}$ . Il en résulte pour des signaux de fréquence 103 MHz un supplément d'atténuation  $\delta\alpha \approx 0,4$  db/km.

## C H A P I T R E VI

### ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous avons vu au Chapitre I que le comportement des supraconducteurs en hautes fréquences est interprété de deux façons très différentes selon que le champ magnétique pénètre ou non à l'intérieur du matériau. Ces deux situations conduisent à des valeurs de la résistance de surface qui diffèrent de plusieurs ordres de grandeur. Ainsi, HOSHIKO (1974) donne pour le niobium dans l'état supraconducteur une valeur de  $6,02 \cdot 10^{-6} \Omega$  à 1 GHz, alors que la résistance de surface de ce métal entre  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$  atteint une fraction non négligeable de sa valeur à l'état normal (environ  $0,4 R_n$  à 930 MHz et pour  $H = 0,5 H_{c2}$ , dans le cas du niobium écroui, d'après PETROVICH et ROSE, 1975).

Les courbes de la figure V-7 montrent que l'accroissement de la résistance de surface du fil de niobium est surtout sensible à partir d'un courant continu de l'ordre de 15 à 20 A. Un tel courant crée à la surface du fil un champ magnétique voisin de  $H_{c1}$ . Cette forme de variation, ainsi que l'ordre de grandeur de  $\delta Q^{-1} \cdot Q_n$  nous permettent de penser que la présence des vortex dans le fil est responsable de l'accroissement des pertes observées.

Il convient alors d'étudier le mécanisme de la dissipation haute fréquence sur la base des théories de l'état mixte que nous avons introduites au chapitre I et que nous développons ici dans le premier paragraphe.

Ces théories correspondent à une situation expérimentale où les vortex sont créés dans le matériau par application d'un champ extérieur d'amplitude et d'orientation bien déterminées. Dans nos lignes, le

fil de niobium est soumis au seul champ créé par le courant continu. Il s'ensuit une répartition particulière des vortex dans la section du fil, correspondant à une variation spatiale de l'induction que nous étudions dans le deuxième paragraphe.

A l'appui des résultats observés sur la résistance de surface du fil, nous avons élaboré un modèle mathématique simple, décrit au paragraphe VI-3, et qui tient compte d'une part des forces d'ancrage que subissent les vortex dans un matériau impur fortement écroui comme celui que nous utilisons, et d'autre part des forces d'interaction entre vortex.

Nous verrons au dernier paragraphe que ce modèle se situe entre la limite de l'état mixte homogène (GILCHRIST et SALCE, 1971), proche de nos résultats expérimentaux, et celle des vortex isolés pour laquelle nous trouvons une loi similaire à celle que GITTLEMAN et ROSENBLUM (1966, 1968) ont établie dans le cas de la résistance pour un réseau rigide de vortex à fortes interactions.

## VI-1 MECANISME DES PERTES EN HAUTES FREQUENCES EN PRESENCE DES VORTEX

### VI-1.1. La structure de l'état mixte.

Les supraconducteurs de type II soumis à une induction  $B$ , comprise entre les deux valeurs critiques  $B_{c1}$  et  $B_{c2}$  se trouvent dans un état mixte où la phase supraconductrice est en équilibre thermodynamique avec la phase normale.

Il existe entre ces deux phases une énergie superficielle dont LONDON (1935) avait déjà postulé l'existence pour expliquer l'expulsion du flux magnétique des supraconducteurs de type I. Plus tard, la théorie de GINZBURG-LANDAU (1950) a permis de montrer que pour les supraconducteurs de type II, l'énergie superficielle était négative et qu'elle favorisait la multiplication des interfaces entre régions normales et supraconductrices (LYNTON, 1964). Deux configurations distinctes ont

été étudiées pour l'état mixte. ABRIKOSOV (1957) a proposé un modèle dans lequel les zones normales sont constituées de filaments parallèles à la direction du champ appliqué. GOODMAN (1961) décrit l'état mixte à l'aide d'un modèle laminaire où alternent des bandes normales et supraconductrices. Les calculs détaillés de l'énergie de surface (GOODMAN, 1964 - DE GENNES, 1966 - SAINT-JAMES et al., 1969) ont montré que la première situation était la plus favorable, puisqu'elle conduisait à une énergie libre de Gibbs plus faible.

Les filaments normaux peuvent être décrits (DE GENNES, 1966 - GOODMAN, 1966) comme des cylindres de rayon égal à la distance de cohérence  $\xi$ . Le nombre d'électrons supraconducteurs décroît depuis la périphérie supraconductrice jusqu'à zéro, dans l'axe du cylindre où le champ magnétique est maximal. Dans toute la région de l'interface, le champ obéit aux équations de London ; sa variation est en particulier caractérisée par la profondeur de pénétration  $\lambda$ , distance sur laquelle circulent les courants annulaires qui écrantent le champ magnétique et qui donnent aux filaments leur nom de vortex. Le flux porté par chaque vortex est quantifié et limité au quantum de flux  $\phi_0 = 2 \cdot 10^{-15}$  Weber pour permettre d'atteindre le degré de subdivision maximal compatible avec l'état d'équilibre de plus faible énergie.

Au fur et à mesure que la champ appliqué  $B > B_{c1}$  augmente, les vortex s'organisent en un réseau régulier à deux dimensions, caractérisé par un paramètre  $d$  (ABRIKOSOV, 1957). Les calculs de MATRICON (1964) et de KLEINER et al. (1964) ont montré que la structure triangulaire était plus favorable du point de vue énergétique que la structure carrée. Des expériences de diffraction des neutrons (CRIBIER et al., 1964) et de décoration des vortex (ESSMANN et TRAUBLE, 1967 - TRAUBLE et ESSMANN, 1968) ont confirmé ces prévisions théoriques et il est maintenant bien établi que dans l'état mixte les vortex sont organisés en un réseau triangulaire de paramètres  $d$  tel que :

$$d^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{B}{\phi_0} \quad (VI-1)$$

et dont les imperfections sont étroitement liées aux défauts du réseau cristallin.

L'énergie dissipée en hautes fréquences, nettement plus élevée dans l'état mixte que dans l'état supraconducteur a bien sûr été attribuée à la présence des vortex. Une première explication a été recherchée dans un mécanisme de dissipation ohmique dans les coeurs normaux. Nous rappelons succinctement dans le paragraphe suivant le principe de ce modèle et ses limites, pour nous intéresser plus en détail à l'interprétation beaucoup plus fructueuse reposant sur l'interaction électromagnétique entre fluxoïds et champ hautes fréquences.

#### VI-1.2 Pertes d'origine ohmique dans les zones normales.

Cette interprétation due aux chercheurs de l'équipe de FISCHER (FISCHER, 1964 b - ROSENBLUM et al., 1964) repose sur un modèle simplifié de l'état mixte. Puisque le rapport  $n_n/n_s$  des nombres d'électrons normaux et supraconducteurs varie dans le coeur des vortex, la conductivité du matériau est une fonction de la position considérée, dans toutes les directions perpendiculaires au champ magnétique appliqué. Fischer étend alors à l'état mixte les calculs qu'il a effectués dans le cas théorique d'un milieu semi-infini dont la conductivité est une fonction sinusoïdale d'une des coordonnées (FISCHER, 1964 a).

$$\sigma(y) = \sigma_0 + 2\sigma_1 \cos(ky) \quad (\text{VI-2})$$

La détermination de  $\sigma_0$  et  $\sigma_1$  à l'aide du modèle des deux fluides conduit à deux expressions différentes de l'impédance de surface, selon que le champ haute fréquence est appliqué perpendiculairement ou parallèlement à la direction des vortex. Ce résultat est valable dans la limite des "basses fréquences", mais dès que la profondeur de peau moyenne devient inférieure à la distance qui sépare le coeur des fluxoïds, FISCHER remarque que l'anisotropie de la résistance de surface disparaît. Il illustre ses conclusions à l'aide des résultats expérimentaux de CARDONA et ROSENBLUM (CARDONA et ROSENBLUM, 1964 - CARDONA et al., 1964 - ROSENBLUM et CARDONA, 1964 a et b). Ces auteurs ont mis en évidence sur certains alliages ou composés (Pb-Tl, In-Bi, Nb<sub>3</sub> Sn) à des fréquences de l'ordre de 22 MHz, une anisotropie de la résistance de surface en bon accord avec ses prédictions.

Cependant, ce modèle simplifié a été rapidement abandonné car il est par ailleurs en contradiction avec certains aspects expérimentaux et la structure du réseau de vortex telle que nous l'avons décrite précédemment. En effet :

1°) Comme le fait remarquer GILCHRIST (1966), puisque le cœur des vortex est totalement entouré d'un milieu supraconducteur, les courants hautes fréquences peuvent toujours éviter les régions normales.

Conformément aux calculs de FISCHER, il en résulte alors une faible absorption, indépendante de l'orientation des champs hautes fréquences. Or ROSENBLUM et al. (1964) trouvent que la résistance de surface est proportionnelle à la fraction normale du matériau  $B/B_{c2}$ , résultat qu'ils expliquent par l'existence d'une perte d'origine ohmique provoquée par le courant hautes fréquences traversant uniformément les cœurs normaux des vortex.

2°) Les résultats expérimentaux montrent qu'à partir d'un certain seuil, variable pour chaque matériau considéré, et fonction du champ magnétique appliqué, la résistance de surface est indépendante de la fréquence. Ceci est en contradiction avec les calculs de FISCHER qui conduisent à une variation quadratique dans toute la gamme des microondes.

### VI-1.3 Le déplacement des lignes de flux.

Avant d'examiner l'aspect hautes fréquences de l'interaction courant-vortex, nous allons rappeler ce qui se passe en courant continu, puisque dans nos expériences interviennent simultanément des courants stationnaires et des courants hautes fréquences. De plus, les dissipations mises en jeu peuvent être expliquées dans chaque cas à l'aide d'un mécanisme d'interaction électromagnétique entre les fluxoïds et les courants, analysé initialement par ANDERSON (1962).

Expérimentalement, quand on observe la tension aux bornes d'un échantillon à l'état mixte, parcouru par un courant continu  $I$ , perpendiculaire à l'induction  $B$ , on peut dans certaines conditions, mettre en évidence le comportement suivant (figure VI-1).

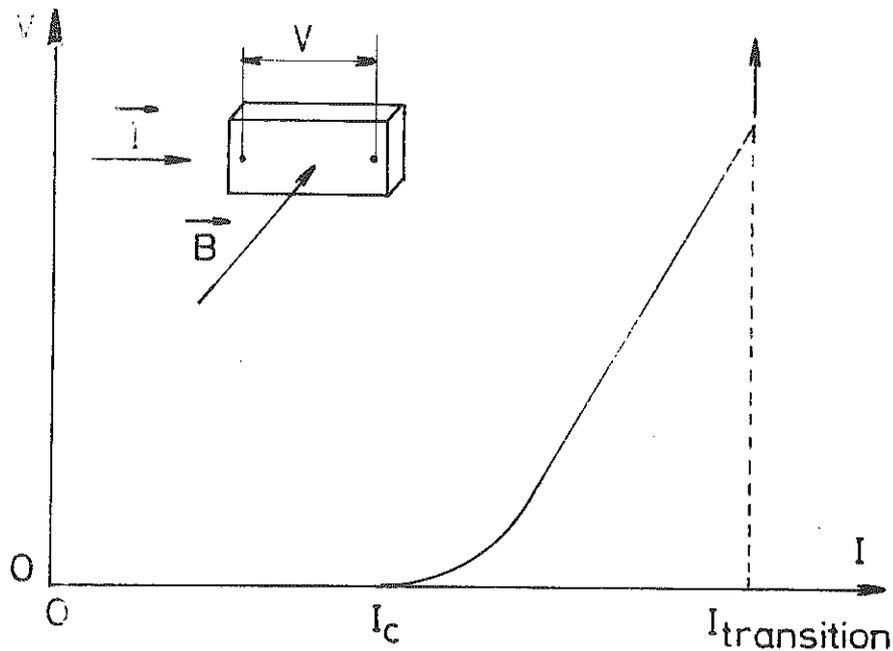


fig. VI-1

La tension reste d'abord nulle jusqu'à une valeur critique  $I_c$  du courant, plus ou moins bien définie. Au-delà de  $I_c$ , une tension apparaît qui croît de plus en plus rapidement, puis varie linéairement avec le courant lorsque celui-ci est suffisamment grand devant  $I_c$ , jusqu'à une valeur maximale pour laquelle le matériau transite vers l'état normal.

La résistance effective ainsi mise en évidence peut être attribuée (GORTER, 1962 a et b) au déplacement des lignes de flux sous l'action de la force de Lorentz. ANDERSON (1962) et ANDERSON et KIM (1964) ont précisé ce point de vue en suggérant que le courant critique était atteint lorsque la force de Lorentz égalait la valeur des forces d'ancrage des vortex dues aux hétérogénéités du réseau.

La théorie d'ANDERSON et KIM s'appuie sur le modèle de "l'état critique" (BEAN, 1962, 1964). Ce modèle postule que toute force électromotrice si petite soit-elle fait circuler localement une densité maximale de courant  $J_c$ . Autrement dit, en toute région pénétrée par le

flux règne cette densité critique  $J_c$  qui, d'après la Loi d'Ampère, peut être interprétée comme une conséquence du gradient de lignes de flux. Ce gradient apparaît dans l'état mixte sous l'action du champ appliqué.

KIM et al. (1963 a) ont montré que la densité de courant critique était bien représentée dans le cas du  $Nb_3Sn$  et du Nb 25% at Zr, par une relation empirique de la forme

$$J_c = \alpha(B + B_0)^{-1} \quad (VI-3)$$

$\alpha$  et  $B_0$  sont déterminés expérimentalement ; la relation VI-3 implique

$$\vec{J}_c \times \vec{B} < \alpha \quad (VI-4)$$

inégalité qui montre bien que la force de Lorentz joue un rôle déterminant sur la densité critique.

Les travaux d'ANDERSON et KIM ont permis également d'expliquer par le mouvement des lignes de flux, la forme des caractéristiques  $V(I)$ .

1°) Pour les faibles valeurs de la tension, au voisinage de  $I_c$ , existe selon ANDERSON (1962) une région de "flux creep" dans laquelle les vortex sont mis en mouvement sous l'action conjuguée de la force de Lorentz et d'un mécanisme d'activation thermique. Il en résulte une loi exponentielle de variation de la tension, bien vérifiée par les résultats expérimentaux (KIM et al., 1963b) mais qui ne permet cependant pas de déterminer avec précision la valeur du courant critique, valeur qui reste liée à la sensibilité de la mesure de  $V$ . La variation de  $J_c$  avec la température est elle aussi difficile à interpréter dans le modèle d'ANDERSON (CAMPBELL et EVETTS, 1972).

D'autres mécanismes tels que par exemple la variation des forces d'ancrage (BAIXERAS et FOURNET, 1967) ont été discutés, mais aucune théorie fondamentale n'a encore été élaborée. Aussi, malgré ses imperfections, le modèle d'ANDERSON et KIM reste-t-il le plus utilisé (BEASLEY et al., 1969 - FIETZ et

WEBB, 1969 - GOSSELIN et al., 1970 - WEBB, 1971).

2°) La zone linéaire des caractéristiques  $V(I)$ , beaucoup mieux définie du point de vue expérimental (KIM et al., 1964 - STRNAD et al., 1974 - JOINER et KUHL, 1968) peut être discutée simplement à l'aide des théories de l'électromagnétisme. Ainsi, KIM et al. (1965) attribuent l'apparition du champ électrique  $E$  au déplacement des lignes de flux ("flux flow") à la vitesse  $\vec{v}$  telle que

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} \quad (\text{VI-5})$$

Ils définissent dans la zone linéaire une résistivité d'écoulement de flux,  $\rho_f$ , par l'expression

$$\rho_f = \frac{dE}{dJ} \quad (\text{VI-6})$$

et montrent que cette résistivité, rapportée à la résistivité à l'état normal, est une fonction universelle du rapport  $B/B_{c2}$  et de la température réduite  $t$ , que l'on peut écrire

$$\frac{\rho_f}{\rho_n} = f(t) \frac{B}{B_{c2}(0)} \quad (\text{VI-7})$$

$f(t)$  reste de l'ordre de l'unité et devient égale à 1 lorsque  $t$  tend vers 0.

Ce mouvement collectif des lignes de flux a pu être mis en évidence expérimentalement. Par exemple, SIMON et THOREL (1971) ont utilisé la diffraction des neutrons sur les vortex et ont montré qu'au-delà de la région de "flux creep" où il était fortement déformé, le réseau de vortex redevenait ordonné dans la zone de "flux flow". Plus récemment, par une technique analogue, SCHELLEN et LIPPMANN (1975) ont pu mesurer la vitesse de déplacement des lignes de flux. Ils ont trouvé que l'équation VI-5 était vérifiée avec une précision de l'ordre de 10% dès que  $E/B > 0,5 \text{ m.s}^{-1}$ .

La dissipation de puissance par unité de volume,  $E^2/\rho_f$  peut aussi s'interpréter par l'existence d'une force de viscosité  $-\eta v$  agissant par unité de longueur de chaque vortex. Il s'ensuit deux expressions identiques pour les pertes par unité de volume

$$P = \frac{E^2}{\rho_f} = \frac{B}{\phi_0} \eta v^2 \quad (\text{VI-8})$$

$B/\phi_0$  étant le nombre de vortex par unité de surface dans un plan perpendiculaire à  $\vec{B}$ .

En comparant VI-5 et VI-8, on obtient pour le coefficient de viscosité

$$\eta = \phi_0 B_{c2} \rho_n^{-1} \quad (\text{VI-9})$$

Le déplacement à vitesse constante du réseau de vortex traduit l'équilibre des forces appliquées sur l'unité de longueur d'un vortex

$$\vec{F}_L - \vec{F}_a - \eta \vec{v} = 0 \quad (\text{VI-10})$$

relation dans laquelle  $F_L = J\phi_0$  représente la force de Lorentz et  $F_a$  la force d'ancrage.

Alors que la force de Lorentz, d'origine électromagnétique est bien déterminée, l'expression de la force d'ancrage et l'introduction de la force de viscosité sous la forme impliquée par l'équation VI-10 ont été longuement discutées. Sans entrer dans les détails, nous allons examiner brièvement ces deux aspects qui conditionnent l'établissement du modèle que nous proposons plus loin pour rendre compte de nos résultats.

a) La force d'ancrage :

Aucune théorie universelle ne permet actuellement d'expliquer l'existence et la forme de l'interaction entre les lignes de flux et

les défauts du réseau cristallins. Cette remarque est à rapprocher de ce que nous avons dit au sujet du "flux creep" ; il est probable que le mécanisme de décrochement des vortex de leur centre d'ancrage qui intervient dans le "flux creep" ne trouvera une explication fondamentale que lorsque le problème de l'ancrage lui-même sera résolu.

De nombreux modèles phénoménologiques de l'ancrage, récemment analysés par MELVILLE (1972) et CAMPBELL et EVETTS (1972) ont été proposés par différents auteurs. La quasi-totalité de ces modèles se situe entre deux limites où la force de piégeage est soit indépendante de  $B$  (cas où le nombre de défauts est important ; BEAN, 1962 - LONDON, 1963) soit inversement proportionnelle à  $B$  (cas où les défauts sont peu nombreux, SILCOX et ROLLINS, 1963, 1964).

Il est cependant bien admis en général que l'origine de l'ancrage est liée à des fluctuations locales dans les propriétés intrinsèques des matériaux, (LABUSCH, 1969a) plutôt qu'à la valeur de l'induction moyenne. Ces fluctuations se traduisent par des variations locales plus ou moins aléatoires de l'énergie libre et donnent naissance à la notion de potentiel d'ancrage. Différentes formes triangulaire (YAMAFUGI et IRIE, 1967), sinusoïdale (GITTLEMAN et ROSENBLUM, 1966) ou parabolique (GILCHRIST, 1966 - GITTLEMAN et ROSENBLUM, 1966 - LOWELL, 1972) ont été étudiées. C'est cette dernière forme que nous utiliserons pour analyser nos résultats. La force élastique d'ancrage qui lui correspond illustre en effet assez bien le cas d'un matériau soumis à un champ hautes fréquences dont la faible amplitude n'entraîne pas de modification de l'état critique.

b) La force de viscosité et l'équation d'équilibre des vortex :

La recherche d'une explication du régime d'écoulement de flux, plus fondamentale que celle illustrée de façon empirique par les relations VI-7 et VI-10 de KIM et al. (1965), a d'abord été entreprise dans le cas des matériaux purs, à  $T = 0$  et ayant un libre parcours moyen à l'état normal  $l$  très grand devant la longueur de cohérence  $\xi$ . On peut distinguer essentiellement deux types d'approche du problème : le premier repose sur un modèle local de la supraconductivité dérivé

de la théorie de London (VAN VIJFEIJKEN et NIESSEN, 1965 et surtout BARDEEN et STEPHEN, 1965). La seconde approche est due à NOZIERES et VINEN (1966). Elle utilise une analogie avec l'hydrodynamique des vortex dans l'hélium superfluide et implique une modification de l'écriture de la force de viscosité. Lorsque  $\omega_c \tau \ll 1$ ,  $\omega_c$  étant la fréquence cyclotron et  $\tau$  le temps de relaxation des électrons normaux, les deux théories conduisant aux résultats obtenus par KIM et al. pour la résistivité longitudinale.

L'avantage des modèles de BARDEEN-STEPHEN et de NOZIERES-VINEN par rapport aux relations simples de KIM et al. est qu'ils permettent de rendre compte tous deux, du moins qualitativement, de l'existence de l'effet Hall mis en évidence dans les supraconducteurs de type II à l'état mixte. (NIESSEN et STAAS, 1965 - REED et al., 1965 - KIM et al., 1965) Selon BARDEEN et STEPHEN, l'effet Hall existant à l'intérieur du coeur normal des vortex, il en résulte une composante du champ électrique perpendiculaire au courant et par suite les vortex se déplacent suivant une direction qui n'est plus perpendiculaire au courant, et qui correspond à un angle de Hall  $\theta_{BS}$  tel que

$$\operatorname{tg} \theta_{BS} = \omega_c \tau = \frac{eB}{2m} \tau \quad (\text{VI-11})$$

Pour NOZIERES et VINEN, l'équation d'équilibre des vortex doit être modifiée pour tenir compte de la force de Magnus qui prend naissance dès que les lignes de tourbillon sont en mouvement, comme dans le cas des vortex de l'hélium superfluide. D'où l'existence d'un effet Hall qui dans le cadre de leur théorie est indépendant de B, et égal à celui observé dans l'état normal :

$$\operatorname{tg} \theta_{NV} = \frac{eB_c^2}{2m} \tau \quad (\text{VI-12})$$

Les résultats contradictoires de ces deux modèles ont été discutés en comparaison avec les résultats expérimentaux. Pour aucun des deux, l'accord avec l'expérience n'est satisfaisant. En effet, KIM et al. (1965) trouvent sur du niobium pur une décroissance de l'angle de Hall avec B beaucoup plus rapide que la variation linéaire prévue par BARDEEN et STEPHEN. Au contraire, NIESSEN et STAAS (1965) ont constaté

que sur des alliages impurs de Nb-Ta, l'angle de Hall commence par croître au-dessus de sa valeur à l'état normal lorsque le champ diminue depuis  $H_{c2}$ , puis  $\tan \theta$  passe par un maximum et décroît.

Une approche un peu plus précise des résultats expérimentaux a été obtenue par CHOW (1969) qui a élargi le modèle de BARDEEN-STEPHEN en prenant en considération l'interaction entre les lignes de flux. Il propose de tenir compte des variations de  $\rho_f$  avec la température en ajoutant un terme quadratique à la relation VI-7, qui devient

$$\frac{\rho_f}{\rho_n} = \frac{B}{B_{c2}(0)} + \gamma \frac{B^2}{B_{c2}(0) \cdot B_{c2}(T)} \quad (\text{VI-13})$$

$\gamma$  étant un paramètre de l'ordre de 0,1 à 1 dépendant de la structure du réseau de vortex.

CHOW (1970) a encore précisé son modèle en introduisant dans le coefficient de viscosité une contribution due à la conduction thermique (CLEM, 1968). Le rapport des résistivités devient alors, dans le cas des matériaux impurs :

$$\frac{\rho_f}{\rho_n} = \frac{B}{B_{c2}(0)} \left[ 1 - \gamma \frac{B}{B_{c2}(T)} - F(T) \right]^{-1} \quad (\text{VI-14})$$

relation dans laquelle  $F(T)$  est une fonction de la température, calculée par CLEM, nulle pour  $T = 0$  et  $T = T_c$  et qui passe par un maximum pour  $T = 0,55 T_c$ . Ce modèle a permis d'expliquer l'existence du minimum dans la variation  $\rho_f(T)$ , mis en évidence par certains auteurs (KIM et al., 1965 - GILCHRIST et MONCEAU, 1970 - AKACHI et KIM, 1975) CHOW a également montré qu'il constituait une bonne vérification qualitative du comportement expérimental de l'effet Hall que nous avons décrit plus haut.

Compte-tenu de ces remarques, et dans le cadre de l'établissement du modèle mathématique simple que nous proposons dans ce chapitre, nous avons discuté simplement l'équilibre des vortex dans les termes, proposés par KIM et al. (1965) qui correspondent assez bien à la réalité expérimentale (WINEN et WARREN, 1967 a et b - YAMAFUJI et IPIE, 1967 - NICHOLSON et al., 1972 - SHERRIL et PAYNE, 1972). Nous avons en

particulier négligé la force de Magnus. Ceci nous semble d'autant plus acceptable que les tensions de Hall qui sont mesurées sont toujours faibles, surtout dans le cas des métaux impurs comme le niobium que nous utilisons. GILCHRIST et VALLIER (1971) ont ainsi trouvé sur des alliages de Nb-Ta dont la concentration en tantale varie entre 0,4 et 3,2 % des angles de Hall qui restent en général inférieurs à la valeur à l'état normal. Cette valeur est une fonction rapidement décroissante de la concentration en tantale. La plus petite valeur de  $4,7 \cdot 10^{-3}$  pour la tangente de l'angle est obtenue avec un Nb<sub>96,8</sub>Ta<sub>3,2</sub> dont le coefficient de Ginzburg-Landau vaut 1,26. On peut sans doute s'attendre à un même ordre de grandeur pour le niobium utilisé, ici, pour lequel nous avons vu que  $\kappa$  était égal à 2,19.

#### VI-1.4 Liaison entre pertes en hautes fréquences et déplacement du flux.

L'analyse du comportement en hautes fréquences des supraconducteurs à l'état mixte, fondée sur le mouvement des lignes de flux a conduit à l'élaboration de deux modèles voisins dus à GITTLEMAN et ROSENBLUM (1966) et GILCHRIST (1966). Ces modèles ont été ultérieurement développés par leurs auteurs et sont encore couramment utilisés (RABINOVITZ, 1971 - SOOHO et COREN, 1972 - PETROVICH et ROSE, 1975). Des théories plus fondamentales ont été proposées par CAROLI et MAKI (1967 a et b), MAKI et FISCHER (1969), THOMPSON (1970), CERDEIRA et al. (1974), essentiellement pour expliquer la variation de la résistance de surface au voisinage et au-delà de  $H_{c2}$ , c'est-à-dire pour des valeurs du champ qui ne concernent pas nos expériences. Dans ce paragraphe, nous nous bornerons donc à discuter les modèles de GITTLEMAN-ROSENBLUM et de GILCHRIST.

Ces modèles, assez proches dans leur principe sont adaptés à des situations expérimentales bien spécifiques. Dans un cas (GITTLEMAN et ROSENBLUM) les auteurs étudient un spécimen de faible épaisseur dont ils mesurent la résistance (et donc la résistivité) en hautes fréquences. Ils interprètent leurs résultats en considérant des vortex rigides oscillant sous l'action du champ hautes fréquences. Dans l'autre cas, (GILCHRIST) l'épaisseur des échantillons est grande devant la profondeur de peau, et c'est la résistance de surface qui est analysée à l'aide d'un modèle où l'état mixte se présente comme un milieu "homogène", les

vortex peuvent se déformer et toute déformation d'un vortex est transmise à tous les autres.

a) Le modèle de GITTLEMAN-ROSENBLUM :

Lorsque le champ magnétique appliqué au supraconducteur est suffisamment grand devant  $H_{c1}$ , le réseau de vortex se constitue en monocristaux rigides dont l'étendue est bien supérieure au paramètre  $d$  du réseau. Ces cristallites se déplacent dans leur ensemble sous l'action de la force de Lorentz. A partir de cette hypothèse, GITTLEMAN et ROSENBLUM définissent un potentiel d'ancrage égal à  $A(1 - \cos 2\pi x/d)$  dont la variation spatiale est périodique puisqu'après un déplacement égal au paramètre du réseau, les vortex se retrouvent dans une situation identique à celle qu'ils viennent de quitter. Ce potentiel d'ancrage correspond à l'accroissement de l'énergie de piégeage consécutive au déplacement. Compte-tenu de la rigidité du réseau chaque vortex peut être considéré isolément, et son équation d'équilibre par unité de longueur peut se mettre sous la forme

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x} + \frac{2A}{d} \sin \frac{2\pi x}{d} = J\phi_0 \quad (\text{VI-15})$$

La densité de courant  $J$  est supposée perpendiculaire au champ appliqué  $B$ ;  $m$  est la masse effective du vortex par unité de longueur. La constante d'ancrage  $A$  est déterminée en écrivant que la force de Lorentz  $J_c \phi_0$  qui provoque le décrochage du vortex est égale à la valeur maximale de la force d'ancrage. Dans le cas des petits déplacements envisagés ici, inhérents à des signaux hautes fréquences de faible amplitude  $J_0$ , la force d'ancrage est proportionnelle au déplacement et l'équation VI-15 se "linéarise" :

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x} + \beta x = J\phi_0 \quad (\text{VI-16})$$

avec  $\beta = J_c \phi_0^{1/2} B^{1/2} \quad (\text{VI-17})$

$J_c$  étant la densité de courant critique.

Pour  $x = x_0 e^{i\omega t}$ , VI-16 s'écrit :

$$[-m\omega^2 + i\omega\eta + \beta] x_0 = J_0 \phi_0 \quad (\text{VI-18})$$

équation qui se simplifie encore, car la masse effective des vortex est très faible (SUHL, 1965) et  $\omega_m^2 \ll \beta$ .

Dans les expériences de GITTLEMAN et ROSENBLUM, les échantillons de Pb-In et Nb-Ta utilisés sont des films suffisamment minces (1,2  $\mu\text{m}$  d'épaisseur) pour que la pénétration des champs puisse être considérée comme uniforme dans toute l'étendue (0 - 100 MHz) de la gamme de fréquence. On mesure alors directement la résistivité qui s'écrit (GITTLEMAN et ROSENBLUM, 1968)

$$\rho = \rho_n = \frac{B}{B_{c2}} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2 + \omega^2} \quad (\text{VI-19})$$

$\omega_0 = \beta\eta^{-1}$  définit la fréquence de dépiégeage  $f_p$  (DE GENNES et MATRICON, 1964 - SHAPIRA et NEURINGER, 1967). Pour des fréquences faibles devant  $\omega_0/2\pi$ , la résistance de surface  $R$  (ou la résistivité dans le cas d'échantillons minces) est déterminée par l'ancrage des vortex. Au contraire, lorsque  $\omega > \omega_0$  l'ancrage devient inefficace et  $R$  ne dépend que la force de viscosité. Expérimentalement,  $f_p$  est la fréquence pour laquelle le rapport  $R(f) / R(\infty) = \frac{1}{2}$ .

b) Le modèle de GILCHRIST :

L'action de la force de Lorentz provoque une certaine déformation du réseau de vortex et l'équation d'équilibre doit tenir compte du gradient local de l'énergie libre par unité de longueur de chaque vortex. DE GENNES et MATRICON (1964) ont remarqué que si le champ appliqué augmente, les vortex se rapprochent et subissent des interactions : l'énergie libre de chacun d'eux n'est plus égale à  $\phi_0 B_{c1}$  mais à  $\phi_0 B$ . GILCHRIST (1966) a montré que cette situation est applicable à la quasi-totalité de l'étendue de l'état mixte et que, excepté très près de  $H_{c1}$ , la résistance de surface en l'absence d'ancrage est celle d'un milieu normal de résistivité exprimée par la relation empirique de KIM et al., c'est-à-dire que :

$$\frac{R}{R_n} \sim \left( \frac{B}{B_{c2}} \right)^{1/2} \quad (\text{VI-20})$$

Dans le cas où la fréquence est voisine de la fréquence de dépiégeage, l'ancrage ne peut plus être négligé. GILCHRIST et MONCEAU (1968) ont montré que  $f_p$  dépendait de la répartition des centres d'ancrage entre le volume et la surface de l'échantillon.

Pour vérifier cette analyse, GILCHRIST et SALCE (1971) ont étudié des échantillons de  $\text{Pb}_{50}\text{-In}_{50}$  dans lesquels des billes isolantes sont dispersées de façon à faire apparaître des types d'ancrage différents qu'ils ont caractérisés par la valeur de la densité de courant critique pour chaque échantillon. A partir de l'équation d'équilibre de l'unité de longueur de chaque vortex, GILCHRIST et SALCE ont trouvé que la variation de la résistance de surface en fonction de la fréquence, selon la répartition des centres d'ancrage est donnée par les deux relations :

$$\frac{R}{R_f} = \left[ \frac{(1 + v^2)^{1/2} - v}{1 + v^2} \right]^{1/2} \quad \text{Ancrage du volume} \quad (\text{VI-21})$$

$$\frac{R}{R_f} = \frac{1}{1 + \sqrt{2v} + v} \quad \text{Ancrage en surface} \quad (\text{VI-22})$$

Dans les deux expressions,  $v$  est une quantité sans dimension, inversement proportionnelle à  $\omega$  et différente pour chaque relation.  $v$  caractérise la grandeur relative de la force d'ancrage par rapport à la force de viscosité.  $R_f$  est la résistance de surface classique correspondant à la résistivité  $\rho_f$  du régime d'écoulement de flux. La relation VI-22 détermine une variation plus lente avec la fréquence. Ceci correspond au fait que l'efficacité de l'ancrage en volume décroît plus vite que celle de l'ancrage en surface puisque la profondeur de peau diminue quand la fréquence croît.

Une approche purement électromagnétique du problème a été proposée par GILCHRIST (1972). La contribution de l'ancrage est alors remplacée par un terme en  $\omega^{-2}$  dans la loi  $J(E)$  définissant la conductivité du milieu. GILCHRIST montre que l'on retrouve la relation VI-21,

ainsi que le résultat de GITTLEMAN et ROSENBLUM, si l'on écrit que la résistivité apparente dans l'état mixte est égale à  $\rho_f (1 + b^2 \omega^{-2} \rho_f^2)^{-1}$  avec  $b = 2\pi J_c (\phi_o B_o)^{1/2}$ .  $v$  est alors égal à  $b\omega^{-1} \rho_f$ .

## VI-2 INDUCTION STATIQUE DANS LE FIL DE NIOBIUM

Pour déterminer le mouvement des lignes de flux sous l'action du courant haute fréquence, il est nécessaire d'examiner comment varie l'induction  $B$  créée par le courant continu  $I$  dans le fil de niobium, en particulier dans la zone de pénétration des champs hautes fréquences.

Considérons pour ceci un fil rectiligne, de longueur infinie parfaitement cylindrique et homogène. Alimentons ce fil par un courant continu  $I$  réglable entre 0 et la valeur critique  $I_c$  provoquant le retour à l'état normal. Dès que le champ  $H_c$  créé par le courant  $I$  à la surface du fil devient supérieur à  $H_{c1}$ , les lignes de flux pénètrent dans le fil. En l'absence d'irrégularités de surface et d'hétérogénéités internes qui pourraient entraîner des déformations, les vortex sont des anneaux concentriques à l'axe du fil. Dans l'hypothèse de l'état critique, le réseau de vortex va s'organiser pour que la densité de courant ait localement la valeur critique  $J_c(B, r)$ . Le champ à l'intérieur du fil est une fonction  $H(B)$  de l'induction, elle-même fonction de la distance  $r$  à l'axe du fil et du courant  $I$ . Dans un système de coordonnées cylindriques,  $B$  n'a qu'une composante tangentielle déterminée par l'équation de Maxwell :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rB) = \frac{B}{H(B)} \cdot J_c(r) \quad (VI-23)$$

L'intégration de cette équation permet d'atteindre  $B(r)$  à une constante près, que l'on peut calculer à l'aide de la condition aux limites  $B(r_o, I) = \mu_o H(r_o, I)$  et du théorème d'Ampère :

$$\mu_o I = 2\pi r_o B(r_o, I) \quad (VI-24)$$

$r_o$  étant le rayon du fil.

Pour résoudre l'équation VI-23, il faut connaître les lois de variations  $J_c(r)$  et  $H(B)$ . Nous allons effectuer une première approche du problème en nous plaçant dans un cas simple ; nous verrons ensuite comment nos résultats sont modifiés par des hypothèses plus réalistes. KOPPE (1966) et ULLMAIER et KERNOHAN (1966) ont envisagé une situation analogue pour déterminer le courant maximal que peut transporter un fil supraconducteur de rayon donné.

VI-2.1 Etude du cas où  $J_c$  est indépendant de  $r$  et où  $B = \mu_0 H$ .

Dans ces hypothèses, l'équation VI-23 conduit à

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2} \left( J_c r - \frac{\pi r_o^2 J_c - I}{\pi r} \right) \quad (VI-25)$$

L'induction à l'intérieur du fil s'annule pour  $r = r_c$ , tel que

$$r_c = r_o \left( 1 - \frac{I}{\pi r_o^2 J_c} \right)^{1/2} \quad (VI-26)$$

Ce qui signifie que les vortex ne pénètrent pas jusqu'au centre du fil ; ils ont un rayon minimal critique voisin de  $r_c$ . Pour  $r < r_c$ ,  $B = 0$ , et la relation  $B = \mu_0 H$  n'est plus valable. Le fil peut transporter un courant maximal  $I_c = \pi r_o^2 J_c^2$  ; alors  $B(r) = \frac{\mu_0}{2} J_c r$ . L'induction décroît linéairement depuis la périphérie jusqu'au centre du fil (figure VI-2) où elle s'annule.

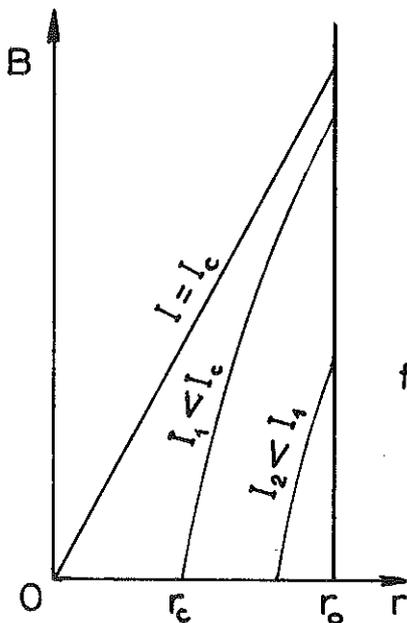


fig. VI-2

Le courant hautes fréquences circule sur une profondeur  $\delta$  faible par rapport au rayon du fil. L'expression VI-25 montre que dans le cas où  $I = I_c$ ,  $B$  peut être considéré comme égal à  $B(r_o)$  quel que soit  $r$  compris entre  $r_o - \delta$  et  $r_o$ , avec une précision égale à  $\frac{\delta}{r_o}$ . Pour  $I < I_c$  cette précision diminue puisque la pente de  $B(r)$  pour  $r = r_o$

augmente. Par exemple, pour  $I = 0,5 I_c$ , la précision n'est plus que de  $1,5 \frac{\delta}{r_0}$ .

VI-2.2. Etude du cas où  $J_c$  est constant, mais où  $H(r) = H_{c1} + aB(r)$ .

Nous avons indiqué au chapitre II, figure II-3, la courbe  $\frac{B}{\mu_0}(H)$  déterminée à partir des mesures de l'aimantation du fil de niobium. Cette courbe, dans un plan  $B(H)$  a l'allure indiquée en pointillés sur la figure VI-3.

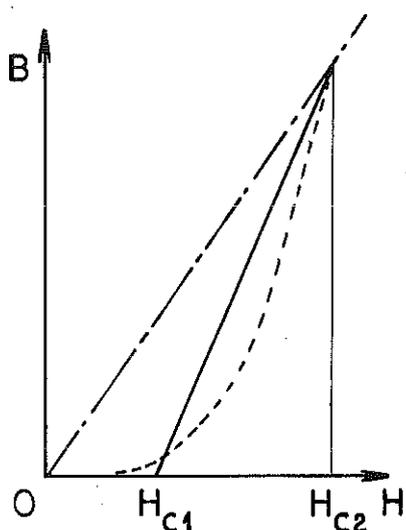


fig. VI-3

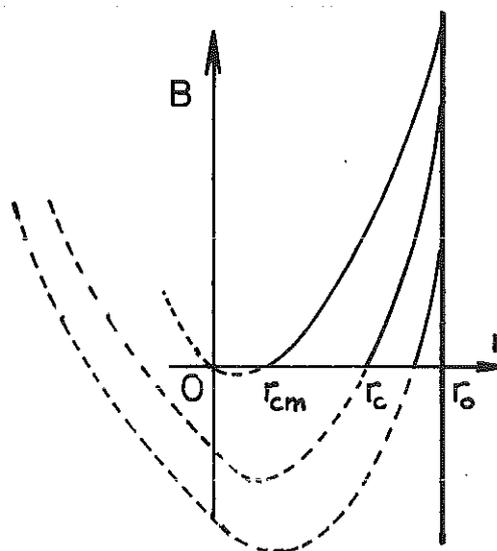


fig. VI-4

En première approximation, elle peut être représentée par une loi linéaire (en trait plein sur la figure VI-3) de la forme :

$$H = H_{c1} + aB \tag{VI-27}$$

avec  $a = (H_{c2} - H_{c1}) (\mu_0 H_{c2})^{-1}$

que nous supposons vérifiée en tout point à l'intérieur du fil. Bien que restant encore très grossière, cette loi a le mérite d'être plus réaliste que la relation  $B = \mu_0 H$  utilisée dans le paragraphe précédent.

Pour la densité de courant critique, la loi  $J_o = \text{constante}$  est elle aussi très approchée et il est probable que  $J_o$  soit une fonction de  $B$ , sans doute de la forme (constante) /  $(B + B_o)$  comme la Loi empirique proposée par KIM et al. (1962). Cependant, pour simplifier les calculs et obtenir une solution analytique simple de (VI-22), nous conserverons l'approximation  $J_c = \text{constante}$ .

Dans ces conditions,

$$B(r) = \frac{1}{a} \left[ \frac{J_c r}{2} - \frac{1}{2\pi r} (\pi r_o^2 J_c - I) - H_{c1} \right] \quad (\text{VI-28})$$

$B(r)$  s'annule pour deux valeurs de  $r$  qui dépendent du courant  $I$  dans le fil

$$r' = \frac{H_{c1} \pm \sqrt{H_{c1}^2 + \frac{J_c}{\pi} (\pi r_o^2 J_c - I)}}{J_c} \quad (\text{VI-29})$$

La caractéristique  $B(r)$  est représentée sur la figure VI-4. Physiquement, seule la partie accentuée des courbes a une signification. En effet, la pénétration des vortex dans le fil a lieu à partir de la périphérie, en fonction du champ créé par le courant  $I$ .  $B(r)$  ne peut donc pas changer de signe à l'intérieur du matériau, ni a fortiori croître quand on se rapproche du centre. Par suite, pour  $r$  inférieur à la racine positive,  $r'$ , définie par VI-29,  $B(r) = 0$  : il n'y a pas de vortex dans la région centrale. Lorsque  $I$  augmente, la relation VI-29 montre que  $r'$  diminue jusqu'à une valeur minimale  $r'_m$  obtenue pour  $I = \pi r_o^2 J_c$  qui correspond au courant maximal que pourrait théoriquement porter le fil dans l'hypothèse de l'état critique. En fait, s'il en était ainsi, on aboutirait à une contradiction puisque le courant, circulant uniquement dans la couronne d'épaisseur  $r_o - r'_m$ , ne serait pas égal à la valeur  $\pi r_o^2 J_c$  que nous avons postulée pour calculer  $r'_m$ .

Pour trouver la vraie valeur critique minimale  $r_{cm}$ , il faut écrire que pour  $r < r_c$ , le champ  $H$  est constant et égal à  $H_{c1}$ , avec comme condition aux limites  $\frac{dH}{dr} = 0$  pour  $r = r_{cm}$ .

On trouve ainsi :

$$r_{cm} = \frac{H_{c1}}{J_c} \quad (\text{VI-30})$$

Cette relation exprime, comme le font remarquer EVETTS et CAMPBELL (1966) que  $r_c$  est le rayon limite en dessous duquel la tension du vortex  $\emptyset_0 H_{c1}/r$  devient supérieure à la force de piégeage  $\emptyset_0 J_c$ .

Le courant maximal que peut porter le fil est donc légèrement inférieur à celui que nous avons déterminé à l'aide de la relation  $B = \mu_0 H$ .

Examinons maintenant comment varie  $B(r)$  au voisinage de la surface, dans la profondeur de pénétration  $\delta$  intéressée par les champs hautes fréquences. Pour  $\delta \ll r_0$ ,  $B(r_0 - \delta)$  est tel que

$$B(r_0) - B(r_0 - \delta) \sim \frac{1}{a} \frac{\delta}{r_0} \left( \frac{J_c r_0}{2} - \frac{I}{2\pi r_0} \right) \quad (\text{VI-31})$$

d'où

$$\frac{B(r_0) - B(r_0 - \delta)}{B(r_0)} = \frac{\delta}{r_0} \left( \frac{\pi r_0^2 J_c - I}{I - 2\pi r_0 H_{c1}} \right) = \frac{\delta}{r_0} \cdot w(I) \quad (\text{VI-32})$$

Lorsque  $I$  est voisin de sa valeur maximale, le coefficient  $w(I)$  de  $\delta/r_0$  est inférieur à l'unité, et  $B(r)$  peut pratiquement être considéré comme constant sur  $\delta$ , avec une précision supérieure à  $\delta/r_0$ .

Mais lorsque  $I$  diminue, la pente de  $B(r)$  pour  $r = r_0$  s'accroît et  $w(I)$  peut devenir nettement plus grand que 1, pour atteindre à la limite une valeur maximale égale à

$$w_m = \frac{\pi r_0^2 J_c}{2\pi r_0 H_{c1}} \quad (\text{VI-23})$$

$w_m$  est le rapport entre le courant maximal théorique que pourrait supporter le fil et le courant nécessaire à créer à la surface le champ  $H_{c1}$ .

Nous avons vu que  $H_{c1}$  était de l'ordre de  $60 \text{ kA.m}^{-1}$ , d'où le courant correspondant  $I_{c1} \sim 18 \text{ A}$ . La détermination de  $J_c$  est plus délicate ; il semble difficile de considérer que cette densité critique corresponde simplement à celle que provoquerait le courant de transition que nous avons observé, égal à  $43 \text{ A}$  au maximum, et qui circulerait dans l'épaisseur  $r_o - r_c$ . Il est probable en effet que les contacts d'extrémité limitent ce courant avant que l'on atteigne la valeur critique  $r_{cm}$ . On peut cependant obtenir une limite supérieure pour  $w_m$  si l'on prend pour  $\pi r_o^2 J_c$  la valeur du courant qui crée  $H_{c2} = 373 \text{ kAm}^{-1}$  à la surface du fil, soit  $118 \text{ A}$  ;  $w_m$  est alors de l'ordre de 7. Dans la pratique,  $\pi r_o^2 J_c$  est sûrement très inférieur à la valeur ci-dessus, peut-être dans un rapport 1/2, mais cette remarque montre que les variations de  $B(r)$  sur  $\delta$  peuvent devenir sensibles, même si  $\delta/r_o$  n'est que de l'ordre du pour cent.

### VI-3 ETUDE D'UN MODELE MATHEMATIQUE DE LA RESISTANCE DE SURFACE DU FIL

#### VI-3.2 Choix des hypothèses.

Nous avons vu à l'aide des modèles de GITTLEMAN-ROSENBLUM et de GILCHRIST-SALCE que la variation en fréquence de la résistance de surface pouvait être analysée en étudiant l'équilibre dynamique des vortex. Il faut alors déterminer les forces qui agissent sur eux et savoir en particulier, si l'on doit ou non tenir compte de l'interaction des vortex. A la lumière de nos résultats expérimentaux, nous allons essayer de répondre à cette question en calculant la grandeur relative du paramètre du réseau par rapport à la profondeur de peau.

La résistivité définie par KIM et al. (1965) dans l'état d'écoulement de flux peut s'écrire en première approximation

$$\rho_f = \rho_n \frac{B(T)}{B_{c2}(T)}$$

$B$  et  $B_{c2}$  étant les inductions moyennes et critiques à la température  $T$ .

Par analogie avec la résistance de surface à l'état normal, on définit une résistance de surface à l'état mixte :

$$R_f = \sqrt{\pi f \mu \rho_f} \quad (\text{VI-34})$$

et une profondeur de peau

$$\delta_f = \sqrt{\frac{2\rho_f}{\omega\mu}} \quad (\text{VI-35})$$

Cette écriture suppose un état mixte homogène, où la propagation des champs hautes fréquences a lieu avec un nombre d'onde faible devant l'inverse de la profondeur de peau. Elle implique également que les conditions classiques de l'effet de peau sont réalisées pour l'état normal. REUTER et SONDHEIMER (1948) ont montré que la résistance de surface pouvait être calculée par la formule classique avec une précision supérieure au pour cent si le paramètre  $\alpha = 6\pi^2 f^2 l^2 \sigma$  restait inférieur à  $10^7$ , ( $l$  est le libre parcours des électrons) ce qui est bien notre cas.

Dans l'induction  $B$ , le paramètre du réseau de vortex vaut sensiblement  $(\delta_0 B^{-1})^{1/2}$ . Pour  $B = B_{c2}$ ,  $d = d_0 \sim 600 \text{ \AA}$  et compte-tenu de la résistivité du niobium indiquée au chapitre II,  $\delta_n \sim 6 \mu\text{m}$  à 100 MHz. Par suite, à cette fréquence,

$$\frac{\delta_f}{d} \sim 100 \frac{B}{B_{c2}} \quad (\text{VI-36})$$

Pour déterminer l'ordre de grandeur du rapport  $B/B_{c2}$ , nous pouvons utiliser le résultat de GITTLEMAN et ROSENBLUM (1968) : pour des fréquences supérieures à la fréquence de dépiégeage, l'ancrage des vortex est inefficace et la résistance de surface est sensiblement proportionnelle à  $B$ .

Nous avons vérifié cette propriété dans le cas de notre fil, en calculant  $B$  à partir des résultats que nous avons indiqués sur les figures V-7 et V-8 pour la variation de  $R/R_n$  en fonction du courant  $I$ . Nous avons représenté figure VI-5 la courbe  $B/\mu_0$  en fonction du champ magnétique, déduite de la courbe  $R/R_n$  obtenue à 2,3 GHz. Le champ est

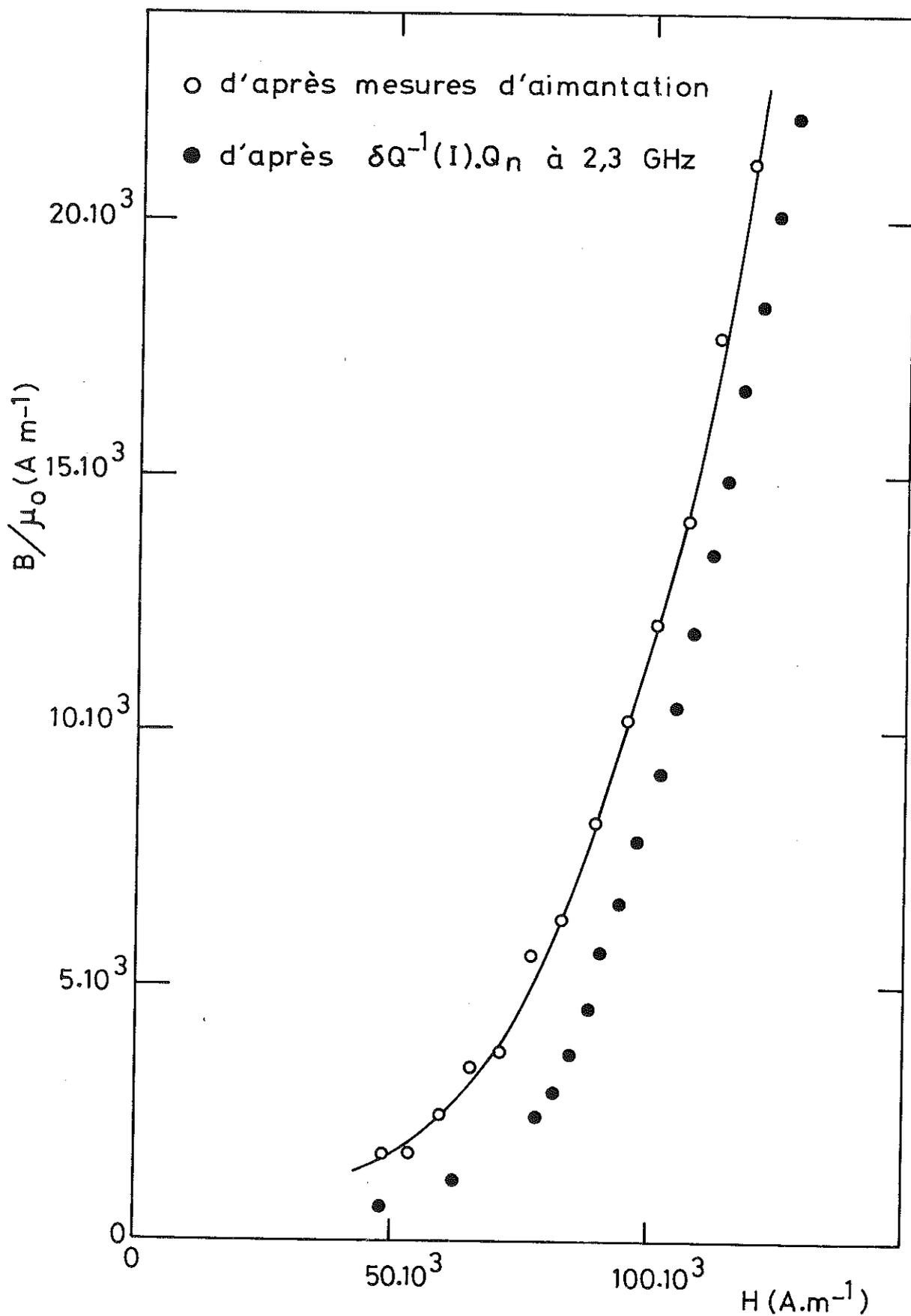


Fig. VI 5

calculé par le théorème d'Ampère appliqué à la périphérie du fil. La courbe obtenue est comparée à celle déduite des mesures d'aimantation. On constate que les courants continus utilisés produisent une induction  $B$  telle que  $B/B_{c2}$  est au plus de l'ordre de quelques  $10^{-2}$ . Le rapport  $\delta_f/d$  est donc de l'ordre de quelques unités.

Ceci signifie que la densité des vortex dans la couche de peau est toujours faible, et que l'hypothèse d'un état mixte "homogène" dans l'ensemble du fil est à rejeter.

En pratique, il est probable que la répartition des vortex varie le long du fil et que localement, il existe des concentrations plus importantes. De ce point de vue, le fil se présenterait alors comme une succession de zones où les vortex seraient alternativement éloignés ou proches les uns des autres, pour donner l'image moyenne que nous venons de déterminer.

Compte-tenu de cette remarque et dans le but de trouver un traitement mathématique simple, nous nous placerons dans une situation hypothétique où les vortex s'arrangeraient en un réseau carré de paramètre  $d$ . Pour illustrer la situation intermédiaire entre le cas des vortex isolés et celui d'un état mixte "homogène", nous supposons que les vortex ne subissent des interactions qu'entre premiers voisins. Pour un courant continu donné, la profondeur de peau  $\delta_f$  est suffisamment faible pour que nous puissions considérer que  $B(r)$  est constant sur  $\delta_f$  et d'après ce que nous avons vu au paragraphe précédent, égale à sa valeur  $B(r_0) = B$  à la surface du fil.  $d$  est donc constant sur  $\delta_f$ . De plus, la faible valeur de  $\delta_f$  devant le rayon  $r_0$  du fil nous autorise à envisager une géométrie plane et non plus cylindrique.

Cette situation est résumée sur la figure VI-6. Dans un système de coordonnées rectangulaires, le supraconducteur occupe le demi-espace des  $y$  positifs. Le champ est dirigé suivant  $Ox$  parallèle à la surface. Les vortex parallèles au champ magnétique constituent un réseau de paramètre  $d$ , la première rangée étant située à  $d/2$  de la surface. Le champ alternatif, lui aussi porté par  $Ox$  provoque pour

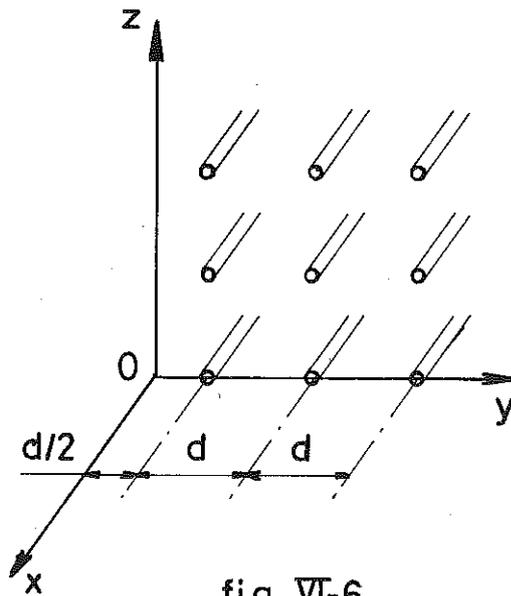


fig. VI-6

chaque vortex des déplacements élémentaires  $u$  parallèles à  $Oy$ . Pour un champ indépendant de  $z$ , les vortex d'une même rangée verticale sont à chaque instant dans la même situation par rapport à la surface ; nous pouvons donc nous limiter à l'étude d'une seule ligne dans le plan  $xOy$ .

VI-3.2 Expression de la puissance dissipée : cas de l'ancrage en volume.

En plus de l'équilibre des forces statiques, chaque unité de longueur de vortex est soumise à un ensemble de 3 forces en présence du courant alternatif d'excitation, dont l'amplitude est faible devant le courant critique :

1°) Une force d'origine électromagnétique, force de Lorentz, correspondant d'une part au champ d'excitation, d'autre part aux autres vortex. Si  $C/2$  est la constante élastique du réseau et dans le cas d'une action limitée aux premiers voisins, cette force s'écrit :

$$C(u_n - \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2})$$

$u_n$  étant le déplacement du vortex de la rangée  $n$ .

2°) Une force de viscosité que nous écrivons  $\eta \dot{u}_n$ .

3°) Une force d'ancrage que l'on supposera de type élastique et qui pourra s'écrire  $\beta u_n$ ,  $\beta$  étant un coefficient phénoménologique d'élasticité, fonction du champ magnétique. Cette

écriture implique que l'ancrage est hypothétiquement réparti dans tout le volume du matériau.

L'équilibre des forces s'écrit :

$$c(u_n - \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2}) + \beta u_n + \eta \ddot{u}_n = 0 \quad (\text{VI-37})$$

Pour un champ d'excitation sinusoïdal, nous cherchons une solution de la forme  $u_n(t) = |u_n| \cos \omega t$ . Pour le premier vortex de la ligne proche de la surface, nous avons

$$u_1(t) = \frac{1}{2} u_0 (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (\text{VI-38})$$

et pour le vortex de la rangée n.

$$u_n(t) = \frac{1}{2} u_0 \{ e^{i[\omega t - (n-1)kd]} + e^{-i[\omega t - (n-1)k^*d]} \} \quad (\text{VI-39})$$

La relation IV-37 qui s'écrit alors :

$$c(1 - \cos kd) + \beta + i\omega\eta = 0 \quad (\text{VI-40})$$

permet de déterminer

$$kd = \text{Arcos} \left( 1 + \frac{\beta + i\omega\eta}{c} \right) \quad (\text{VI-41})$$

La puissance est dissipée par la seule force de viscosité. Par unité de longueur du vortex de la rangée n, la valeur moyenne sur une période de la puissance dissipée s'écrit :

$$\eta\omega^2 \langle u_m^2 \rangle = \eta\omega^2 \frac{u_0 u_0^*}{2} e^{-1(n-1)(k-k^*)d} \quad (\text{VI-42})$$

et pour les n vortex d'une ligne

$$\eta\omega^2 \sum_1^n \langle u_n^2 \rangle = \eta\omega^2 \frac{u_0 u_0^*}{2} \sum_1^n e^{-i(n-1)(k-k^*)d} \quad (\text{VI-43})$$

En remarquant que la somme converge vers  $[1 - e^{-i(k-k^*)d}]^{-1}$  nous pouvons écrire la puissance dissipée par unité de surface sous la forme

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{B}{\emptyset_0}} \frac{\eta \omega^2 u_0 u_0^*}{1 - e^{-i(k-k^*)d}} \quad (\text{VI-44})$$

$\sqrt{B/\emptyset_0} = \frac{1}{d}$  est le nombre de lignes de vortex par unité de surface.

La valeur de P est directement liée à  $u_0$ , le déplacement du premier vortex. Or ce vortex occupe une situation particulière puisqu'il n'est soumis qu'à l'action d'un seul voisin. Mais il subit également la force répulsive des courants hautes fréquences de surface, force électromagnétique de la forme  $F_e = J\emptyset_0$  par unité de longueur, J étant la densité de courant au niveau du premier vortex. Si  $I_m$  est l'amplitude du courant alternatif à la surface, la valeur moyenne du courant sur la distance d est égale à

$$I = \frac{\delta_f}{d} I_m (1 - e^{-\frac{d}{\delta_f}}) \quad (\text{VI-45})$$

I correspond à une densité moyenne  $I(2\pi r_0 d)^{-1}$  à la périphérie.

Par suite :

$$F_e = \frac{\delta_f}{d^2} (1 - e^{-\frac{d}{\delta_f}}) \frac{I_m \emptyset_0}{2\pi r_0} = \emptyset_0 H_m \frac{\delta_f}{d^2} (1 - e^{-\frac{d}{\delta_f}}) \quad (\text{VI-46})$$

L'équation d'équilibre du premier vortex s'écrit donc

$$\frac{c}{2} (u_1 - u_2) + \beta u_1 + \eta \ddot{u}_1 - F_e = 0 \quad (\text{VI-47})$$

Mais u doit également être solution de l'équation générale VI-37, ce qui entraîne

$$c (u_1 - \frac{u_2 + u_{-1}}{2}) = -\beta u_1 + \eta \ddot{u}_1 \quad (\text{VI-48})$$

$u_{-1}$  étant le déplacement du vortex image.

La combinaison des équations VI-46, 47 et 48 conduit à :

$$u_0 = \frac{2}{c} \emptyset_0 H_m \frac{\frac{\delta_f}{d^2} (1 - e^{-\frac{d}{\delta_f}})}{1 - e^{ikd}} \quad (\text{VI-49})$$

d'où l'expression générale de la puissance dissipée :

$$P = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{B}{\theta_0}} \eta \omega^2 \left(\frac{2}{c}\right)^2 \frac{\theta_0^2 H_m^2 \delta_f^2}{d^2} (1 - e^{-\frac{d}{\delta_f}})^2}{(1 - e^{ikd})(1 - e^{-ik^*d}) [1 - e^{-i(k-k^*)d}]} \quad (\text{VI-50})$$

### VI-3.3 Cas de l'ancrage superficiel.

Compte-tenu de l'état de surface de notre fil, qui comporte de nombreuses irrégularités microscopiques, il est possible que la majorité des centres d'ancrages efficaces soient situés très près de la périphérie. Nous allons calculer dans cette hypothèse l'expression de la puissance dissipée en supposant que seule la première rangée de vortex subit une force d'ancrage. Les vortex des autres rangées à l'intérieur du fil sont alors en équilibre sous l'action des deux forces restantes, électromagnétique et de viscosité. L'équation VI-37 dans laquelle  $\beta = 0$  est toujours valable pour le vortex de rang  $n \neq 1$ .

La recherche d'une solution de la même forme que dans le cas du piégeage en volume conduit à la relation

$$c(1 - \cos kd) + i\omega\eta = 0 \quad (\text{VI-51})$$

permettant de calculer la nouvelle valeur de  $k$ .

$$k = \left[ \text{Arcos} \left( 1 + \frac{i\omega\eta}{c} \right) \right] d^{-1} \quad (\text{VI-52})$$

La puissance dissipée s'exprime toujours par la relation VI-44 mais  $u_0$ , déterminé par l'équilibre du premier vortex, tient compte de l'ancrage superficiel. En notant  $\chi$  le coefficient élastique d'ancrage, et compte-tenu de VI-51, cet équilibre se traduit par :

$$\frac{c}{2} (u_1 - u_{-1}) - \chi u_1 + F_e = 0 \quad (\text{VI-53})$$

d'où

$$u_0 = \frac{-F_e}{\frac{c}{2} (1 - e^{ikd}) - \chi} \quad (\text{VI-54})$$

et la puissance dissipée

$$P = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{B}{\theta_0}} \eta \omega^2 \frac{\theta_0^2 H_m^2}{d^2} \left(\frac{\delta_f}{d}\right)^2 \left(1 - e^{-\frac{d}{\delta_f}}\right)^2}{\left[1 - e^{-i(k-k^*)d}\right] \left[\frac{c}{2} (1 - e^{ikd}) - \chi\right] \left[\frac{c}{2} (1 - e^{-ik^*d}) - \chi\right]}$$

(VI-55)

Dans les relations VI-50 et VI-55, les paramètres  $\eta$  et  $c$  peuvent s'exprimer en fonction des grandeurs électromagnétiques.  $\eta$  est relié à la résistivité par la relation (KIM et al., 1965) :

$$\eta = \theta_0 B \rho_f^{-1} \quad \text{(VI-56)}$$

D'après nos notations,  $c$  est égal au double du module de compression du réseau de vortex, calculé par LABUSCH (1969 b)

$$c = 2B^2 \frac{dH}{dB} = 2 \frac{\theta_0 B}{d^2} \cdot \frac{1}{\mu_{//}} \quad \text{(VI-57)}$$

$\mu_{//}$  étant la perméabilité différentielle longitudinale du matériau, qui intervient ici plutôt que la perméabilité transverse puisque le champ magnétique alternatif est parallèle aux lignes de flux.

#### VI-3.4 Comparaison avec les modèles de GITTLEMAN-ROSENBLUM et GILCHRIST-SALCE et avec les résultats expérimentaux.

Compte-tenu des hypothèses que nous avons formulées, notre modèle illustre une situation intermédiaire entre celle décrite par GILCHRIST-SALCE, dans le cas de l'état mixte homogène et celle où les vortex peu nombreux peuvent être traités isolément. Les limites lorsque  $d$  varie doivent donc correspondre à ces deux cas.

Nous pouvons retrouver directement sur l'expression des puissances la limite de GILCHRIST et SALCE, puisque nous tenons compte, comme eux, de l'interaction entre vortex. Dans leur cas, le réseau est très dense, donc  $d$  est faible devant  $\delta_f$  et l'interaction s'étend à

tout le réseau, c'est-à-dire que les oscillations des lignes de flux ont un nombre d'onde  $k$  faible devant  $\delta_f^{-1}$ . Considérons tout d'abord le cas de l'ancrage en volume. Dans la limite  $d/\delta_f \ll 1$  et  $kd \ll 1$ , la relation VI-41 s'écrit :

$$k_d^2 = -\frac{2\beta}{c} (1 + i\nu^{-1}) \quad (\text{VI-58})$$

dans laquelle nous avons posé

$$\nu = \beta \omega^{-1} \eta^{-1} \quad (\text{VI-59})$$

et le produit des 3 termes du dénominateur de VI-50 tend vers

$$(kd) (k^*d) (-2d J_m \{k\})$$

avec 
$$kk^*d^2 = \frac{2\beta}{c} \sqrt{1+\nu^{-2}} \quad (\text{VI-60})$$

et la partie imaginaire de  $k$  égale à

$$J_m \{k\} = \frac{-2\beta}{c} \left\{ \frac{(\nu^{-2}+1)^{1/2} + 1}{2} \right\}^{1/2} \quad (\text{VI-61})$$

La puissance dissipée se met finalement sous la forme

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_u \rho_f}{2}} H_m^2 \sqrt{\frac{\sqrt{1+\nu^{-2}} - \nu}{1 + \nu^2}} \quad (\text{VI-62})$$

qui conduit à une expression de la résistance de surface identique à celle de GILCHRIST et SALCE (relation VI-21).

Un calcul analogue effectué à partir de la relation VI-55 pour l'ancrage en surface donne pour la puissance dissipée

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_u \rho_f}{2}} H_m^2 \frac{1}{1 + \sqrt{2\nu + \nu}} \quad (\text{VI-63})$$

$\nu$  caractérise ici la valeur relative de l'ancrage de surface par rapport à la force de viscosité et vaut

$$\nu = 2\chi^2 (\omega \eta c)^{-1} \quad (\text{VI-64})$$

La relation VI-63 est à rapprocher de l'expression VI-21 obtenue par GILCHRIST et SALCE.

Il convient de remarquer que GILCHRIST et SALCE ont étudié des échantillons dans lesquels les vortex sont perpendiculaires à la surface. Le champ hautes fréquences agit alors sur leurs extrémités. Dans notre cas, au contraire, les vortex sont parallèles à la surface, comme indiqué sur la figure VI-6.

La limite des vortex isolés ne peut pas se déduire directement de l'expression de la puissance dissipée (relation VI-50) puisque cette dernière a été établie en tenant compte d'une force d'interaction entre vortex. Si les lignes de flux sont suffisamment éloignées pour que l'on puisse négliger cette interaction, la seule force électromagnétique est alors celle due au champ hautes fréquences qui est supposé agir sur chaque vortex situé dans l'épaisseur  $\delta_f$ . Alors  $F_e = \phi_o H_m \delta_f^{-1}$ , et l'équation d'équilibre de l'unité de longueur du vortex s'écrit :

$$\beta u_o + i \omega \eta u_o = \phi_o H_m \delta_f^{-1} \quad (\text{VI-65})$$

La puissance moyenne dissipée est  $\frac{1}{2} \eta \omega^2 u_o u_o^*$ . La puissance totale par unité de surface est égale à cette valeur multipliée par le nombre de vortex dans  $\delta_f$ , soit  $\delta_f/d$  et par le nombre de ligne de vortex par unité de longueur du matériau, soit  $\sqrt{B/\phi_o}$ . Par suite :

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu // \rho_f}{2}} H_m^2 \frac{1}{1 + \nu^2} \quad (\text{VI-66})$$

avec  $\nu = \beta \omega^{-1} \eta^{-1}$ , comme dans le cas du piégeage en volume.

On retrouve ainsi pour  $R/R_f$ , dans le cas des vortex isolés, la même forme de variation avec la fréquence que celle déterminée par GITTLEMAN et ROSENBLUM pour la résistivité dans le cas d'un réseau rigide de vortex (équation VI-19). Notons que cette similitude est purement fortuite ; la résistivité et la résistance de surface, quoique relevant du même phénomène, sont des grandeurs de nature différentes qui n'ont pas les mêmes dimensions.

Nous avons tracé sur la figure VI-7 dans un diagramme semi-logarithmique les variations de  $R/R_f$  en fonction de  $\nu^{-1}$ , déduites des trois expressions théoriques VI-62, 63 et 66. Ces courbes illustrent bien d'une part l'écart entre les fréquences de piégeage auxquelles conduit chacune des lois, et d'autre part la variation plus lente, que nous avons déjà mentionnée, du rapport  $R/R_f$  autour de la fréquence de dépiégeage, dans le cas de l'ancrage en surface.

Pour comparer ces variations avec nos résultats expérimentaux, le plus simple serait de connaître la valeur du rapport  $R/R_f$  pour les fréquences élevées, pour lesquelles l'ancrage est inefficace. Mais les courbes de la figure V-8, montrent que nous n'atteignons pas cette région ; même pour les valeurs de  $I$  les plus basses, la pente des caractéristiques  $\delta Q^{-1}(I) \cdot Q_n$  quoique faible, n'est pas tout à fait nulle à 2,3 GHz.

Nous avons alors calculé pour chacune des lois, l'ordonnée réduite du point d'inflexion dans le diagramme semi-logarithmique. Nous trouvons 0,5 pour la loi de GITTLEMAN et ROSENBLUM, 0,474 dans le cas de l'ancrage en volume et 0,234 pour l'ancrage en surface, d'après les lois de GILCHRIST et SALCE. Il suffit alors d'attribuer ces valeurs aux points d'inflexion de nos courbes expérimentales tracées en fonction du logarithme de la fréquence, et de faire l'affinité correspondante sur les courbes théoriques réduites de la figure VI-7.

Nous avons illustré cette correspondance sur la figure VI-8, pour quelques valeurs du courant continu choisies aux extrémités et au centre de la gamme de mesure. Nous constatons que le meilleur accord est obtenu en général avec la loi pour l'ancrage en volume. Cependant, pour les faibles valeurs du courant, c'est-à-dire, lorsque les vortex dans le fil sont peu nombreux, le modèle des vortex isolés donne lui aussi un accord satisfaisant. Dans ce même domaine des courants faibles, et pour toute l'étendue de la gamme de fréquence, le modèle pour l'ancrage en surface ne convient pas. Par contre, pour les courants plus élevés, à partir de 30 A environ, l'ancrage superficiel devient prépondérant dès que la fréquence excède une valeur de l'ordre de 1,5 GHz. Cet accord confirme bien l'existence de ce type d'ancrage dont l'importance relative par rapport à l'ancrage en volume croît avec la fréquence.

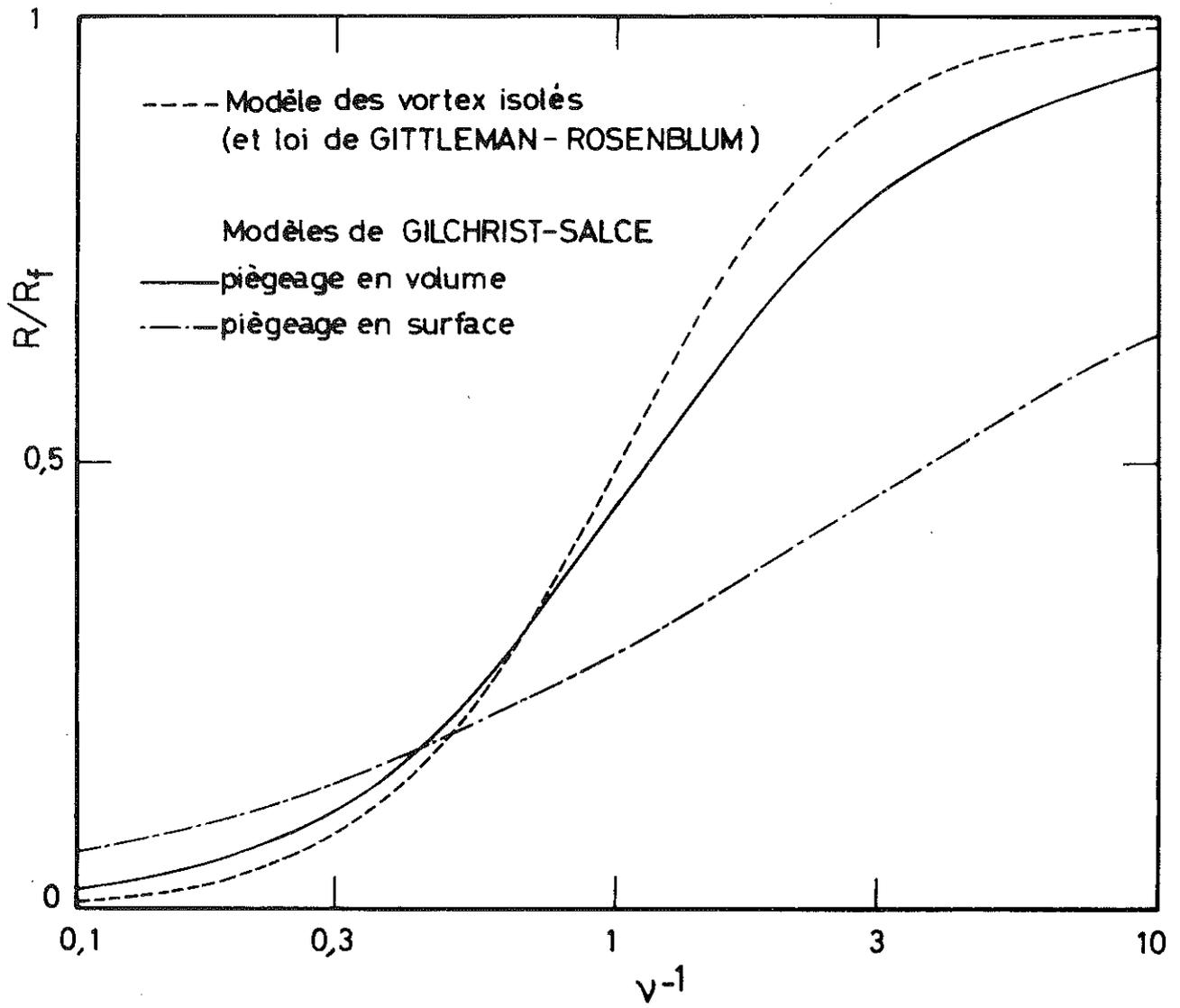


Fig. VI-7

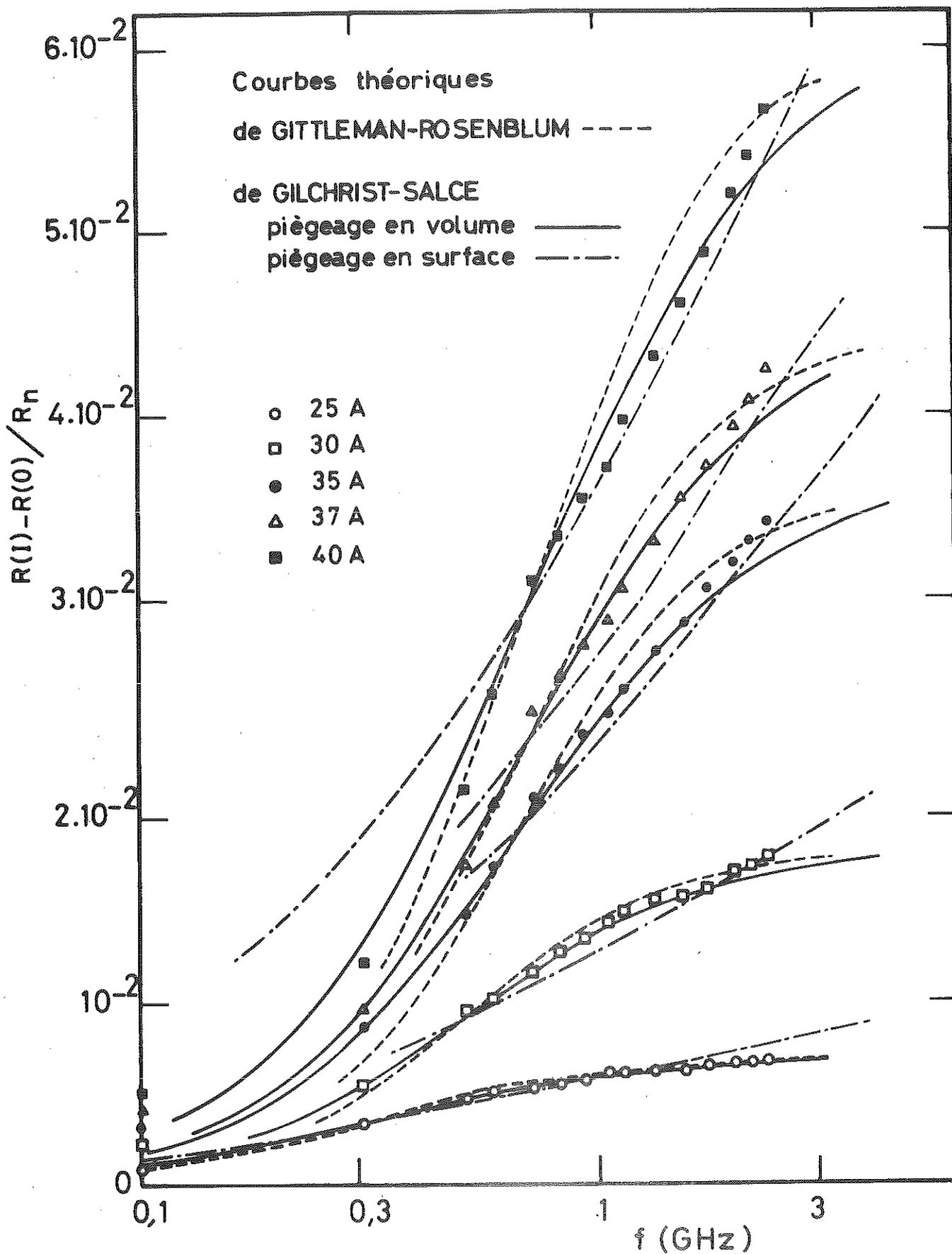


Fig. VI-8

Les courbes de la figure VI-7 permettent de déterminer l'ordre de grandeur des fréquences de dépiégeage. Elles varient avec le courant continu entre 300 MHz pour  $I = 25A$  et 700 MHz pour  $I = 40A$ . Elles sont en bon accord avec les résultats trouvés par PETROVICH et ROSE (1975) sur du niobium écroui. Elles diffèrent de plus d'un ordre de grandeur de celles observées dans le cas du niobium pur bien recuit, où les forces d'ancrage, en relation avec les défauts du réseau cristallin, deviennent faibles.

Compte-tenu de la correspondance de nos résultats expérimentaux avec le modèle de GILCHRIST-SALCE, nous n'avons pas cherché à déterminer plus précisément les lois de variations théoriques définies par les relations VI-50 et VI-55 dans le cas général. En effet, ces relations ne se prêtent pas à un traitement analytique simple, mais nécessitent une analyse numérique qui implique une définition plus précise des paramètres d'ancrage  $\beta$  ou  $\chi$ . L'intérêt physique d'un tel développement se heurte à notre avis à une double objection théorique et expérimentale.

Du point de vue théorique, le mécanisme des pertes en hautes fréquences que nous proposons se situe dans le cadre des analyses phénoménologiques fondées sur le mouvement des filaments de flux. Comme nous l'avons vu, ces modèles rendent bien compte des situations expérimentales envisagées. Ils posent cependant sans y répondre le problème de la nature même des vortex. En effet, dire que les vortex sont en équilibre sous l'action d'un ensemble de forces implique que les filaments de flux sont des corps matériels auxquels il convient en particulier d'attribuer une masse... que tous les modèles négligent d'ailleurs parce que très faible. Cette notion de masse des fluxoïds ainsi que la force d'ancrage restent à notre avis les concepts essentiels à éclaircir dans l'étude dynamique du déplacement des vortex. Il est bien évident que le développement numérique des expressions que nous avons établies ne saurait y contribuer.

Du point de vue expérimental, la limite de l'état mixte "homogène" illustrée par les relations VI-62 et 63 pour les deux types d'ancrage est en bon accord avec nos mesures. Par suite, l'existence d'une interaction entre vortex limitée aux premiers voisins et répartie sur l'ensemble du fil est à rejeter. Il faut penser au contraire à une pénétration irrégulière du flux sur la longueur du fil. Celui-ci se présenterait, ainsi que nous l'avons déjà suggéré, comme une succession de zones à forte concentration de vortex, séparées par des régions plus ou moins exemptes de flux. Les premières donneraient lieu à la majeure partie des pertes observées.

Dans cette limite, notre calcul permet alors d'étendre, à une géométrie où les vortex et le champ hautes fréquences sont parallèles à la surface, le modèle proposé par GILCHRIST et SALCE qui considèrent le cas où les vortex, perpendiculaires à la surface, sont excités par un champ parallèle à cette surface.



## C O N C L U S I O N

Appliquées à des échantillons de petites dimensions, les techniques de résonance sont utilisées pour analyser le comportement des matériaux supraconducteurs soumis à des champs électromagnétiques variables ; la gamme des fréquences explorées s'étend de la dizaine de mégahertz à la dizaine de gigahertz, suivant la forme des échantillons.

Les dispositifs expérimentaux que nous avons mis au point nous ont permis d'adapter ces techniques aux lignes coaxiales supraconductrices, le plus souvent étudiées jusqu'alors par des méthodes impulsionnelles. Les méthodes par résonance autorisent l'emploi de lignes plus courtes, dont on peut plus facilement modifier les caractéristiques ou les éléments constitutifs. Leur inconvénient majeur est la part importante que prennent relativement les effets d'extrémité sur des échantillons courts. Mais cet inconvénient est en partie compensé par le fait qu'il n'y a pas de connexions électriques directes entre la ligne, plongée dans l'hélium liquide et le système de mesure, située à l'extérieur du cryostat.

Grâce aux dimensions choisies pour les composants, les variations observées pour les pertes en hautes fréquences des lignes étudiées ont pu être attribuées en majeure partie au fil de niobium constituant le conducteur central. A l'appui des résultats obtenus par d'autres auteurs sur des cavités résonantes en niobium, nous avons essayé d'améliorer le facteur de surtension de lignes ouvertes par différents traitements de surface du niobium. Nous n'avons pas pu aboutir à des résultats satisfaisants à cause des difficultés rencontrées pour obtenir un polissage électrolytique correct du fil. Nous pensons qu'il serait intéressant de refaire quelques tentatives avec du fil de plus gros diamètre. De tels essais permettraient de vérifier si l'amélioration de l'état de surface joue un rôle aussi important dans le cas du niobium impur que dans celui du niobium de haute pureté

utilisé dans les cavités résonantes.

Pour alimenter en courant continu le fil central, nous avons divisé le conducteur extérieur des lignes en court-circuit en deux parties égales, isolées électriquement. Cette disposition permet d'analyser le comportement en hautes fréquences du fil de niobium à l'état mixte lorsque cet état est créé par la circulation d'un courant continu. Nous avons interprété nos mesures à l'aide d'un modèle mathématique déduit des théories phénoménologiques attribuant les pertes dans l'état mixte au mouvement des lignes de flux. Nos résultats montrent que la pénétration des vortex dans le fil n'a pas lieu de manière uniforme sur toute sa longueur, mais qu'il existe au contraire des régions à forte concentration de vortex où se produit la plus grande partie de la dissipation hautes fréquences. L'allure de la variation de la résistance de surface avec la fréquence, pour un courant continu donné, met en évidence l'existence des deux types d'ancrage qui agirait différemment en surface et dans la masse du matériau. L'extension des mesures vers les hautes fréquences est cependant nécessaire pour confirmer cette idée qui n'est illustrée que par la tendance, observée sur les valeurs expérimentales, à rejoindre la courbe théorique pour l'ancrage en surface lorsque la fréquence dépasse 1,5 GHz environ.

Du point de vue des applications, le supplément d'atténuation provoqué par la présence du courant continu sur les signaux hautes fréquences est relativement faible. Par suite, dans l'hypothèse où les câbles supraconducteurs de transport d'énergie se développeraient, il serait possible de les utiliser pour transmettre des signaux hautes fréquences, comme dans le cas des lignes classiques actuelles.

Nous pensons également que la technique de résonance que nous avons mise au point pourrait s'adapter sur de tels câbles et servir de principe à un dispositif de contrôle de leur fonctionnement en charge.

A N N E X E . A

RESONANCE D'ABSORPTION

FACTEUR DE SURTENSION DE LA LIGNE DANS LE CAS OU L'INDUCTANCE  
DE LA BOUCLE DE COUPLAGE N'EST PAS COMPENSEE

Le dispositif expérimental relatif aux résonances d'absorption est représenté sur la figure 1, page 42. Nous avons reproduit pages 42 à 44, l'analyse de son circuit hautes fréquences équivalent dans le cas particulier où l'inductance de la boucle de couplage était correctement compensée par la capacité  $C_1$ . Nous envisageons ici le cas où cette compensation n'est pas réalisée. Les mêmes notations, correspondant au même circuit électrique (figure A-1) sont utilisées. Rappelons que nous nous bornons au cas où le circuit est bien symétrique, par suite  $L_2 = L_1$ ,  $R_2 = R_1$  et  $M_{23} = M_{13}$ .

A-1 CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION

L'équation (2), page 43 s'écrit maintenant :

$$t \sim (1+j\delta) \left[ (1+js) (1+j\delta) + A_0 Q \right]^{-1} (1-jx)^{-1} \quad (A-1)$$

dans laquelle nous avons introduit la quantité :

$$x = 2(\omega_0 C_1 R_1)^{-1} + \omega_0 (M_{12} - L_1) R_1^{-1} \quad (A-2)$$

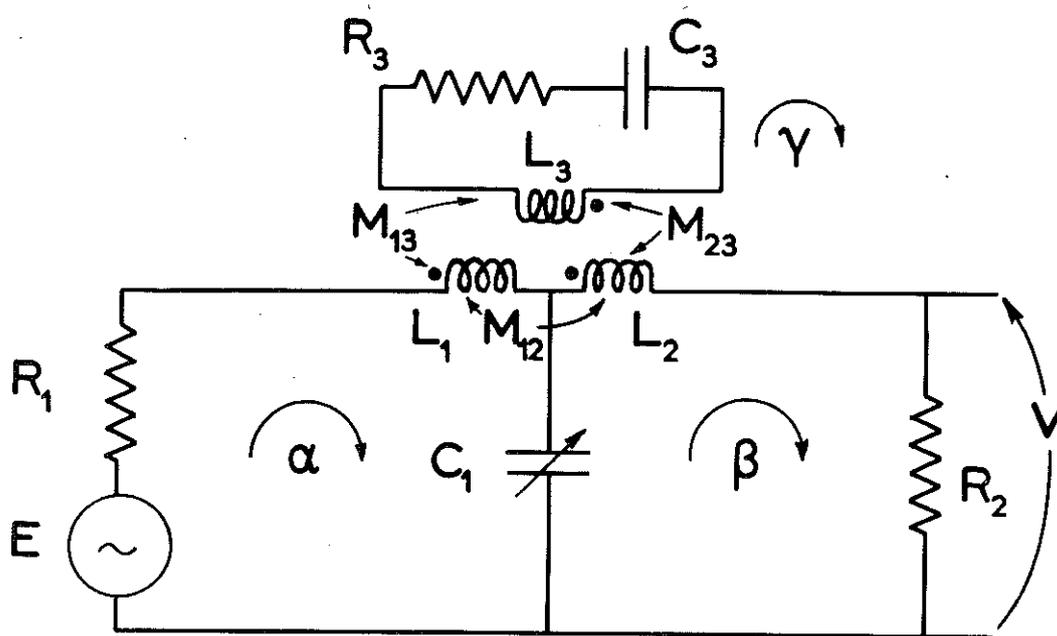


Fig A.1

qui est différente de  $s^{-1} = 2R_1(\omega_0 L_D)^{-1}$  dans le cas qui nous intéresse ici où la compensation de l'inductance de la boucle de couplage n'est pas parfaitement réalisée par la capacité  $C_1$ .

Le coefficient de transmission en puissance ne s'exprime plus alors par la relation (4) de l'article de MAZUER et al. (1971), mais par :

$$T = \frac{[A_0 Q - (s+x)\delta]^2 + (s+x)^2}{(1+x^2) [(s+\delta)^2 + (1-s\delta+A_0 Q)^2]} \quad (A-3)$$

Pour des fréquences suffisamment éloignées de la résonance, c'est-à-dire lorsque  $\delta$  tend vers  $\pm \infty$ ,  $T$  tend vers une valeur constante  $T_0$  telle que :

$$T_0 = \frac{s^2 + x^2}{(1+x^2)(1+s^2)} \quad (A-4)$$

On peut alors exprimer la variation relative de  $T$  par rapport à cette valeur de référence en définissant :

$$T^* = T \cdot T_0^{-1} \quad (A-5)$$

qui s'écrit :

$$T^* = \left(1 + \frac{p^2}{q^2}\right) T \quad (A-6)$$

$$\text{avec } q = A \cdot Q = A_0 Q (1+s^2)^{-1} \quad (A-7)$$

$$\text{et } p = q(xs - 1)(x + s)^{-1} \quad (A-8)$$

En introduisant ces notations dans l'expression A-2,  $T^*$  s'exprime par :

$$T^* = \frac{(\delta - sq + p)^2 + 1}{(\delta - sq)^2 + (1 + q)^2} \quad (A-9)$$

où encore :

$$T^* = \frac{(f + p)^2 + 1}{f^2 + (1 + q)^2} \quad (A-10)$$

avec  $f = \delta - sq$  (A-11)

Dans l'expression A-10, les 3 paramètres  $p$ ,  $q$  et  $f$  sont des quantités sans dimension.  $f$  représente une différence relative de fréquence multipliée par  $Q$ ,  $q$  exprime le couplage entre la boucle et l'échantillon, avec le même facteur multiplicatif et  $p$  caractérise l'erreur d'accord de la capacité de compensation.

#### A-2 OBTENTION D'UNE VALEUR RELATIVE DU FACTEUR DE SURTENSION

Nous avons montré qu'en cas d'accord de la capacité  $C_1$ , la variation du coefficient de transmission en puissance avec la fréquence a la forme d'une lorentzienne (MAZUER et al., 1971) et présente un minimum pour  $f = 0$ . Le fait que la capacité  $C_1$  ne soit pas accordée entraîne une dissymétrie de la courbe  $T(\omega)$  et l'apparition de deux extrêmums  $T_m$  et  $T_h$  (figure A-2) qui sont déterminés analytiquement par l'annulation de la dérivée de  $T^*$ , par rapport à  $f$ , seul paramètre sensible à la fréquence dans la relation A-10.

$$\frac{dT^*}{df} = \frac{2 [ f^2 + (1+q)^2 ] (f+p)^2 - 2f [ 1 + (f+p)^2 ]}{[ f^2 + (1+q)^2 ]^2} \quad (A-12)$$

$\frac{dT^*}{df}$  s'annule pour :

$$f = r - p \pm \sqrt{r^2 + 1} \quad (A-13)$$

avec  $r = \frac{1}{2} [ p^{-1} (1+q)^2 - p^{-1} + p ]$  (A-14)

Les valeurs minimales  $M = T_m \cdot T_o^{-1}$  et maximales  $H = T_h \cdot T_o^{-1}$  de  $T^*$  sont alors telles que :

$$M = 1 - \frac{p}{\sqrt{1+r^2} + r} \quad (A-15)$$

$$H = 1 + \frac{p}{\sqrt{1+r^2} + r} \quad (A-16)$$

ce qui permet d'exprimer  $p$  et  $q$  en fonction de  $M$  et  $H$  accessibles à la mesure :

$$p = [ (1 - H^{-1}) (M^{-1} - 1) ]^{1/2} \quad (A-17)$$

$$\text{et } q = (M \cdot H)^{1/2} - 1 \quad (A-18)$$

C'est-à-dire que le facteur de surtension est proportionnel à  $[ (M \cdot H)^{1/2} - 1 ]$ . Le coefficient de proportionnalité est le paramètre  $A$  qui ne dépend que du couplage.

Ainsi la relation A-18 peut être utilisée pour déterminer les variations relatives de  $Q$  en fonction d'un paramètre quelconque, par rapport à une valeur de référence mesurée dans les mêmes conditions de couplage.

### A-3 VALEUR ABSOLUE DU FACTEUR DE SURTENSION

Compte-tenu des relations A-17 et A-18, l'expression A-9 peut se mettre sous la forme d'une équation quadratique en  $f^2$  :

$$f^2(1-T^*) + 2f [ (1-H^{-1}) (M^{-1}-1) ]^{1/2} + (1-H^{-1}) (M^{-1}-1) - T^* M^{-1} H^{-1} = 0 \quad (A-19)$$

Pour  $T^*$  fixé, compris entre M et H, l'équation (A-19) a deux racines dont la différence  $\Delta f$  est donnée par la relation suivante :

$$\frac{1}{2} \Delta f = \frac{\pm \{ (1 - T^* H^{-1}) (T^* M^{-1} - 1) \}^{1/2}}{T^* - 1} \quad (A-20)$$

Les signes + et - correspondent respectivement aux cas où  $T^* > 1$  et  $T^* < 1$ .

Compte-tenu de la définition de f :

$$\frac{1}{2} \Delta f = Q \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \quad (A-21)$$

En pratique, on peut donc obtenir Q en mesurant la largeur  $\Delta \omega$  de la courbe de résonance pour une valeur quelconque de  $T^*$ , à laquelle correspond par la relation A-20 la valeur de  $\Delta f$  intervenant dans A-21.

Nous donnons ci-dessous quelques couples de valeurs de  $\Delta f$  et  $T^*$  que nous avons utilisées pour déterminer Q à partir de la mesure de M et H.

a) Lorsque  $\frac{1}{2} \Delta f = 1$ , Q peut être déterminé directement par la mesure de  $\Delta \omega$  pour les deux valeurs de  $T^*$  définies par :

$$T^* = \frac{H + M + 2HM \pm [(H+M)^2 + 4HM(H+M) - 8HM - 4H^2M^2]^{1/2}}{2(1 + HM)} \quad (A-22)$$

On obtient ainsi deux valeurs absolues du facteur de surtension  $Q^{(-)}$  et  $Q^{(+)}$ , correspondant aux signes - et + de la relation A-22. Eu égard à la forme de la courbe indiquée sur la figure A-2 et pour une meilleure précision, nous n'avons utilisé que la première estimation  $Q^{(-)}$ .

b) Pour  $T^* = 2 HM (H + M)^{-1} \quad (A-23)$

On a :  $\frac{1}{2} \Delta f = (H-M) (H+M-2MH)^{-1}$  (A-24)

d'où une valeur  $Q^{(2)}$  de  $Q$ .

c) Pour  $T^* = \frac{1}{2} (H + M)$  (A-25)

$$\frac{1}{2} \Delta f = (HM)^{-1/2} (H-M) (2-H-M)^{-1}$$
 (A-26)

correspondant à une troisième estimation  $Q^{(3)}$  de  $Q$ .

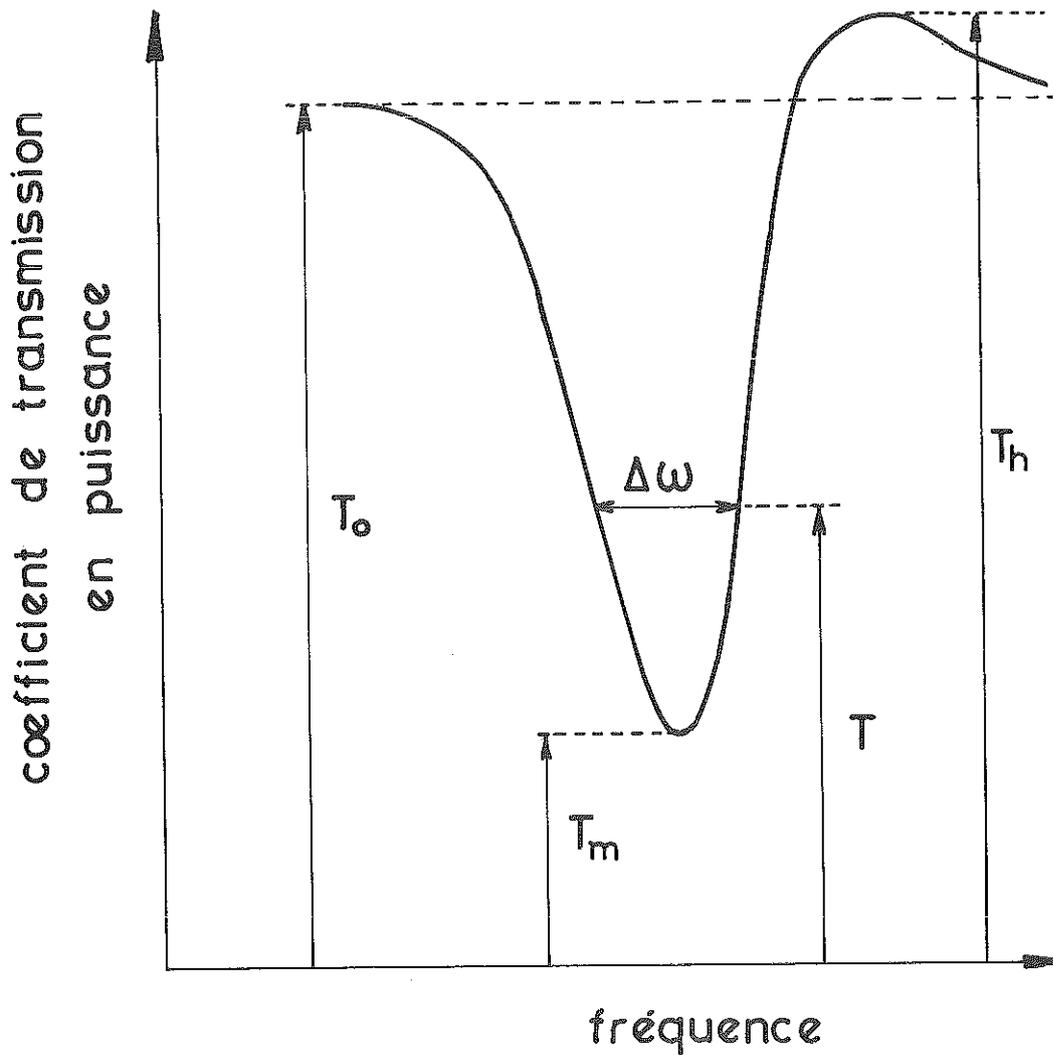


fig. A-2



A N N E X E B

---

RESONANCE DE TRANSMISSION

DETERMINATION DU FACTEUR DE SURTENSION DE LA LIGNE

Le montage que nous nous proposons d'analyser ici est celui que nous avons représenté sur le schéma de la figure III-3, page 49. La partie haute fréquence du montage est équivalente au circuit indiqué sur la figure B-1. La méthode des courants fictifs de Maxwell nous donne pour ce circuit les 3 relations suivantes :

$$\begin{aligned} E &= (R_1 + j\omega L_1)\alpha + j\omega M_{13}\gamma \\ 0 &= (R_2 + j\omega L_2)\beta + j\omega M_{23}\gamma \\ 0 &= j\omega M_{13}\alpha + j\omega M_{23}\beta + [R_3 + j(\omega L_3 - \omega^{-1}C_3^{-1})]\gamma \end{aligned} \quad (B-1)$$

B-1 DETERMINATION DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION EN PUISSANCE

Dès que la fréquence du signal d'entrée est suffisamment proche de la fréquence de résonance, il apparaît aux bornes de  $R_2$  une tension  $V$  et le coefficient de transmission en tension

$$t = R_2 \beta E^{-1} \quad (B-2)$$

est différent de zéro.

Dans le cas correspondant à notre montage,  $R_2 = R_1$  et avec les significations de  $Q$ ,  $\delta$  et  $\omega_0$  définies dans l'article reproduit au

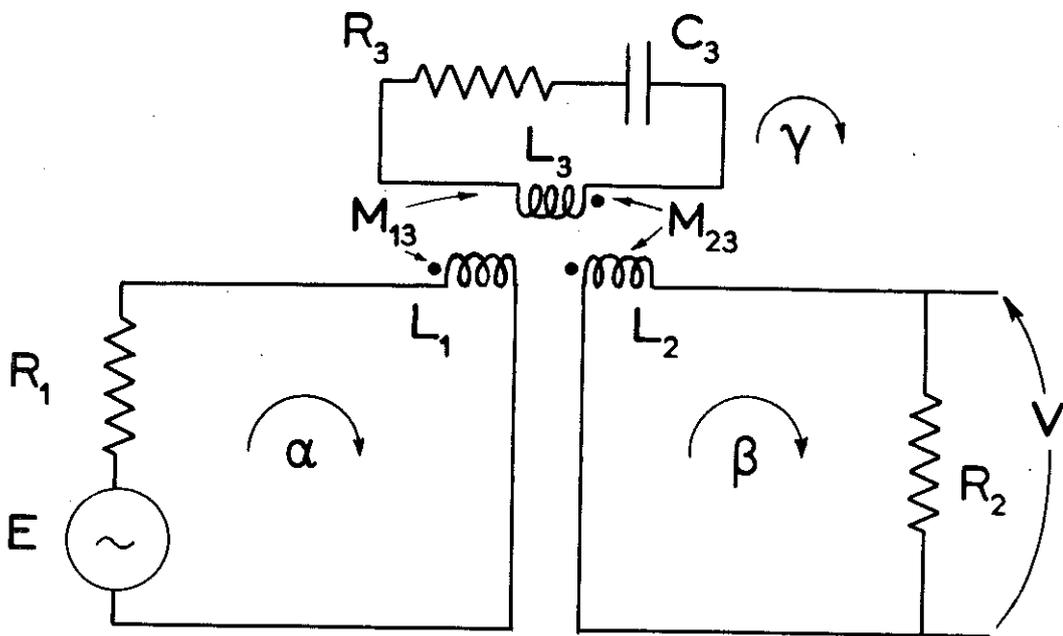


Fig B.1

chapître III, il vient :

$$t = Q(A_{o1} \cdot A_{o2})^{1/2} [ (1+js_1)A_{o2}Q + (1+js_2)A_{o1}Q + (1+J\delta) (1+js_1) (1+js_2) ]^{-1} \quad (B-3)$$

Dans cette relation, et par analogie avec les quantités  $A_0$  et  $s$  précédemment introduites dans le cas de la résonance d'absorption, nous avons défini les symboles  $A_{o1}$ ,  $s_1$  et  $A_{o2}$ ,  $s_2$  pour caractériser les deux couplages.

$$\left. \begin{aligned} A_{o1} &= \omega_0 M_{13}^2 R_1^{-1} L_3^{-1} \\ A_{o2} &= \omega_0 M_{23}^2 R_1^{-1} L_3^{-1} \end{aligned} \right\} (B-4)$$

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \omega_0 L_1 R_1^{-1} \\ s_2 &= \omega_0 L_2 R_1^{-1} \end{aligned} \right\} (B-5)$$

Si nous introduisons encore les notations :

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_{o1} (1 + s_1^2)^{-1} \\ A_2 &= A_{o2} (1 + s_2^2)^{-1} \end{aligned} \right\} (B-6)$$

Le coefficient de transmission en puissance  $T = |t|^2$  s'exprimera par l'expression :

$$T = A_1 A_2 Q^2 \{ [ \delta - (s_1 A_1 + s_2 A_2) Q ]^2 + [ 1 + (A_1 + A_2) Q ]^2 \}^{-1} \quad (B-7)$$

$A_1, s_1$  d'une part et  $A_2, s_2$  d'autre part, sont des quantités sans dimensions qui caractérisent respectivement les couplages des circuits d'entrée et de sortie avec le résonateur ;  $A_1$  et  $A_2$  représentent les intensités des couplages,  $s_1$  et  $s_2$  les inductances des boucles.

#### B-2 EXPRESSION DU FACTEUR DE SURTENSION

En fonction de la fréquence,  $T(\omega)$  passe par un maximum  $T_M$  lorsque  $\delta = (s_1 A_1 + s_2 A_2) Q$

$$T_M = A_1 A_2 Q^2 [ 1 + (A_1 + A_2) Q ]^{-2} \quad (B-8)$$

Appelons  $\Delta$  la largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance (figure B-2).  
Compte-tenu des relations B-7 et B-8, il vient

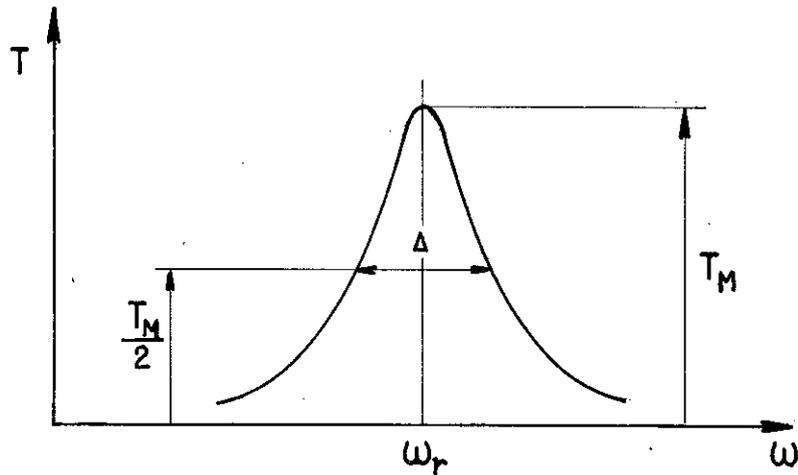


fig. B-2

$$\frac{\Delta}{\omega_0} = Q^{-1} + A_1 + A_2 \quad (B-9)$$

L'expression B-9 suppose, comme dans le cas de la résonance d'absorption que  $\omega_r \approx \omega_0$ .

Par suite, pour avoir une valeur absolue du facteur de surtension, il faut réduire simultanément  $A_1$  et  $A_2$  et extrapoler à couplage nul ; alors :

$$Q \rightarrow \frac{\omega_0}{\Delta} \quad (B-10)$$

Si l'on ne s'intéresse qu'à la variation du facteur de surtension en fonction d'un paramètre  $P$ , la relation B-9 conduit alors à :

$$\begin{aligned} \delta Q^{-1}(P) &= Q^{-1}(P) - Q^{-1}(P_0) \\ &= \omega_0^{-1} [ \Delta(P) - \Delta(P_0) ] \end{aligned}$$

$P_0$  étant la valeur de référence du paramètre. La variation de l'inverse du facteur de surtension est ainsi directement liée à la variation de la largeur à mi-hauteur des résonances.

A N N E X E C

PRECISION DES MESURES

C-1 RESONANCES D'ABSORPTION

C-1.1 Courbes de résonance symétriques.

Le facteur de surtension est donné par

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\sqrt{T_m}} \quad (\text{relation 6, page 43})$$

dont la dérivée logarithmique s'écrit :

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{d\omega_0}{\omega_0} - \frac{d\Delta}{\Delta} - \frac{1}{2} \frac{dT_m}{T_m} \quad (\text{C-1})$$

L'erreur de méthode est limitée à l'erreur sur  $\omega_0$  puisque pour un échantillon donné, le produit  $\Delta\sqrt{T_m}$  étant constant, les erreurs sur  $\Delta$  et  $\sqrt{T_m}$  se compensent. La méthode conduit à choisir pour  $\omega_0$  la valeur  $\omega_r$ , pulsation de résonance, qui diffère de  $\omega_0$  par un facteur  $(1 + \frac{1}{2} sA)$ . L'écart entre  $\omega_r$  et  $\omega_0$  est donc fonction du paramètre de couplage et de l'inductance  $L_b$ . Pour chiffrer cet écart, nous avons utilisé dans la publication la relation

$$(\omega_r - \omega_0) \Delta_0^{-1} = \frac{1}{2} sAQ = \frac{1}{2} (T_m^{-\frac{1}{2}} - 1) \quad (\text{C-2})$$

Avec des valeurs de  $s$  variant de 0,25 à 2,5 lorsque la fréquence passe de 100 MHz à 1 GHz, l'écart entre  $\omega_r$  et  $\omega_0$  reste de l'ordre de  $\Delta_0$  soit une précision de l'ordre de  $10^{-4}$ .

L'erreur sur le facteur de surtension dépend donc essentiellement de la précision dans la détermination expérimentale de  $T_m$ ,  $\Delta$  et  $\omega_r \approx \omega_0$ . Appelons b et h les mesures en mm des niveaux extrêmes de la courbes de résonance

$$T_m = \frac{b}{h} \quad \text{et} \quad \frac{dT_m}{T_m} = \frac{db}{b} - \frac{dh}{h} \quad (C-3)$$

Sur  $\Delta$ , nous commettons deux erreurs : l'une,  $d\Delta_1$ , due à l'erreur dans la position de la mi-hauteur de la courbe, dépend de b et h ; l'autre,  $d\Delta_2$  dans la mesure proprement dite de  $\Delta$ .  $d\Delta_2$ , db et dh sont indépendants.

$$\frac{d\Delta}{\Delta} = \frac{d\Delta_1}{\Delta} + \frac{d\Delta_2}{\Delta} \quad (C-4)$$

$d\Delta_1$  est égale à deux fois l'erreur sur la position de la mi-hauteur divisée par la pente de la courbe définie par la relation

$$T = 1 - \frac{1 - T_m}{1 + T_m(\delta - 1AQ^2)} \quad (\text{relation 4bis, page 43})$$

d'où

$$\frac{d\Delta}{\Delta} = \frac{dT_m}{1 - T_m} \quad (C-5)$$

Compte-tenu des relations C-3, 4 et 5, la relation C-1 s'écrit :

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{d\omega_0}{\omega_0} - db \left( \frac{1}{2b} + \frac{1}{h-b} \right) + dh \left( \frac{1}{2h} + \frac{b}{h} \frac{1}{h-b} \right) - \frac{d\Delta_2}{\Delta_2} \quad (C-6)$$

Après majoration, on aura pour l'erreur relative sur le facteur de surtension :

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{d\omega_0}{\omega_0} + \frac{1}{2} \frac{db}{b} + \frac{1}{2} \frac{db}{h} + \frac{db}{h-b} \left( 1 + \frac{b}{h} \right) + \frac{d\Delta_2}{\Delta} \quad (C-7)$$

relation dans laquelle nous avons supposé que nous faisons les mêmes erreurs absolues,  $db = dh$ , dans la mesure des niveaux extrêmes des courbes de résonance.

Ces courbes sont enregistrées sur papier millimétré ; nous estimons à 0,5 mm les erreurs absolues faites sur les côtes b et h ;  $\Delta$  est également mesurée en millimètres à 0,5 mm près, avant d'être convertie en fréquence. En considérant une courbe typique telle que celle représentée sur la figure III-1 les erreurs de mesure peuvent être évaluées à :

$$\frac{db}{b} = \frac{0,5}{50} = 1\% \quad , \quad \frac{dh}{h} = \frac{0,5}{150} < 0,4\% \quad , \quad \frac{d\Delta}{\Delta} = \frac{0,5}{25} = 2\%$$

$$\frac{db}{h-b} \left(1 + \frac{b}{h}\right) = \frac{0,5}{100} \times 1,33$$

La fréquence est mesurée avec une précision bien supérieure à ces valeurs, puisque l'échelle horizontale de l'enregistrement est de 500 Hz par millimètre.

Par suite, on peut considérer que la limite supérieure de l'erreur relative sur Q est de l'ordre de 4%.

### C-1.2 Courbes dissymétriques.

L'expression du facteur de surtension se déduit de la relation A-21, établie dans l'annexe A.

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \cdot \frac{1}{2} \Delta f \quad (C-8)$$

$\Delta\omega$ , largeur de la courbe de résonance est entachée comme précédemment de deux erreurs. Nous avons en fait exploité des courbes relativement peu dissymétriques, surtout dans la région de mesure de leur largeur. Aussi pouvons-nous nous contenter, pour simplifier, de prendre pour erreur liée à la position celle que nous avons calculée dans le cas des courbes symétriques, soit ici, avec les notations utilisées dans l'annexe B,  $dM / (1-M)$ .

La quantité  $\Delta f$  qui intervient dans l'expression (C-8) est une fonction plus ou moins compliquée de M et H, selon les estimations  $Q^{(-1)}$ ,  $Q^{(2)}$  et  $Q^{(3)}$  choisies. L'estimation  $Q^{(2)}$  correspond à une

expression de  $\Delta f$  (relation A-24) relativement simple, comparée à la relation A-22 par exemple, pour laquelle les calculs d'erreurs sont assez laborieux, nous chiffrerons donc la précision à l'aide de l'estimation  $Q^{(2)}$ .

Nous prenons alors la durée logarithmique de

$$\frac{1}{2} \Delta f = \frac{H-M}{H+M-2MH}$$

soit

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta f)}{\Delta f} &= \frac{d(H-M)}{H-M} - \frac{d(H+M-2MH)}{H+M-2MH} \\ &= \frac{2M(1-M)}{(H-M)(H+M-2MH)} dH + \frac{2H(H-1)}{(H-M)(H+M-2MH)} dM \quad (C-9) \end{aligned}$$

Pour déterminer H et M, on mesure en mm les cotes extrêmes m et h et la cote  $t_\infty$  de la courbe loin de la résonance et l'on a :

$$M = \frac{m}{t_\infty} \qquad H = \frac{h}{t_\infty}$$

d'où l'erreur sur  $\Delta f$

$$\frac{d(\Delta f)}{\Delta f} = \frac{2HM}{M+H-2HM} \left( \frac{dh}{h} \frac{1-M}{H-M} + \frac{dm}{m} \frac{H-1}{H-M} + \frac{dT_\infty}{T_\infty} \right) \quad (C-10)$$

et l'erreur liée à la position de  $\Delta\omega$

$$\frac{d(\Delta\omega)_1}{\Delta\omega} = \frac{dM}{1-M} = \frac{M}{1-M} \left( \frac{dm}{m} + \frac{dT_\infty}{T_\infty} \right)$$

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dh}{h} \frac{2HM(1-M)}{(M+H-2HM)(H-M)} + \frac{dm}{m} \left| \frac{M[(H+M)^2 - 2H(1+M^2)]}{(H+M-2MH)(H-M)(1-M)} \right| + \frac{dt_\infty}{t_\infty} \frac{M(H-M)}{(M+H-2HM)(1-M)}$$

Les cotes h, m et  $t_\infty$  sont mesurées au demi-millimètre près, de même que la largeur  $\Delta\omega$ . Pour une courbe typique, nous relevons sensiblement

$$m = 50 \text{ mm} \quad h = 200 \text{ mm} \quad t_\infty = 195 \text{ mm} \quad \Delta\omega = 15 \text{ mm}$$

Par suite, l'estimation  $Q^{(2)}$  est entachée d'une erreur inférieure à 5%, due en majeure partie à la mesure de la largeur de la résonance.

Cette erreur correspond à l'écart que nous avons relevé par rapport à la moyenne sur les valeurs expérimentales indiquées au Chapitre IV et obtenues à l'aide des 3 estimations  $Q^{(-1)}$ ,  $Q^{(2)}$ ,  $Q^{(3)}$  du facteur de surtension d'une même ligne au cours d'une dizaine d'essais.

## C-2 RESONANCES DE TRANSMISSION

Nous avons essentiellement utilisé cette technique pour étudier les variations de l'inverse du facteur de surtension en fonction du courant continu : ces variations sont définies par la relation III-2 :

$$\delta Q^{-1} = \frac{\Delta(I) - \Delta(0)}{\omega_0}$$

Pour les mêmes raisons que celles que nous avons exposées dans le cas des résonances d'absorption, l'erreur sur la fréquence est très faible et la précision sur  $\delta Q^{-1}$  dépend surtout de celle sur la différence  $\Delta(I) - \Delta(0)$ , et l'on a :

$$\frac{d(\delta Q^{-1})}{\delta Q^{-1}} = \frac{d\Delta(I) + d\Delta(0)}{\Delta(I) - \Delta(0)} \quad (C-11)$$

L'erreur  $d\Delta$  a deux origines : la mesure proprement dite qui est effectuée à  $d\Delta_2$  près, et la position de la mi-hauteur de la courbe qui conduit à une erreur  $d\Delta_1$ . Nous calculons  $d\Delta_1$  à partir de la pente de la courbe de résonance. L'équation de cette courbe a été établie dans l'Annexe B.

$$T = A_2 A_2 Q^2 \{ [ \delta - (s_1 A_1 + s_2 A_2) Q ]^2 + [ 1 + (A_1 + A_2) Q ]^2 \}^{-1}$$

(relation B-7)

Compte-tenu des relations B-8 et 9, T peut s'exprimer en fonction de

$T_M$  :

$$T = T_M \{ [ \delta - (s_1 A_1 + s_2 A_2) Q ]^2 \omega_0^2 \Delta^{-2} Q^{-2} + 1 \}^{-1} \quad (C-12)$$

pour  $T = T_M/2$ ,  $dT/d\omega = T_M/\Delta$  ; par suite, l'erreur relative sur la largeur s'écrit

$$\frac{d\Delta_1}{\Delta} = \frac{dT_m}{T_m} \quad (C-13)$$

et l'erreur sur  $\delta Q^{-1}$  vaut

$$\frac{d(\delta Q^{-1})}{\delta Q^{-1}} = \frac{1}{\Delta(I) - \Delta(0)} \left[ \Delta(I) \left( \frac{dT_m}{T_m} \right)_I + \Delta(0) \left( \frac{dT_m}{T_m} \right)_0 + 2d\Delta_2 \right] \quad (C-14)$$

La relation C-14 suppose que les mesures de  $\Delta(I)$  et  $\Delta(0)$  sont faites avec la même erreur absolue  $d\Delta_2$ .

Pour les faibles valeurs de I,  $\Delta(I) - \Delta(0)$  est faible, et l'erreur sur  $\delta Q^{-1}$  est importante, comme il fallait s'y attendre avec une méthode faisant intervenir la différence de deux grandeurs voisines. La précision s'améliore au fur et à mesure que I augmente, puisque  $\Delta(I)$  croît.

En général pour la majorité des lignes que nous avons essayées, l'écart  $\Delta(I) - \Delta(0)$  devenait de l'ordre de  $\Delta(0)$  pour un courant de l'ordre de 30 à 35 A, et ceci pour l'ensemble des fréquences explorées ; dans quelques cas, nous avons atteint  $\Delta(I) \approx 2\Delta(0)$  pour des courants plus faibles (20 A par exemple à 309 MHz, 25 A à 514 MHz). Nous avons bien sûr essayé d'obtenir les plus faibles valeurs possibles de  $\Delta(0)$  en réduisant le couplage, de façon à avoir la meilleure précision possible. L'intérêt d'une réduction des pertes hautes fréquences du résonateur à courant nul est aussi évident.

Dès que  $\Delta(I) \approx 2\Delta(0)$ , l'erreur devient inférieure à

$$2 \left[ \left( \frac{dT_m}{T_m} \right)_I + \frac{1}{2} \left( \frac{dT_m}{T_m} \right)_0 + \frac{d\Delta_2}{\Delta(0)} \right]$$

soit environ 8%, puisque, pour des mesures effectuées au demi-millimètre près, et avec des valeurs typiques pour  $T_m$  et  $\Delta$

$$\left( \frac{dT_m}{T_m} \right)_I < 1\% \quad \left( \frac{dT_m}{T_m} \right)_0 < 0,3\% \quad \frac{d\Delta_2}{\Delta(0)} \sim 2,5\%$$

Cette précision concerne les points de mesure isolés, indépendants. En fait, la précision est améliorée par le tracé de la caractéristique moyenne  $\delta Q^{-1}(I)$  qui conduit à un lissage des valeurs expérimentales.



B I B L I O G R A P H I E

---

ABRIKOSOV, A.A.

1957 - Zh. Eksperim. i Theor. Fiz. (URSS) 32, 1442  
Soviet Phys. J E T P (USA) 5, 1174.

ABRIKOSOV, A.A., GORKOV, L.P. et KHALATNIKOV, I.M.

1959 - Exptl. Theoret. Phys. (URSS) 35, 265 (1958)  
Soviet Phys. J E T P (USA) 35, 182 (1959).

ADAM, E., BLANC, J.M., DOSDAT, J.P. et PAROUTY, J.C.

1970 - Métallurgie des Supraconducteurs, communication faite aux Journées  
des supraconducteurs, PARIS, 17-18 mars 1970 - Publiée par le  
Centre de Perfectionnement Technique de la Compagnie THOMSON-BRANDT.

AKACHI, T. et KIM, Y.B.

1975 - Low Temp. Phys. L.T. 14, 2, 477.

ALLAIS, P. et SIMON, Y.

1967 - Phys. Rev., 158, 426.

ALLEN, M.A., FARKAS, Z.D., HOGG, H.A., HOYT, E.W. et WILSON, P.B.

1971 - IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-18, 168.

ALLEN, R.J. et NAHMAN, N.S.

1964 - Proc. IEEE, 52, 1147.

ANAN'EV, L.L., GERASIMOV, N.P. et REINOV, N.M.

1971 - Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki (URSS), 41, n° 2, 401  
Sov. Phys., Technical Phys. (USA) 16, n° 2, 303.

ANAN'EV, L.L., GERASIMOV, N.P., REINOV, N.M. et TEREENT'EVA, M.N.

1972 - Zhurnal Tekhnicheskoi, Fiziki (URSS) 42, n° 1, 222  
Sov. Phys., Technical Phys. (USA) 17, n° 1, 180.

- ANDERSON, P.W.  
1962 - Phys. Rev. Letters, 9, 310.
- ANDERSON, P.W. et KIM, Y.B.  
1964 - Rev. Mod. Phys., 36, 39.
- ANDREWS, J.R.  
1974 - IEEE Trans. Instrum. Meas., IM-23 n° 4, 468.
- BAIXERAS, J. et FOURNET, G.  
1967 - J. Phys. Chem. Solids, 28, 1541.
- BARDEEN, J., COOPER, L.N. et SCHRIEFFER, J.R.  
1957 - Phys. Rev., 108, 1175.
- BARDEEN, J. et STEPHEN, M.J.  
1965 - Phys. Rev., 140, A1197.
- BAUER, W., GIORDANO, S. et HAHN, H.  
1974 - J. Appl. Phys., 45, 5023.
- BEAN, C.P.  
1962 - Phys. Rev. Letters, 8, 250  
1964 - Rev. Mod. Phys., 36, 31.
- BEASLEY, M.R., LABUSCH, R. et WEBB, W.W.  
1969 - Phys. Rev., 181, 682.
- BENAROYA, R., JAFFEY, A.H., JOHNSON, K.W., KHOE, T., LIVINGOOD, J.J.,  
NIXON, J.M., PARKER, G.W., RAMLER, W.J., ARON, J. et WESOLOWSKI, W.A.  
1972 - Appl. Phys. Letters, 21, 235.
- BENAROYA, R., CLIFFT, B.E., JOHNSON, K.W., MARKOVICH, P. et WESOLOWSKI, W.A.  
1975 - IEEE Trans. Mag., MAG 11, 413.
- BETHOUX, O.  
1970 - Rev. Phys. Appl. 5, 495.

BOGNER, G.

1974 - Superconducting Machines and Devices, Nato Advanced Study Institutes Series, PLENUM PRESS, NEW-YORK. (Chapitre 7, p 401 : Transmission of electrical energy by superconducting cables).

BON-MARDION, G.

1965 - Thèse Ingénieur-Docteur, Université de Grenoble (Rapport CEA N° R2616).

BORODOVSKIY, V.S. et GAL'PEROVITCH, D.Ya.

1972 - Radiotekhnica (URSS) 27, n° 11  
Telecomm. Radio Engng., (USA), 27 Part 2, n° 11, 91.

BOURDARIAT, J. et FIORESE, G.

1971 - Rapports de stage de D.E.A. et de 3ème Année, E.N.S.E.G.P., Grenoble (non publiés).

BRILLOUIN, L.

1938 - Electrical Communication, 17, n° 2, 164.

BURGER, J.P.

1974 - La supraconductivité des métaux, des alliages et des films minces.  
Collection des monographies de Physique, MASSON, PARIS.

CAMPBELL, A.M.

1969 - J. Phys. C : Solid St. Phys. 2, 1492

1971 - J. Phys. C : Solid St. Phys. 4, 3186.

CAMPBELL, A.M. et EVETTS, J.E.

1972 - Critical Currents in Superconductors, TAYLOR et FRANCIS, LONDRES.

CARDINNE, P.

1973 - Centre d'Etudes Cryogéniques de l'Air Liquide,  
Sassenage, France (Communication Personnelle).

CARDONA, M., FISCHER, G. et ROSENBLUM, B.

1964 - Phys. Rev. Letters 12, 101.

CARDONA, M. et ROSENBLUM, B.  
1964 - Phys. Letters, 8, 308.

CAROLI, C. et MAKI, K.  
1967 a - Phys. Rev., 159, 306  
1967 b - Phys. Rev., 164, 591.

CERDEIRA, H.A., HOUGHTON, A. et MAKI, K.  
1974 - J. Low Temp. Phys. 15, 577.

CHIBA, N., KASHIWAYANAGI, Y. et MIKOSHIBA, K.  
1973 - Proc. IEEE 61, 124.

CHOW, W.S.  
1969 - Phys. Rev., 188, 783.  
1970 - Phys. Rev. B, 1, 2130.

CITRON, A.  
1970 - Proc. 1970 Proton Linear Acc. Conf. NAL Batavia, 111, 239  
1974 - Proc. I.C.E.C. 5, Kyoto, 11-14 Mai 1974, page 534  
IPC Science and Technology Press (GRANDE-BRETAGNE).

CLEM, J.R.  
1968 - Phys. Rev. Letters, 20, 735.

CRIBIER, D., JACROT, B. et AUTLER, S.H.  
1964 - Phys. Letters 9, 106.

CUNNING, A.J. et WILSON, A.R.  
1966 - J. Appl. Phys. 37, 3297.

DE GENNES, P.G.  
1966 - Superconductivity of Metals and Alloys, BENJAMIN, NEW-YORK.

DE GENNES, P.G. et MATRICON, J.  
1964 - Rev. Mod. Phys., 36, 45.

DE SORBO, W.

1963 a - Phys. Rev., 130, 2177

1963 b - Phys. Rev., 132, 107.

DIEPERS, H. et MARTENS, H.

1972 - Phys. Letters, 38A, 337.

DIEPERS, H., SCHMIDT, O., MARTENS, H. et SUN, F.S.

1971 - Phys. Letters, 37A, 139.

DOUGLASS, Jr., D.H. et FALICOV, L.M.

1964 - Progress in Low Temp. Phys., vol IV

C.J. GORTER, ed ; AMSTERDAM, North-Holland Publishing Co.

ECHAPRI, A. et SPADONI, M.

1971 - Cryogenics, 11 , 274.

EKSTROM, M.P., Mc CAA, W.D.Jr. et NAHMAN, N.S.

1971 - IEEE Trans. Nuclear Sci., NS-18, 18.

ESSMANN, U. et TRÄUBLE, H.

1967 - Phys. Letters, 24A, 526.

EVETTS, J.E. et CAMPBELL, A.M.

1966 - Low Temp. Phys., LT 10, Vol II-B, 33. (MOSCOW).

FAIRBANK, W.M., PIERCE, J.M. et WILSON, P.B.

1963 - Low Temp. Phys., LT 8, page 234 - BUTTER WORTHS, LONDRES.

FAWCETT, E.

1955 - Proc. Roy. Soc. A232, 519.

FIETZ, W.A. et WEBB, W.W.

1969 - Phys. Rev., 178, 657.

FINNEMORE, D.K., STROMBERG, T.F. et SWENSON, C.A.

1966 - Phys. Rev., 149, 231.

FISCHER, G.

1964 a - J. Math. Phys., 5, 1158

1964 b - Phys. Rev. 135, A1202.

FLECHER, P., HALBRITTER, J., HIETSCHOLD, R., KNEISEL, P., KUHN, W. et STOLTZ, O.

1969 - IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-16, 1018.

GILCHRIST, J. le G.

1966 - Proc. Roy. Soc. A295, 399

1972 - J. Phys. D : Appl. Phys. 5, 2252.

GILCHRIST, J. et MONCEAU, P.

1968 - Phil. Mag. 18, 237

1970 - J. Phys. C : Solid St. Phys. 3, 1399.

GILCHRIST, J. et SLACE, B.

1971 - J. Physique, 32, 1003.

GILCHRIST, J. le G. et VALLIER, J.-C.

1971 - Phys. Rev. B, 3, 3878.

GINZBURG, V.L. et LANDAU, L.D.

1950 - Zh. Eksperim. i Theor. Fiz. (URSS) 20, 1064.

GITTLEMAN, J.I. et ROSENBLUM, B.

1966 - Phys. Rev. Letters, 16, 734

1968 - J. Appl. Phys. 39, 2617.

GOODMAN, B.B.

1961 - Phys. Rev. Letters, 6, 597

1962 - IBM J. Res. Develop. 6, 63

1964 - Rev. Mod. Phys., 36, 12

1966 - Report on Progress in Physics, XXIX, Part II, 445.

GOODMAN, B.B. et KUHN, G.

1968 - J. Physique 29, 240.

GÖRTER, C.J.

1962 a - Phys. Letters 1, 69

1962 b - Phys. Letters 2, 26.

GÖRTER, C.J. et CASIMIR, H.B.G.

1934 - Phys. Z., 35, 963.

GOSELIN, J., SILCOX, J. et TREFNY, J.U.

1970 - Phys. Rev. B, 2, 4508.

GRODNEV, I.I., LEVINOV, K.G. et GAL'PEROVITCH, D.Ya.

1974 - Electrosvyaz (URSS) 28, 1

Telecomm. Radio Engng. (USA) Part 1 28, n° 2, 1.

HADEN, C.R. et HARTWIG, W.H.

1966 - Phys. Rev., 148, 313.

HALBRITTER, J.

1970 - Z. Physik, 238, 466

1972 - Proc. 1972 Applied Superconductivity Conference, Annapolis, (USA)

1-3 Mai 1972, page 662 - IEEE pub. n° 72CH0682-5-TAB5C.

HAHN, H., HALAMA, H.J. et FORSTER, E.H.

1968 - J. Appl. Phys., 39, 2606.

HARDEN, J.L. et ARP, V.

1963 - Cryogenics, 3, 105.

HARTWIG, W.

1973 - Proc. IEEE, 61, 58.

HOBBIS, C., VARDIMON, R. et WEINMAN, L.

1974 - Proc. I.C.E.C. 5, Kyoto, 11-14 Mai 1974, page 539

IPC Science and Technology Press (GRANDE-BRETAGNE).

HOSHIKO, Y.

1974 - Proc. I.C.E.C. 5, Kyoto, 11-14 Mai 1974 page 282

IPC Science and Technology Press (GRANDE-BRETAGNE).

HOSHIKO, Y. et CHIBA, N.

1971 - Oyo Buturi 40, 905 (en japonais).

JOINER, W.C.H. et KUHL, G.E.

1968 - Phys. Rev., 168, 413.

KIM, Y.B., HEMPSTEAD, C.F. et STRNAD, A.R.

1962 - Phys. Rev. Letters, 9, 306

1963 a - Phys. Rev., 129, 528

1963 b - Phys. Rev., 131, 2486

1964 - Rev. Mod. Phys. 36, 43

1965 - Phys. Rev., 139, A1163.

KLEINER, W.H., ROTH, L.M. et AUTLER, S.H.

1964 - Phys. Rev. 133, A1226.

KNEISEL, P., STOLZ, O. et HALBRITTER, J.

1971 - IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-18, 158

1974 a - J. Appl. Phys., 45, 2296

1974 b - J. Appl. Phys., 45, 2302.

KOPPE, H.

1966 - Phys. Stat. Sol. 17, K229.

LABUSCH, R.

1969 a - Crystal Lattice defects, 1, 1.

1969 b - Phys. stat. sol., 32, 439.

LONDON, H.

1935 - Proc. Roy. Soc., A152, 650

1940 - Proc. Roy. Soc., A176, 522

1963 - Phys. Letters, 6, 162.

LOWELL, J.

1972 - J. Phys. F : Metal Physics, 2, 547.

LYNTON, E.A.

1964 - La Supraconductivité, Monographies DUNOD, PARIS.

MAKI, K. et FISCHER, G.

1969 - Phys. Rev., 184, 472.

MARTENS, H., DIEPERS, H. et SUN, R.K.

1971 - Phys. Letters, 34A, 439.

MARTENS, H., DIEPERS, H. et HILLENBRAND, B.

1973 - Phys. Letters, 44A, 213.

MATRICON, J.

1964 - Phys. Letters, 9, 289.

MATTIS, D.C. et BARDEEN, J.

1958 - Phys. Rev., 111, 412.

MAZUER, J., BRUNET, Y., GILCHRIST, J., MONCEAU, P. et ODIN, J.

1971 - Rev. Phys. Appl., 6, 377.

MAZUER, J. et GILCHRIST, J.

1974 - Proc. I.C.E.C. 5, Kyoto, 11-14 Mai 1974, page 293

IPC Science and Technology Press (GRANDE-BRETAGNE).

Mc CAA, W.D.

1969 - Ph.D. Dissertation, Dep. Elec Eng., Univ. of Kansas, Lawrence, USA.

Mc CAA, W.D. et NAHMAN, N.S.

1968 - J. Appl. Phys., 39, 2542

1969 - J. Appl. Phys., 40, 2098.

MELVILLE, P.H.

1972 - Advances in Physics, 21, 647.

MEYER, W.

1976 - Communication présentée à I.C.E.C. 6, Grenoble, 11-14 Mai 1976 -

A paraître dans Proc. I.C.E.C. 6,

IPC Science and Technology Press (GRANDE-BRETAGNE).

- MIKOSHIBA, K. et OHMORI, N.  
1971 - Kinzoku - Zairyo (Metal Material) 11, 31 (en japonais).
- MIKOSHIBA, K., OHMORI, N. et SONE, F.  
1972 - Nat. Conv. Rec. Inst. Elect. Commun. Engr. Japan, page 1460  
(en japonais)  
1973 - Nat. Conv. Rec. Inst. Elect. Commun. Engr. Japan, page 1765  
(en japonais).
- MIKOSHIBA, K., SHIMOHORI, Y., OHMORI, N. et SONE, F.  
1974 - Proc. I.C.E.C. 5, Kyoto 11-14 Mai 1974, page 289  
IPC Science and Technology Press, (GRANDE-BRETAGNE).
- MILLER, P.B.  
1960 - Phys. Rev., 118, 928.
- NAHMAN, N.S.  
1961 - Ph. D. Dissertation, Dep. Elec. Eng., Univ. of Kansas, Lawrence, USA  
1973 - Proc. IEEE, 61, 76.
- NAHMAN, N.S. et GOUCH, G.M.  
1960 - Proc. IRE, 48, 1852.
- NELSON, R.L.  
1974 - Cryogenics, 14, 345.
- NICHOLSON, J.E., SIKORA, P.T. et CAROLL, K.J.  
1972 - Low Temp. Phys., LT 13, 3, 192 - PLENUM PRESS (NEW-YORK), (LONDRES).
- NIESSEN, A.K. et STAAS, F.A.  
1965 - Phys. Letters, 15, 26.
- NOZIERES, P. et VINEN, W.F.  
1966 - Phil. Mag., 14, 667.
- OHMORI, N., SONE, F. et MIKOSHIBA, K.  
1973 - Trans. IECE Japan 56-A, 726 (en japonais).

OHMORI, N., SONE, F., KAJIDKA, H., MIKOSHIBA, K. et SHIMOHORI, Y.  
1974 - Nat. Conv. Rec. Inst. Elect. Commun. Engr. Japan n° 2039  
(en japonais).

PETROVICH, A. et ROSE, R.M.  
1975 - IEEE Trans. Mag., MAG 11, 431.

PFISTER, H.  
1976 - Cryogenics, 16, 17.

PIPPARD, A.B.  
1947 a - Proc. Roy. Soc., A191, 385  
1947 b - Proc. Roy. Soc., A191, 399  
1950 - Proc. Roy. Soc., A203, 98  
1953 - Proc. Roy. Soc., A216, 547.

RABINOVITZ, M.  
1971 - J. Appl. Phys., 42, 88.

RATHBUN, D.K. et JENSEN, H.J.  
1968 - IEEE Spectrum, 5, 91.

REED, W.A., FAWCETT, E. et KIM, Y.B.  
1965 - Phys. Rev. Letters, 14, 790.

REUTER, G.E.H. et SONDEHEIMER, E.H.  
1948 - Proc. Roy. Soc. A195, 336.

RICHARDS, P.L.  
1962 - Phys. Rev., 126, 912.

ROSENBLUM, B. et CARDONA, M.  
1964 a - Phys. Rev. Letters, 12, 657  
1964 b - Phys. Letters, 9, 220.

ROSENBLUM, B., CARDONA, M. et FISCHER, G.  
1964 - RCA Review 25, 491.

SAINT-JAMES, D., SARMA, G., THOMAS, E.J.

1969 - Type II Superconductivity, PERGAMON, OXFORD, (GRANDE-BRETAGNE).

SCHAWLOW, A.L. et DELVIN, G.E.

1959 - Phys. Rev. 113, 120.

SCHNITZKE, K., MARTENS, H., HILLENBRAND, B. et DIEPERS, H.

1973 - Phys. Letters, 45A, 241.

SHAPIRA, Y. et NEURINGER, L.J.

1967 - Phys. Rev., 154, 375.

SHELTON, J. et LIPPMANN, G.

1975 - Low Temp. Phys. LT14, 2, 341.

SHERRIL, M.D. et PAYNE, J.E.

1972 - Phys. Letters, 38A, 313.

SHIZUME, P.K. et VAHER, E.

1962 - IRE Int. Conv. Rec. part. 3, page 95.

SHOENBERG, D.

1960 - Superconductivity, Cambridge monographs on Physics (GRANDE-BRETAGNE).

SILCOX, J. et ROLLINS, R.W.

1963 - Appl. Phys. Letters, 2, 231

1964 - Rev. Mod. Phys. 36, 52.

SIMON, Y. et THOREL, P.

1971 - Phys. Letters, 35A, 450.

SOOHOO, W.J. et COREN, R.L.

1972 - Proc. 1972 Applied Superconductivity Conference, Annapolis (USA)  
1-3 Mai 1972, page 662, IEEE pub. n° 72CH0682-5-TAB5C.

STONE, J.L. et HARTWIG, W.H.

1968 - J. Appl. Phys. 39, 2665.

STRATTON, J.A.

1961 - Théorie de l'Electromagnétisme, DUNOD, PARIS.

STRNAD, A.R., HEMPSTEAD, C.F. et KIM, Y.B.

1964 - Phys. Rev. Letters, 13, 794.

TEGART, W.J.Mc.G.

1960 - Polissage électrolytique et chimique des métaux, DUNOD- PARIS.

THOMAS, R.A. et KING, C.N.

1975 - Appl. Phys. Letters 26, 406.

THOMPSON, R.S.

1970 - Phys. Rev. B, 1, 327.

TRAUBLE, H. et ESSMANN, U.

1968 - J. Appl. Phys. 39, 4052.

TURNEAURE, J.P.

1971 - IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-18, 166

1972 - Proc. 1972 Applied Superconductivity Conference, Annapolis, USA  
1-3 Mai 1972, page 621, IEEE pub n° 72CH0682-5-TAB5C.

TURNEAURE, J.P. et VIET, N.T.

1970 - Appl. Phys. Letters, 16, 333.

TURNEAURE, J.P. et WEISSMAN, J.

1968 - J. Appl. Phys. 39, 4417.

ULLMAIER, H.A. et KERNOHAN, R.H.

1966 - Phys. Stat. Sol. 17, K233.

VAN VIJFEIJKEN, A.G. et NIESSEN, A.K.

1965 - Phys. Letters, 16, 23.

VICTOR, J.M. et HARTWIG, W.H.

1968 - J. Appl. Phys., 39, 2539.

VOGES, E. et PETERMANN, K.

1973 - AEU, 27, 384.

WALDRAM, J.R.

1964 - Advances in Physics, 13, 1.

WEBB, W.W.

1971 - J. Appl. Phys., 42, 107.

WINEN, W.F. et WARREN, A.C.

1967 a - Proc. Phys. Soc., 91, 399

1967 b - Proc. Phys. Soc., 91, 409.

YAMAFUJI, K. et IRIE, F.

1967 - Phys. Letters, 25A, 387.

Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le

Le Président de la thèse

VU, et permis d'imprimer,

Grenoble, le

Le Président de l'Institut  
National Polytechnique

Le Président de l'Université  
Scientifique et Médicale



## E R R A T A

- Page 101 Dans la ligne située au-dessus de la formule VI.1, lire paramètre (sans s).
- Page 125 Formule VI.42 : l'exposant de l'exponentielle s'écrit :  
-  $i(n-1)(k-k^*)d$  et non pas  $-1(n-1)(k-k^*)d$ .
- Page 128 Formule VI.55 : il faut lire  $(\frac{\delta_f}{d})^2$  et non pas  $(\frac{\delta_f^2}{d})^2$ .
- Page 129 Formules VI.62 et VI.63 : la perméabilité qui intervient dans ces formules s'écrit  $\mu_{//}$  et non pas  $\mu_u$ .