

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE ET L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

POUR OBTENIR LE TITRE DE

DOCTEUR de TROISIEME CYCLE

par

Laurent. PUECH

SUJET

L'INTERFACE LIQUIDE-SOLIDE
DE L'HELIUM (^4He)

Soutenue le 25-02-1983

devant la commission d'Examen

Président P. NOZIERES

Examineurs S. BALIBAR
B. CASTAING
L. DOBRZINSKY
Jh. LAJZEROWICZ

Président de l'Université : M. TANCHE

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L'U.S.M.G.

(RANG A)

SAUF ENSEIGNANTS EN MEDECINE ET PHARMACIE

PROFESSEURS DE 1ère CLASSE :

ARNAUD Paul
ARVIEU Robert
AUBERT Guy
AYANT Yves
BARBIER Marie-Jeanne
BARBIER Jean-Claude

BARJON Robert
BARNOLD Fernand
BARRA Jean-René
BELORISKY Elie
BENZAKEN Claude (Mr)
BERNARD Alain
BERTRANDIAS Françoise
BERTRANDIAS Jean-Paul
BILLET Jean
BONNIER Jean-Marie
BOUCHEZ Robert
BRAVARD Yves
CARLIER Georges
CAUQUIS Georges
CHIBON Pierre
COLIN DE VERDIERE Yves
CRABBE Pierre (détaché)
CYROT Michel
DAUMAS Max
DEBELMAS Jacques
DEGRANGE Charles
DELOBEL Claude (Mr)
DEPORTES Charles
DESRE Pierre
DOLIQUE Jean-Michel
DUCRÔS Pierre
FONTAINE Jean-Marc
GAGNAIRE Didier
GASTINEL Noël

Chimie organique
Physique nucléaire I.S.N.
Physique C.N.R.S.
Physique approfondie
Electrochimie
Physique expérimentale C.N.R.S.
(labo. de magnétisme)
Physique nucléaire I.S.N.
Biosynthèse de la cellulose-Biologie
Statistiques - Maths appliquées
Physique
Mathématiques pures
Mathématiques pures
Mathématiques pures
Mathématiques pures
Géographie
Chimie générale
Physique nucléaire I.S.N.
Géographie
Biologie végétale
Chimie organique
Biologie animale
Mathématiques pures
C.E.R.M.O.
Physique du solide
Géographie
Géologie générale
Zoologie
M.I.A.G. Mathématiques appliquées
Chimie minérale
Electrochimie
Physique des plasmas
Cristallographie
Mathématiques pures
Chimie physique
Analyse numérique Mathématiques appliquées

GERBER Robert
 GERMAIN Jean-Pierre
 GIRAUD Pierre
 IDELMAN Simon
 JANIN Bernard
 JOLY Jean-René
 JULLIEN Pierre
 KAHANE André (détaché DAFCO)
 KAHANE Josette
 KOSZUL Jean-Louis
 KRAKOWIAK Sacha
 KUPTA Yvon
 LACAZE Albert
 LAJZEROWICZ Jeannine
 LAJZEROWICZ Joseph
 LAURENT Pierre
 DE LEIRIS Joël
 LLIBOUTRY Louis
 LOISEAUX Jean-Marie
 LOUP Jean
 MACHE Régis
 MAYNARD Roger
 MICHEL Robert
 NOZIERES Philippe
 OMONT Alain
 OZENDA Paul
 PAYAN Jean-Jacques (détaché)
 PEBAY PEYROULA Jean-Claude
 PERRIAUX Jacques
 PERRIER Guy
 PIERRARD Jean-Marie
 RASSAT André
 RENARD Michel
 RICHARD Lucien
 RINALDO Marguerite
 SENDEL Philippe
 SERGERAERT Francis
 SOUTIF Michel
 VAILLANT François
 VALENTIN Jacques
 VAN CUTSEN Bernard
 VAUQUOIS Bernard
 VIALON Pierre

Mathématiques pures
 Mécanique
 Géologie
 Physiologie animale
 Géographie
 Mathématiques pures
 Mathématiques appliquées
 Physique
 Physique
 Mathématiques pures
 Mathématiques appliquées
 Mathématiques pures
 Thermodynamique
 Physique
 Physique
 Mathématiques appliquées
 Biologie
 Géophysique
 Sciences nucléaires I.S.N.
 Géographie
 Physiologie végétale
 Physique du solide
 Minéralogie et pétrographie (géologie)
 Spectrométrie - Physique
 Astrophysique
 Botanique (biologie végétale)
 Mathématiques pures
 Physique
 Géologie
 Géophysique
 Mécanique
 Chimie systématique
 Thermodynamique
 Biologie végétale
 Chimie CERMAV
 Biologie animale
 Mathématiques pures
 Physique
 Zoologie
 Physique nucléaire I.S.N.
 Mathématiques appliquées
 Mathématiques appliquées
 Géologie

PROFESSEURS DE 2^{ème} CLASSE :

ADIBA Michel
 ARMAND Gilbert
 AURIAULT Jean-Louis
 BEGUIN Claude (Mr)
 BOEHLER Jean-Paul
 BOITET Christian
 SORNAREL Jean
 BRUN Gilbert
 CASTAING Bernard
 CHARDON Michel
 COHENADDAD Jean-Pierre
 DENEUVILLE Alain

Mathématiques pures
 Géographie
 Mécanique
 Chimie organique
 Mécanique
 Mathématiques appliquées
 Physique
 Biologie
 Physique
 Géographie
 Physique
 Physique

DEPASSEL Roger
 DOUCE Roland
 DUFRESNOY Alain
 GASPARD François
 GAUTRON René
 GIDON Maurice
 GIGNOUX Claude (Mr)
 GUITTON Jacques
 HACQUES Gérard
 HERBIN Jacky
 HICTER Pierre
 JOSELEAU Jean-Paul
 KERCKOVE Claude (Mr)
 LE BRETON Alain
 LONGEQUEUE Nicole
 LUCAS Robert
 LUNA Domingo
 MASCLE Georges
 NEMOZ Alain
 OUDET Bruno
 PELMONT Jean
 PERRIN Claude (mr)
 PFISTER Jean-Claude (détaché)
 PIBOULE Michel
 PIERRE Jean-Louis
 RAYNAUD Hervé
 ROBERT Gilles
 ROBERT Jean-Bernard
 ROSSI André
 SAKAROVITCH Michel
 SARROT REYNAUD Jean
 SAXOD Raymond
 SCUTIF Jeanne
 SCHOOL Pierre-Claude
 STUTZ Pierre
 SUBRA Robert
 VIDAL Michel
 VIVIAN Robert

Mécanique des fluides
 Physiologie végétale
 Mathématiques pures
 Physique
 Chimie
 Géologie
 Sciences nucléaires I.S.N.
 Chimie
 Mathématiques appliquées
 Géographie
 Chimie
 Biochimie
 Géologie
 Mathématiques appliquées
 sciences nucléaires I.S.N.
 Physiques
 Mathématiques pures
 Géologie
 Thermodynamique (CNRS - CRTBT)
 Mathématiques appliquées
 Biochimie
 Sciences nucléaires I.S.N.
 Physique du solide
 Géologie
 Chimie organique
 Mathématiques appliquées
 Mathématiques pures
 Chimie physique
 Physiologie végétale
 Mathématiques appliquées
 Géologie
 Biologie animale
 Physique
 Mathématiques appliquées
 Mécanique
 Chimie
 Chimie organique
 Géographie

REMERCIEMENTS

Je remercie M. NOZIERES d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse, mais surtout de l'intérêt qu'il a bien voulu, tout au long de la préparation de cette thèse, accorder au travail que j'ai effectué sous la responsabilité de M. CASTAING.

Je remercie Messieurs LAJZEROWICZ, DOBRZINSKY et BALIBAR d'avoir accepté de composer le jury de ma thèse. L'intérêt que, je l'espère, ils porteront à ce travail sera pour moi un motif de grande satisfaction.

Je remercie M. CASTAING de m'avoir permis de participer activement à son travail sur les fluides et les solides quantiques et d'avoir su me faire partager son enthousiasme pour ce sujet. Je le remercie pour sa constante présence qui, tant d'un point de vue expérimental que théorique, m'a permis de découvrir la physique en laboratoire de manière très agréable et motivante. J'aimerais qu'il trouve ici la marque de ma reconnaissance.

Je remercie M. THOULOZE de m'avoir accueilli au C.R.T.B.T, mais surtout pour sa présence qui, tout au long de mon travail, m'a permis de profiter de son expérience dans la technique d'obtention de basses températures et des mesures physiques à basse température.

A ce même titre, je tiens à remercier Messieurs HEBRAL, GODFRIN et PREJEAN, dont la gentillesse, la disponibilité et l'hospitalité ont beaucoup contribué au plaisir que j'ai eu à travailler au C.R.T.B.T.

Je remercie l'ensemble des personnes travaillant au laboratoire pour l'accueil que j'y ai reçu, ainsi que pour l'ambiance amicale que j'y ai ressentie et appréciée et dont la responsabilité leur revient entièrement.

Je remercie les personnes du laboratoire et en particulier Messieurs FAURE et BRET pour leur disponibilité et leur compétence sans lesquelles cette thèse n'aurait pu être achevée dans de bonnes conditions.

Je remercie Mlle BUTKOVIC qui a assuré avec le sourire la frappe de cette thèse.

INTRODUCTION

I - <u>GENERALITES-GENEALOGIE</u>	3
A) Les débuts de l' ^4He solide	3
B) L' ^4He solide en contact avec le superfluide	3
C) L'interface solide-superfluide	4
D) Cinétique de fusion - Transmission du son	6

TECHNIQUE EXPERIMENTALE

II - <u>TECHNIQUE EXPERIMENTALE</u>	11
A) Technique de réfrigération par dilution $^3\text{He}/^4\text{He}$	11
B) La cellule expérimentale	16
1 - Allure générale	16
2 - Thermomètres - Chauffage - Echanges thermiques	19
C) Electronique	21
1 - Mesure de capacité	21
2 - Mesure de température	24

III - <u>THERMOMETRIE</u>	27
A) Impératifs	27
B) Moyens mis en oeuvre	27
1 - Résistances de carbone	29
2 - Calibration de R_5	30
3 - Calibration de la mutuelle	30
4 - Etalonnage définitif	30

METHODE - RESULTATS

IV - <u>LA METHODE DE MESURE</u>	35
A) Obtention des cristaux	35
B) Technique de mesure	37
C) Calcul de la résistance de Kapitza	38
V - <u>LES RESULTATS</u>	42
A) Dissymétrie entre fusion et solidification	42
B) Les résultats à la solidification	43
C) Les résultats à la fusion	43
1 - jusqu'à 100 mK	43
2 - Résultats au dess	43
a) Conduction par le Cu-Ni	49
b) Influence d'impuretés d' ³ He	53
VI - <u>INTERPRETATION THEORIQUE DES RESULTATS</u>	59
A) Introduction	59
B) Valeur théorique prédite pour $R_K T^5$	59
C) Evidence pour l'existence de cette masse	64
D) Les équations de la mécanique de l'interface	67
1 - Relation entre énergie et tension de surface	67
2 - Mécanique de l'interface	69
a) Conservation de la masse	70
b) Conservation de l'énergie	70
E) Conséquences de l'existence de σ	72
1 - Ondes de cristallisation	72
2 - Transmission du son	75
VII - <u>OBSERVATION D'UN RALENTISSEMENT CRITIQUE A LA TRANSITION RUGUEUSE</u>	87
1) Introduction	87
2) Méthode d'observation	87

a) Principe	87
b) Réalisation	87
3) Résultats	88
Interprétation qualitative	92
Comparaison avec les modèles existants	92
Autres faits observés	93
Commentaires sur la méthode de perturbation	94
<u>CONCLUSION</u>	99

ANNEXE I : CALCUL DU TAUX DE TRANSMISSION DU SON EN PRESENCE DES MODES TRANSVERSES

1) Modification des équations du chapitre VI	103
2) Position du problème	105
3) Résolution du problème	106
4) Evaluation de T_E	108
a) Phonons du liquide	109
b) Phonons longitudinaux	109
c) Phonons transverses	109
d) Le cône critique	110
e) Les domaines hautes et basses températures	110
5) Calcul de la résistance de Kapitza à basse température	111
Conclusions	115

ANNEXE II : MESURE DE L'ORIENTATION DES CRISTAUX PAR RAPPORT A L'AXE DE LA CELLULE

I) Introduction	117
II) Le régime de Umklapp	117
Autres régimes	118
III) Cas de ^4He	119
IV) Nos résultats	119
Estimation de la densité de dislocation	123

INTRODUCTION

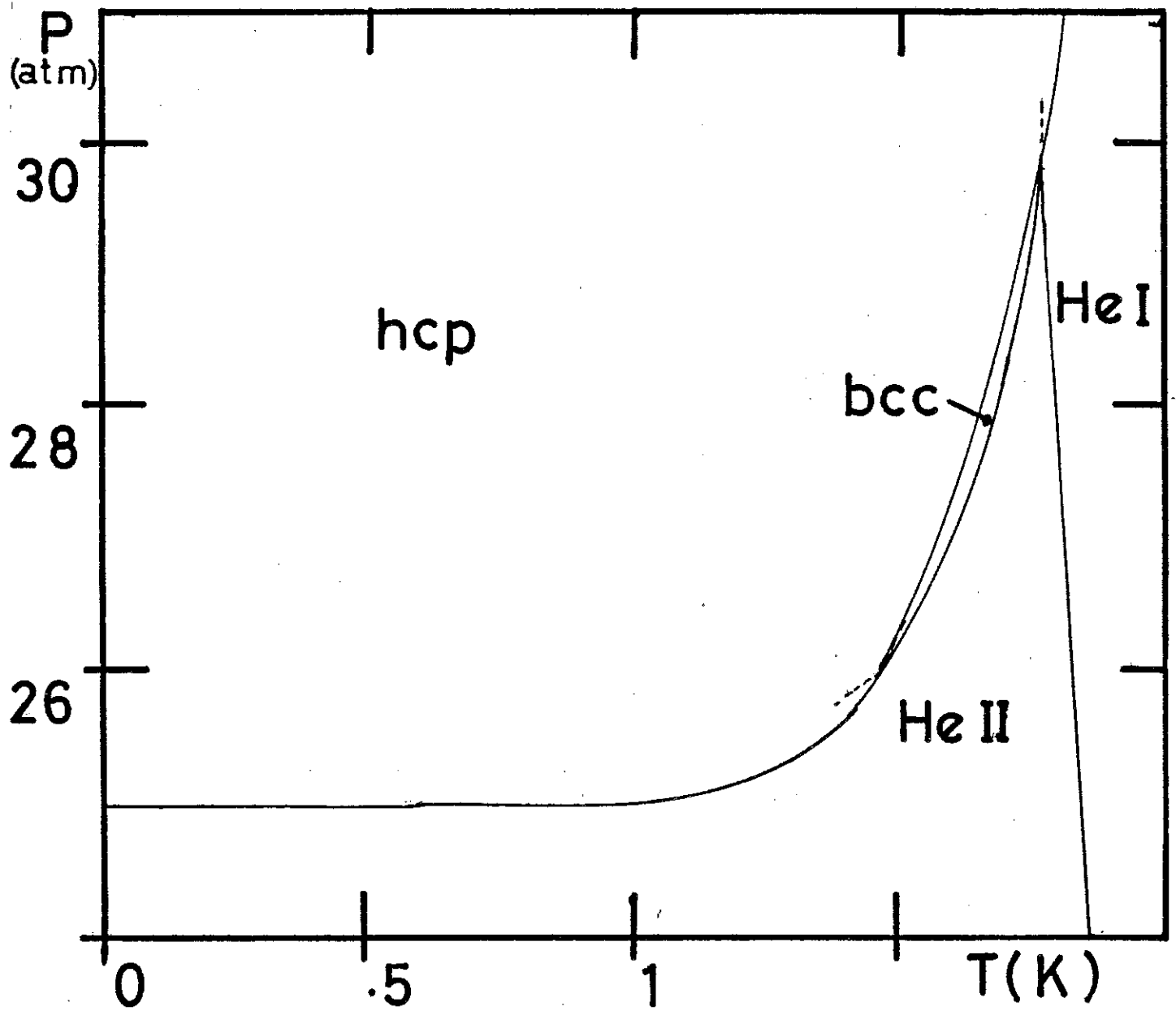


Fig. I - 1 : Diagramme de phase de l' ^4He sous pression
d'après Grilly

après

I - GENERALITES - GENEALOGIE

I - A) Les débuts de l' ^4He solide

Depuis de nombreuses années (1960) avec Shalnikov, on sait fabriquer des cristaux d' ^4He ; aussi peut-il paraître étrange que les mesures que nous avons effectuées ne l'aient pas été précédemment.

Dans ce chapitre, je vais partir de cette remarque pour introduire des idées qui, elles, ne sont pas du tout anciennes, mais qui sont nécessaires à la bonne compréhension de l'expérience que je relate dans ces pages.

La figure 1 présente le diagramme de phase de l' ^4He pour $T < 2 \text{ K}$. On notera la présence de la ligne " λ " dans la phase liquide.

Pendant de nombreuses années, l'étude de l' ^4He solide s'est faite en dehors de la courbe de fusion, sur des solides formés depuis le fluide normal (Shalnikov, Greywall, ...). Ceci s'explique par le fait que la croissance depuis la phase "fluide normal", qui fait appel aux techniques classiques de croissance cristalline, permet, lorsque les différents paramètres sont bien contrôlés (gradients de température, vitesse de croissance), d'obtenir des cristaux de meilleure qualité (moins disloqués), et donc plus adaptés aux mesures fines de vitesse du son, chaleur spécifique, etc...

L'étude de l' ^4He sur la courbe de fusion n'a été motivée que plus tard (1975) par l'étude des lacunes près de la courbe de fusion, des mécanismes de croissance depuis le superfluide et des propriétés de l'interface.

I - B) L' ^4He solide en contact avec le superfluide

Il est temps à ce stade d'introduire les particularités de cette croissance, qui font partie de ce qui a déterminé la réalisation expérimentale de cette mesure.

Citons tout d'abord Fraas, Heald / et Simmons, selon lesquels : "il est difficile de ne pas obtenir de monocristaux depuis le superfluide".

Comme le rapportent également Greywall et Simmons, les cristaux poussés depuis l'HeII contiennent en général très peu de grains (3 au maximum). Ceci est dû à l'absence d'instabilités genre dendrites, puisque la chaleur latente, qui est très faible, est évacuée très efficacement par le superfluide. Nous verrons qu'ainsi les cristaux sur lesquels ces mesures ont été effectuées ne pouvaient être que mono-cristallins, ce qui a été confirmé par des mesures de conductivité thermique. A noter également une forte densité de dislocations (Simmons) que nous avons décelée ($\sim 10^7/\text{cm}^2$) et qui est due sans doute à la vorticité du bain et aux vitesses de croissance assez élevées que permet le superfluide.

I - C) L'interface solide-superfluide

L' ^4He solide en contact avec le superfluide a connu un très vif regain d'intérêt au moment où Andreev et Parshin (1978) ont proposé une théorie quantique de l'interface. Deux observations président à l'élaboration de cette théorie :

- l'impossibilité d'amener le liquide à un état notablement hors d'équilibre a conduit à l'idée d'un interface très mobile,
- l'absence de facettage a donné d'ailleurs une explication : l'interface est rugueux (au sens défini par Burton Cabreira et Franck).

Ils ont alors développé une théorie quantique de l'interface (délocalisation des marches), ce qui peut conduire à un interface "rugueux" jusqu'à $T = 0$; et ont prédit l'existence d'un spectre d'ondes de cristallisation, dont ils ont calculé le spectre. Dans ce mode (ω, k) :

- la force de rappel est la tension de surface : l'énergie potentielle est alors :

$$W_{\text{pot}} = \alpha \cdot (kz)^2$$

z est l'amplitude, α la tension de surface

- l'énergie cinétique est celle des courants fluides (le solide est immobile). Ces courants pénètrent dans le liquide sur une longueur d'onde (fluide incompressible)

$$E_C = \frac{\rho_L}{k} \cdot (\omega \cdot z \cdot \frac{\delta \rho}{\rho_L})^2 \quad \rho_L: \text{la densité du liquide}$$

soit comme $W_{\text{pot}} = E_C \quad \alpha k^2 = \frac{\delta \rho^2 \omega^2}{\rho_L k} \quad \text{ou} \quad \delta \rho = \rho_S - \rho_L$

et donc $\omega^2 \propto k^3$

Très rapidement des résultats ont été présentés :

- Balibar, Edwards, Laroche ont présenté une mesure de α présentant un saut à 1 K, ainsi que la mesure de l'angle de contact, qui, contrairement aux prédictions, s'est avéré être obtu (le solide ne mouille pas les parois).

- Keshishev et al. ont très bien vérifié le spectre d'ondes de cristallisation, et donné une valeur de α de 0,2 erg/cm².

Les valeurs de α au-dessus de 1 K sont en accord entre ces deux expériences.

- Landau-Lipson et al. (Haifa-Group) ont noté l'apparition de facettes à 1 K, suivant l'axe C de la structure H.C.P., mesuré la valeur de α ($\sim 0,2$ erg/cm²), ainsi que l'angle de contact,

- ce qui a permis à Balibar et Castaing de réinterpréter les mesures de α à 1 K, comme la présence d'une transition rugueuse.

De ces expériences, nous retiendrons 4 points :

1) Le fait que l'interface prend la forme d'un ménisque où le solide ne mouille pas les bords ($\theta \simeq 40^\circ$),

2) la tension de surface est anisotrope et vaut de 0,1 à 0,2 erg/cm², ce qui conduit à une longueur capillaire :

$$l^2 = \frac{2\alpha}{\delta \rho g} \quad l \sim 1,5 \text{ mm}$$

3) l'interface présente des facettes perpendiculaires à l'axe C (001) pour $T < 1,2 \text{ K}$, parallèles à l'axe C [(110) ou (100)] pour $T < 0,8 \text{ K}$.

4) Pour $T < 0,8 \text{ K}$: la faible mobilité des facettes impose que :

- l'interface soit totalement facetté pour des vitesses de croissance $> 1 \text{ mm/sec}$,
- qu'il soit complètement arrondi pour des vitesses de fusion, même très faibles,

ce que nous résumons sur la figure 2.

I - D)- CINETIQUE DE FUSION - TRANSMISSION DU SON

Etant donnée la très grande mobilité de parties arrondies (rugueuses), Castaing et Nozières ont remarqué que la transmission acoustique devait en être altérée:

- Un interface infiniment mobile constitue un noeud de pression à la pression de fusion.

- Une onde de pression sous incidence normale n'a donc aucun effet sur le milieu se trouvant de l'autre côté de l'interface (aucun effort transmis) : le son n'est pas transmis. L'interface est alors un ventre de vitesse et il s'y produit, à la fréquence ω , une série de cristallisation-fusion.

C'est ce qui a été effectivement observé par Castaing, Balibar et Laroche.

Ceci a conduit Parshin et Marchenko à prédire un comportement anormal de la Résistance de Kapitza de l'interface liquide-solide.

Comme nous le montrons plus loin, on a, si c_v est la chaleur spécifique des phonons :

- τ leur taux de transmission
- C la vitesse du son

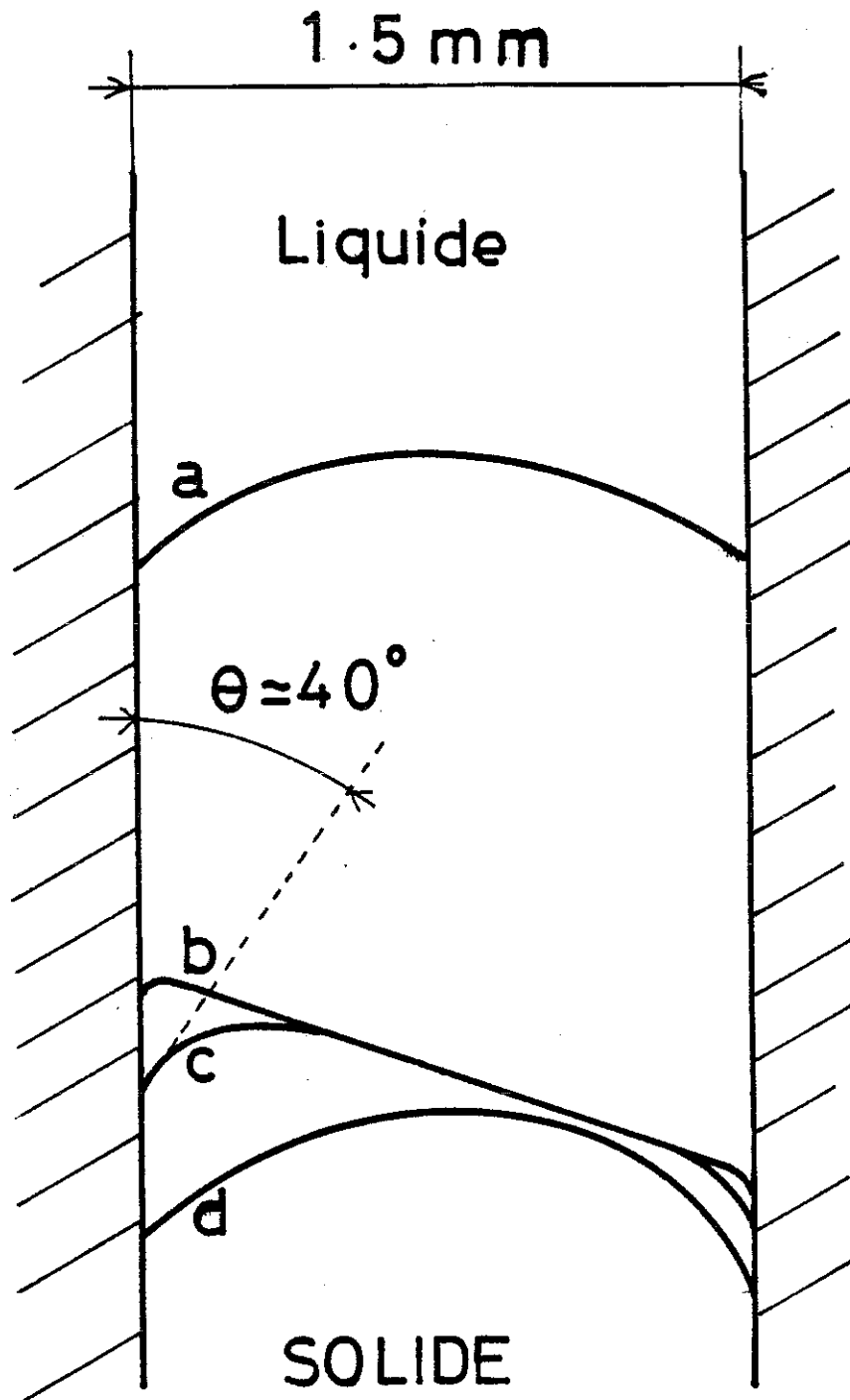


Fig. I - 2 : Forme du ménisque entre deux parois distantes d'environ la longueur capillaire.

- a) en absence de facette
- c) forme d'équilibre en présence de facette
- b) forme de croissance en présence de facette
- d) forme de fusion en présence de facette

R_K la résistance de Kapitza

$$\frac{1}{R_K} \sim C_V \cdot \tau \cdot C$$

soit pour τ independant de la fréquence $\frac{1}{R_K} \propto T^3$

et si $\tau \propto \omega^2$ (ce que montrent Parshin et Marchenko pour un interface infiniment mobile)

$$\frac{1}{R_K} \propto T^3 \cdot T^2 = T^5$$

C'est ce que nous nous sommes attachés à montrer dans l'expérience décrite dans cette thèse.

TECHNIQUE EXPERIMENTALE

Ces mesures de résistance de Kapitza ont été effectuées, en partie, pour une étude préliminaire à $0,5 < T < 1,2$ K sur un frigo à ^3He , construit par M. Piché, et pour leur plus grande partie sur un réfrigérateur à dilution construit par M. Bernard Hébral, puis rénové par Dr. Fagally.

Dans ce chapitre, nous ne parlerons pas de la technique de réfrigération à l' ^3He , mais ferons un bref résumé de la technique de réfrigération par dilution d' ^3He dans l' ^4He .

Ensuite, je parlerai de la cellule expérimentale ainsi que de l'électronique utilisée.

Il sera enfin question de la thermométrie et des précautions qui ont été prises à son sujet.

II - A) Technique de réfrigération par dilution $^3\text{He}/^4\text{He}$

Je fais ici une description très sommaire de la réfrigération à dilution. Pour plus de détail, voir les thèses de B. Hébral, G. Frossati et H. Godfrin.

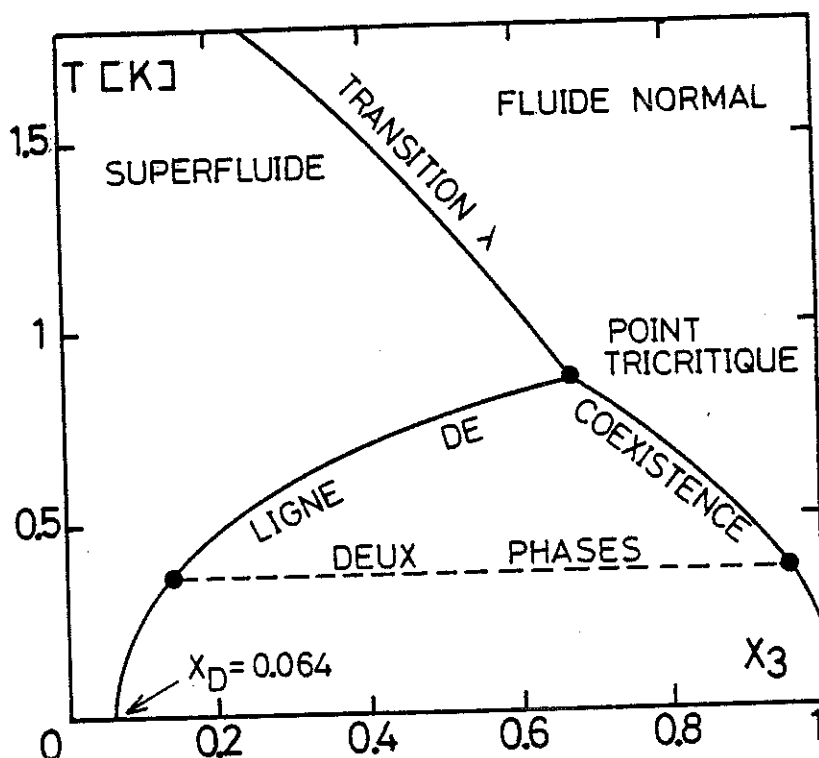


Fig. II - 1 : Diagramme de phase température/concentration en ^3He , sous pression de vapeur.

Le principe repose sur le diagramme de phase des mélanges $^3\text{He}-^4\text{He}$ à basse température. Il a l'allure présentée sur la figure 1 en coordonnée T / X_3 -concentration (sous la pression de vapeur).

On voit que pour $T < 0,84 \text{ K}$, il y a coexistence de deux phases :

- l'une très concentrée en ^3He ,
- l'autre diluée en ^3He avec $X_3 < 0,064$ à $T = 0$.

La phase concentrée est moins dense que la phase diluée et donc elle flotte. Rappelons que la chaleur spécifique d'un gaz de Fermi est :

$$\frac{C}{K_B} \sim \frac{dN}{d\varepsilon_{\text{EF}}} \frac{KT}{B}$$

avec $\frac{dN}{d\varepsilon_{\text{EF}}}$ est la densité d'état au niveau de Fermi, par unité de volume.

L'enthalpie est donc :

$$H = \int c dT \propto T^2$$

On a pour ^3He pur :

$$H = 12,5 T^2 \text{ J/mole } ^3\text{He}$$

et pour ^3He à 6,4 % :

avec T et K

$$H = 94,5 T^2 \text{ J/mole } ^3\text{He}$$

et donc une chaleur latente :

$$L = 82 T^2 \text{ J/mole}$$

qui est absorbée par l' ^3He , lorsqu'il passe du concentré au dilué.

Ceci est le principe de la réfrigération à dilution.

Supposons en effet de l' ^3He pur entrant à T_C dans la source froide (T_F = la température de la source froide ; $\dot{Q}$ = la puissance reçue par la source froide.)

En régime permanent, on a :

$$0 = (-94,5 \cdot T_F^2 + 12,5 \cdot T_C^2) \dot{n} + \dot{Q}$$

Soit si $\dot{Q} = 0$:

$$T_F \simeq \frac{T_C}{3}$$

et pour $\dot{Q} \neq 0$:

$$\dot{Q} = \dot{n} \cdot 12 \cdot T_C^2 \left(9 \left(\frac{T_F}{T_C} \right)^2 - 1 \right)$$

avec $\dot{n}$ en mole/s et $\dot{Q}$ en watt.

On constate ainsi que l'on dispose d'une source de puissance frigorifique à très basse température. La puissance usuelle est de l'ordre de 100 μW à 100 mK pour 100 $\mu\text{moles/s}$.

Sur la figure 2 est schématisé le principe du réfrigérateur.

L' ^3He est en circuit fermé. Partons du début du circuit d'injection de l' ^3He concentré.

L' ^3He arrive à 4,2 K. Il est prérefroidi à 1,2 K sur une "boîte à 1 K", à ^4He pompé. Il est ensuite détendu, ce qui le refroidit encore. A partir de ce stade commence le circuit thermique d'échange avec l' ^3He dilué, qui lui remonte à contre courant.

L' ^3He pur est thermolisé à 0,6 K sur l'évaporateur ou l' ^3He dilué est évaporé de l' ^4He . Puis, le concentré passe dans une série d'échangeurs

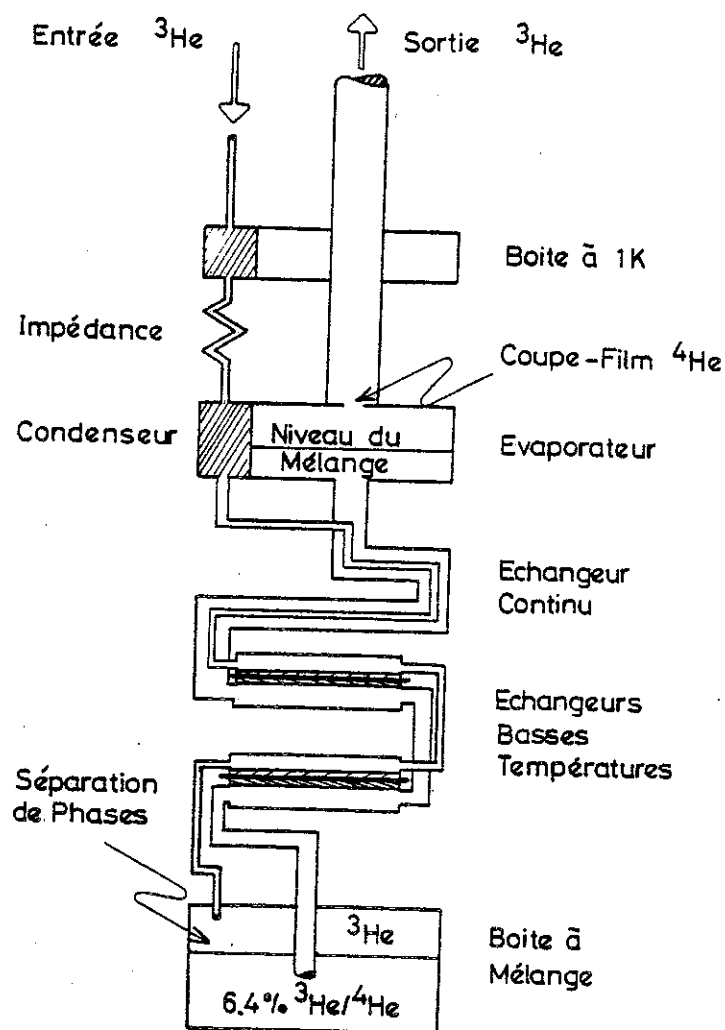


Fig. II - 2 : Schéma de principe d'un réfrigérateur à dilution.



Fig. II - 3 : Coupe d'un échangeur d'argent fritté, du type utilisé.

de chaleur où il croise l' ^3He dilué (donc froid), il arrive enfin à la boîte à mélange où il est alors dilué.

C'est donc dans la boîte à mélange qu'est dégagée la puissance frigorifique. C'est elle qui constitue le point froid du réfrigérateur.

On conçoit ainsi que le problème majeur pour obtenir un réfrigérateur à dilution performant soit d'amener le concentré à une température la plus proche possible de celle du dilué. C'est sur les échangeurs basse température que repose l'efficacité du réfrigérateur.

Notons qu'un jeu d'échangeurs est optimisé pour un certain débit par rapport aux contraintes :

- dissipation visqueuse dans les échangeurs (qui impose des dimensions suffisantes des canaux),
- court circuit thermique produit par des canaux trop gros,
- et surtout, augmentation maximale de la surface d'échange en tenant compte des contraintes précitées.

Pour une discussion approfondie de ces questions, voir les thèses de G. Frossati et H. Godfrin.

La solution retenue au laboratoire est celle d'échangeur à la poudre d'argent frittée directement sur une membrane qui sert de séparation entre les canaux (voir figure 3).

Le réfrigérateur utilisé comportait : 1 échangeur continu, 1 échangeur fritté et était prévu pour un débit de l'ordre de $80 \mu\text{mol/s}$, soit une puissance de $80 \mu\text{W}$ à 100 mK pour des échangeurs parfaits.

Il faut noter que, dans l'expérience que je décris, le réfrigérateur a fonctionné en continu pendant environ six mois, sans réchauffement.

La "manip" s'est terminée d'ailleurs par le bouchage du tuyau d'injection d' ^3He , au niveau du bain 4,2 K, du fait du dépôt des produits de cracking sans doute (H_2) de l'huile des pompes. Sans doute une belle performance !

II - B) La cellule expérimentale

II - B - 1) Allure générale

- Le principe de la mesure est de déterminer une différence de température entre deux milieux dans des conditions géométriques les plus claires possibles, en présence d'un flux de chaleur bien déterminé.

- La mesure doit également permettre de détecter une anisotropie de la résistance de Kapitza respectivement aux axes cristallographiques, l'orientation du cristal devant se faire grâce à une mesure de conductivité thermique du solide, qui est assez fortement anisotrope (voir chapitre A-II).

Ces deux impératifs conduisent à une géométrie allongée. En effet, dans ce cas, les lignes de courant de chaleur sont bien verticales.

De plus, dans ces conditions, l'ouverture angulaire de la cellule étant de l'ordre de 10° , il est hautement improbable qu'un joint de grain se prolonge jusqu'à la hauteur des thermomètres. Ceci explique sans doute en partie que les échantillons que l'on a obtenus aient été monocristallins au niveau des thermomètres, comme le montrent les mesures de conductivité et de résistance de Kapitza.

De plus, pour les mesures, il était nécessaire de pouvoir visualiser la hauteur du solide dans la cellule. Ceci a été obtenu grâce à une mesure capacitive, le solide poussant entre les armatures d'un condensateur cylindrique.

Ces armatures sont constituées par deux tubes de Cu-Ni de 5, 5 x 6 et 8,5 x 9, dont le plus gros constituait également la paroi extérieure de la cellule.

To the mixing chamber

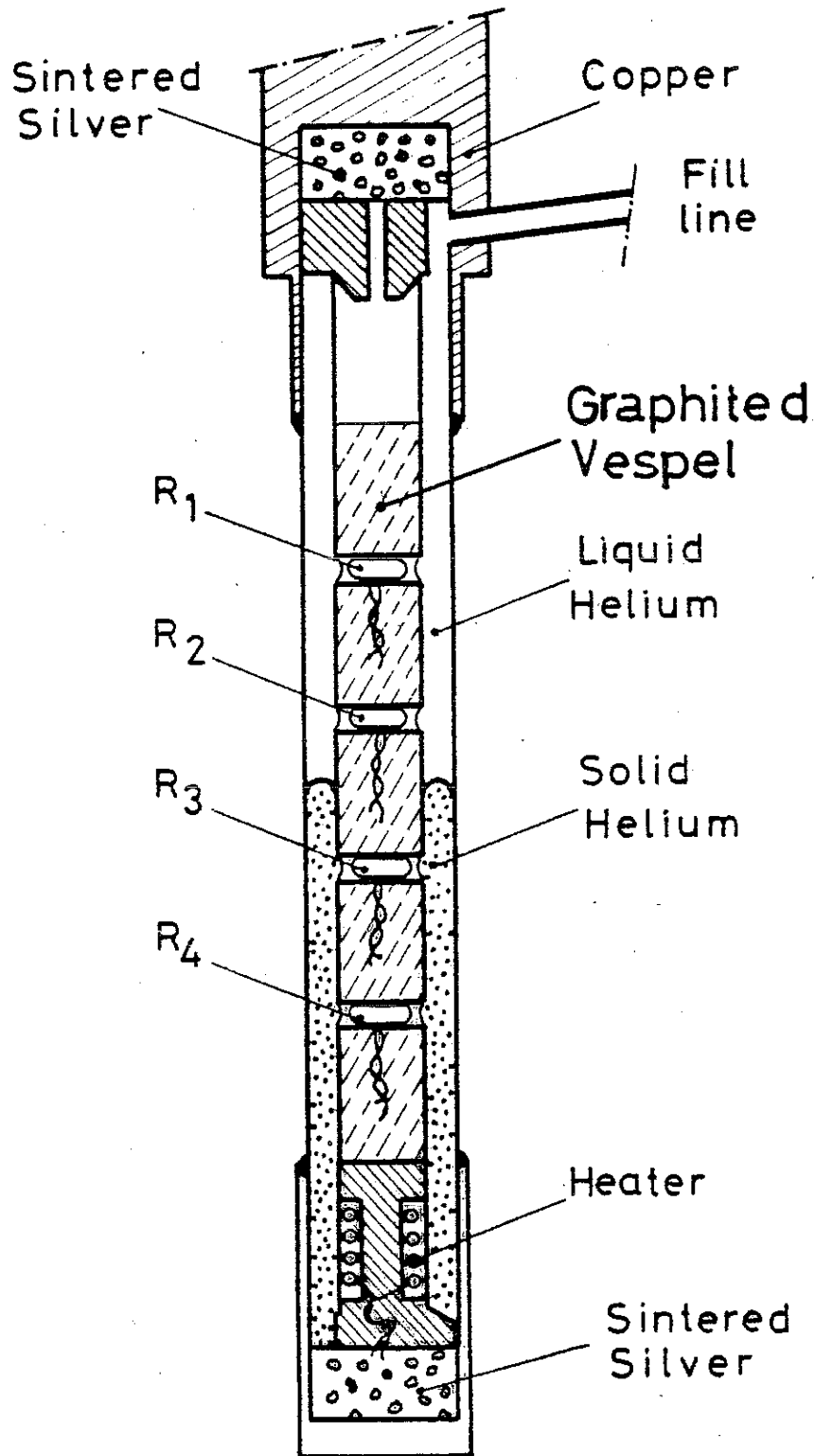


Fig. II - 4 : Coupe de la cellule d'expérience.

La capacité ainsi obtenue :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r H} \log \frac{R_e}{R_i}$$

où H est la hauteur de la cellule, R_i et R_e les rayons intérieurs et extérieurs et $\epsilon_r \approx 1,06$ la constante diélectrique de l'He à 25 bars; est $C \approx 10$ pF pour les dimensions choisies. (Bentold, Maris, et al.)

La sensibilité pour une précision de mesure $\frac{\delta C}{C} \approx 10^{-6}$ est :

$$\frac{\delta C}{C} \approx \frac{\epsilon_S - \epsilon_L}{\epsilon} : \frac{\delta h}{H} \quad (h \text{ la hauteur de solide } \epsilon_{L,S} \text{ des constantes diélectriques du liquide et du solide})$$

$$\text{avec } \frac{\epsilon_S - \epsilon_L}{\epsilon - 1} = \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho} \approx 0,1 \quad (\text{Clausius-Mossoti})$$

$$\text{on a } \frac{\delta h}{H} \approx \frac{10^{-3}}{6} \quad \text{soit } \delta h \approx 10^{-2} \text{ mm}$$

Cette sensibilité est supérieure à celle nécessaire, puisque les effets de bords dus à une déformation du ménisque donnent un signal sans doute de cet ordre.

Ces dimensions autorisent pour des flux de chaleurs devant donner des différences de température de l'ordre du mK à 100 mK, des puissances de chauffage de l'ordre de la puissance de réfrigération (100 μ W à 100 mK).

Notons de plus que pour accorder une signification à la mesure de température, il est nécessaire que de part et d'autre de l'interface, la répartition des phonons soit proche de l'équilibre.

Ceci est assuré si l'interface est à des distances de chaque thermomètre, supérieures au libre parcours moyen des phonons.

Une distance entre armature de l'ordre de 1,5 mm assure que, même dans le régime ballistique, le libre parcours moyen des phonons du liquide, est nettement inférieur à la distance entre thermomètres.

Enfin, il est clair que la mesure de la résistance de Kapitza n'est faisable que si elle est plus grande que la résistance thermique des phases. "Bulk" sur la distance entre thermomètres, ce qui est le cas pour $T < 600$ mK pour une distance de 1 cm entre thermomètres.

II - B - 2) Thermomètres - chauffage - échange thermique

a) Noyau de résine

L'armature interne de la capacité est remplie par un isolant thermique.

Notre choix s'est porté sur le Kapton graphité, pour deux raisons :

- c'est un excellent isolant (la conductance du barreau de ϕ 6 est inférieure à celle des parois en Cu-Ni),
- il se contracte moins que le Cu-Ni lors du refroidissement. Ceci permet d'éviter l'apparition d'un film superfluide entre le Cu-Ni et le noyau.

Ce film s'est en effet avéré gênant lors des mesures de conductivité du solide sur l'expérience préliminaire où le noyau était en stycast.

Ce film constitue un court circuit thermique relativement efficace à haute température ($T \sim 800$ mK)

b) Thermomètres

Dans ce noyau sont disposées dans des trous horizontaux 4 résistances au carbone, Matsushita 68 Ω , 1/8 W, distantes de 1 cm. Ce sont des cylindres de ϕ 1 mm, de longueur 4 mm.

Elles sont simplement posées dans ces trous avec un peu de graisse Apiezon, ceci pour optimiser leur contact thermique avec l' ^4He .

Ces résistances sont du même lot qu'une cinquième située dans la boîte à mélange.

c) Chauffage - échanges thermiques

.....
Au bas du noyau de Kapton sont bobinés 110 Ω de constantan 2/10 (100 Ω à basse température).

L'armature interne est maintenue en place par deux centreurs triangulaires en araldite.

- Au haut et au bas de la cellule sont frittés deux "Porals" d'Ag à $1\text{m}^2/\text{g}$, afin d'assurer: - une bonne homogénéité de température au bas de la cellule, - un transfert thermique efficace vers le point froid au haut de la cellule.

- Le capillaire d'amenée d' ^4He est thermalisé sur la boîte à 1 K et sur l'évaporateur (~ 1 K). Il n'y a pas, afin d'éviter les problèmes de bouchages, de thermalisation entre l'évaporateur et la cellule. Grâce à 1 mètre de capillaire 0,1 . 0,4 mm, la puissance arrivant ainsi sur le bout de la cellule est de l'ordre de 1 μW .

Notons que nous avons résolu un problème de bouchage en faisant passer 100 mA dans le capillaire qui a une résistance de quelques ohms.

- La puissance frigorifique est amenée sur la cellule par une tige de cuivre de ϕ 6 mm, traversant dans un passage styrcast le fond de la boîte à mélange. Cette tige est vissée sur le haut de la cellule. Dans la boîte à mélange, cette tige porte trois rondelles d'Ag fritté de 30 mm de diamètre et 1,5 mm d'épaisseur. Ces rondelles sont espacées par des rondelles de cuivre. Le tout est serré par un écrou en cuivre serrant une rondelle belleville en bronze beryllium, afin de compenser les contractions différentielles du cuivre et du fritté.

La résistance thermique totale de la chaîne ^4He -Poral-tige-Poral-Mélange est de l'ordre de $R = \frac{60}{T} \frac{\text{K}}{\text{W}}$.

- Enfin, le flux de chaleur résiduel traversant la cellule (gaz résiduel, rayonnement) a été mesuré comme étant de l'ordre de 1 nW.

II - C) Electronique

Dans ce paragraphe, nous décrivons schématiquement le matériel électronique utilisé, qui présente quelques originalités. L'ensemble de ces matériels a été conçu par le service "Electronique" du C.R.T.B.T, construit sous licence ANVAR par Barras-Provence. Des modifications ont été apportées par le service "Electronique" pour adapter ces matériels à la mesure que nous avons faite.

II - C - 1) La mesure de capacité

Le schéma de principe est présenté figure 5 : un générateur de tension alternative (1 KHz) délivre sur le primaire d'un autotransformateur une tension fixe (0 à 8 V selon la gamme).

Le secondaire est mis à la masse. En dérivation de l'auto-transformateur sont montées en série :

- la capa. à mesurer C_X

- la capa. de référence C_R .

On mesure la tension de déséquilibre entre la masse et le point commun des deux capacités. Sur chacune des branches se trouvent des capacités parasites vers la masse (~ 200 pF) :

- celles sur le commun des deux capa n'apparaissent pas pour un pont équilibré ($V = 0$),

- celles sur les armatures non communes des capa à mesurer n'apparaissent pas si on a $C' L \omega^2 \ll 1$ où L est l'inductance de sortie de l'autotransformateur, et $C' = C'_X + C'_R$

En effet :

- Ecrivant que la somme des courants vers la masse est nulle, on a :

$$i_L = - (i'_X + i'_R)$$

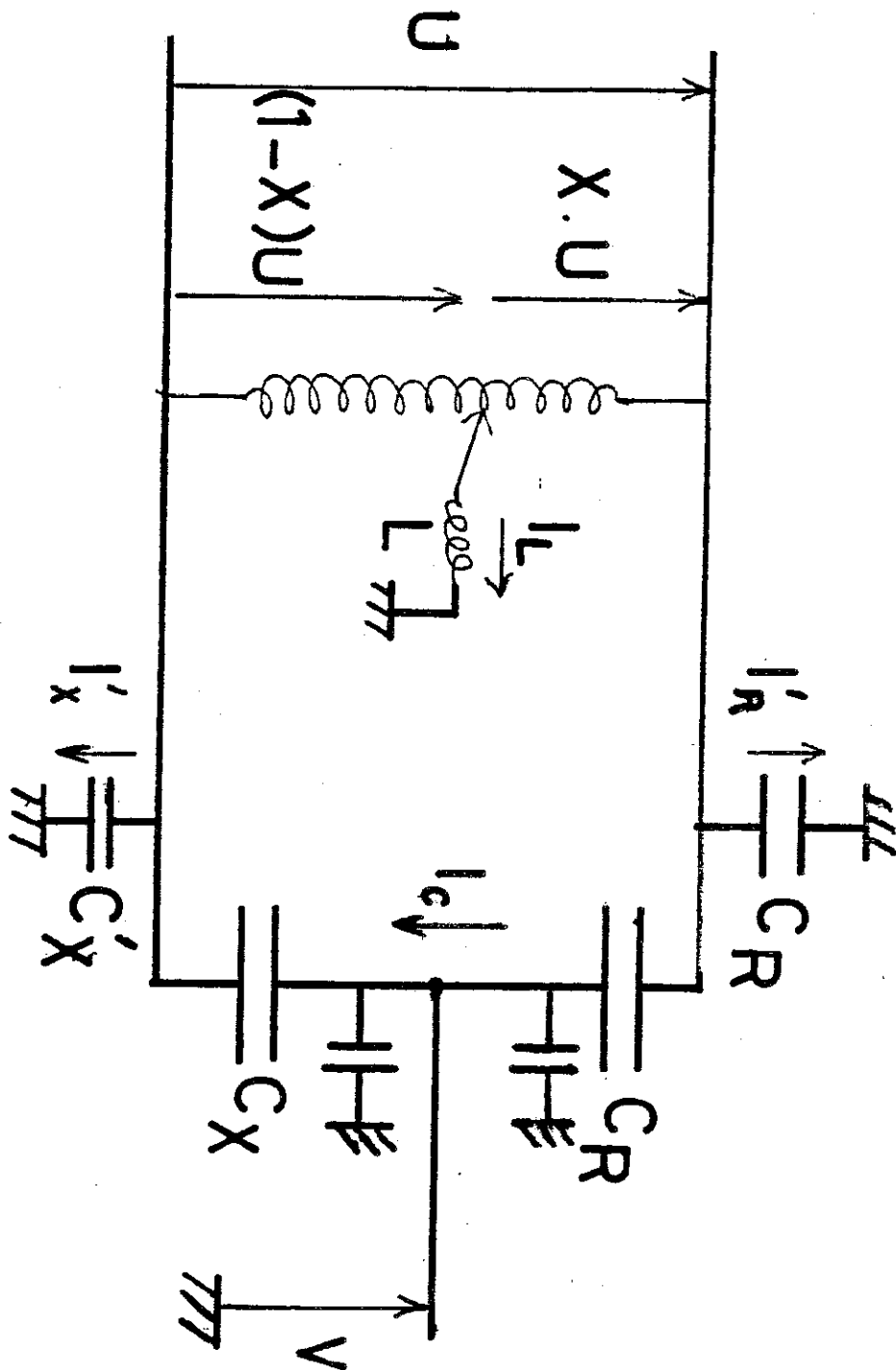


Fig. II - 5 : Schéma de principe de la mesure de capacité.

- Et la loi d'ohm sur les capacitances en dérivation :

$$\chi U + i\omega L i_L = \frac{i'_R}{ic'_R \omega}$$

$$-(1 - \chi)U + i\omega L i_L = \frac{i'_\chi}{ic'_\chi \omega}$$

$$\text{soit } i\omega L i_L = \frac{\omega^2 L (\chi C'_R - (1 - \chi) C'_\chi)}{1 - \omega^2 L (C'_\chi + C'_R)} U = \alpha U$$

- Soit alors i_c le courant par les capacités à mesurer, on a :

$$\chi U + i\omega L i_L - V = \frac{i_c}{iC_R \omega}$$

$$-(1 - \chi)U + i\omega L i_L - V = \frac{-i_c}{iC_\chi \omega}$$

Le pont est équilibré si : ($V = 0$)

$$(\chi + \alpha)U = \frac{i_c}{iC_R \omega}$$

$$(\alpha - (1 - \chi))U = - \frac{i_c}{iC_\chi \omega}$$

$$\text{Soit : } \frac{C_\chi}{C_R} = \frac{\chi + \alpha}{(1 - \chi) - \alpha}$$

$$\text{Si } \alpha \ll 1 \quad \frac{C_\chi}{C_R} = \frac{\chi}{1 - \chi}$$

ce qui sera en général vrai si :

$$C' L \omega^2 \ll 1 \quad \text{ou} \quad C' \sim C'_\alpha \sim C'_R$$

$$\text{Ici, } \omega^2 \simeq 36 \cdot 10^6 \text{ (rd/s)}^2$$

$$L \simeq 10^{-6} \text{ (H)}$$

$$C' \simeq 200 \cdot 10^{-12} \text{ (F)}$$

$$\omega^2 L C' \simeq 10^{-8}$$

On a donc $\frac{C_X}{C_R} = \frac{\chi}{1 - \chi}$ à 10^{-8} près, qui est plus petit que la résolution du diviseur inductif.

Cette particularité de la méthode de mesure permet de ne pas être sensible aux facteurs extérieurs, tels que des variations de niveau du bain d' ^4He autour des câbles coaxiaux de mesure.

II - C - 2) La mesure de température

Les thermomètres sont tous mesurés par un pont quatre fils (dont 2 communs).

Ce pont quatre fils (associé à la détection synchrone dont il a été question plus haut) est du type Pont à Injection Optique, développé au laboratoire, c'est-à-dire que le courant de mesure est obtenu par l'éclairement d'une photodiode. Ce courant est ensuite modulé à la fréquence de référence de la détection synchrone. Ce dispositif a l'avantage d'être beaucoup moins microphonique qu'un transformateur.

La mesure que nous avons effectuée est obtenue par une "légère" modification du PIO.

Nous nous intéressons, en fait, à la mesure d'une différence de température. Les résistances de carbone, et en particulier les "Matsushita", ont la particularité sympathique d'avoir pour des résistances du même lot des variations proportionnelles. C'est-à-dire que le rapport de deux résistances est à peu près insensible à la température moyenne de ces résistances. Par contre, ce rapport est sensible aux différences de température entre ces résistances.

J.L. Bret, du service "Electronique", a donc modifié un pont 4 fils pour que l'on puisse mesurer directement le rapport de deux résistances.

Le principe est donné sur la figure 6 .

Le même courant i traverse les deux résistances à mesurer. La tension est prélevée aux bornes de chaque résistance. Elle est amplifiée :

- avec un gain 1 pour la résistance R_1 ,
- avec un gain $\rho = \frac{R'}{R}$ pour la résistance R_2 , ρ est donné par une boîte à décade (5 plots).

Un troisième ampli opérationnel fait la somme de ces deux tensions.

Finalement, la tension de déséquilibre

$$V = \frac{R''}{R''} (V_1 - V_2) = (R_1 - \rho R_2) i \cdot \frac{R''}{R''}$$

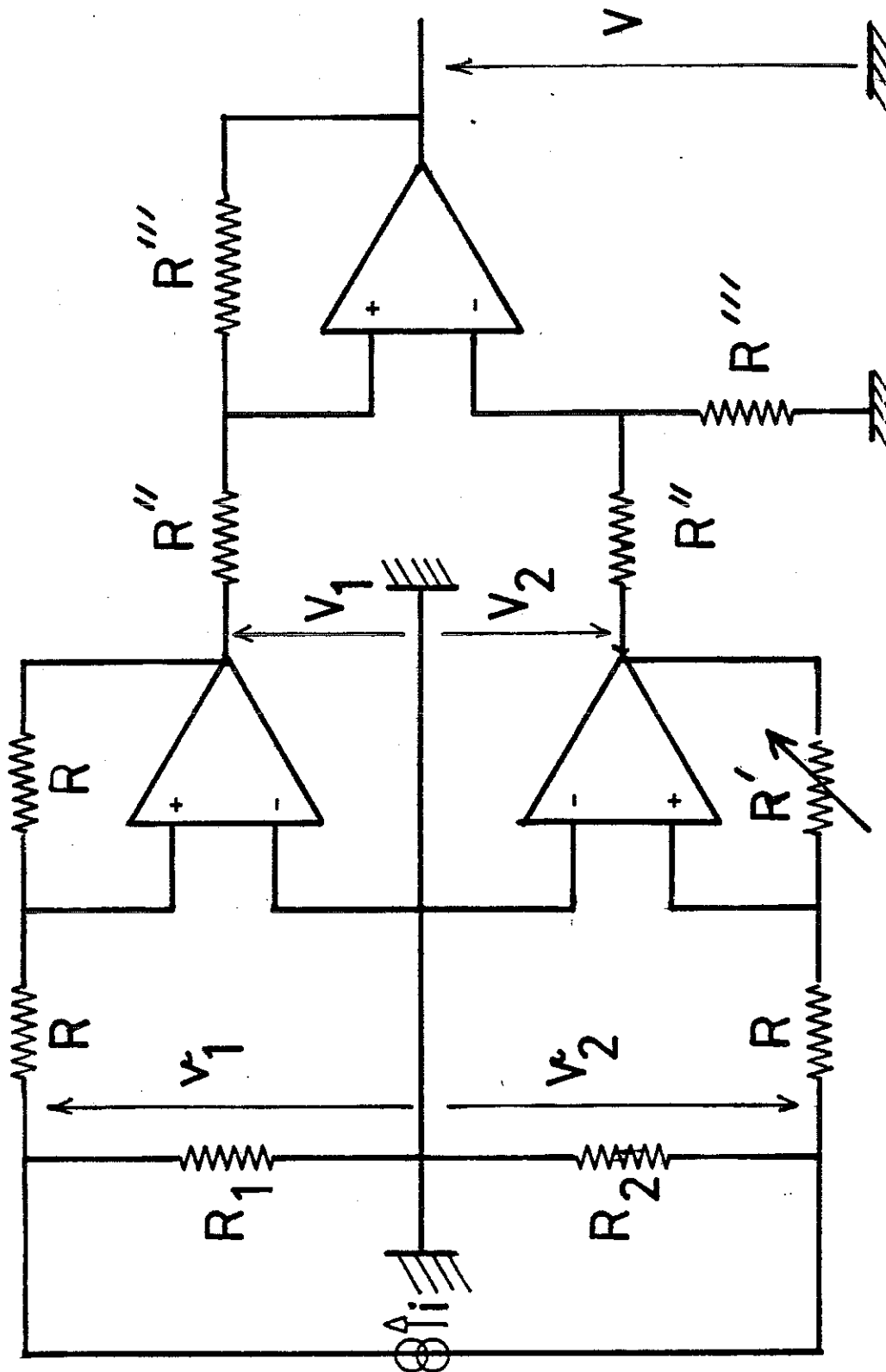


Fig. II - 6 : Schéma de principe de la mesure de température et de différence de température.

est donc nulle si $\rho = \frac{R_1}{R_2}$

et vaut $\frac{R'''}{R''} \left(\frac{R_1}{R_2} - \rho \right)$ à R_2 hors d'équilibre.

Cette tension est donc correctement linéaire pour des variations de R_1 et R_2 de l'ordre de 10^{-1} qui est le maximum que nous ayons utilisé.

De plus, par commutation de R_2 sur une résistance de référence, on mesure directement R_1 qui donne la température.

Ainsi, nous nous sommes, dans une très large mesure, affranchis des dérives lentes de température qui sont, dans la gamme $T > 0,5$ K, de l'ordre des différences de température appliquées de part et d'autre de l'interface.

III - THERMOMETRIE

III - A) Impératifs

Comme nous l'avons vu, il s'agit de mesurer une grandeur :

$$R_K T^5 = C^{te}$$

$$\text{avec } R_K = \frac{\delta T}{\frac{\delta T}{Q}} = \frac{-T}{\frac{\delta T}{QR}} \cdot \frac{R}{T} \frac{dT}{dR} \delta R$$

$\frac{\delta T}{Q}$ et R sont connus avec une bonne précision ($< 0,1 \%$). L'incertitude de la mesure de $R_K T^5$ réside donc entièrement dans la calibration du thermomètre. On peut, dans ces conditions, écrire :

$$\frac{\delta "R_K T^5"}{"R_K T^5"} = 6 \frac{|\delta T|}{T}$$

où $\frac{|\delta T|}{T}$ est l'erreur relative en température.

Une précision de l'ordre de 10 % sur la valeur de $R_K T^5$ nécessite donc une précision en température de l'ordre de 1 à 2 %. Ceci explique le soin tout particulier apporté à la thermométrie.

III - B) Moyens mis en oeuvre

Dans la cellule, nous avons quatre résistances du même lot (Matsushita 68 Ω , 1/8 W) : $R_1, 2, 3, 4$.

Dans la boîte à mélange, une cinquième résistance (R_5) de ce lot peut être calibrée par rapport à un thermomètre primaire constitué par une paire de mutuelle portant un entrefer en C.M.N.

Nous avons donc procédé comme suit :

1°) Nous avons étalonné entre 20 mK et 1 K les résistances R_1, R_2, R_3, R_4 en fonction de R_5 ;

2°) R_5 a été calibrée en fonction de la mutuelle dans cette même gamme de température ;

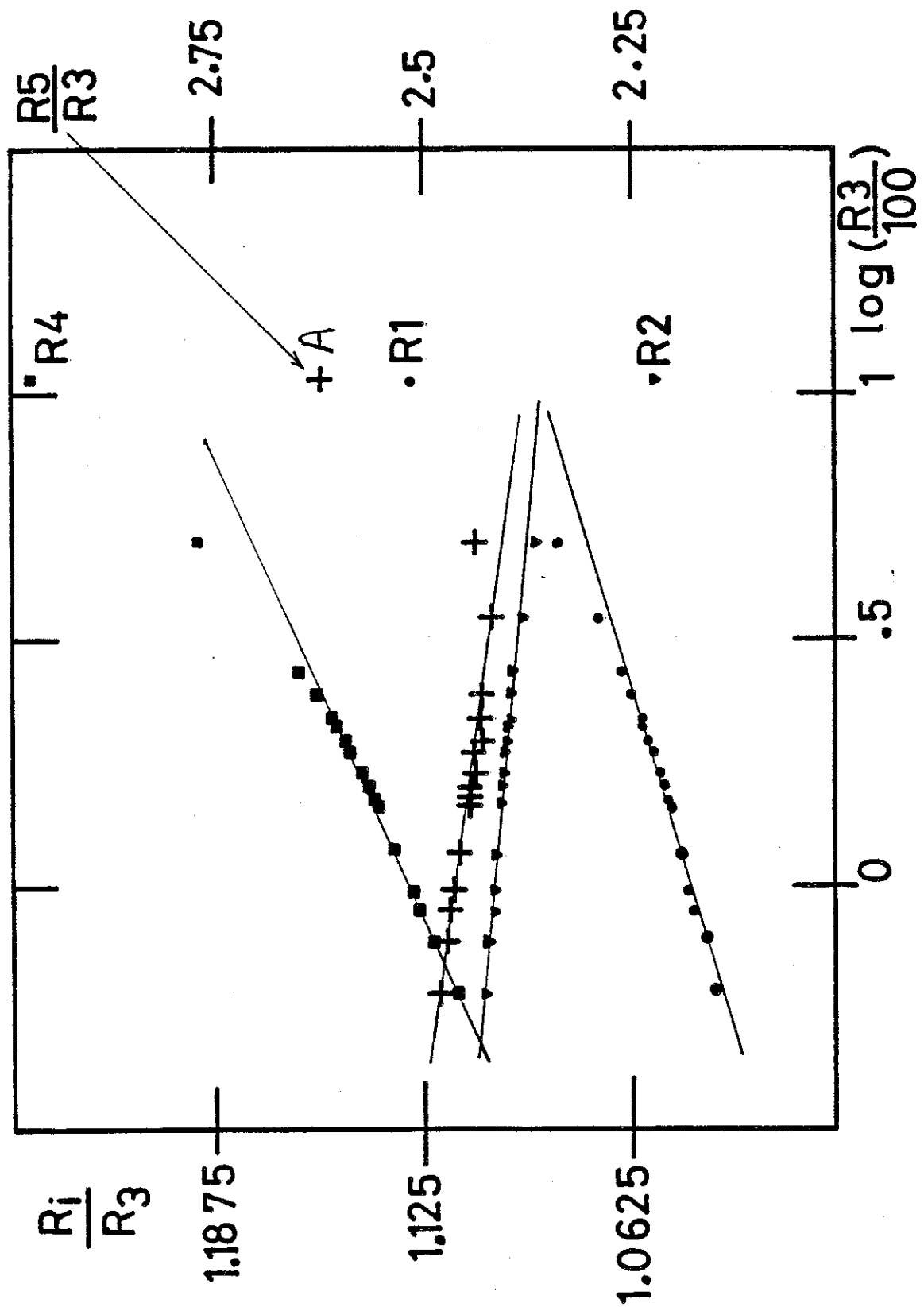


Fig. III - 1 : Rapports des différentes résistances de carbone en fonction de $\log(\frac{R_3}{100})$.

3°) Enfin, la mutuelle a été étalonné entre 1,2 K et 2,15 K (point λ); par rapport à la pression du bain d' ^4He .

Nous décrivons dans les trois paragraphes suivants chacune de ces étapes.

III - B - 1) Résistances au carbone

Sur la figure 1, nous portons les résultats des étalonnages :

$$\frac{R_i}{R_3} \text{ avec } i = 1, 2, 4, 5 \text{ en fonction de } \log(R_3).$$

Ces étalonnages ont été effectués en remplissant la ligne d'amenée d' ^4He , de solide, afin de diminuer les apports de chaleur sur la cellule par ce capillaire. De plus, la température de la boîte à mélange était, non pas régulée, mais fixée par un chauffage extérieur à la boîte à mélange : sur la plaque froide, qui est thermalisée à l'aide d'un gros poral, nous avons utilisé un thermomètre comme chauffage. Dans ces conditions, c'est l' ^3He concentré qui entre plus ou moins chaud dans la boîte à mélange, ce qui assure une bonne homogénéité en température. Ce n'est pas le cas si le chauffage est directement dans la boîte à mélange.

Il est clair que dans cette mesure, le problème était de détecter tout découplage thermique entre la cellule et la boîte à mélange. Sur la figure 1, on voit très bien que l'on peut écrire avec une bonne précision sur une gamme de variation de R_3 d'un ordre de grandeur :

$$\frac{R_i}{R_3} = \rho_i \left(1 + b_i \log \frac{R_3}{100} \right)$$

où $|b_i| \sim 5\%$

Nous avons donc considéré que le découplage thermique entre la boîte à mélange et la cellule était effectif (du fait de la puissance arrivant par le capillaire sur la cellule), lorsque :

$$\frac{R_5}{R_3} \text{ s'écartait de la valeur } \rho_5 \left(1 + b_5 \log \frac{R_3}{100} \right).$$

On distingue sur la figure le point d'étalonnage où ceci a eu lieu (point noté "A"). L'écart en température correspondant est de 0,3 mK, ceci à 50 mK.

On a donc ainsi une calibration des différentes résistances entre elles, correspondant à une précision en température nettement meilleure que 1 % sur la gamme de température où nous avons effectué nos mesures ($T > 80 \text{ mK}$).

Notons, enfin, que les lois du type (1) peuvent se réécrire avec la même précision :

$$\log \frac{R_i}{100} = L_i + (1 + b_i) \log \frac{R_3}{100} \quad \text{avec } |b_i| \sim 5 \%$$

III - B - 2) Calibration de R_5

Elle a été faite en fonction de la mutuelle avec la méthode de chauffage décrite au 1) dans la gamme de température :

$$20 \text{ mK} < T < 1 \text{ K}$$

III- B - 3) Calibration de la mutuelle

Le C.M.N., thermomètre primaire, est étalonné avec une loi du type :

$$M = \frac{\chi}{T} + M_0$$

Les points de calibration sont faits entre 1,2 K et 2,15 K.

Une régression linéaire donne χ et M_0 .

L'incertitude en température correspondante est de l'ordre de 1 % sur l'ensemble de la gamme.

III - B - 4) Etalonnage définitif

Désireux d'avoir une bonne précision sur $\frac{T}{R} \frac{dR}{dT}$, nous avons essayé de "fitter" directement, sur une loi simple, la température en fonction de la résistance, cette loi devant être compatible avec notre observation sur les résistances Matsushita :

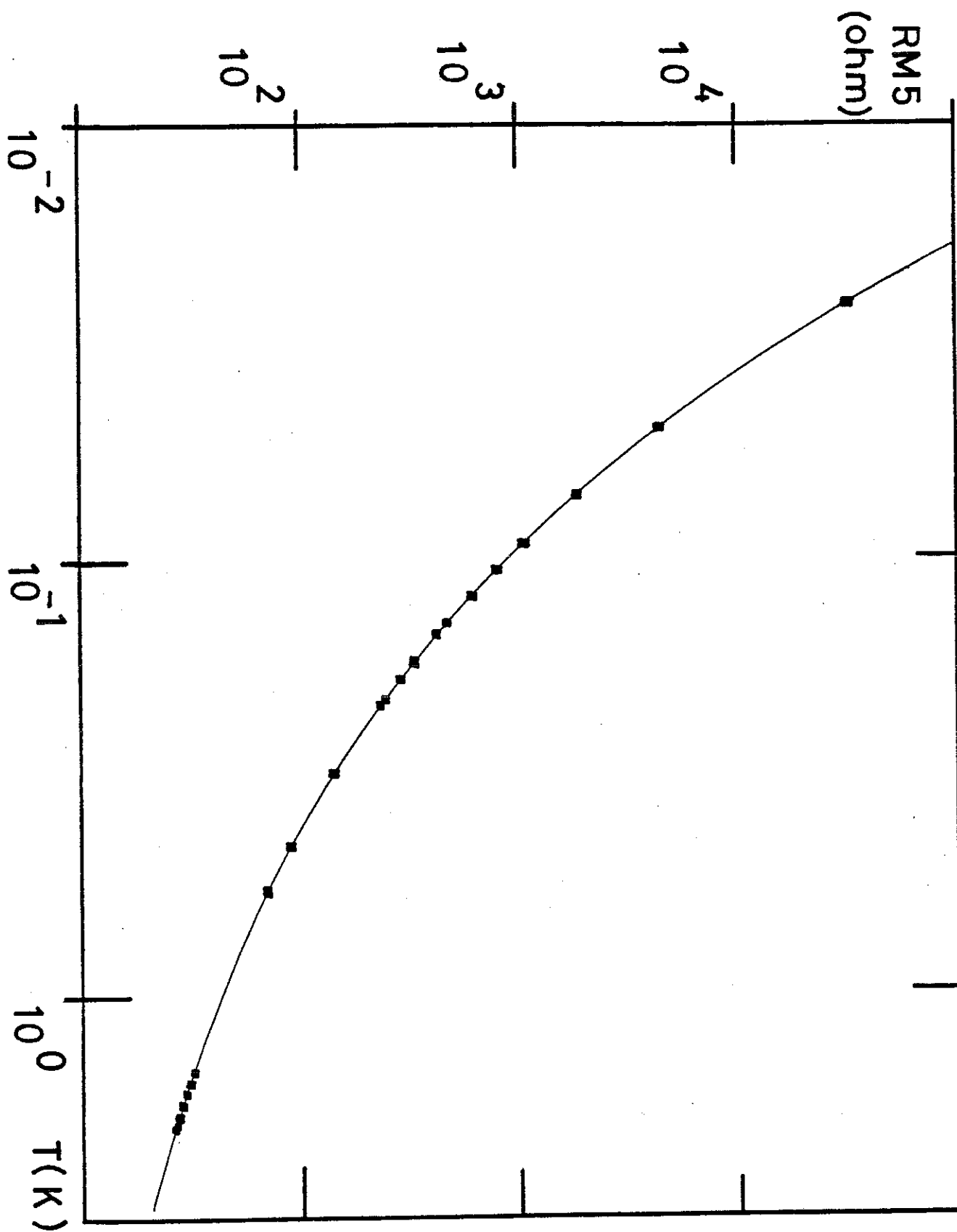


Fig. III - 3 : Etalonnage définitif R_5 en fonction de $1/T$. En trait continu est représenté le "fit" utilisé.

$$\log R_i = \log R_j + (1 + b) \log R_j$$

Une loi très simple vérifiant cet impératif est :

$$\frac{1}{T} = \text{polynôme} (\log R)$$

Un polynôme de degré 3 s'est avéré marcher particulièrement bien :

$$\frac{1}{T} = 0,122 - 0,008 \log \frac{R_5}{100} + 1,4695 \left(\log \frac{R_5}{100} \right)^2 + 0,2273 \left(\log \frac{R_5}{100} \right)^3$$

Il donne, sur 21 points situés entre 4,2 K et 20 mK, un écart quadratique moyen de 5/1000. Ce polynôme est dessiné sur la figure 3, en même temps que les points d'étalonnage. Les écarts ne sont pas visibles à l'oeil nu. Cette courbe s'est d'ailleurs avérée comme étant en très bon accord avec des étalonnages de Matsushita du même bain effectués par H. Godfrin.

Conclusion : Nous considérons que l'essentiel des erreurs de calibration est dû à la calibration de la mutuelle. L'incertitude en température obtenue par mesure de mutuelle étant de l'ordre de 1 %, le but que nous nous étions fixé est donc atteint.

METHODE - RESULTATS

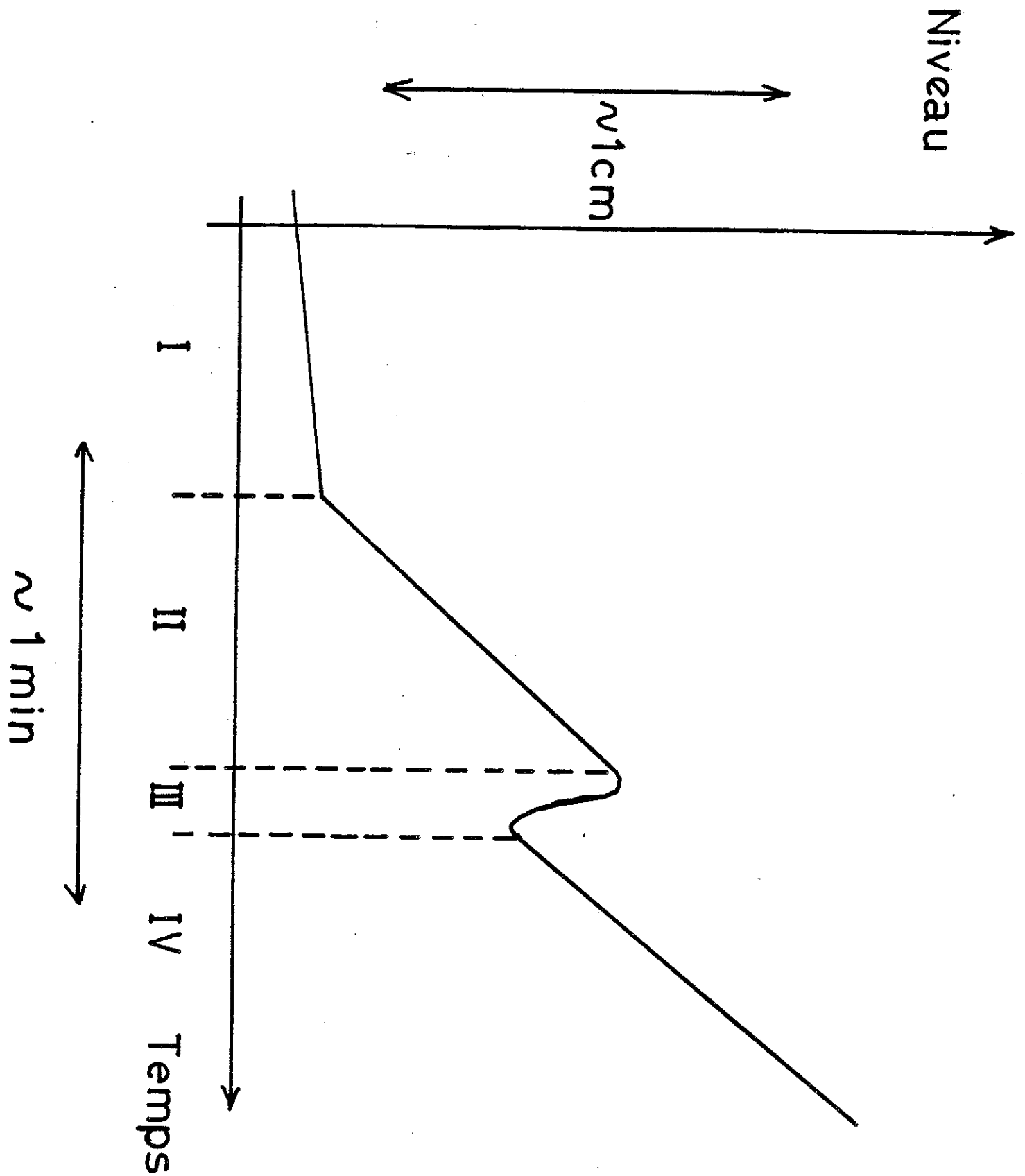


Fig. IV - 1 : Mesure de la capacité de niveau au cours de la nucléation d'un cristal.

IV - LA METHODE DE MESURE

IV - A) Obtention des cristaux

Les différents cristaux étudiés ont été obtenus à une température proche du minimum de la courbe de fusion (0,7 K) pour éviter tout risque de bouchage du capillaire. L'⁴He utilisé avait une pureté commerciale ($X_3 \lesssim 0,1$ PPM)

La cellule étant pleine de liquide à une pression inférieure à la pression de solidification, la pression est augmentée progressivement (0,1 bar/mn), jusqu'à ce qu'un germe soit nucléé quelque part dans la cellule. Une fois ce germe obtenu, on continue à amener de l'hélium dans la cellule, ce qui fait croître le germe.

Durant la poussée de ce germe, nous pouvions suivre la valeur de la capacitance de la cellule. Les enregistrements obtenus ont l'allure schématisée sur la figure IV-1.

- dans la partie I, la densité du liquide augmente.
- la rupture de pente correspond à la nucleation du germe, qui se fait sans retard notable ($< 0,1$ bar).
- dans la partie II, le germe pousse régulièrement.
- dans la partie III, ce ressaut correspond, à notre avis, au décrochement du germe de son point de nucleation et à sa chute au fond de la cellule. Il sort donc un peu des armatures du condensateur.

Le germe, lors de ce décrochement, devait avoir une taille de l'ordre de 0,1 mm de cellule, soit 2 mm^3 . Ce ressaut s'est avéré très caractéristique de la nucleation d'un nouveau cristal. En effet, lors de l'étude préliminaire sur le réfrigérateur à ³He, lorsque nous fondions complètement un cristal pour en refaire un autre, l'orientation ne changeait pas, si nous ne voyions pas ce ressaut, (résistance du point favorable à la nucléation).

- dans la partie IV, le cristal continue sa croissance à vitesse constante.

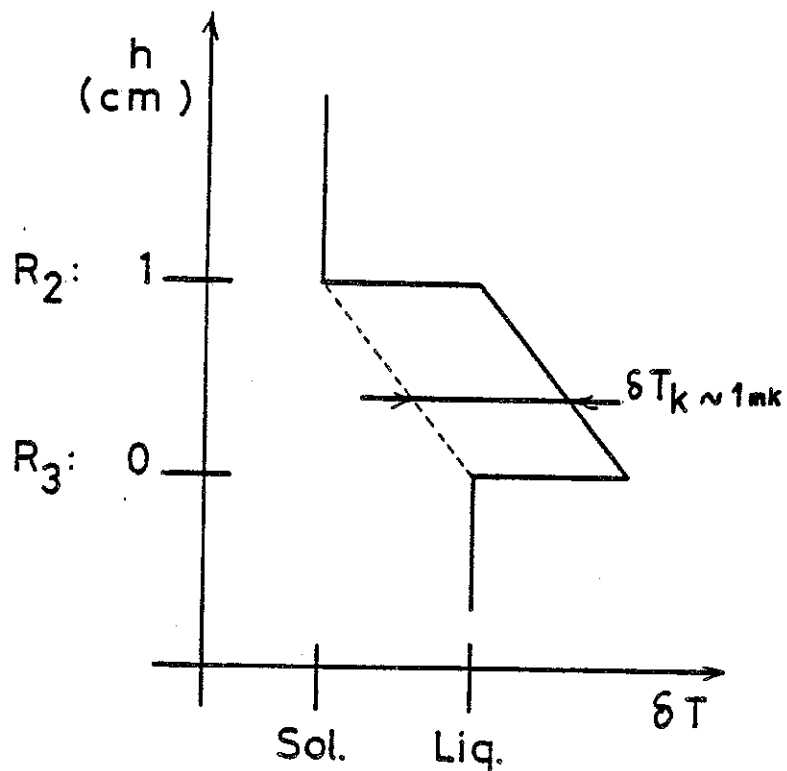
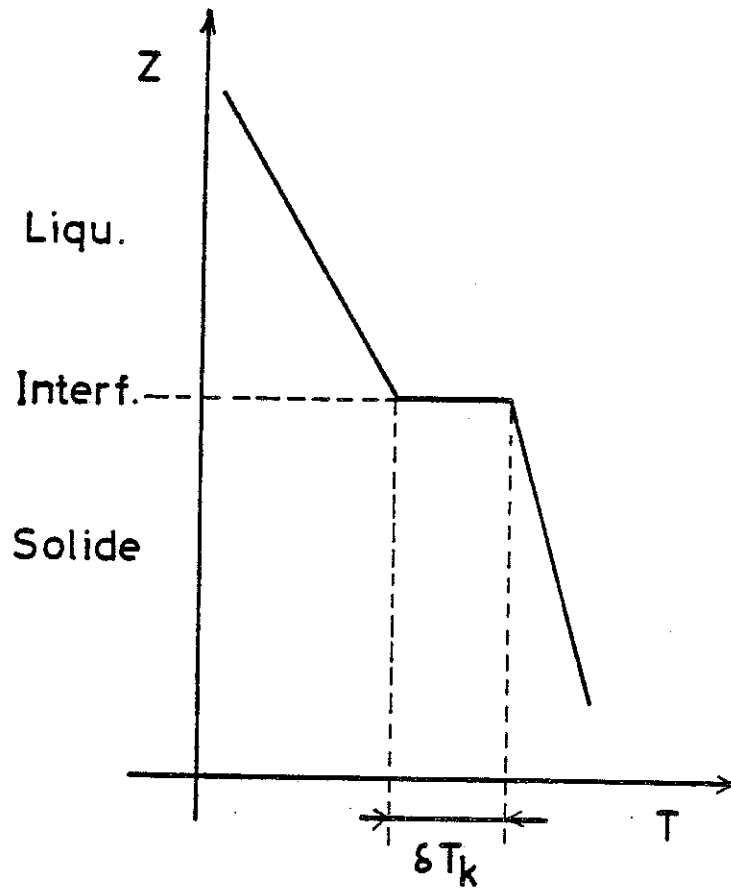


Fig. IV - 2 : Profil thermique dans la cellule en présence d'un flux de chaleur.

Fig. IV - 3 : Différence de température $T(R_3) - T(R_2)$ en fonction de la hauteur de l'interface par rapport à R_3 .

Une fois un cristal obtenu, nous ne le faisons jamais complètement fondre avant d'avoir fini la série de mesures que nous désirions faire sur lui (sauf accident !).

Ainsi, comme l'ont prouvé les mesures de conductivité thermique du solide, malgré la succession de cristallisation-fusion partielle que nous avons effectuée sur chaque cristal, c'est toujours la même orientation qu'il avait respectivement à l'axe de la cellule.

IV - B) Technique de mesure

Sur la figure 2 est schématisé le profil de température dans la cellule en présence d'un flux de chaleur.

Dans la partie "solide" (resp. "liquide"), on note la présence d'un gradient de température dû à la résistivité thermique effective du solide (resp. liquide). A l'interface se trouve un saut de température.

$$\delta T_K = R_K \dot{Q}$$

où R_K est la résistance de Kapitza et $\dot{Q}$ le flux de chaleur.

Sur la figure 3 est représentée la différence de température, δT , entre deux thermomètres, en fonction de la position de l'interface par rapport à ces thermomètres.

Quand l'interface est au-dessus (resp. au-dessous) des deux thermomètres, δT correspond à la résistivité thermique du solide (resp. du liquide) sur la longueur l , distance entre ces thermomètres.

Quand l'interface est entre les deux thermomètres, à une hauteur h au-dessus du plus bas, δT , est la somme de trois termes :

$$\begin{aligned} & \delta T_K \\ & h R_S \dot{Q} \\ & \text{et } (1-h) R_L \dot{Q} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{où } R_S (R_L) \text{ est la résistance thermique par} \\ & \text{unité de longueur de cellule pleine de solide} \\ & \text{(liquide)} \end{aligned}$$

et donc :

$$\delta T = \dot{Q} [R_K + l R_L + h (R_S - R_L)]$$

δT_K est donc la différence entre δT et le profil de température dessiné en pointillé sur la figure .

La mesure a donc consisté à faire bouger l'interface par rapport aux thermomètres, à vitesse constante v , en enregistrant le rapport des deux thermomètres en fonction du temps. On obtient des enregistrements ayant l'allure de la figure 3 , où il faut remplacer h par vt . La température est obtenue en mesurant la valeur d'un des deux thermomètres.

Nous avons toujours mesuré :

- le rapport R_2/R_3 au cours du temps,
- le thermomètre R_3 , alors que l'interface était juste au-dessous de lui.

IV. - C) Le calcul de la résistance de Kapitza

La mesure de la résistance de Kapitza devrait se faire à flux de chaleur ($\dot{Q}$) tendant vers zéro. Il est bien évident qu'expérimentalement on est restreint à des valeurs finies de $\dot{Q}$. L'effet de la valeur finie de $\dot{Q}$ sur le rapport $\frac{\delta T_K}{\dot{Q}}$ peut être réduit par le choix judicieux de la température à laquelle on attribue la valeur $R_K = \frac{\delta T_K}{\dot{Q}}$. Cette température qui, à priori peut se trouver dans l'intervalle $T_{\text{liquide}} < T < T_{\text{solide}}$, doit être en fait $\frac{T_L + T_S}{2}$.

Nous tenons à souligner que ce n'est pas pour masquer une non-linéarité de $\dot{Q}$ en fonction de δT_K que nous prenons des précautions, mais, pour éliminer le plus possible les non-linéarités des thermomètres.

Lors d'un point expérimental, nous disposons :

- de la variation de $\rho = \frac{R_2}{R_3}$ en fonction du temps,
- de la valeur R_{mes} de R_3 , lorsque l'interface est juste au-dessous de R_3 .

Le problème posé est de placer dans le plan - $T - R_K(T)$ des points les plus proches possibles les uns des autres, lorsque $\dot{Q}$ augmente.

Nous définissons donc $R_3^{(L)}$ (resp. $R_3^{(S)}$) les valeurs de R_3 , lorsque l'interface est juste au-dessous (resp. au-dessus) de R_3 . ($T^{(L)}$ et $T^{(S)}$ les températures correspondantes).

$R_3^{(L)}$ et $R_3^{(S)}$ sont reliées aux valeurs connues expérimentalement par :

$$R_3^{(L)} = R_{\text{mes}}$$

$$\delta\rho = R_2 \left(\frac{1}{R_3^{(S)}} - \frac{1}{R_3^{(L)}} \right)$$

où $\delta\rho$ est la variation de ρ lorsque l'interface passe devant R_3 .

Pour dépouiller le point ainsi obtenu, nous définissons la valeur de R_3 à laquelle sera associée la température du point :

$$\bar{R}_3 = \frac{R_3^{(S)} + R_3^{(L)}}{2}$$

et $\delta R = R_3^{(L)} - R_3^{(S)}$

$$\begin{aligned} \delta\rho &= R_2 \left(\frac{1}{\bar{R}_3 - \frac{\delta R}{2}} - \frac{1}{\bar{R}_3 + \frac{\delta R}{2}} \right) = R_2 \frac{\delta R}{(\bar{R}_3 - \frac{\delta R}{2})^2} \\ &= \frac{R_2}{\bar{R}_3} \frac{\delta R}{\bar{R}_3} + O\left(\left(\frac{\delta R}{\bar{R}_3}\right)^3\right) \end{aligned}$$

$$\bar{R}_3 = R_{\text{mes}} - \frac{\delta R}{2} = R_{\text{mes}} - \frac{\delta\rho}{2\rho} \bar{R}_3 + \bar{R}_3 O\left(\left(\frac{\delta R}{\bar{R}_3}\right)^3\right)$$

$$\bar{R}_3 = \frac{R_{\text{mes}}}{\left[1 + \frac{\delta\rho}{2\rho}\right]} + \bar{R}_3 \left[O\left(\left(\frac{\delta R}{\bar{R}_3}\right)^3\right)\right]$$

De plus $T^{(S)} - T^{(L)} = T(R_3^{(S)}) - T(R_3^{(L)})$

$$\begin{aligned} &= T\left(\bar{R}_3 - \frac{\delta R}{2}\right) - T\left(\bar{R}_3 + \frac{\delta R}{2}\right) \\ &= -\delta R \left(\frac{dT}{dR}\right)_{\bar{R}_3} + T_0 \left[\left(\frac{\delta R}{\bar{R}_3}\right)^3\right] \end{aligned}$$

On définit donc pour chaque point :

$$T = T \left(\frac{R_{\text{mes}}}{1 + \frac{\delta \rho}{2\rho}} \right)$$

$$\delta T_K = - \left(\frac{dT}{dR} \cdot R \right) \cdot \frac{\delta R}{R} = - \left(\frac{RdT}{T dR} \right)_{R_S} \cdot T \cdot \frac{\delta \rho}{\rho}$$

Dans ces conditions, pour $\frac{R_{\text{mes}}}{1 + \frac{\delta \rho}{2\rho}}$ fixé et différents $\frac{\delta T_K}{Q}$, le point $(T, \frac{\delta T_K}{Q})$ ne s'éloigne du point où $\frac{\delta T_K}{Q} \rightarrow 0$, que en $(\frac{\delta \rho}{\rho})^2$. De même pour $\frac{\delta T_K}{Q}$ fixé et $\frac{\delta T_K}{Q}$ variable.

L'importance de la correction est bien sûr de l'ordre de $\frac{|\delta T_K|}{T}$ pour la température et de $4 \frac{|\delta T_K|}{T}$ pour $R_K \cdot T^3$, soit environ 5 % pour $T \lesssim 200$ mK et $\delta T_K \sim 2$ mK. Son effet est assez net, graphiquement parlant.

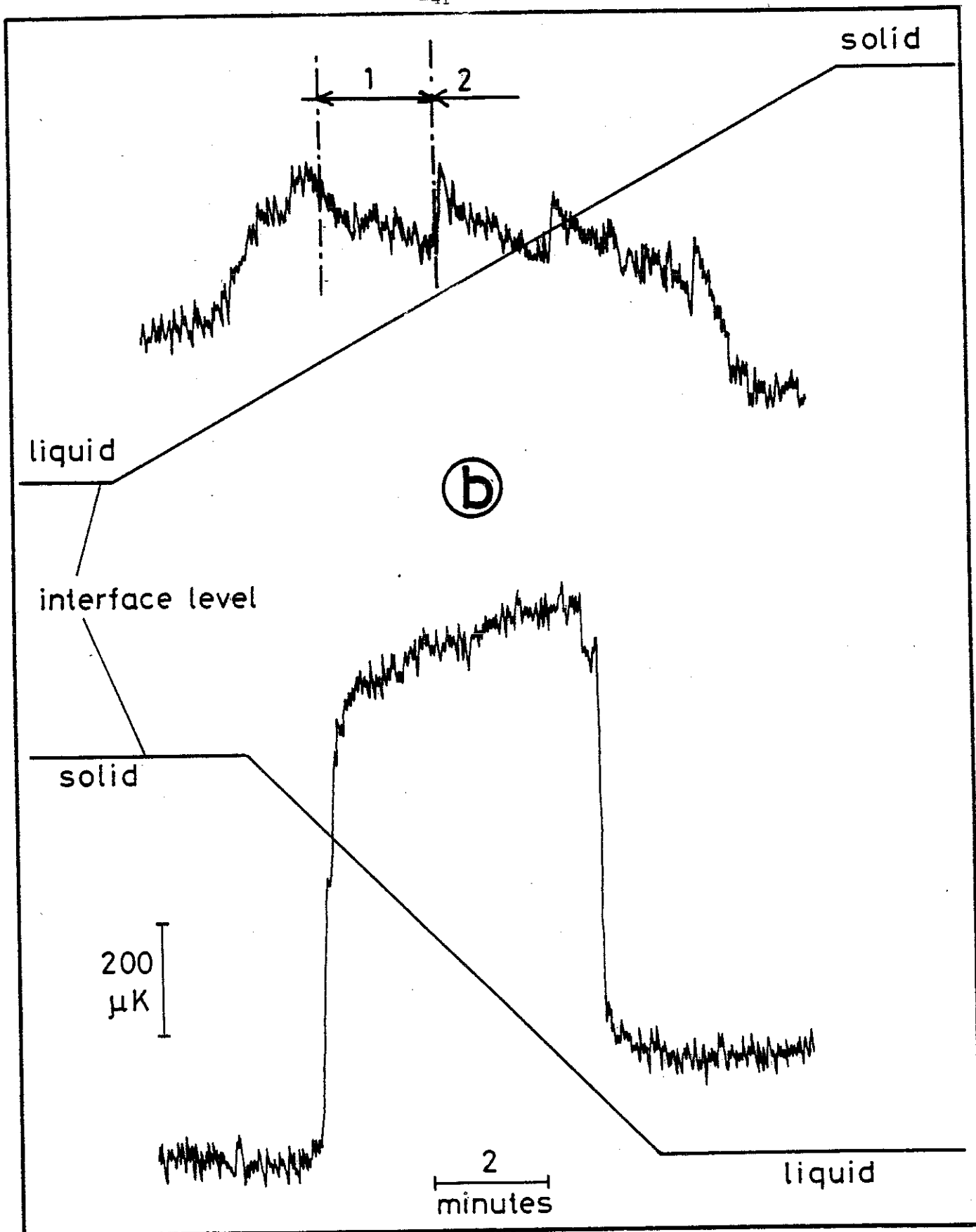


Fig. V - 1 : Signal typique obtenu.

Le temps est en abscisse. Le rapport R_3/R_2 en ordonnée.

La trace supérieure est un point obtenu en faisant croître le cristal.

La trace du bas est un point obtenu à la fusion.

Les zones 1 et 2 sont expliquées dans le texte.

V - LES RESULTATS

V - A) Dissymétrie entre fusion et solidification

Sur la figure 1 , nous présentons le signal :

- a) obtenu en faisant fondre le cristal,
- b) obtenu en faisant pousser le cristal.

La différence entre les points à la fusion et ceux à la solidification suggérerait que la figure I-2 ne s'est pas faite attendre.

Il est possible de donner très rapidement une interprétation de cette dissymétrie, qui, d'ailleurs, nous permettra d'analyser quantitativement les résultats à la solidification.

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, nous attendons des facettes qu'elles disparaissent complètement à la fusion du cristal (fig.I-2). A partir de ce moment-là, l'interface peut se déplacer parallèle à lui-même, sans à-coups, ce qui donne le signal a).

Par contre, à la solidification, la taille d'une facette peut augmenter jusqu'à remplir complètement la cellule. A ce moment-là, le seul moyen de contenir la croissance est la nucleation sur la facette.

Si dans un tel processus, c'est une épaisseur macroscopique qui est nucléée, on doit avoir un réarrangement total de l'interface, au point de faire disparaître la facette, qui, alors, réapparaîtra peu à peu.

En admettant le fait que la résistance de Kapitza des facettes est plus petite que celle des surfaces rugueuses, on peut alors entièrement interpréter la figure b).

Dans la zone 1, la facette grandit peu à peu et la résistance de Kapitza du ménisque diminue d'autant. Lorsque la facette, du fait de son étendue est devenue instable, elle s'effondre et la résistance de Kapitza augmente d'un coup (2)

Suivant la vitesse de croissance, ce nombre d'effondrements varie de 1 à une dizaine, par centimètre de solide, pour des vitesses de 1 cm en 30 minutes à 1 cm en 2 minutes.

Il a semblé impossible de faire pousser ce cristal sans effondrement, ce que nous interprétons comme peut-être caractéristique d'un léger défaut sur les surfaces de la cellule.

Notons, une fois de plus, que, malgré ces effondrements qui peuvent paraître dramatiques, le solide reste monocristallin comme le montrent les mesures de conductivité thermique (chap. A-II).

Considérant l'interprétation précédente comme valable, nous avons dépouillé les résultats à la solidification en mesurant la résistance de Kapitza lorsque la facette remplit la plus grande partie possible de l'interface, ce qui bien-sûr, amènera une dispersion importante sur ces points, mais qui permettra cependant des conclusions simples.

L'ensemble des résultats pour $0,1 \text{ K} < T < 1 \text{ K}$ est porté sur la figure 2, sous la forme $R_K T^3$ en fonction de T^{-2} .

V - B) Les résultats à la solidification

Les résultats, dépouillés comme il a été décrit plus haut, sont les points pleins dans la partie basse du diagramme.

On voit qu'ils vérifient assez bien la loi $R_K T^3 = C^{te}$ ($\sim 0,1 \text{ K}^4 \text{ cm}^2$) prédite par la théorie de Khalatnikov-Little, qui suppose un interface imperméable aux échanges de masse.

V - C) Les résultats à la fusion

V - C - 1) Résultats jusqu'à 100 mK

Une partie de ces résultats, pour $0,1 \text{ K} < T < 1 \text{ K}$ est portée sur la figure 2, en points clairs.

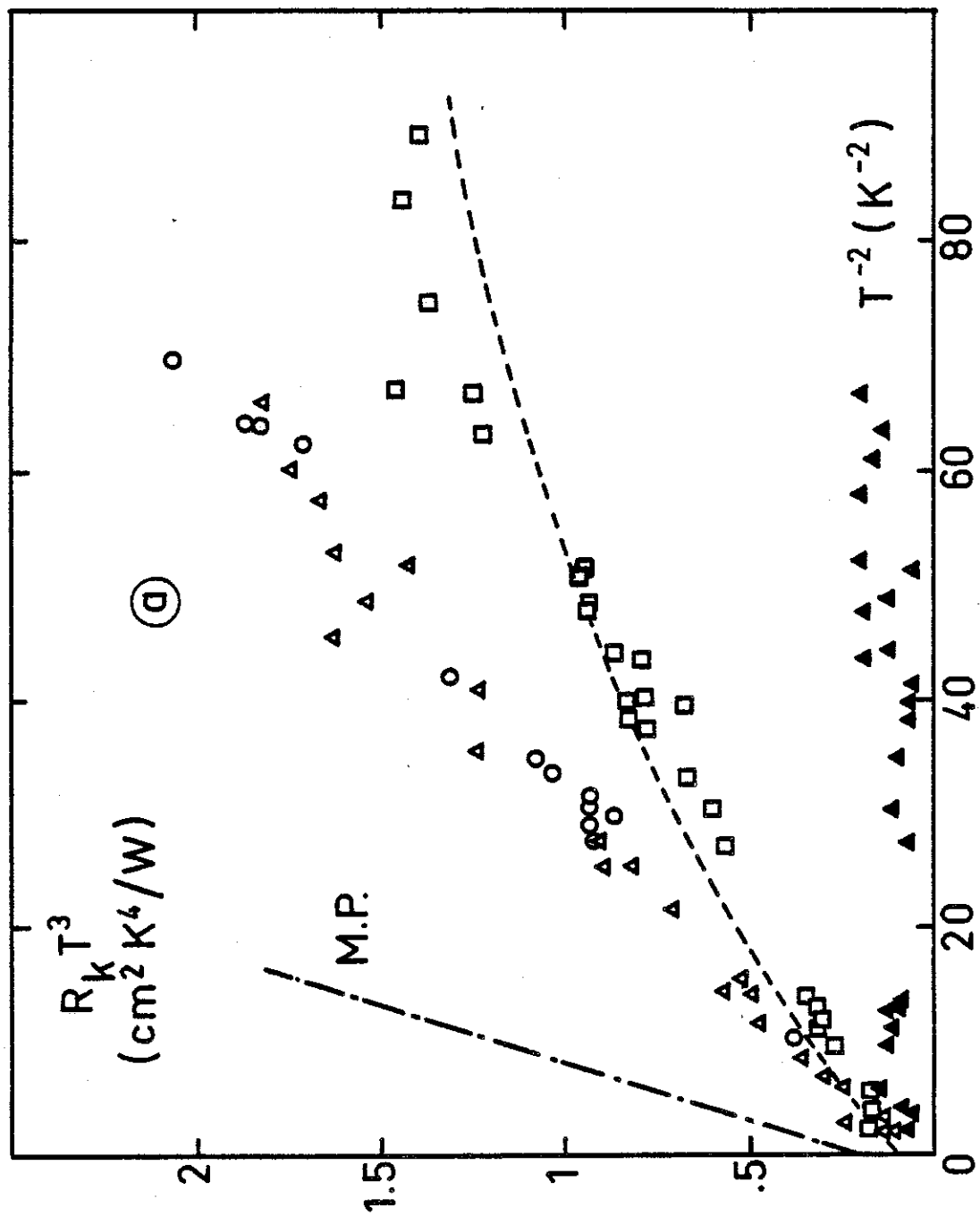


Fig. V - 2 : Résistance de Kapitza.

Les points $\blacktriangle$ sont ceux obtenus à la solidification, dépouillés comme il est décrit dans le texte.

Les points $\square, \triangle, \circ$ sont la résistance de Kapitza de différents échantillons

à la fusion : $\square$: $\theta = 30^\circ$

$\triangle$: $\theta = 45^\circ$

$\circ$: $\theta = 80^\circ$

La droite (---) correspond à la valeur théorique de $R_K T^3$ calculée dans l'annexe A1, et par Maris et Huber.

La ligne (-.-) correspond à 2 % de facette restant à la fusion sur un ménisque ($\triangle$ ou $\circ$)

Les points $\square$, dans la partie basse de la figure, correspondent à un échantillon que nous n'avons obtenu qu'une fois, et pour lequel, la mesure de conductivité thermique voir chap.A-II) a donné $\theta \simeq 30^\circ$

Pour ces points, on peut écrire :

$$R_K T^3 = (1,68 \pm 0,15) 10^{-2} \cdot T^{-2} + (0,1 \pm 0,02) \frac{K^4 cm^2}{W} \quad \text{avec } T \text{ en } K$$

$$\text{Soit } \left(R_K T^5 \right)_{T \rightarrow 0} = (1,68 \pm 0,15) \cdot 10^{-2} \frac{K^6 cm^2}{W}$$

Les point (Δ) correspondent à $\theta \simeq 45^\circ$

$$\text{Et on écrit : } R_K T^3 = (2,85 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} T + 0,1$$

$$\text{Soit } \left(R_K T^5 \right) = (2,85 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} \frac{K^6 cm^2}{W}$$

Les points (O) qui donnent la même valeur pour $R_K T^5$ que $\theta = 45^\circ$ correspondent à une série d'échantillons donnant tous la même valeur de $R_K T^5$. Pour l'un de ces échantillons, nous avons trouvé $\theta = 80^\circ \pm 10$.

Un troisième échantillon, qui n'est pas porté sur la figure 2, et dont nous discutons plus loins (paragraphe sur les très basses températures et chapitre sur la transition rugueuse) a donné

$$\left(R_K T^5 \right) = 2,8 \cdot 10^{-2} \frac{K^6 cm^2}{W}$$

et $\theta \simeq 75^\circ$

: Symbole :	$\square$	: Δ :	$\circ$	:  :
: θ :	$30^\circ \pm 10^\circ$	: $45^\circ \pm 10^\circ$:	$80^\circ \pm 10^\circ$	: $75^\circ \pm 5^\circ$:
: $R_K T^5 \cdot 10^2$:	$1,68 \pm 0,15$	: $2,85 \pm 0,3$:	$2,85 \pm 0,3$	: $2,85 \pm 0,3$:

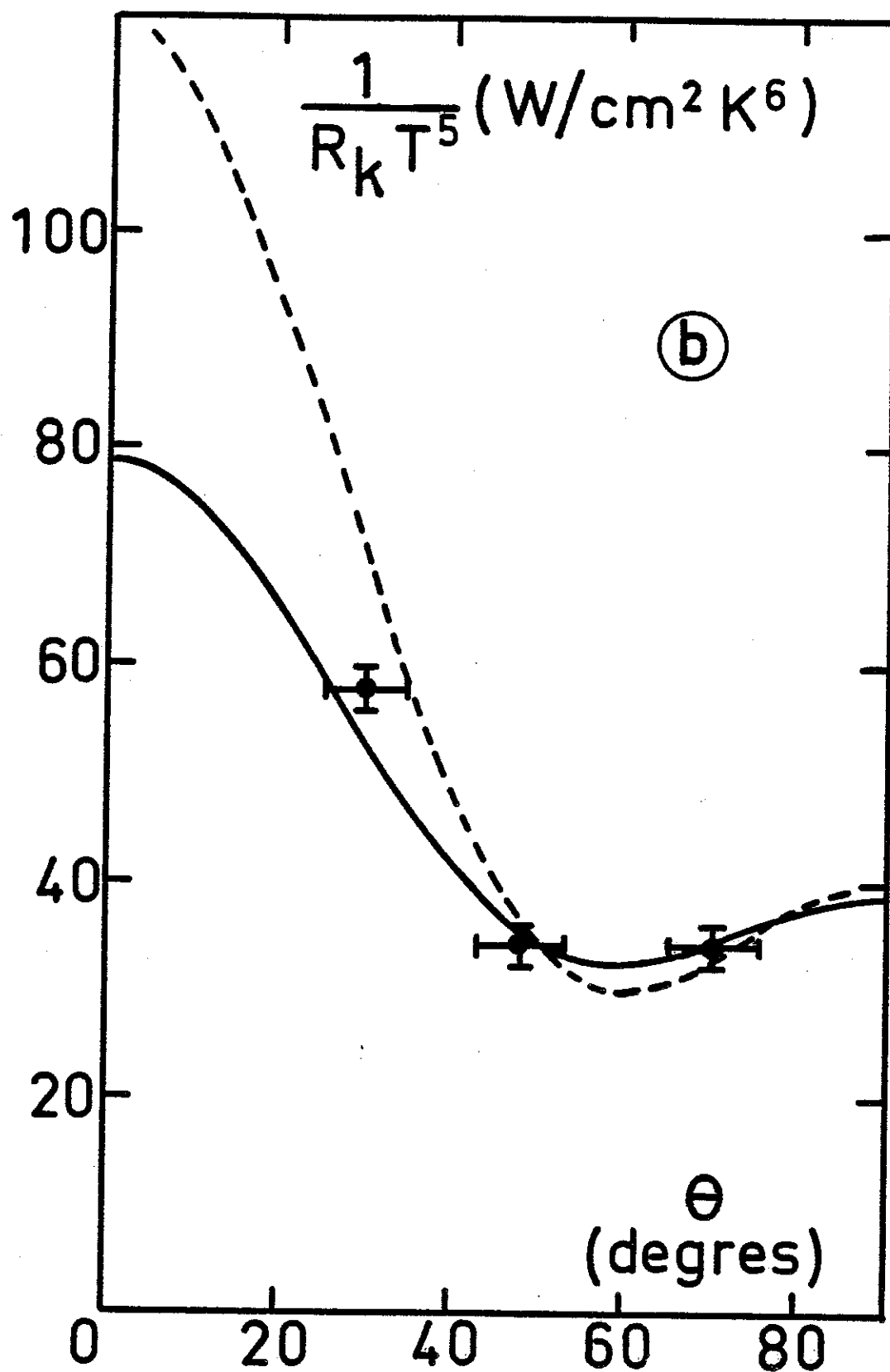


Fig. V - 3 : Anisotropie de $\frac{1}{R_K T^5}$. Effet de moyenne dû à la forme torique du ménisque

(—) courbe moyennée, passant par les points

(---) courbe non moyennée donnant la courbe (—) lors du moyennage

Avant d'approfondir ces résultats, signalons que la ligne pointillée correspond aux résultats théoriques de Parshin et Marchenko que nous discutons plus en détail au chapitre VI.

Ayant décelé une anisotropie de plus de 50 % sur la valeur de $R_K T^5$, il nous a semblé intéressant de l'étudier de plus près, d'après les résultats que nous avons obtenus.

On peut penser que cette anisotropie est due à la présence d'une facette résiduelle à la fusion sur l'échantillon ($\square$). Nous avons donc essayé de voir quelle surface de facette s'accorderait le mieux avec les résultats. La courbe tiretée correspond :

- 4 % de facette,
- 96 % de partie rugueuse à $R_K T^5 = 2,8 \cdot 10^{-2}$

Nous pensons que cette courbe n'est pas en bon accord avec les résultats, qui sont beaucoup plus proches de la droite citée que de cette courbe. De plus, à supposer qu'il reste un morceau de facette à la fusion, il est clair que sa taille devrait dépendre fortement de la vitesse de fusion, qui, elle, suivant les points, varie d'un facteur 10. Etant donné la faible dispersion des points, comparé à l'importance de la présence d'une facette, il est donc très clair que cette anisotropie n'est nullement un artefact.

Ayant conscience du fait que la forme du ménisque doit avoir un effet de moyenne sur l'anisotropie du $R_K T^5$, nous avons fait un calcul qui permet en quelque sorte de remonter à l'anisotropie sur moyenne. En supposant que l'on peut écrire $\sigma(\gamma) = \left(\frac{1}{R_K T^5} \right)^2$ comme un polynôme en $\cos^2(\gamma)$ où γ est l'angle

de la normale à l'interface avec l'axe C, on peut faire le calcul jusqu'au bout.

θ étant l'angle entre l'axe C avec celui de la cellule,

On écrit simplement :

$$\sigma'(\theta) = \left(\frac{1}{R_K T^5} \right)_{\text{mesuré}} = \frac{1}{S} \iint_{\text{tot}} \sigma(\gamma) d^2 S$$

$$\text{et } \sigma = R_0 + R_2 \cos^2 \gamma + R_4 \cos^4 \gamma$$

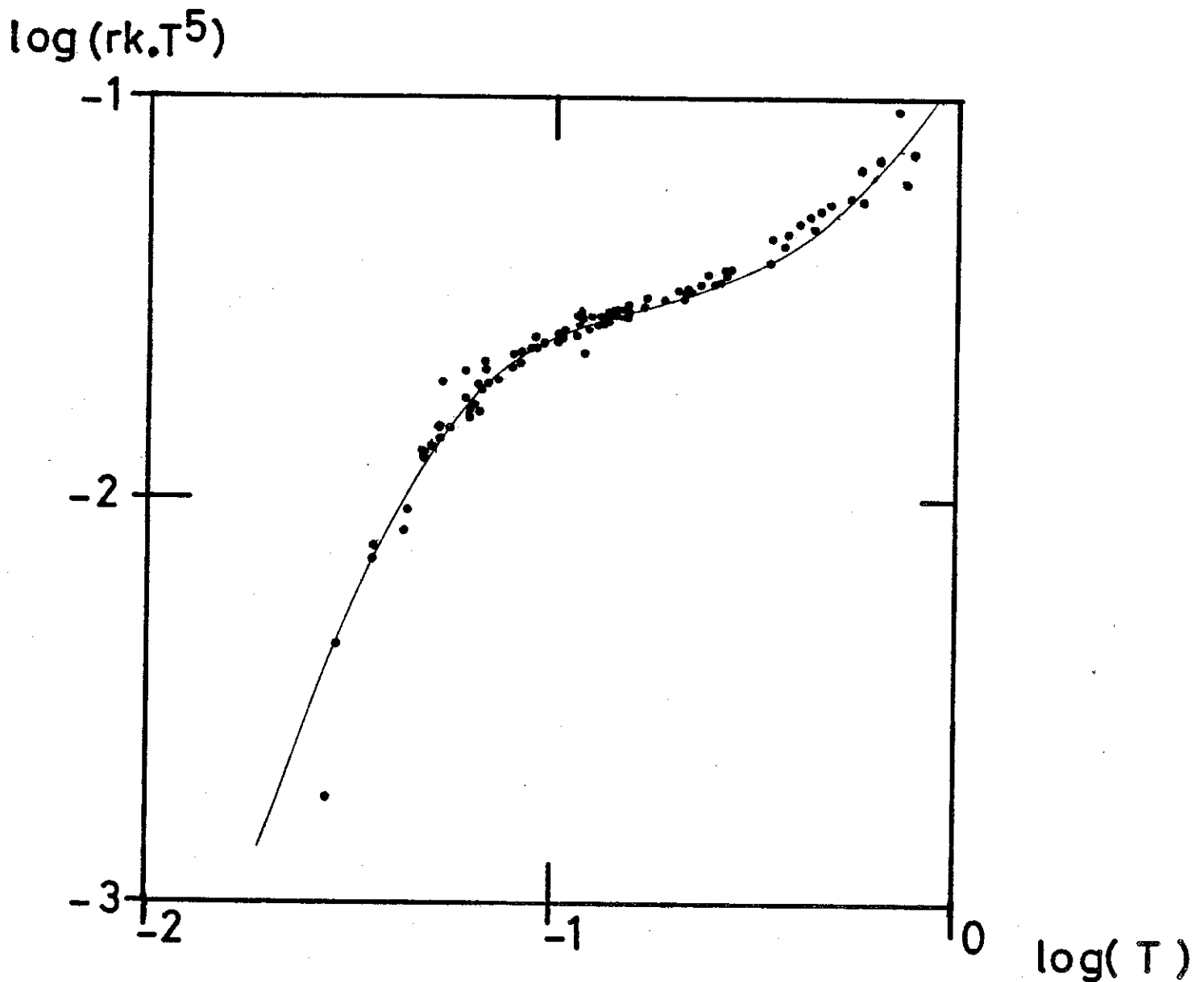


Fig. V - 4 : Résistance de Kapitsa sur l'ensemble de la gamme de température pour l'échantillon où $\theta = 80^\circ$.

Nous avons porté en Log-Log $R_K \cdot T^5$ en fonction de la température.

La courbe continue correspond à

$$R_K T^5 = 2,8 \cdot 10^{-2} + 0,1 \cdot T^2 \frac{\text{K}^6 \text{cm}^2}{\text{W}}$$

en parallèle avec les tubes de Cu-Ni.

La conductivité du Cu-Ni est celle donnée par Fairbank et Lee.

La résistance de Kapitsa Hélium-Cu-Ni est prise égale à $R_K T^3 = 40 \frac{\text{K}^4 \text{cm}^2}{\text{W}}$

Tout calcul fait, on trouve :

$$\sigma'(\theta) = R'_0 + R'_2 \cos^2 \theta + R'_4 \cos^4 \theta$$

avec $R'_i = a_{ij} R_j$ avec $j < i$

L'angle de contact du solide avec la paroi étant de 45° environ, on trouve :

:	:	:	:	:	:
:	a_{22}	a_{21}	a_{20}	a_{11}	a_{10}
:	-----	-----	-----	-----	-----
:	:	:	:	:	:
:	0,34	0,33	0,02	0,73	0,09
:	:	:	:	:	:

L'anisotropie est donc loin d'être masquée par la présence du ménisque, bien que celui-ci balaie toutes les directions cristallographiques, si $\theta = 45^\circ$. A titre indicatif, nous avons fait passer une courbe moyennée par les points expérimentaux. La figure 3 montre :

- en traits pleins la courbe non moyennée,
- en traits continus la courbe moyennée.

On a ici une anisotropie de l'ordre de 9 sur $R_K T^5$. Au chapitre VI nous montrons qu'une telle anisotropie est tout à fait possible.

v - c - 2) Résultats au-dessous de 100 mK

La figure 4 donne la totalité des résultats, sous la forme $R_K T^5$ en fonction de la température entre 30 mK et 1 K. Ces résultats sont ceux du dernier échantillon mesuré, qui donne $\theta = 75^\circ \pm 5^\circ$.

On constate dans ce diagramme que les points pour $T < 100$ mK ne sont pas sur la droite $R_K T^5 = 2,82 \cdot 10^{-2} \frac{K^6 \text{cm}^2}{W}$, et que cette valeur s'effondre à basse température.

a) Conduction par le Cu-Ni

Etant donné les fortes valeurs de R_K mises en jeu à basse température ($R_K = 2,82 \cdot 10^8 \frac{K \text{cm}^2}{W}$ à 10 mK), il semble naturel que le circuit thermique le plus mauvais prendra le relais de l'interface, et conduira en parallèle.

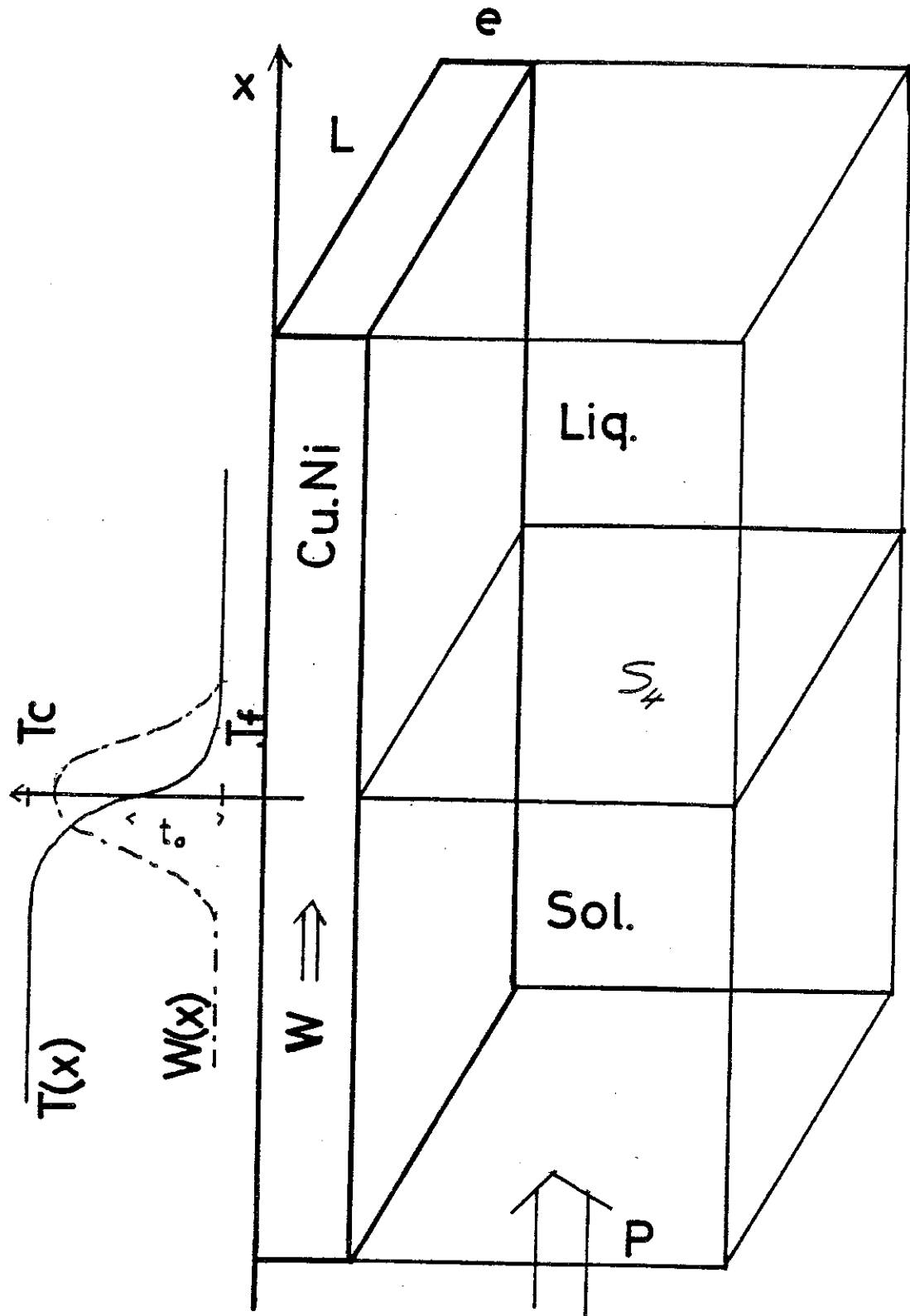


Fig. V - 5 : Notations utilisées.

$T(X)$ est la température au point X dans le Cu-Ni

$W(X)$ est la puissance au point X dans le Cu-Ni.

Etant donnée la confirmation de la cellule, le circuit ne peut être que le cuivre nickel des parois, qui pourtant n'a que 2,5/10 d'épaisseur.

Il est facile d'évaluer la conductance de ce circuit. Les du problème sont définies sur la figure 5.

P est la puissance totale,

$W(x)$ celle qui passe par Cu-Ni à l'abscisse x,

$W_4(x) = P - W$ celle qui passe par l' ^4He ,

$T(x)$ est la température du Cu-Ni et T_C la température du solide,

T_F celle du liquide.

On a les équations couplées :

$$\frac{dW}{dx} = \frac{T_H - T}{R} \cdot L$$

T_H est la température de l' ^4He ,
R est la résistance de Kapitza $^4\text{He-Cu-Ni}$.

$$\frac{dT}{dx} = \frac{W}{K \cdot e \cdot L}$$

L le périmètre de la section de Cu.Ni.

e son épaisseur

K la conductivité du Cu.Ni

$$\text{Soit } t = T_C - T \text{ et } l = \sqrt{RKe}$$

$$\text{On a : } t = t_0 e^{\frac{x}{l}}$$

$$W = \frac{KLe}{l} t_0 e^{\frac{x}{l}}$$

Finalement :

$$\Delta T = T_C - T + T - T_F = 2t_0$$

$$= \frac{R_4}{S_4} (P - W_0) = \frac{R_4}{S_4} \left(P - \frac{KLe}{l} \frac{\Delta T}{2} \right)$$

S_4 est la surface de la section d' ^4He

et donc :

$$\left(\frac{1}{R} \right)_{\text{mes}} = \frac{1}{R_4} + \frac{KLe}{2S_4 l}$$

$$\left(\frac{1}{R} \right)_{\text{cuni}} = \frac{L}{S_4} \frac{Ke}{R}$$

$$\text{On a } K = 0,93 \cdot 10^{-3} \cdot T^{1,3}$$

(FAIRBANK et Lee juin 1960)

$$L = 4,55 \text{ cm}$$

$$e = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

$$s_4 = 0,285 \text{ cm}^2$$

Sur la figure 4, nous avons porté :

$$\frac{1}{RT^5} = \frac{1}{(R_4 T^5)} + \frac{1}{1,4 \cdot 10^2 \cdot T^{2,9}}$$

qui fitte particulièrement bien les résultats et qui conduit à :

$$RT^3 = 40 \frac{\text{Kcm}^2}{W}$$

pour la résistance de Kapitza moyenne de celle entre le liquide et le Cu-Ni et celle entre le solide et Cu-Ni.

Cette valeur est à comparer à 60 (Godfrin, thèse d'état, à P = 0 bar).

Etant donné que la variation attendue avec la pression est de l'ordre de 30 % et que, de plus, nous avons le solide ^4He qui doit être en meilleur contact thermique, la valeur de 40 peut être considérée comme en très bon accord avec les données expérimentales existantes.

Nous pouvons donc considérer que l'ensemble des résultats entre 1 K et 30 mK est parfaitement compris, ce qui nous permet d'affirmer que la loi $R_K T^3 = b T^{-2}$ est valable au moins jusqu'à 50 mK.

b) Influence d'impuretés d' ^3He
.....

Comme nous l'avons vu rapidement dans l'introduction, la résistance de Kapitsa anormale ($\propto T^{-5}$) est due à la grande mobilité de l'interface liquide-solide. Les expériences de Castaing-Balibar-Laroche de transmission acoustique et celles de Kashishov-Babkin sur les ondes de cristallisation montrent que l'interface est freiné par les excitations (phonon - rotons du liquide, phonons du solide). On imagine, de même, que la présence d'impuretés d' ^3He doit réduire la mobilité de l'interface et que donc, à concentration d' ^3He fixée C, on doit voir à basse température une saturation de la résistance de Kapitsa.

Pour avoir une idée de la concentration C(T) à laquelle cet effet sera visible, pour une température T, nous avons trouvé deux critères, donnant l'un une borne inférieure de la concentration nécessaire, l'autre une borne supérieure.

- On peut écrire que quel que soit le processus responsable de la variation $R_K T^5$, son effet ne pourra être sensible que si un atome d' ^3He au moins vient frapper l'interface sur une surface $\lambda \times \lambda$ où λ est la longueur d'onde typique des phonons, en une période t des phonons.

$$\text{Soit } C \cdot \lambda^2 \cdot \bar{v} \cdot t \sim 1$$

où $\bar{v}$ est la vitesse moyenne des ^3He (thermique si $T > T_F$, de Fermi si $T < T_F$)

On a :

$$\lambda \sim \frac{\hbar c_s}{KT} = \frac{1.4 \cdot 10^{-6}}{T} \text{ cm}$$

$$\bar{v} = \frac{KT}{2\pi m} \sim 2 \cdot 10^3 T \text{ cm/s si } T > T_F$$

$$t = \frac{h}{KT} = \frac{47 \cdot 10^{-12}}{T} \text{ s}$$

soit

$$C \sim T^{5/2} \cdot 5,4 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$$

$$x_3 = \frac{C}{C_4} = 160 T^{5/2} \text{ ppm}$$

$$\sim \left(\frac{T}{0,1}\right)^{5/2} \text{ ppm avec } T \text{ en K}$$

Les impuretés d' ^3He , quel que soit le mécanisme exact auquel elles participent, ne seront visibles à 100 mK que si la concentration est de 1 ppm au moins. Suivant le modèle, cette valeur peut être assez largement augmentée.

- Le second critère consiste à calculer, dans l'hypothèse où les atomes d' ^3He sont complètement réfléchis par l'interface, la puissance rayonnée par ce dernier dans le gaz d' ^3He . Cette puissance devra alors être comparée à la puissance échangée par les phases liquides et solides :

$$\dot{Q} = \frac{T^6}{6 \pi^2 R_K T^5} = 5 \cdot T^6 \frac{W}{\text{cm}^2}$$

$$\dot{Q} = 5 \cdot 10^7 T^6 \frac{\text{erg}}{\text{s.cm}^2}$$

La puissance rayonnée dans l' ^3He est :

$$\dot{Q} = m_3 \overline{v_{\text{int}}^2} \cdot C \cdot \bar{v}$$

Energie moyenne échangée par choc d'un atome d' ^3He sur l'inter- face	Nombre de choc par seconde et par unité de surface d'interface
--	--

$\overline{v_{\text{int}}^2}$ est la vitesse quadratique moyenne de l'interface

$\bar{v}$ est la vitesse moyenne des atomes d' ^3He

On a en fait :

$$\overline{v_{\text{int}}^2} = \left(\frac{\rho}{\delta\rho}\right)^2 \overline{v_{\text{ph}}^2} = \left(\frac{\rho}{\delta\rho}\right)^2 \cdot \frac{E_{\text{ph}}}{\rho}$$

où $\frac{\delta\rho}{\rho}$ est la différence relative de densité entre l'hélium ^4He liquide et solide.

$\overline{v_{ph}^2} = \frac{E_{ph}}{\rho}$ est la vitesse quadratique moyenne d'un des points d'une des deux phases. E_{ph} est la densité d'énergie des phonons.

$$\dot{Q}_3 = m_3 \left(\frac{\rho}{\delta \rho} \right)^2 \cdot \frac{E_{ph}}{\rho_4} \cdot C : \overline{v}$$

$$\sim x_3 \left(\frac{\rho}{\delta \rho} \right)^2 E_{ph} \overline{v}$$

$$\left(\frac{\rho}{\delta \rho} \right)^2 \sim 100$$

$$\overline{v} \sim (2 \cdot 10^3 T)^{1/2}$$

$$E_{ph} = KT \cdot \left(\frac{KT}{hC_S} \right)^3 \sim 10^4 T^4 \text{ ergs/cm}^3$$

$$\text{Soit } \dot{Q}_3 = x_3 \cdot 2 \cdot 10^9 T^{4 + \frac{1}{2}}$$

Les impuretés seront donc importantes si :

$$x_3 \cdot 2 \cdot 10^9 T^{4 + \frac{1}{2}} \sim 5 \cdot 10^7 T^6$$

Soit :

$$x_3 \sim 2 \cdot 10^{-2} \cdot T^{3/2}$$

$$= 600 \cdot \left(\frac{T}{0,1} \right)^{3/2} \text{ ppm}$$

Ceci constitue une borne supérieure de la concentration minimale qu'il faut avoir pour que les impuretés se manifestent.

Dans notre cas, la valeur de $R_K T^3$ sature aux alentours de 100 mK. Les impuretés peuvent être responsables de ceci, si :

$$1 \text{ ppm} \lesssim x_3 \lesssim 600 \text{ ppm}$$

Cette gamme de concentration étant supérieure à celle attendue d' ^4He de pureté commerciale, il est improbable qu'une éventuelle pollution par l' ^3He puisse être responsable de cette saturation. D'autant plus que la concentration en ^3He dans la cellule a de forte chance d'être inférieure à celle du gaz sous pression (effet de "phonon-Drag").

INTERPRETATION THEORIQUE
DES RESULTATS

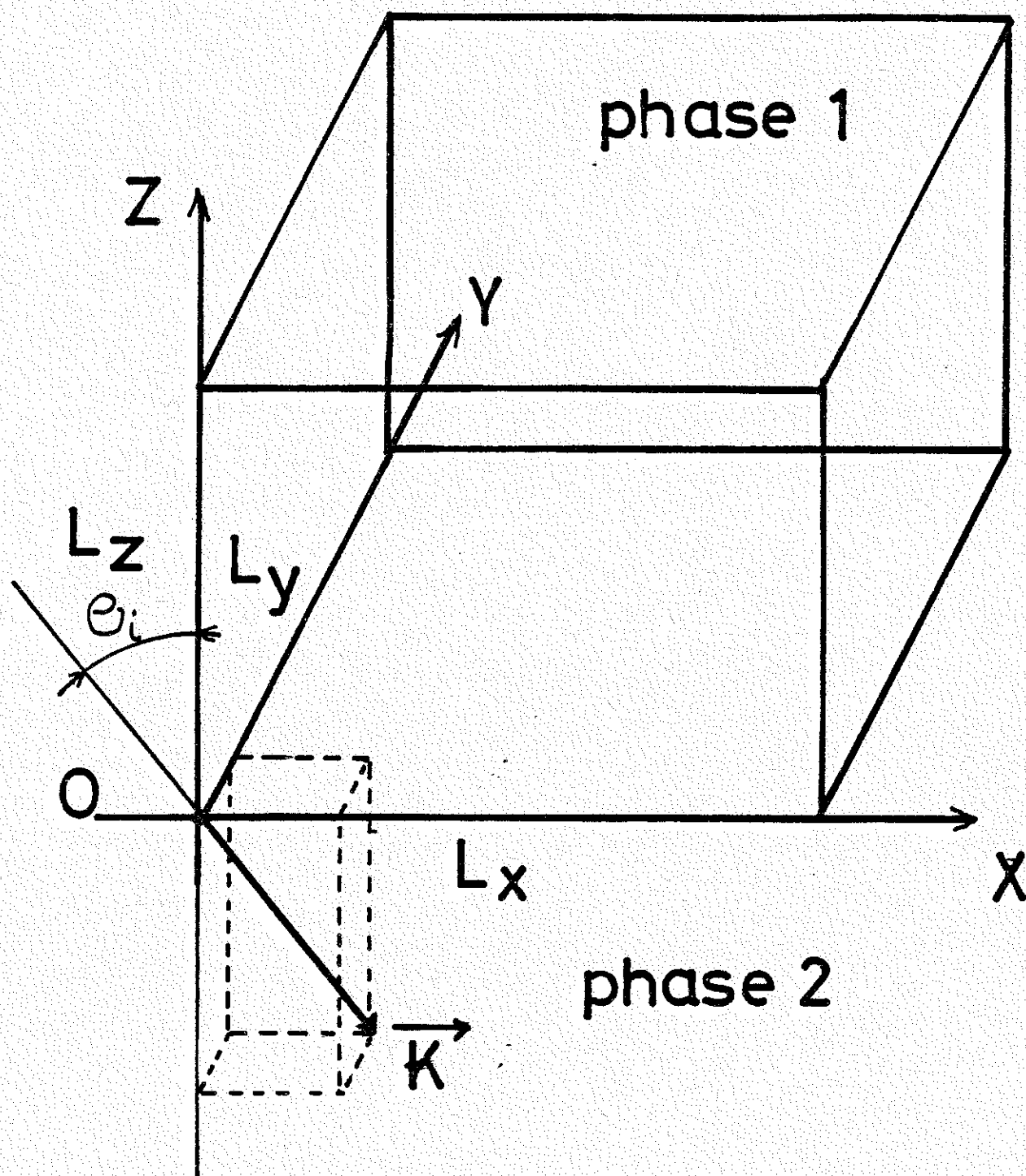


Fig. VI - 1 : Notations utilisées pour le calcul de la résistance de Kapitza en fonction du taux de transmission des phonons.

VI - INTERPRETATION THEORIQUE DES RESULTATS

VI - A) Introduction

Comme nous l'avons suggéré dans l'introduction, le flux de chaleur $\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}$ rayonné par la phase 1 dans la phase 2 est, si on néglige les processus à deux phonons incidents, uniquement fonction de la température T_1 de la phase 1.

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}(T_1)$$

de même $\dot{Q}_{2 \rightarrow 1}(T_2)$

$$\dot{Q}_{\text{tot}} = \dot{Q}_{1 \rightarrow 2}(T_1) - \dot{Q}_{2 \rightarrow 1}(T_2)$$

doit être nul à l'équilibre ($T_1 = T_2$), donc $\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}(T) = \dot{Q}_{2 \rightarrow 1}(T)$

$$\text{et finalement } \dot{Q}_{\text{tot}} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial T} \cdot (T_1 - T_2) + O\left(\left(\frac{T_1 - T_2}{T}\right)^2\right) = \left(\frac{T_1 - T_2}{R_K}\right)$$

Le calcul de la résistance de Kapitza se ramène donc au calcul de $\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}$ ou $\dot{Q}_{2 \rightarrow 1}$

Dans le cas présent (^4He), la chaleur est portée par les phonons et donc $\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}$ s'écrit comme un flux incident que multiplie un taux de transmission.

Nous pouvons dériver une formule exacte et simple reliant $\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}$ au taux de transmission des phonons à l'interface.

Supposons pour ce faire que la phase 1 est située dans un volume $L_x \times L_y \times L_z$ et qu'elle est en contact avec la phase 2 dans le plan $z = 0$. Nous pouvons calculer pour chaque mode de la cavité $L_x \cdot L_y \cdot L_z$, le flux de chaleur transmis par ce mode dans la phase 2, en fonction du taux de transmission de ce mode (voir figure 1). Un phonon du mode $\vec{k}, \omega_{\vec{k}}$ vient frapper le plan $z = 0$ à des intervalles de temps Δt :

$$\Delta t = \frac{L_z}{V_z} \quad \text{où } V_z \text{ est la vitesse de groupe du mode suivant } OZ.$$

Nous considérons que $V_z = C \cdot \cos \theta_i$, où C est la vitesse du son.

La puissance incidente sur le plan $z = 0$ due à ce phonon est donc :

$$\frac{\hbar \omega_k}{\Delta t} = \hbar \omega_k C \frac{\cos \theta_i}{L_z}$$

Nous supposons que nous connaissons le taux de transmission de cette puissance :

$$T_E(\vec{k}, \omega_k)$$

La puissance totale transmise par le mode $(\vec{k}, \omega_k)$ est donc :

$$P_k = n(\omega_k) \cdot \hbar \omega_k \cdot C \frac{\cos \theta_i}{L_z} \cdot T_E(\vec{k}, \omega_k)$$

où $n(\omega_k) = \frac{1}{\exp(\beta \hbar \omega_k) - 1}$ est le nombre de phonons dans le mode.

On a donc la puissance totale transmise :

$$\begin{aligned} P_{1 \rightarrow 2} &= \sum_{\vec{k}} n(\omega_k) \hbar \omega_k C \frac{\cos \theta_i}{L_z} \cdot T_E(\vec{k}, \omega_k) \\ &= \int \frac{d^3 k}{8\pi^3} L_x L_y L_z n(\omega_k) \hbar \omega_k C \frac{\cos \theta_i}{L_z} T_E(\vec{k}, \omega_k) \end{aligned}$$

Et donc le flux par unité de surface :

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{P_{1 \rightarrow 2}}{L_x L_y} = \int \frac{d^3 k}{8\pi^3} n(\omega_k) T_E \cos \theta_i C$$

Pour pouvoir évaluer cette intégrale, nous supposons le solide isotrope :

$$\omega_k = C \cdot k \quad ; \quad T_E(\vec{k}, \omega_k) = T_e(\theta_i, \omega_k)$$

En posant $x = \beta \hbar \omega_k = \beta \hbar c k$, on a :

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{KT.C}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{KT}{\hbar C}\right)^3 \cdot \int_0^\infty \int_0^\pi T_E(\theta, \frac{KTx}{\hbar}) \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \cos\theta \sin\theta d\theta$$

pour que cette formule ait un sens clair, rappelons que la densité d'énergie du gaz de phonons est :

$$E_{ph} = \frac{KT}{4\pi^2} \left(\frac{KT}{\hbar C}\right)^3 \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \cdot \sin\theta d\theta$$

On peut donc écrire :

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = E_{ph} \cdot \langle T_E \cos\theta_i \rangle \cdot \frac{C}{2}$$

où $\langle T_E \cos\theta_i \rangle$ est une moyenne du taux de transmission.

Comme illustration de cette formule, nous pouvons considérer le cas classique où T_E ne dépend pas de la fréquence et est donné par les différences d'impédance acoustique des deux milieux (Khalatnikov-Little).

Dans ce cas $\langle T_E \cos\theta_i \rangle$ ne dépend pas de la température, et

$$\dot{Q} = \langle T_e \rangle \frac{C}{2} E_{ph} \propto T^4$$

$$\text{alors } \frac{\partial \dot{Q}}{\partial T} \propto T^3 \text{ et donc } R_K T^3 = C^{te}$$

Comme nous le verrons plus loin, pour nous, à basse fréquence et pour un interface mobile :

$$T_E \propto \omega^2$$

$$\text{donc } \langle T_E \cos\theta_i \rangle \propto (KT)^2$$

$$\text{et } \dot{Q} \propto T^6 ; R_K T^5 = C^{te}$$

VI - B) Valeur théorique prédite pour $R_K T^5$

Comme nous l'avions souligné dans l'introduction, Castaing et Nozières ont remarqué que la très grande mobilité de l'interface devait diminuer dramatiquement le taux de transmission du son, au point que celui-ci soit nul sous incidence normale à $T \rightarrow 0$.

Parshin et Marchenko (P.M.) ont alors noté que ceci devait avoir une influence sur la résistance de Kapitza. Ceci est clair maintenant pour nous. Ils ont par ailleurs dérivé une expression pour le taux de transmission, dans l'hypothèse où l'interface est infiniment mobile et où c'est seulement la tension de surface qui permet de transmettre un effort d'une phase dans l'autre.

Le processus est schématisé sur la figure 2. Un phonon incident a tendance à faire cristalliser le liquide dans les zones en surpression, et à faire fondre le solide dans celles en dépression. Ainsi, sont générées des vagues à la surface. Si, par exemple, le phonon vient du liquide, la tension de surface va appuyer sur le solide dans les régions où on a cristallisé, et tirer sur lui dans celles où on a fondu. Ceci revient à dire que l'on a effectivement transmis un effort dans le solide.

Comme le montrent Parshin et Marchenko,

dans ce cadre, le taux $T_E(\theta, \omega)$ est :

$$T_E \propto [\tilde{\alpha}]^2 \cdot \omega^2 \cdot \sin^2 \theta_i \quad (\tilde{\alpha} \text{ est la tension de surface})$$

à basse fréquence.

Huber et Maris ont évalué la valeur de $R_K T^5$ correspondant à l'expression exacte de T_E . Ils trouvent :

$$R_K T^5 \simeq 0,2 \frac{\text{K cm}^2}{\text{W}} \quad \text{pour } \tilde{\alpha} = 0,2 \text{ ergs/cm}^2$$

Cette valeur est d'un ordre de grandeur plus élevé que la valeur expérimentale que nous avons obtenue.

La droite tiretée sur la figure V-2 correspond à cette valeur.

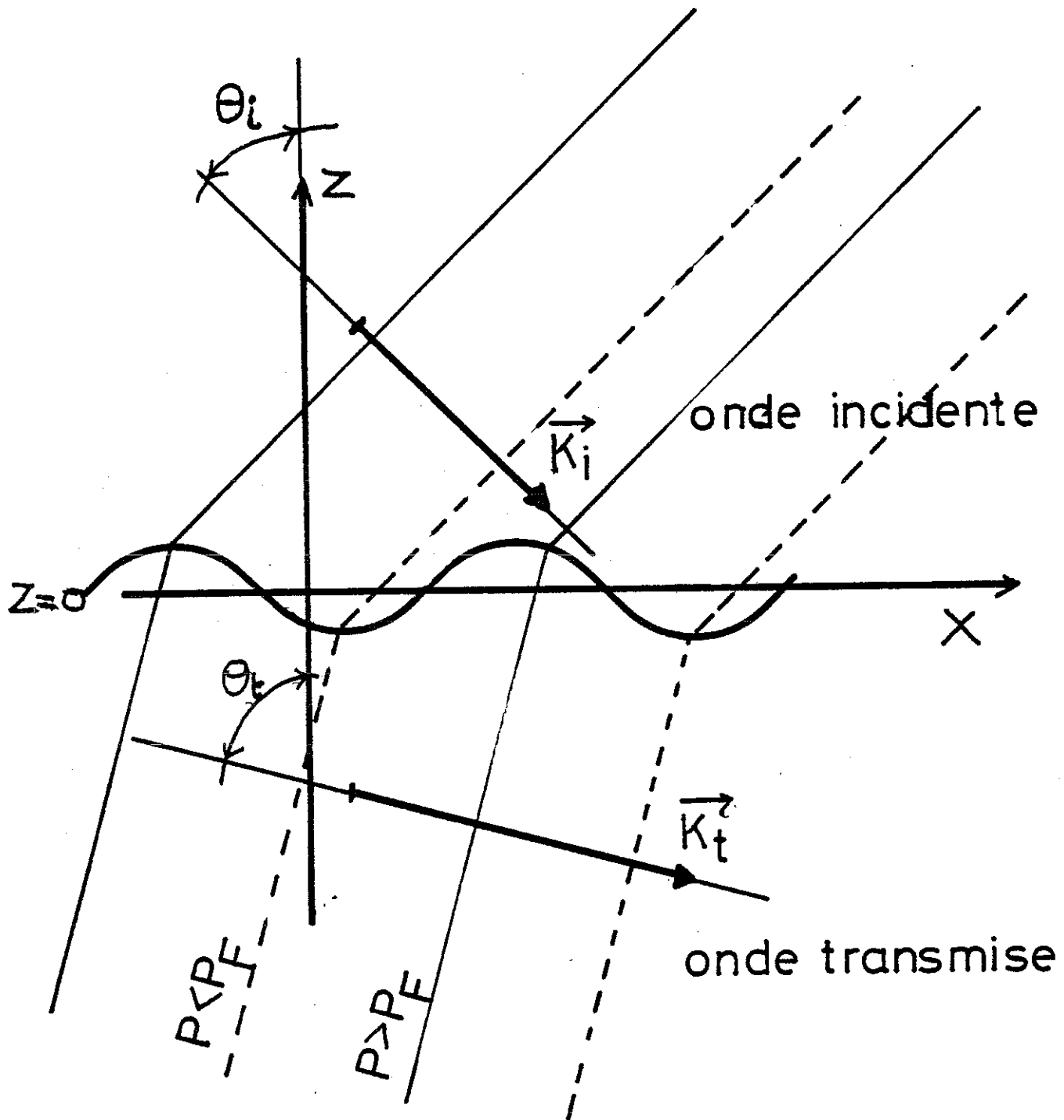


Fig. VI - 2 : Mécanisme de couplage des phonons d'une phase à ceux de l'autre phase, tel qu'il a été imaginé par Parshin et Marchenko.

Un phonon incident depuis le liquide fait cristalliser le liquide dans les zones en surpression et fondre le solide dans les zones en dépression. Ceci crée une modulation sur l'interface, qui, du fait de la tension de surface, transmet un effort au solide.

Si, donc, le comportement $R_K T^5 = C^{te}$ prévu par Parshin et Marchenko est très bien vérifié expérimentalement, la valeur de cette constante pose un problème, qui suggère que le processus responsable de la transmission du son n'est pas la tension de surface.

Nous avons imaginé que la présence d'une inertie de l'interface pouvait être responsable de cette transmission et développé un modèle assez semblable à celui de P.M, où nous introduisons comme paramètre ajustable une masse par unité de surface. Dans le chapitre suivant, et dans l'annexe A.I, nous introduisons ce paramètre et en tirons des conséquences, et en particulier la valeur de $R_K T^5$.

En fittant avec les résultats expérimentaux, nous trouvons qu'une masse de $\frac{1}{20}$ de couche atomique suffit à assurer un couplage bien meilleur que celui de P.M, et conduit à la valeur $R_K T^5 = 3 \cdot 10^{-2} \frac{K^6 cm^2}{W}$

VI- C) EVIDENCE POUR L'EXISTENCE DE CETTE MASSE

L'énergie de surface à l'interface liquide-solide est due en grande partie à une sorte de désaccord structural entre l'ordre à longue distance dans le solide et l'ordre à courte distance dans le liquide.

Considérons alors un tel interface se propageant.

Il est clair que lors du passage de l'interface doit avoir lieu un réarrangement des atomes. Ce réarrangement correspond à une énergie cinétique qui n'est pas prise en compte dans l'énergie cinétique des courants hydrodynamiques de matière. Etant donné que cette énergie cinétique E_{CR} apparaît indépendamment du sens de mouvement de l'interface, nous écrivons :

$$E_{CR} = \frac{\sigma}{2\rho_L \rho_S} J^2$$

où J est le flux de masse à travers l'interface, ρ_L et ρ_S les densités du liquide et du solide, σ une masse par unité de surface.

On peut donner un ordre de grandeur à σ :

Soit d la distance à parcourir par atome pour se mettre en place, a la distance sur laquelle est accéléré n atome pour ce réarrangement et v la vitesse de l'interface par rapport au solide.

$$E_{CR} = \left(\frac{d}{a}\right)^2 \cdot \frac{m}{2}$$

est l'énergie cinétique de réarrangement par atome. Par unité de surface, si l est la distance interatomique, on a donc :

$$\begin{aligned} E_{CR} &= \rho l \left(\frac{d}{a}\right)^2 \frac{v}{2} \\ &= \frac{1}{2\rho} \left(\frac{d}{a}\right)^2 J^2 \end{aligned}$$

soit $\sigma \sim \rho l \left(\frac{d}{a}\right)^2$

Comme en fait $d \sim l$, σ s'exprime donc comme une fraction de couche atomique.

Ayant introduit cette masse, nous allons développer un modèle de la mécanique de cet interface à très basse température, où nous supposons que cette énergie de réarrangement n'est pas dissipée.

Les deux conséquences simples, et en fait, majeures de la présence de σ sont :

- d'introduire dans les ondes de surface une vitesse de propagation

$$C_o = \left(\frac{\tilde{\alpha}}{\sigma}\right)^{1/2} (\gtrsim 60 \text{ m/s})$$

qui sera celle des ondes où l'inertie des courants fluides peut être négligée devant σ

- d'augmenter la transmission du son, en limitant la mobilité de l'interface, et par là même de diminuer la valeur de la résistance de Kapitza de l'interface.

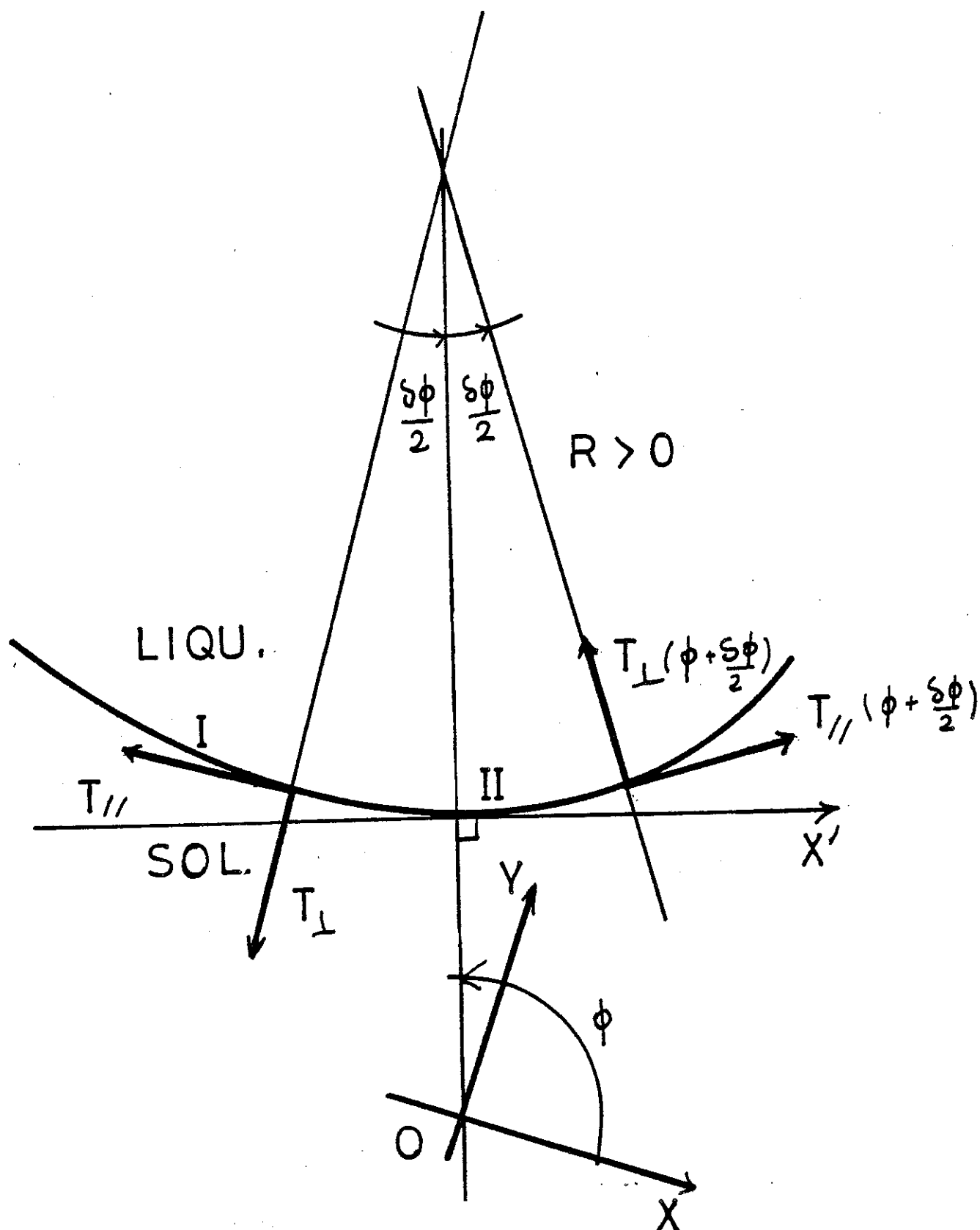


Fig. VI - 3 : Forces de tension s'appliquant à une portion d'interface (II) : notations.

VI - D) LES EQUATIONS DE LA MECANIQUE DE L'INTERFACE

Dans ce paragraphe, nous commençons par calculer les forces qui s'appliquent sur une portion d'interface, en fonction de la tension de surface α et de ses dérivées.

Ensuite, nous utiliserons les principes de conservation de la masse de l'impulsion et de l'énergie, pour déduire trois équations de la mécanique de l'interface qui constituent les conditions aux limites pour les variables hydrodynamiques dans chacune des deux phases.

VI-D - 1) Relation entre tension et énergie de surface

Considérons pour simplifier un solide bidimensionnel en contact avec son liquide. Nous supposons que l'énergie libre α de surface est anisotrope : $\alpha(\phi)$ (ϕ est l'angle de la normale à l'interface avec les axes cristallographiques (voir figure 3)).

Les différents éléments d'interface (ici des segments) échangent entre eux de l'impulsion.

Par analogie avec la théorie de l'élasticité, nous considérons que cet échange se fait sur une distance infiniment petite.

C'est-à-dire que deux segments adjacents exerceront l'un sur l'autre deux forces : l'une parallèle à l'interface, l'autre perpendiculaire.

Le plan étant orienté comme sur la figure 3, l'élément d'interface I exerce sur II les forces $T_{//}$ et $T_{\perp}$, avec les conventions de signe définies sur la figure. $T_{//}$ et $T_{\perp}$ sont des fonctions de ϕ .

Pour exprimer $T_{//}$ et $T_{\perp}$ en fonction de $\alpha(\phi)$, nous considérons un segment plan d'interface, et sous l'action du couple formé par les forces $T_{\perp}$, faisons lui faire une rotation de $\delta\phi$ par rapport aux axes du cristal.

L'énergie α du segment de longueur L a varié de

$$\frac{d\alpha}{d\phi} \cdot \delta\phi \cdot L$$

alors que le travail fourni a été :

$$2T_{\perp} \delta z = T_{\perp} \delta\phi L$$

On a donc :

$$T_{\perp} = \frac{d\alpha}{d\phi}$$

Considérons maintenant l'élément de surface II de la figure 3 , et écrivons que la somme des forces s'appliquant sur lui parallèles à la direction ox est nulle

Au premier ordre en $\delta\phi$:

$$T_{\parallel}(\phi + \frac{\delta\phi}{2}) - \frac{\delta\phi}{2} T_{\perp}$$

$$- (T_{\parallel}(\phi - \frac{\delta\phi}{2}) + \frac{\delta\phi}{2} T) = 0$$

soit.
$$T_{\perp} = \frac{\partial T_{\parallel}}{\partial\phi} = \frac{\partial\alpha}{\partial\phi}$$

Avec les conventions de signes de la figure , nous écrivons donc :

$$\begin{aligned} T_{\parallel} &= \alpha \\ T_{\perp} &= \frac{\partial\alpha}{\partial\phi} \end{aligned}$$

Notons que, à l'aide de ces équations, il est très facile de trouver la loi de Laplace sur la surpression capillaire que, d'ailleurs, nous retrouvons plus loin par une autre technique. Il suffit d'écrire que la somme des forces perpendiculaires à l'interface est nulle au premier ordre en $\delta\phi$ sur le segment II de la figure

R est le rayon de courbure de l'interface en ϕ .

P_L et P_S sont les pressions du liquide et du solide.

$$\begin{aligned} (P_S - P_L) R \delta\phi + (T_{\perp}(\phi + \frac{\delta\phi}{2}) - T_{\perp}(\phi - \frac{\delta\phi}{2})) \\ + T_{\parallel}(\phi) \cdot \frac{\delta\phi}{2} + T_{\parallel}(\phi) \cdot \frac{\delta\phi}{2} \\ = 0 \end{aligned}$$

$$\text{soit } (P_S - P_L) R \delta\phi + \frac{dT_{\perp}}{d\phi} \delta\phi + T_{\parallel} \delta\phi = 0$$

$$P_S - P_L = - \frac{T_{\parallel} + \frac{dT_{\perp}}{d\phi}}{R} = - \frac{\alpha + \alpha''}{R}$$

VI - D - 2) Mécanique de l'interface

Ayant à notre disposition les différentes forces de tension qui s'appliquent à un segment d'interface, nous écrivons maintenant les lois de conservation de la masse et de l'énergie, à l'interface (ce qui suppose l'absence de dissipation).

Nous considérons un interface proche d'une forme plane. $\xi(\vec{x}, t)$ est la hauteur de cet interface au-dessus d'un plan de référence $z = 0$. $\vec{x}$ est la position dans ce plan, t la date.

Comme autres variables, nous définissons :

$u = \frac{\partial \xi}{\partial t}$ et $\rho_i, C_i, U_i, E_i, \mu_i$ (avec $i = L$ ou S se référant à liquide ou solide) qui sont respectivement la densité, la vitesse du son, la vitesse hydrodynamique suivant Oz , l'énergie et le potentiel chimique par unité de masse. Enfin, nous appelons P_i la composante σ_{zz} du tenseur des contraintes dans la phase "i".

A une date t , nous considérons une portion d'interface que nous entourons d'un parallélépipède très aplati. Nous faisons les bilans de masse et d'énergie dans ce parallélépipède.

Si J est le flux de masse du solide vers le liquide à travers l'interface, on a simplement :

a) Conservation de la masse
.....

$$J = \rho_S (U_S - U) = \rho_L (U_L - U) = \frac{\rho_S \rho_L}{\rho_S - \rho_L} (U_L - U_S)$$

b) Conservation de l'énergie
.....

L'énergie de surface par unité de longueur suivant Ox s'écrit :

$$E = \alpha(\phi) (1 + \operatorname{tg}^2 \phi)^{1/2} + \frac{\sigma}{\rho_S \rho_L} J^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \phi)^{1/2}$$

avec $\operatorname{tg} \phi = \frac{\partial \xi}{\partial x}$

A la limite des faibles $\frac{\partial \xi}{\partial x}$, on écrit au second ordre en les déplacements :

$$E \simeq \left[\alpha + \alpha' \cdot \frac{\phi}{2} + \alpha'' \frac{\phi^2}{2} \right] (1 + \frac{\phi^2}{2}) + \frac{\sigma J^2}{2 \rho_S \rho_L}$$

$$= \alpha + \alpha' \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{2} (\alpha + \alpha'') \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\sigma J^2}{2 \rho_S \rho_L}$$

où $\alpha, \alpha', \alpha''$ sont les dérivées successives de $\alpha(\phi)$ en $\phi = 0$.

La variation de l'énergie totale dans le parallélépipède durant l'unité de temps est donc :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + (\rho_S E_S - \rho_L E_L) U$$

et est égale à l'énergie fournie au parallélépipède durant ce temps :

$$(\text{forces de pression}) \quad (P_S U_S - P_L U_L)$$

$$(\text{forces de tension}) \quad + \frac{\partial}{\partial x} [(T_{11} \cdot \phi + T_{12}) U]$$

$$(\text{flux convectif}) \quad + \rho_S E_S U_S - \rho_L E_L U_L$$

Soit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} = & \rho_S \left(E_S + \frac{P_S}{\rho_S} \right) (U_S - U) - \rho_L \left(E_L + \frac{P_L}{\rho_L} \right) (U_L - U) + (P_S - P_L) U \\ & + \frac{\partial}{\partial x} [(\alpha + \alpha' \phi) \phi + (\alpha' + \alpha'' \phi)] U \end{aligned}$$

$$= (\mu_S - \mu_L)J + (P_S - P_L)U + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\alpha' + (\alpha + \alpha'') \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x}) \cdot U \right] \text{ avec } \mu_i = E_i + \frac{P_i}{\rho_i}$$

Les termes $\frac{\partial}{\partial x} (\alpha' U)$ et $\frac{\partial}{\partial t} (\alpha' \frac{\partial \xi}{\partial x})$ sont égaux, ainsi que $\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\frac{\partial \xi}{\partial x})^2$ et $(\frac{\partial U}{\partial x}) (\frac{\partial \xi}{\partial x})$.

On a donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sigma J^2}{2\rho_L \rho_S} \right) = J \Delta \mu + U (\Delta P + \tilde{\alpha} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2})$$

où $\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha''$, $\Delta P = P_S - P_L$, $\Delta \mu = \mu_S - \mu_L$

Nous notons alors que $J, \Delta \mu, \frac{\sigma J^2}{2\rho_L \rho_S}$, $\Delta P, \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$, sont invariants par changement

de référentiel galiléen ; alors que U ne l'est pas.

On a donc :

$$\Delta P = - \tilde{\alpha} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (\text{loi de Laplace}) \quad (1)$$

$$\mu_S - \mu_L = \frac{\sigma}{\rho_L \rho_S} \frac{\partial J}{\partial t} \quad (2)$$

Nous allons exprimer l'équation (2) sous une autre forme, en notant que (l'indice ° se référant aux valeurs sur la courbe de fusion) :

$$e_i = e_i^\circ + P_i^\circ \frac{\delta \rho_i}{\rho_i^\circ}$$

$$\mu_i = e_i + \frac{P_i}{\rho_i} = e_i + P_i^\circ \frac{\delta \rho_i}{\rho_i} + \frac{P_i^\circ + P_i}{\rho_i + \delta \rho_i}$$

$$= \mu_i^\circ + \frac{P_i}{\rho_i^\circ} + O(p_i \delta \rho_i)$$

où $p_i = P_i - P_i^\circ$ est l'écart à la courbe de fusion.

$$\text{On a de plus } \mu_L^0 = \mu_S^0 \quad P_L^0 = P_S^0$$

$$\text{et donc } \Delta\mu = \frac{\bar{p}_S}{\rho_S} - \frac{p_L}{\rho_L} = \frac{\sigma}{\rho_L \rho_S} \frac{\partial J}{\partial t}$$

$$\Delta P = p_S - p_L = -\tilde{\alpha} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

VI - E) Conséquences de l'existence de σ

Ayant introduit σ dans les équations du mouvement de l'interface, nous sommes désireux de trouver des conséquences que l'on pourrait relier aux données expérimentales. Nous discutons donc l'influence de σ sur le spectre des ondes de surface, et sur la résistance de Kapitza.

VI - E - 1) Ondes de cristallisation

Nous désirons trouver un spectre d'ondes de surface correspondant à une fusion et une cristallisation se propageant sur l'interface. Comme nous l'avons noté dans l'introduction, ces ondes de cristallisation ont, à basse fréquence, un spectre en $\omega \sim k^{3/2}$, qui correspond pour de faibles valeurs de K une vitesse de phase en $k^{1/2}$. Dans la limite des grandes longueurs d'ondes, toutes les vitesses du son peuvent être considérées comme infinies, c'est-à-dire que le solide est non déformé, et le liquide incompressé.

Nous avons noté également que, aux grands k , la vitesse C_0 de ces ondes sera telle que $C_0^2 = \frac{\tilde{\alpha}}{\sigma}$. Si σ est assez grand, C_0 sera encore inférieur à toutes les autres vitesses du son du problème ; et donc, le solide sera encore non déformé et le liquide incompressé. Le cas où C_0 n'est pas petit devant C_t , vitesse du son transverse, est examiné plus loin.

Nous écrivons donc :

$$U_S = 0 \quad (\text{solide non déformé})$$

$$\text{et } \text{div}(\vec{v}_L) = 0 \quad (\text{liquide incompressé})$$

L'écoulement du liquide s'écrit, s'il est irrotationnel.

$$(3) \quad \vec{v}_L = - \text{grad} \phi_L \quad (4) \quad p_L = \rho_L \frac{\partial \phi_L}{\partial t} \quad \Delta \phi_L = 0$$

On cherche une solution de type onde plane :

$$\phi_L = \phi(Z) \cdot \exp(i(kx - \omega t))$$

L'incompressibilité ($\Delta \phi_L = 0$) impose alors :

$$\phi(Z) = \phi_0 e^{-kz} \quad z > 0$$

On a alors dans le référentiel de solide ($U_S = 0$)

$$J = \frac{\rho_L \rho_S}{\rho_S - \rho_L} \quad U_L = \frac{\rho_S \rho_L}{\rho_S - \rho_L} k \phi_L = -\rho_S U$$

$$U = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -i\omega \xi = -\frac{\rho_L \phi_L}{\rho_S - \rho_L} k$$

En utilisant les deux équations (3) et (4), on a finalement :

$$\omega^2 = \frac{(\tilde{\alpha} \rho_L / (\delta \rho)^2) k^3}{1 + (\sigma \rho_S / (\delta \rho)^2) k}$$

Comme annoncé, on a donc aux petits k :

$$\omega^2 = \tilde{\alpha} \frac{\rho_L}{(\delta \rho)^2} k^3$$

et aux grands k :

$$\omega^2 = c_0^2 k^2 \quad \text{avec} \quad c_0^2 = \frac{\tilde{\alpha} \rho_L}{\sigma \rho_S}$$

Le changement de régime ayant lieu pour $k \sim \frac{(\delta \rho)^2}{\sigma \rho_S} \sim 10^{-2} \frac{\rho}{\sigma}$, si $\sigma = 1$ couche atomique, ceci correspond à une longueur d'onde $\lambda \sim 600$ distances interatomiques.

La vitesse C_0 correspondante est 60 m/s.

Il faut, à ce stade, noter que, puisque nous nous attendons à une valeur de σ , inférieure à une couche (en fait $\frac{1}{20}$), la vitesse C_0 ainsi trouvée est supérieure à $C_t \sim 240$ m/s, vitesse du son transverse. Dans ce cas, le solide ne peut plus être considéré comme non déformé, et il y a couplage avec les ondes de Rayleigh.

Le calcul du spectre de ces ondes est similaire à celui du taux de transmission du son donné en annexe A.1. Ce calcul se simplifie grandement, sans changer qualitativement les résultats, si on écrit :

$$C_0 \sim C_t \ll C_\ell \sim C_L \quad \begin{array}{l} C_\ell : \text{vitesse du son longitudinal} \\ C_L : \text{vitesse du son dans le liquide} \end{array}$$

Dans ce cas, le solide et le liquide sont incompressibles, c'est-à-dire :

$$\frac{\sigma_{ik}}{\rho_S} = 2C_t^2 U_{ik} \quad \text{et } U_{I1} = 0 \quad \text{dans le solide}$$

(U_{ik} est le tenseur de déformation). Les équations (3) et (4) dans le liquide restent valables.

Les conditions de raccordement à l'interface s'écrivent alors :

$$J = \frac{\rho_L \rho_S}{\delta \rho} (U_L - U_S) = \rho_L (U_L - U)$$

$$\sigma_{zz} - P_L = -\tilde{\alpha} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{\rho_S} - \frac{P_L}{\rho_L} = \frac{\sigma}{\rho_L \rho_S} \frac{\partial J}{\partial t}$$

Après un peu d'algèbre, on trouve la relation de dispersion, qui, en posant :

$$l_\alpha = \frac{\bar{\alpha}}{\delta \rho C_t^2} \quad l_\sigma = \frac{\sigma}{\delta \rho} \quad \begin{array}{l} \text{les deux longueurs caracté-} \\ \text{térisques} \end{array}$$

$$v = \frac{\omega}{C_t k} \quad \text{la vitesse de phase réduite.}$$

$$\text{et } s^2 = 4 \left((1 - v^2)^{1/2} - \left(1 - \frac{v^2}{2}\right) \right)$$

s'écrit :

$$0 = \frac{1}{s} \frac{1}{2} \frac{\rho_L}{\rho_S} k^2 + k \left[\frac{\rho_S}{\delta \rho} \left(1_\sigma + \frac{v^2 1_\alpha}{s^2} \right) - \frac{\rho_L}{\delta \rho} \left(\frac{1_\alpha}{v^2} - \frac{1_\sigma v^4}{s^2} \right) \right] + 1$$

Nous avons porté sur la figure 4 les deux branches de ces modes, sous la forme v^2 en fonction de $k \times l_\alpha$.

- La courbe $(-)$ correspond à $1_\sigma = 0$
- la courbe $(+)$ correspond à $1_\sigma = 10 \, 1_\alpha$
- la valeur $kl_\alpha \approx 1$ correspond en fait à k de l'ordre d'une distance atomique.
- la valeur $v^2 = 1$ ne peut pas être dépassée du fait de l'émission du son transverse dans le solide.
- on notera que le couplage entre les deux modes (ondes de Rayleigh/ondes de cristallisation) se résout en un "anticroisement" de ces modes. C'est finalement les ondes de Rayleigh qui sont atténuées par émission de son transverse.
- enfin, pour des valeurs de σ de l'ordre de $\frac{1}{20}$ de couche, qui est la valeur expérimentale trouvée, l'influence de σ sur le spectre est négligeable.

VI - E - 2) Transmission du son

L'introduction d'une valeur finie de σ doit avoir pour conséquence d'améliorer la transmission du son, et par là même de réduire la résistance de Kapitza de l'interface. C'est ce que nous évaluons quantitativement, mais rapidement dans ce paragraphe. Le calcul complet, qui est un peu fastidieux est donné en annexe A.1.

Nous cherchons à évaluer le taux de transmission d'un phonon incident depuis le liquide. En toute rigueur, il est transmis en un phonon longitudinal et un phonon transverse. Dans le cas où σ est nul, la transmission n'est notable que pour des angles d'incidence relativement importants, à ces angles là, la transmission se fait aussi bien vers les phonons transverses que vers les longitudinaux. Il serait donc absurde de négliger la présence

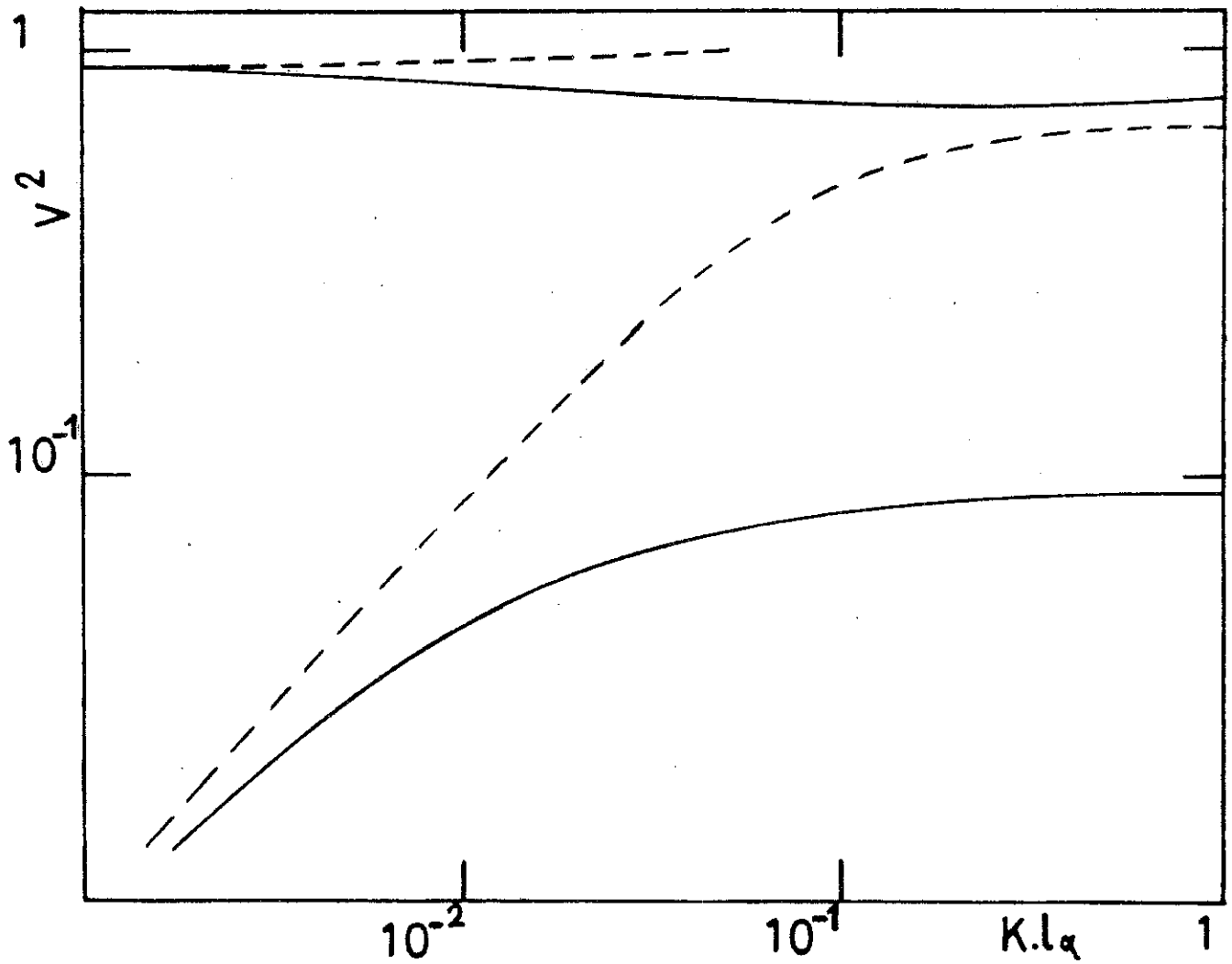


Fig. VI - 4 : Spectre des ondes de surface pour deux valeurs de σ en coordonnées logarithmiques (—) : $l_\sigma = 10 l_\alpha$ (grande masse)

(-----) : masse nulle ; $l_\sigma = 0$

La branche du bas est celle des ondes de cristallisation ($V^2 \propto k$ pour k petit)

La branche du haut est celle des ondes de Rayleigh.

des phonons transverses.

Par contre, si σ est non nul, la transmission vers les longitudinaux est finie à tous les angles (à l'intérieur du cône critique du liquide), alors qu'elle est nulle sous incidence normale, vers les transverses. De plus, comme $C_t < C_L$, le vecteur d'onde $\vec{k}_t$ transmis est confiné dans le cône critique des transverses ($\sim 30^\circ$), la polarisation du phonon transverse est à un angle faible par rapport à l'interface, et par là même, le couplage phonon du liquide-phonon transverse reste mauvais.

La conclusion de tout ceci est que pour évaluer la résistance de Kapitza en fonction de σ , on peut négliger la présence du son transverse, l'interface solide-liquide étant alors un interface fluide-fluide. Cette conclusion est d'ailleurs parfaitement confirmée par l'annexe A-I ou en prenant en compte les transverses on trouve $\frac{1}{25}$ couche pour σ au lieu de $\frac{1}{23}$.

Par contre, si $\sigma = 0$, on trouve en négligeant C_t une valeur de $R_K T^5$ quatre fois supérieure à celle obtenue en prenant en compte les transverses.

Calcul de la transmission lorsque $C_t \ll C_L \sim C_\ell$

Les notations sont précisées sur la figure .

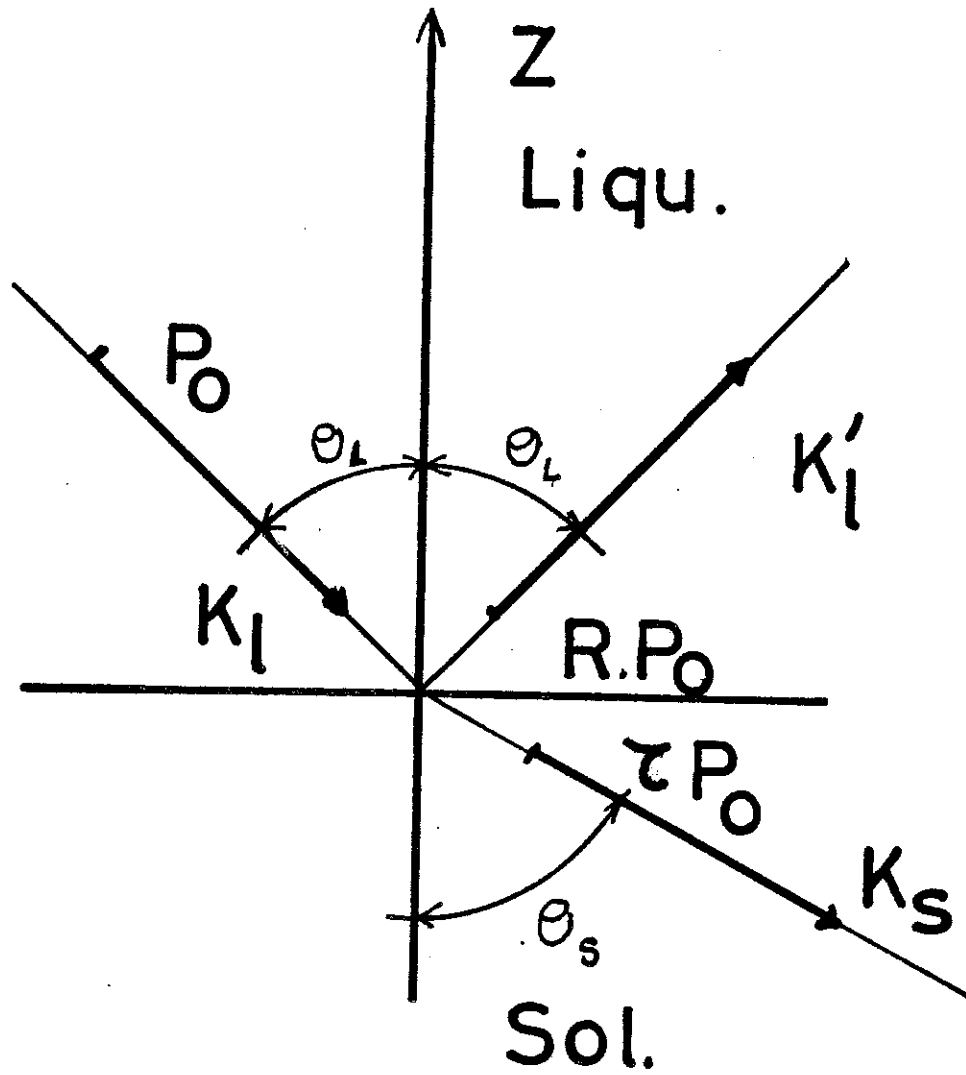


Fig. VI - 5 : Transmission de son pour $C_t \ll C_l$

Notations

P_0 est l'amplitude incidente de pression R et τ les coefficients de réflexion et de transmission de la pression.

La pression du côté liquide de l'interface est

$$P_L = (1 + R) P_0$$

alors que du côté solide

$$P_S = \tau P_0$$

Les vitesses sont alors :

$$U_L = - (1 - R) P_0 \frac{\cos \theta_L}{\rho_L C_L} \quad U_S = - \tau P_0 \frac{\cos \theta_S}{\rho_S C_S}$$

On a donc les deux équations :

$$\frac{P_S}{\rho_S} - \frac{P_L}{\rho_L} = \left(\frac{\tau}{\rho_S} - \frac{(1 + R)}{\rho_L} \right) P_0 = - \frac{i\omega\sigma}{\delta\rho} \left\{ \frac{(1 - R) \cos \theta_L}{\rho_L C_L} - \frac{\tau \cos \theta_S}{\rho_S C_S} \right\} P_0$$

$$P_S - P_L = (\tau - (1 + R)) P_0 = \frac{\tilde{\alpha}}{-i\omega\delta\rho} \left\{ \frac{(1 - R) \cos \theta_L}{C_L} - \frac{\tau \cos \theta_S}{C_S} \right\} P_0$$

$$\text{On a } k^2 = k_L k_S \sin \theta_L \sin \theta_S = \omega^2 \frac{\sin \theta_L \sin \theta_S}{C_L C_S}$$

$$\text{Utilisant les notations : } l\sigma = \frac{\sigma}{\delta\rho} ; l = \frac{\tilde{\alpha}}{\delta\rho C_L C_S} \sin \theta_L \sin \theta_S$$

et éliminant R entre ces deux équations, on trouve sans difficultés :

$$\tau = \frac{- i(1_\sigma - l) \frac{\rho_S}{\delta\rho} \frac{\cos \theta_L}{C_L}}{1 + \frac{i\omega}{\delta\rho} \left\{ l(\rho_L \frac{\cos \theta_L}{C_L} + \rho_S \frac{\cos \theta_S}{C_S}) - l_\sigma(\rho_S \frac{\cos \theta_L}{C_L} + \rho_L \frac{\cos \theta_S}{C_S}) \right\} + \omega^2 l l_\sigma \frac{\cos \theta_L \cos \theta_S}{C_S C_L}}$$

Le terme en $\omega^2 \frac{l l_\sigma}{C_L C_S}$ est très petit pour des fréquences inférieures à celle

des rotons (7 K), nous le négligerons donc. De plus, ce n'est pas exactement τ qui nous intéresse, mais le taux de transmission du flux d'énergie. Le flux incident est :

$$\frac{|P_0|^2}{\rho_L C_L} \cos \theta_L$$

Le flux transmis est :

$$\frac{|\tau|^2 P_0^2}{\rho_S C_S} \cos \theta_S$$

Le taux de transmission du flux est donc :

$$T_E(\theta_L, \omega) = \frac{|\tau|^2 \rho_L C_L}{\rho_S C_S} \frac{\cos \theta_S}{\cos \theta_L}$$

$$= \frac{4(1_\sigma - 1)^2 \cdot \frac{\rho_L \rho_S}{(\delta \rho)^2} \cdot \frac{\cos \theta_L \cos \theta_S}{C_L C_S} \cdot \omega^2}{1 + \frac{\omega^2}{(\delta \rho)^2} \{1(\rho_L \frac{\cos \theta_L}{C_L} + \rho_S \frac{\cos \theta_S}{C_S}) - 1_\sigma (\rho_S \frac{\cos \theta_L}{C_L} + \rho_L \frac{\cos \theta_S}{C_S})^2\}}$$

On a donc :

- à haute fréquence

$$T_E = \frac{4(1_\sigma - 1)^2 \rho_L \rho_S \frac{\cos \theta_L \cos \theta_S}{C_L C_S}}{\{1(\rho_L \frac{\cos \theta_L}{C_L} + \rho_S \frac{\cos \theta_S}{C_S}) - 1_\sigma (\rho_S \frac{\cos \theta_L}{C_L} + \rho_L \frac{\cos \theta_S}{C_S})^2\}}$$

qui est indépendant de la fréquence (Acoustic-Mismatch de Khalatnikov-Little).

En fait, on a la formule de Khalatnikov si $1_\sigma \gg 1$

- à basse fréquence

($\frac{\omega \rho}{C \delta \rho} \ll 1$ soit $T \ll 4 K$), on a :

$$T_E \approx 4(1_\sigma - 1)^2 \frac{\rho_L \rho_S}{(\delta \rho)^2} \frac{\cos \theta_L \cos \theta_S}{C_L C_S} \omega^2$$

Ceci constitue une modification de la théorie de Parshin et Marchenko

où $l_\sigma = 0$.

On constate donc que, malgré l'introduction de σ , on a toujours $T_E \propto \omega^2$ et donc $R_K T^5 = \text{Constante}$.

Intégrant la formule précédente, nous trouvons :

$$R_K T^5 \sim 1 \frac{K^6 \text{ cm}^2}{W} \quad \text{pour } \sigma = 0$$

$$\text{et} \quad R_K T^5 = 3 \cdot 10^{-2} \frac{K^6 \text{ cm}^2}{W} \quad \text{pour } \sigma = \frac{1}{25} \text{ couche}$$

La valeur de $\frac{1K^6 \text{ cm}^2}{W}$ est une surestimation de $R_K T^5$ très importante, du fait que l'on a négligé les phonons transverses. Par contre, la valeur $\sigma = \frac{1}{25}$ couche est en excellent accord avec le calcul complet de l'annexe qui donne $\frac{1}{23}$ couche ; c'est bien cela que nous avons expliqué au début de ce paragraphe (l'essentiel du flux supplémentaire dû à σ vient des phonons sous incidence normale).

Notons pour finir à propos de σ , ce qu'il implique l'anisotropie décelée au chapitre V :

Nous avons trouvé une anisotropie de l'ordre de 9 sur $R_K T^5$. Comme $R_K T^5 \propto \frac{1}{\sigma^2}$, ceci correspond à un facteur trois sur σ , et donc un facteur 1,7 sur le paramètre "a" de l'introduction de ce chapitre : une anisotropie de 3 sur σ n'est absolument pas impossible.

Conclusion : nous avons développé un modèle à un paramètre ajustable σ , masse par unité de surface. Étant donnée la petite valeur de cette masse nécessaire à l'interprétation des résultats sur la résistance de Kapitza, il est clair que la possibilité de l'existence de cette masse est difficilement discutable. Nous pensons donc avoir fourni une interprétation valable et simple du comportement de la résistance de Kapitza des parties rugueuses de l'interface solide-superfluide de l' ^4He .

Note sur les résultats à haute température

Nous avons vu que la transmission du son à haute fréquence est donnée par les formules d'acoustique traditionnelle, et la résistance de Kapitsa est celle prédite par la théorie de Khalatnikov. Cette valeur, calculée par Huber et Maris est :

$$R_K T^3 = 0,18 \frac{K^4 \text{ cm}^2}{W}$$

Nous trouvons en annexe $0,20 \frac{K^4 \text{ cm}^2}{W}$. Aussi, peut-on s'étonner que la valeur expérimentale soit plutôt :

$$R_K T^3 \approx 0,1 \frac{K^4 \text{ cm}^2}{W}$$

Le désaccord est levé très simplement, en faisant intervenir un effet de libre parcours moyen.

La valeur calculée théoriquement correspond à la transmission du gaz de phonon en équilibre thermique dans une des phases. En remarquant que cette chaleur est rayonnée, dans l'expérience à une distance de l'interface de l'ordre d'un libre parcours moyen des phonons, on conçoit que la résistance de Kapitsa théorique soit égale à celle mesurée expérimentalement, augmentée de la résistance thermique de chacune des phases sur un libre parcours moyen. Ceci est explicité sur la figure 6.

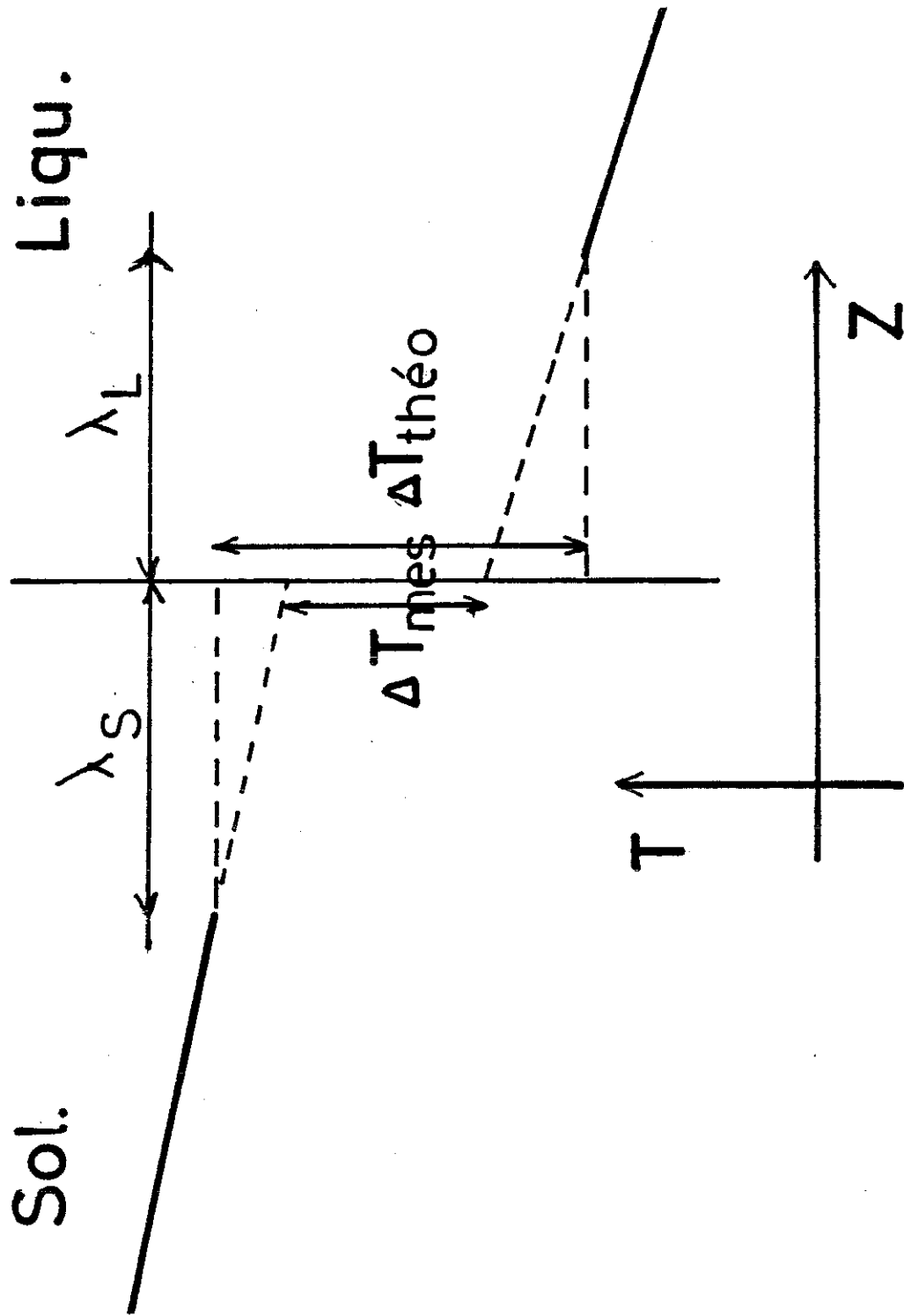


Fig. VI - 6 : Effet d'un libre parcours moyen fini des phonons dans le cas haute température. λ_S et λ_L sont les libres parcours moyens dans le solide et le liquide.

Nous avons représenté le profil thermique en présence d'un flux de chaleur. Les parties en pointillé sont des zones où on ne peut pas réellement définir de température.

ΔT_{mes} est la valeur que nous mesurons, ΔT_{theo} correspond à la valeur théorique.

La valeur mesurée du saut de Kapitza est obtenue en extrapolant les gradients thermiques de chacune des phases jusqu'à l'interface (ΔT_{mes}). La valeur thorique (ΔT_{theo}) est la différence de température entre deux points situés à un libre parcours de l'interface. On a donc :

$$\Delta T_{\text{theo}} = \Delta T_{\text{mes}} + \dot{Q} \left(\frac{\lambda_L}{K_L} + \frac{\lambda_S}{K_S} \right)$$

où λ_i est le libre parcours moyen

et K_i la conductivité de la phase i

$\dot{Q}$ le flux total de chaleur.

On a $K \sim \frac{\lambda}{3} C_v C$ où C_v est la chaleur spécifique et C la vitesse du son.

$$\frac{\lambda_i}{K_i} \sim \frac{3}{C_v C} \cdot \frac{1}{T^3}$$

$$\text{On a donc } (R_K)_{\text{theo}} = (R_K)_{\text{mes}} + \frac{3}{C_{vS} C_S} + \frac{3}{C_{vL} C_L}$$

$$= (RK)_{\text{mes}} + R_{\text{corr}}$$

Le terme R_{corr} est aussi en T^{-3} .

La valeur de $R_{\text{corr}} T^3$ est de l'ordre de $0,07 \frac{\text{K}^4 \text{cm}^2}{\omega}$

Donc, cette correction suffit à ramener la valeur expérimentale à la valeur théorique.

OBSERVATION D'UN RALENTISSEMENT CRITIQUE
A LA TRANSITION RUGUEUSE

VII - OBSERVATION D'UN RALENTISSEMENT CRITIQUE DE LA TRANSITION RUGUEUSE

VII - 1) Introduction

Dans ce chapitre, nous rapportons l'observation du rallongement d'un temps de retour du ménisque à sa forme d'équilibre ou plutôt à une forme stationnaire. Ce temps semble diverger à une température de 200 mK. Ce rallongement a été observé sur l'échantillon n° 3, présentant une orientation $\theta = 70^\circ$. (θ est l'angle entre l'axe de la cellule et l'axe C du cristal). Etant donnée l'observation à la même époque par S. Balibar et E. Wolf d'une nouvelle facette ayant cette orientation dans une gamme de température similaire, nous interprétons ce rallongement comme un ralentissement critique à la transition rugueuse.

VII - 2) Méthode d'observation

a) Principe

.....

La mesure de la différence de température entre liquide et solide, en présence d'un flux de chaleur à travers l'interface, nous permet de déterminer une proportion de facette sur le ménisque. En particulier, si cette proportion est écartée de sa valeur d'équilibre, il nous est possible d'observer le retour à la valeur d'équilibre. C'est ce que nous avons fait sur l'échantillon où $\theta = 70^\circ$. Le temps caractéristique de ce retour passe de quelques minutes à 100 mK, à plus de 40 minutes à 215 mK. A des températures supérieures à celle-ci, le signal disparaît.

b) Réalisation

.....

- L'ensemble des points a été effectué avec un flux de chaleur constant de $25 \mu\text{W}/\text{cm}^2$. Dans la gamme de 100 à 300 mK, on a ainsi un signal suffisant. (Il y a un facteur 2 entre la résistance de Kapitza des parties rugueuses et celle des facettes).

- Le capillaire d'amenée d' ^4He passe dans le bain à 4 K. Le volume total de la partie haute pression étant fixe, la baisse de niveau du bain a pour conséquence de faire monter le niveau du solide dans la cellule, d'environ 1 mm/heure. Ce fait, qui peut sembler un inconvénient,

nous a sans doute été utile, en augmentant la taille de facette en régime stationnaire.

- Ayant obtenu une taille effectivement stationnaire de la facette du ménisque, nous avons alors perturbé le ménisque en agissant sur le volume mort d'une vanne située sur le circuit haute pression. Le volume de matière condensée par cette perturbation est de $1 \text{ cm}^2 \cdot 0,5 \text{ mm}$ (1 cm^2 est la section du volume mort de la vanne ; $0,5 \text{ mm}$ le déplacement du siège) de gaz à 25 bars. Soit l'équivalent de $0,3 \text{ mm}$ de solide dans la cellule. Sur la mesure de capacité, nous trouvons plutôt $0,1$ à $0,2 \text{ mm}$ de solide.

- Suivant le type de perturbation effectué à l'aide de ce volume mort, on obtient bien-sûr des signaux très différents sur la différence de température.

Nous discutons ci-dessous la procédure que nous avons employée ainsi que le signal obtenu durant ces points.

VII - 3) Résultats

- La perturbation que nous avons effectuée sur le volume mort est schématisée sur la partie basse de la figure 1 . Nous commençons par diminuer ce volume mort (ce qui fait pousser le cristal) ; puis nous le ramenons à sa valeur d'origine. Le tout est effectué en un temps de l'ordre de 5 secondes.

La réponse sur la différence de température δT entre liquide et solide, c'est-à-dire pour nous le rapport $\frac{R_2}{R_3}$ des thermomètres, est représentée sur la trace supérieure de la figure 1 . Durant la compression du volume mort, le cristal pousse, la taille de la facette augmente donc, en réduisant δT . Lors de la détente de ce volume mort, le cristal refond, la taille de la facette diminue pour finalement devenir inférieure à ce qu'elle était avant la perturbation. Sur δT , ceci implique une augmentation qui dépasse la valeur de départ. Ensuite, l'interface relaxe vers sa taille stationnaire, ainsi que δT . La mesure que nous effectuons est celle du temps de retour de δT vers une valeur stationnaire.

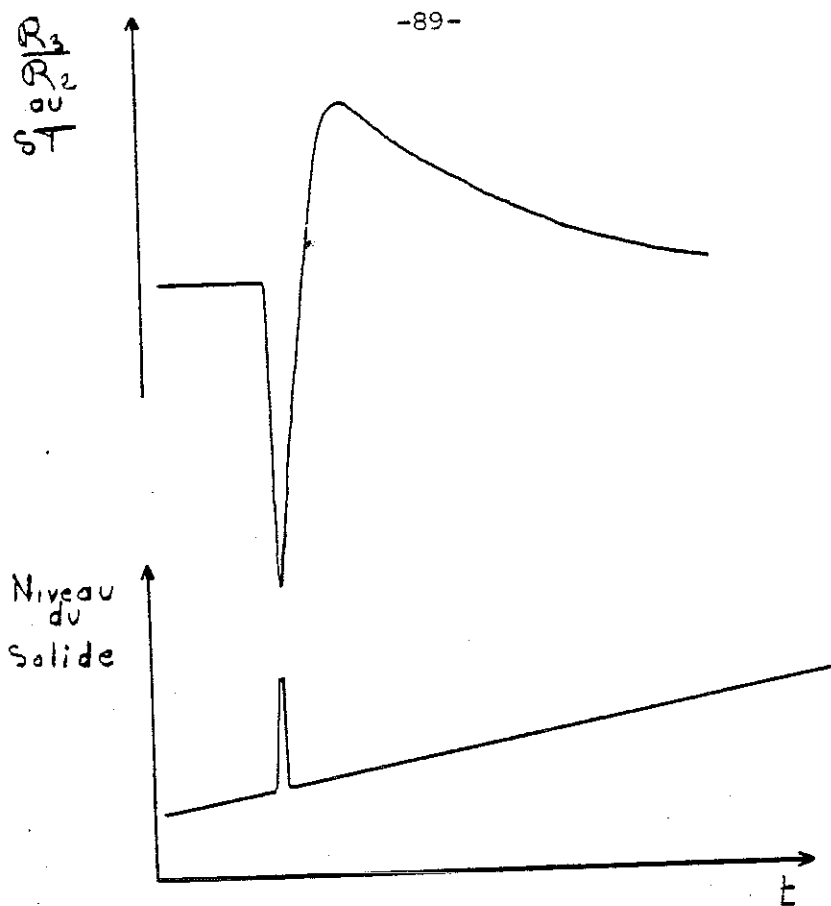


Fig. VII - 1 : Perturbation effectuée sur le ménisque.

La trace du bas est la hauteur de solide dans la cellule.

La trace du haut est la réponse de $\frac{R_3}{R_2}$ à cette perturbation. Nous étudions le temps de relaxation de ce signal.

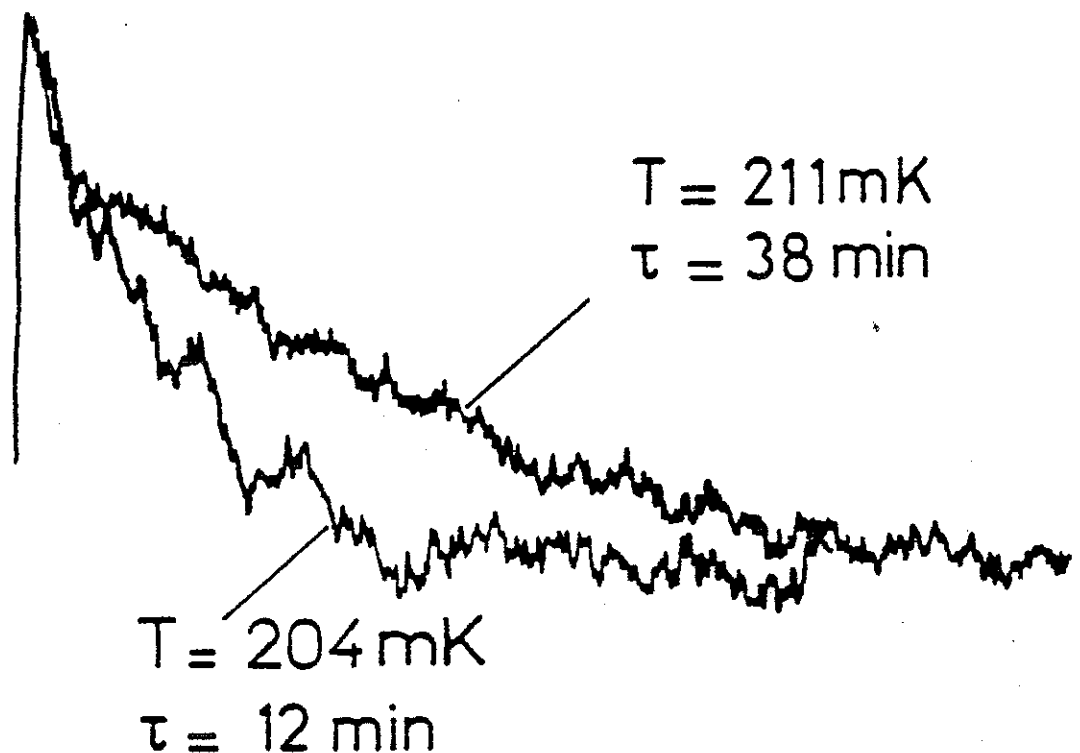


Fig VII - 2 : Signal obtenu à 211 mK et 204 mK.

On note le net rallongement du temps de retour. Les temps portés sur la figure 3 sont ceux déduits par la méthode graphique décrite dans le texte.

Deux remarques s'imposent à ce stade :

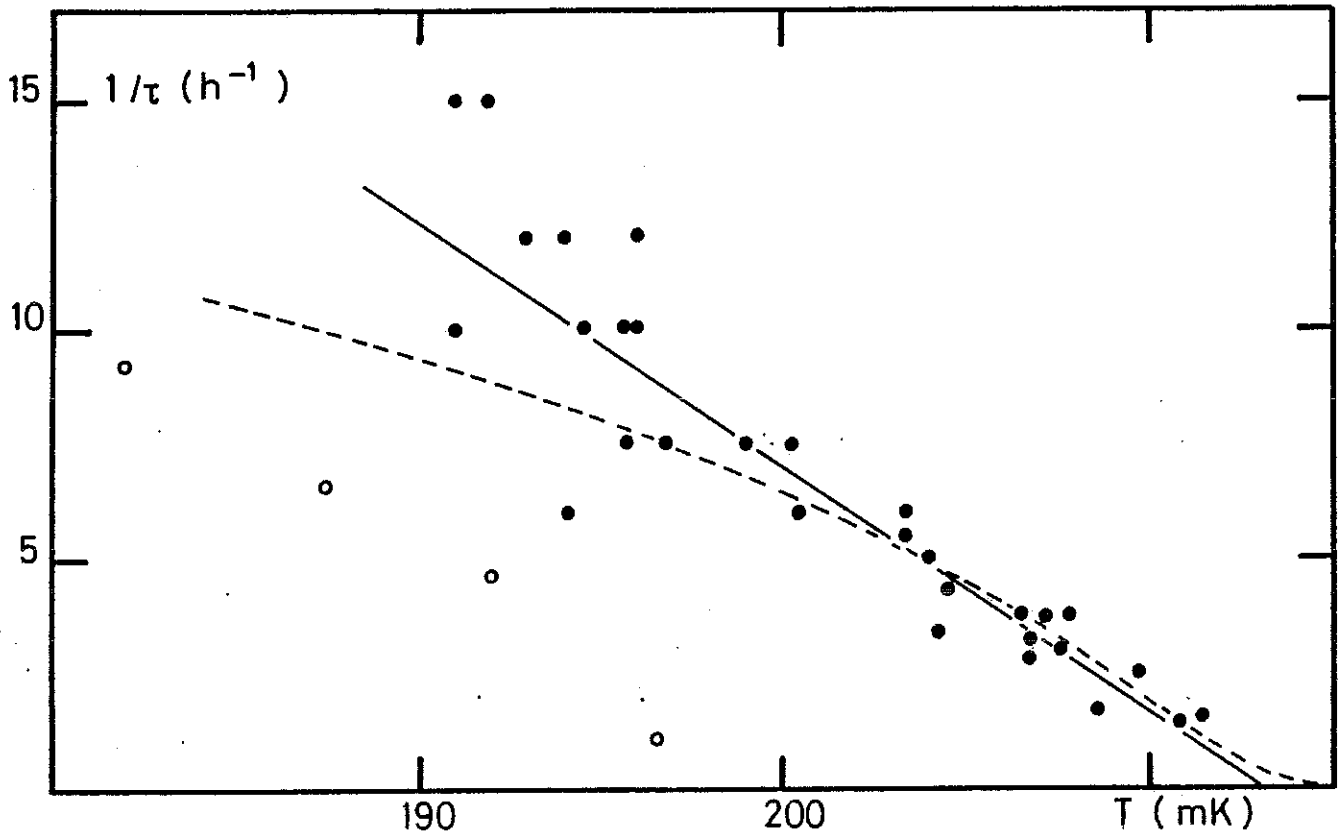
- la valeur stationnaire de la taille de la facette dépend violemment de la vitesse de croissance moyenne du cristal. Celle-ci étant fixée par baisse du niveau du bain d' ^4He , elle est sujette à des variations sur des échelles de temps de l'ordre de 10 minutes. Il est donc clair que la valeur vers laquelle relaxe δT n'est pas forcément celle de départ, du moins lorsque la relaxation est lente ;

- ceci rend difficilement chiffrable un fait expérimentalement évident, qui est celui du rallongement du temps de retour. L'emploi du papier semi-log pour trouver un temps de relaxation s'est avéré très dangereux, si on ne connaît pas la "ligne de base" de la courbe de relaxation. Nous avons préféré faire coïncider la mieux possible avec l'enregistrement des exponentielles tracées sur calque. L'incertitude sur le temps de relaxation est d'environ 50 %, ce qui est néanmoins largement suffisant pour noter un rallongement important du temps τ de retour.

Les résultats sont portés sur la figure 3, sous la forme $\frac{1}{\tau}$ en fonction de T.

- Comme nous l'avons annoncé, il est clair que τ devient très grand vers 210 mK (points ●), et qu'il semble diverger à 215 mK. Les temps les plus courts présentés sur la figure sont de quatre minutes. En fait, τ atteint des valeurs de l'ordre de la minute à 150 mK.

- Les points (O) correspondent à une étude préliminaire, que nous avons effectuée alors que nous étions en train de mettre au point la méthode que nous avons décrite plus haut. Entre ces deux études, le cristal a été réchauffé accidentellement à 700 mK pendant 3 heures (du fait d'une panne d'électricité). En quelque sorte, le cristal a donc subi un "recuit", qui semble avoir une influence dramatique sur le comportement de τ ; et en fait, sans doute, sur la température de transition rugueuse, qui a été déplacée de 5 %.



9

Fig. VII - 3 : Temps de relaxation τ . τ^{-1} est porté en fonction de la température.

(—) correspond à une théorie de type Landau-Khalatnikov.

(-----) correspond à une loi du type :

$$\tau \propto \exp \left| \frac{b}{(T_R - T)^{1/2}} \right| \quad (\text{Kosterlitz-Thouless})$$

pour $T_R = 215$ mK
et $b^2 = 60$ mK.

Interprétation qualitative

Nous interprétons ce rallongement comme un ralentissement critique à la transition rugueuse. Cette interprétation confirme sans nul doute le caractère continu de la transition rugueuse, très souvent souligné dans les articles théoriques sur le sujet. (Weeks, Chui et Weeks, Beijeren, Andreev).

L'existence d'un ralentissement critique à la transition rugueuse est souvent soulignée dans ces articles. Elle a été indiquée par des simulations numériques sur la transition rugueuse (Swendsen), ainsi que sur des modèles reliés ; modèle X.Y (Kosterlitz-Thouless, Nelson), fusion à deux dimensions. Ces prédictions théoriques sur l'existence d'un ralentissement n'avaient jusqu'à présent jamais été vérifiées expérimentalement.

Comparaison avec les modèles existants

Nous avons porté sur la figure deux courbes théoriques du comportement de τ en fonction de la température :

- en trait continu $\tau^{-1} \propto T_R - T$, qui correspond à un modèle à la Landau d'une transition de phase de second ordre. Dans une théorie de ce genre, l'énergie libre en fonction du paramètre d'ordre M s'écrit, au voisinage de T_R .

$$F = - \frac{a}{2} (T_R - T) M^2 + \frac{b}{4} M^4$$

pour $T < T_R$, $t = T_R - T$ et $M_0 = \sqrt{\frac{at}{b}}$, alors $\frac{\partial F}{\partial M} = bM (M - M_0) (M + M_0)$

au voisinage d'un minimum de F , $M = + M_0$

$$\frac{\partial F}{\partial M} \sim 2bM_0^2 (M - M_0) = 2at (M - M_0)$$

Si on écrit, $\frac{\partial M}{\partial t} = -l \frac{\partial F}{\partial M}$, où l est un coefficient cinétique d'Onsager, on trouve que M relaxe vers M_0 avec un temps $\tau = \frac{1}{2lat}$.

Si l n'est pas singulier à T_R , on a donc

$$\tau^{-1} \propto T_R - T$$

Ceci est la loi portée en trait continu.

- Dans l'article de Weeks (ordering in strongly fluctuating systems), on peut percevoir que le temps de corrélation des hauteurs (qui est selon toute vraisemblance inférieur à un temps de relaxation macroscopique de l'interface), s'écrit, dans son modèle de dynamique à la Langevin :

$$\tau \propto \frac{\xi^2}{D}$$

où D est un coefficient de diffusion non singulier à T_R , et ξ la longueur de corrélation.

ξ diverge (Kosterlitz-Thouless) comme :

$$\xi \propto \exp \left(\frac{b}{(T_R - T)^{1/2}} \right)$$

τ suit donc une loi de ce type.

C'est la courbe que nous avons tracée en pointillés pour $T_R = 215$ mK et $b^2 = 60$ mK.

Nous estimons ne pas pouvoir discerner laquelle de ces deux lois de variation est la plus proche des points expérimentaux.

- Nous avons souligné la sensibilité de T_R à un recuit du cristal. Ce fait, déjà noté par Keshishev et al. (19), n'est jamais abordé dans les théories sur la transition rugueuse, alors qu'il s'agit d'un fait particulièrement net.

Autres faits observés

Dans le souci d'être complet, nous présentons ci-dessous deux autres types de perturbations que nous avons effectuées sur le ménisque.

- Nous avons laissé relaxer le système sans décompresser le volume mort de la vanne

Dans ce cas, la relaxation avait lieu en un temps très court (1 à 2 minutes), quelle que soit la température.

- Nous avons aussi étudié la relaxation après décompression du volume de la vanne, plusieurs dizaines de minutes après compression.

Dans ce cas, le signal relaxait avec des temps semblables à ceux portés sur la figure, si ce n'est l'extension, au début de la relaxation, d'une zone présentant un temps court (1 minute). Ce temps court était visible également dans les points décrits plus haut, mais sur une amplitude plus faible.

Commentaires sur la méthode de perturbation

Il nous semble utile de préciser ce que nous pensons être les conséquences sur le ménisque des perturbations effectuées.

L'idée de base est que la mobilité de la facette est très petite comparée à celle des parties rugueuses. Ainsi, lors de la compression, la taille de la facette augmente, alors que le rayon de courbure des parties rugueuses diminue (la différence de pression entre liquide et solide augmente).

Avec la quantité de matière utilisée (0,2 mm de solide), nous pensons que la croissance de la facette est forcée (nucléation sur la facette, croissance depuis les sources de Franck et Reed).

A la fin de la compression, la facette remplit donc une portion d'interface nettement plus grande qu'à l'équilibre et elle a avancé.

Si, à ce stade, on décompressait le volume mort d'une quantité correspondant au volume de solide situé sous la facette, qui n'est pas dans la

forme d'équilibre du ménisque, on arriverait à la situation d'équilibre. Or, puisque la facette a avancé, cette quantité est plus petite que celle que l'on a comprimée au début. Dans la décompression que nous effectuons, nous dépassons cette quantité et amenons donc la facette à une taille inférieure à celle d'équilibre.

Celle-ci relaxe ensuite vers sa taille d'équilibre. On comprend ainsi l'allure du signal de la figure 1 .

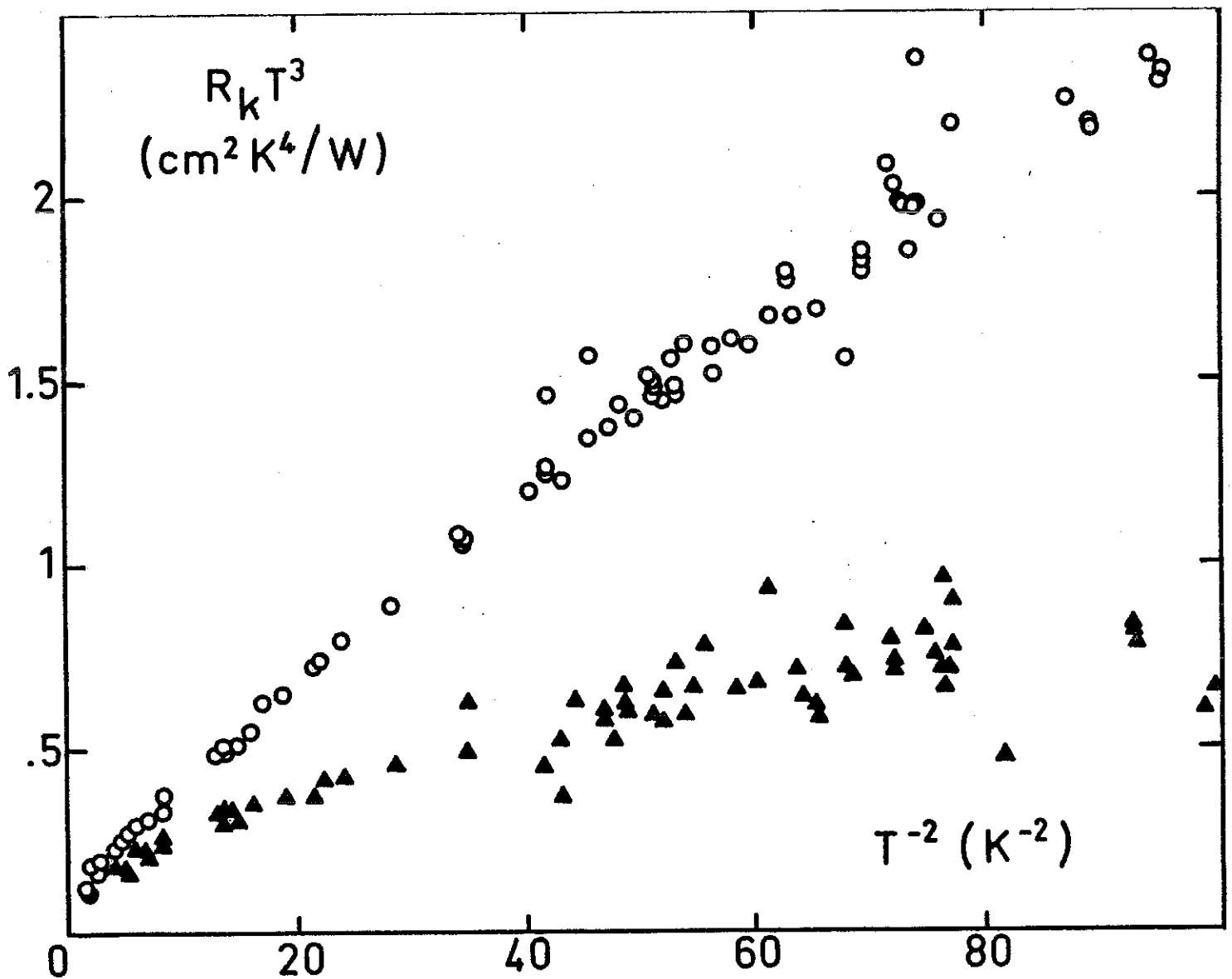


Fig. VII - 4 : Même figure que fig. V - 2, mais pour l'échantillon dont il est question dans ce chapitre.

(▲) points à la croissance

(O) points à la fusion.

CONCLUSIONS

CONCLUSIONS

Nous avons montré que la théorie de Khalatnikov de la résistance de Kapitsa, qui suppose une interface imperméable aux échanges de masse, est valide pour les facettes des cristaux d' ^4He .

Par contre, la résistance de Kapitsa des parties rugueuses montre que l'interface est capable de suivre des sollicitations de pression à des fréquences thermiques. La théorie de Parshin et Marchenko, qui, elle, suppose une interface infiniment mobile, gênée uniquement par les forces de tension de surface, est assez clairement en désaccord quantitatif avec nos résultats. Il semble assez remarquable que la quantité qui limite la mobilité de l'interface puisse être une masse de l'ordre de $1/20$ de couche atomique.

C'est peut-être d'ailleurs un des mérites de ce modèle faisant intervenir une masse d'interface que de fixer de manière aussi facilement visualisable l'ordre de grandeur de la mobilité de cet interface.

Il faut noter que nos résultats expérimentaux sont les premiers à établir de manière indiscutable le comportement $R_K T^5 = \text{Cte}$ et que ces résultats sont les premiers à avoir une résolution suffisante pour mettre en évidence et mesurer l'anisotropie de $R_K T^5$.

Il est clair que ces résultats sont très importants pour se faire une idée des mécanismes de solidification des fluides quantiques. En particulier sont posées les questions de - l'existence de cette masse, ainsi que de son éventuelle valeur théorique,
- l'absence évidente de dissipation associée à cette énergie cinétique de surface.

Sans vouloir trop paraphraser nos conclusions du chapitre sur la transition rugueuse, nous pouvons tout de même dans cette conclusion souligner trois points :

- l'existence de ce ralentissement constitue un indice majeur du fait que la transition rugueuse soit continue,

- ce ralentissement, prévu par différents modèles de transition rugueuse, mis en évidence par des simulations numériques, n'avait jusqu'à lors jamais été observé,
- la sensibilité de la transition à la qualité du cristal sous-jacent, point important, qui n'apparaît pas dans les modèles sur la transition rugueuse.

ANNEXE - REFERENCES

A N N E X E 1

CALCUL DU TAUX DE TRANSMISSION DU SON
EN PRESENCE DES MODES TRANSVERSES

Dans cette annexe, nous présentons le calcul du taux de transmission de l'énergie $T_E(\omega, \theta_L)$ d'un phonon de fréquence ω incident sur l'interface depuis le liquide avec un angle θ_L entre la normale à l'interface et le vecteur d'onde incident k_L . Ce taux de transmission est calculé pour un solide isotrope, possédant les modes longitudinaux (de vitesse C_L) et transverses (C_T). La vitesse du son dans le liquide est C_L . Les notations sont les mêmes qu'au chapitre VI.

1) Modifications des équations du chapitre VI

Avec les notations précédentes, les équations de conservation de la masse et de l'impulsion suivant O_z ne sont pas modifiées. Il suffit de remplacer dans l'équation de conservation de l'impulsion, P_S par $-\sigma_{zz}$ (σ_{ik} est le tenseur des contraintes dans le solide).

Le problème est un peu moins simple pour l'équation de conservation de l'énergie.

Cette équation s'écrit :

$$\mu_S + \frac{\sigma_{zz}}{\rho_S} - \left(E_L + \frac{P_L}{\rho_L}\right) = \frac{\sigma}{\rho_L \rho_S} \frac{\partial J}{\partial t}$$

Le problème est que $E_S + \frac{\sigma_{zz}}{\rho_S}$ ne peut pas être remplacé par μ_S sans discussion.

Dans le cas qui nous intéresse, la configuration de référence (par rapport à laquelle sont mesurés les déplacements), est celle d'un solide

non cisailé (interface plan). Le tenseur des contraintes, de référence, est diagonal.

$$\sigma_{ik}^{(0)} = -P_S^0 \delta_{ik} = -\sigma_{zz}^0 \delta_{ik}$$

Lors de la déformation, à l'ordre le plus bas, seules travaillent les forces de pressions :

$$e_S = e_S^0 + \frac{\partial E_S}{\partial \rho_S} \delta \rho_S + O((\delta \rho_S)^2)$$

Par définition,

$$\rho_S^2 \frac{\partial e_S}{\partial \rho_S} = -P_S^0 = +\sigma_{zz}^0$$

On a donc

$$\begin{aligned} E_S + \frac{\sigma_{zz}}{\rho_S} &= E_S^0 + \frac{\sigma_{zz}^0 \delta \rho_S}{\rho_S^2} + \frac{\sigma_{zz}^0 + \delta \sigma_{zz}}{\rho_S + \delta \rho_S} \\ &= E_S^0 + \frac{\sigma_{zz}^0}{\rho_S} + \frac{\delta \sigma_{zz}}{\rho_S} + O((\delta \rho_S)^2) \end{aligned}$$

En conclusion, si σ_{zz} et P_L sont mesurées par leurs écarts à la pression de fusion, on a les équations :

$$-\sigma_{zz} - P_L = -\tilde{\alpha} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

$$-\frac{\sigma_{zz}}{\rho_S} - \frac{P_L}{\rho_L} = \frac{\sigma}{\rho_L \rho_S} \frac{\partial J}{\partial t}$$

au second ordre en la déformation.

A cette équation, il faut bien sûr ajouter la nullité de la composante σ_{xz}

2) Position du problème

Nous avons vu que ces équations doivent constituer les conditions de raccordement des diverses variables hydrodynamiques du liquide et du solide, à l'interface.

Les équations de l'hydrodynamique sont :

$$\text{ - pour le liquide : } \frac{P_L}{\rho_L} = -C_L^2 \operatorname{div} \vec{U}_L$$

$$\rho_L \frac{\partial \vec{V}_L}{\partial t} = -\nabla P_L$$

$\vec{U}_L$ est le déplacement du liquide, $\vec{V}_L$ sa vitesse.

Nous nous intéressons à la transmission d'un phonon incident depuis le liquide. Nous prenons donc une solution du type :

$$P_L = P_0 (e^{-ik_L z} + R e^{+ik_L z}) \exp(i(kx - \omega t))$$

avec

$$C_L^2 (k_L^2 + k^2) = \omega^2$$

Dans ce cas, $\rho_L v_L = - (1 - R) P_0 \lambda_L$

$$\text{ avec } \lambda_L = \frac{\cos \theta_L}{C_L}$$

Rappelons que $v_L \equiv v_{Lz}$

Avec ces définitions, R est le taux de réflexion.

Pour le solide :

$$\frac{\sigma_{ik}}{\rho_S} = 2C_t^2 U_{ik} + (C_\ell^2 - 2C_t^2) U_{\ell\ell} \delta_{ik}$$

U_{ik} est le tenseur déformation.

3) Résolution du problème

La solution correspondant à la transmission d'un phonon du liquide est :

$$v = \exp(ikx - i\omega t) \left[U_{\ell} \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ -k\ell \end{pmatrix} e^{-ik\ell z} + U_t \begin{pmatrix} k_t \\ 0 \\ k \end{pmatrix} e^{-ik_t z} \right]$$

(On note que la polarisation du mode transverse est bien dans le plan d'incidence).

Avec ces notations, on a :

$$U_{xz} = \frac{i}{2} (U_{\ell} (k^2 - k_t^2) - 2kk_{\ell} U_t)$$

En écrivant $\sigma_{xz} = 0$, on peut poser :

$$U_t = 2kk_{\ell} U / k^3 \quad U_{\ell} = (k^2 - k_t^2) U / k^3$$

U a alors les dimensions d'un déplacement.

Après substitution, on trouve σ_{zz} en fonction de U :

$$\frac{\sigma_{zz}}{\rho} = -iC_t^2 k U f(\theta_L)$$

où $f(\theta_L) = \left(1 - \left(\frac{k_t}{k}\right)^2\right)^2 + 4 \left(\frac{k_t}{k}\right) \left(\frac{k_{\ell}}{k}\right)$ est une fonction de θ_L sans dimension.

On trouve aussi le déplacement

$$U_z = \left(\frac{\omega}{C_t k}\right)^2 \cdot \frac{k_{\ell}}{k} U$$

et la vitesse v_z .

$$v_z = -i\omega \left(\frac{\omega}{C_t k}\right)^2 \frac{k_{\ell}}{k} U$$

Par analogie avec le liquide, on écrit :

$$\rho_S v_S = \lambda_S \sigma_{zz}$$

soit :

$$\lambda_S = \left(\frac{\omega}{c_t k} \right)^3 \frac{k_\ell / k}{c_t f}$$

On définit le taux de transmission τ par :

$$\sigma_{zz} = -\tau P_0$$

On écrit ensuite les équations de raccordement :

$$\sigma_{zz} + P_L = [(1 + R) - \tau] P_0 = \tilde{\alpha} k^2 z = -\frac{i \tilde{\alpha} k^2}{\omega} U$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{\rho_S} + \frac{P_L}{\rho_L} = \left[\frac{(1 + R)}{\rho_L} - \frac{\tau}{\rho_S} \right] P_0 = + \frac{i \sigma}{\rho_L \rho_S} \omega J$$

La conservation de la masse donne leur forme définitive à ces équations :

$$J = \frac{\rho_L \rho_S}{\delta \rho} (v_S - v_L)$$

$$v = \frac{1}{\delta \rho} (\rho_S v_S - \rho_L v_L)$$

$$(1 + R - \tau) P_0 = - \frac{i \tilde{\alpha} k^2}{\delta \rho \omega \epsilon} (\rho_S v_S - \rho_L v_L)$$

d'où

$$\left(\frac{1 + R}{\rho_L} - \frac{\tau}{\rho_S} \right) P_0 = \frac{i \sigma}{\delta \rho} \omega (v_S - v_L)$$

Comme $\rho_i v_i = \lambda_i \sigma_{zzi}$, on a :

$$(1 + R - \tau) = -i \frac{\tilde{\alpha} k^2}{\delta \rho \omega} ((1 + R) \lambda_L - \tau \lambda_S)$$

$$\frac{1 + R}{\rho_L} - \frac{\tau}{\rho_S} = - \frac{i \sigma}{\delta \rho} \omega \left(\frac{1 - R}{\rho_L} \lambda_L - \frac{\tau}{\rho_S} \lambda_S \right)$$

Nous posons alors :

$$A = \frac{\tilde{\alpha} k^2}{\delta \rho \omega^2} = \frac{\tilde{\alpha}}{\delta \rho} \frac{\sin \theta_i}{c_i} \frac{\sin \theta_j}{c_j}$$

$$B = \frac{\sigma}{\delta \rho}$$

L'indice i ou j se référant à l'un des modes, A et B ont la dimension d'une longueur, et l'on a :

$$1 + R - \tau = -i A \omega ((1 - R) \lambda_L - \tau \lambda_S)$$

$$\frac{1 + R}{\rho_L} - \frac{\tau}{\rho_S} = -i \beta \omega ((1 + R) \frac{\lambda_L}{\rho_S} - \tau \frac{\lambda_S}{\rho_S})$$

Ecrivons sous cette forme, ces équations sont les mêmes que celles publiées dans "Liquid-Solid interface inertia", où nous ne tenions pas compte du son transverse.

La valeur qui nous intéresse est τ :

$$\tau = \frac{-2i(B - A)\rho_S \lambda_L \frac{\omega}{\delta \rho}}{1 + AB \lambda_L \lambda_S \omega^2 + i\omega(A(\rho_L \lambda_L + \rho_S \lambda_S) - B(\rho_S \lambda_L + \rho_L \lambda_S))}$$

4) Evaluation de T_E

Nous savons maintenant relier entre elles les amplitudes des diverses ondes se propageant. Le but que nous nous fixons est de déterminer le taux de transmission de l'énergie T_E , du phonon incident.

Il nous faut donc relier les flux aux amplitudes.

a) Phonons du liquide

Le flux incident sur le plan xoy est :

$$\frac{P_0^2}{\rho_L C_L} \cos \theta_L$$

b) Phonons longitudinaux

La densité d'énergie est $w = \rho_S |U_\ell \omega|^2$

soit
$$w = \rho_S \omega^2 \left(\frac{\omega}{C_\ell k} \right)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{k_t}{k} \right)^2 \right) |U|^2$$

Le flux correspondant est :

$$Q = w \cdot C_\ell \cos \theta_\ell$$

Le taux de transmission du flux vers les longitudinaux est donc :

$$T_{El} = \frac{\rho_L C_L}{\cos \theta_L} \cdot \frac{1}{P_0^2} \cdot w \cdot C_\ell \cdot \cos \theta_\ell$$

substituant $U = \frac{i\tau}{C_t^2 k f \rho_S} P_0$

On a finalement :

$$T_{El} = \frac{\rho_L C_L}{\rho_S C_\ell} \left(\frac{\omega}{C_t k} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{k_t}{k} \right)^2 \right) \cdot \left| \frac{\tau}{f} \right|^2 \frac{\cos \theta_\ell}{\cos \theta_L}$$

c) Phonons transverses

La même démarche conduit à :

$$T_{Et} = 4 \frac{\rho_L C_L}{\rho_S C_t} \cdot \left(\frac{\omega}{C_t k} \right)^4 \cdot \left| \frac{k_e}{k} \right|^2 \left| \frac{\tau}{f} \right|^2$$

Si on définit $T_1 = \frac{\rho_L}{\rho_S \cos \theta_L} \left(\frac{\omega}{C_t k} \right)^4 \left| \frac{\tau}{f} \right|^2$,

on a

$$T_{El} = \frac{C_L}{C_\ell} \cos \theta_\ell \left(1 - \left(\frac{k_t}{k} \right)^2 \right) T_1$$

$$T_{Et} = \frac{4C_L}{C_t} \cos \theta_t \cdot \left| \frac{k_\ell}{k} \right|^2 \cdot T_1 \quad (1)$$

d) Le cône critique

Il n'y a effectivement transmission vers les longitudinaux que θ_L est dans le cône critique : $\theta_L < L \approx 49^\circ$.

A l'intérieur du cône, le calcul précédent est valable. A l'extérieur, k_ℓ est imaginaire pur. Dans les formules donnant τ et f , il faut remplacer k_ℓ par iK_ℓ , avec $C_\ell^2 (k^2 - K_\ell^2) = \omega^2$, soit :

$$\left(\frac{K_\ell}{k} \right)^2 = 1 - \left(\frac{\sin L}{\sin \theta_L} \right)^2$$

Dans ce cas, il est clair qu'il ne faut pas tenir compte de T_{El} .

e) Les domaines hautes et basses températures

Nous voulons déterminer le comportement de T_E en fonction de la fréquence. Sous la forme (1) la fréquence n'intervient que dans l'expression de τ . Partout ailleurs, il s'agit de facteurs géométriques. Dans l'expression de τ , le terme $\omega^2 A B \lambda_S \lambda_L$ n'est de l'ordre de 1. que pour des fréquences de l'ordre de celle des rotons (~ 7 K), nous le négligeons donc. τ s'écrit alors :

$$\tau = \frac{-2i (B - A) \frac{\rho_S \lambda_L}{\delta \rho} \cdot \omega}{1 + i\omega \{A(\rho_L \lambda_L + \rho_S \lambda_S) - B(\rho_S \lambda_L + \rho_L \lambda_S)\}}$$

La séparation en deux domaines hautes et basses températures est alors claire :

- $\omega A \rho \lambda \ll 1$: basse température

$$\text{alors } \tau \approx -2i(B - A) \frac{\rho_S \lambda_L}{\delta \rho} \omega \propto \omega$$

$\omega \rho \lambda \gg 1$: haute température

τ est alors indépendant de la fréquence

Nous trouvons donc les deux caractéristiques annoncées au chapitre :

T_E constant à haute température (Khalatnikov-Little)

$T_E \propto \omega^2$ à basse température (Parshin-Marchenko)

La température de changement de régime : $\omega \rho \lambda A \sim \frac{1}{2}$ est environ 1 K.

5) Calcul de la résistance de Kapitsa à basse température

Pour étudier la résistance de Kapitsa en fonction de la valeur de σ , nous posons :

$$A = \sin^2 \theta_L, \text{ alors } a = \frac{\tilde{\alpha}}{C_L^2 \delta \rho}$$

$$\text{et } B = Xa \quad X = \frac{\sigma C_L^2}{\tilde{\alpha}} \sim \left| \frac{C_L}{C_0} \right|^2$$

où C_0 est la vitesse limite des ondes capillaires.

A basse température, on a alors :

$$\tau = -2i \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \cos \theta_L (X - \sin^2 \theta_L)$$

$$\text{où } \omega_0 = \frac{(\delta \rho)^2 C_L^3}{\tilde{\alpha} \rho} = 4,1 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1} \quad \text{pour } \tilde{\alpha} = 0,2 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$$

Pour calculer la résistance de Kapitsa, nous utilisons alors la formule de la page 38.

$$Q_{L \rightarrow S} = \frac{KT \cdot C_L}{4\pi^2} \left(\frac{KT}{\hbar C_L} \right)^3 \cdot \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} T_E(\theta_L) \frac{KT}{h} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \cos \theta_L \sin \theta_L d\theta_L$$

Substituant l'expression de T_E , on trouve :

$$\overset{\circ}{Q}_L = \frac{KTC_L}{4h^2} \left(\frac{KT}{hC_L} \right)^3 \cdot \int_0^\infty \frac{x^5 dx}{e^x - 1} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \cdot \int_0^{\pi/2} T_E(\theta_L) \sin\theta_L \cos\theta_L d\theta_L$$

$$\text{où } T_E(\theta_L) = T_E(\theta_L, \omega) \cdot \left| \frac{\omega_0}{\omega} \right|^2$$

Le premier terme est une constante de Stefan et vaut $0,585 \frac{W}{cm^2 K^4}$.
L'intégrale sur x vaut 122, et $T_0 = 3,15$ K pour $\tilde{\alpha} = 0,2$ ergs/cm².
Seule l'intégrale angulaire dépend de X .

Sur la figure 1, nous avons porté T_E pour deux valeurs de X :
 $X = 0$ et $X = 1,5$. Sont portés T_{E_ℓ} , T_{E_t} , et leur somme, en fonction de $\sin^2\theta_L$, qui est l'intégrant.

La valeur de l'intégrale angulaire est donc directement l'aire située sous les courbes.

Quelle que soit la valeur de X on peut écrire :

$$\overset{\circ}{Q} = 7,19 \cdot T^6 \cdot (X^2 K_0 - 2XK_2 + K_4),$$

où le polynôme en X est l'intégrale angulaire. En utilisant les valeurs de vitesse du son de Marris et Huber, nous trouvons :

$$K_1 = 0,933$$

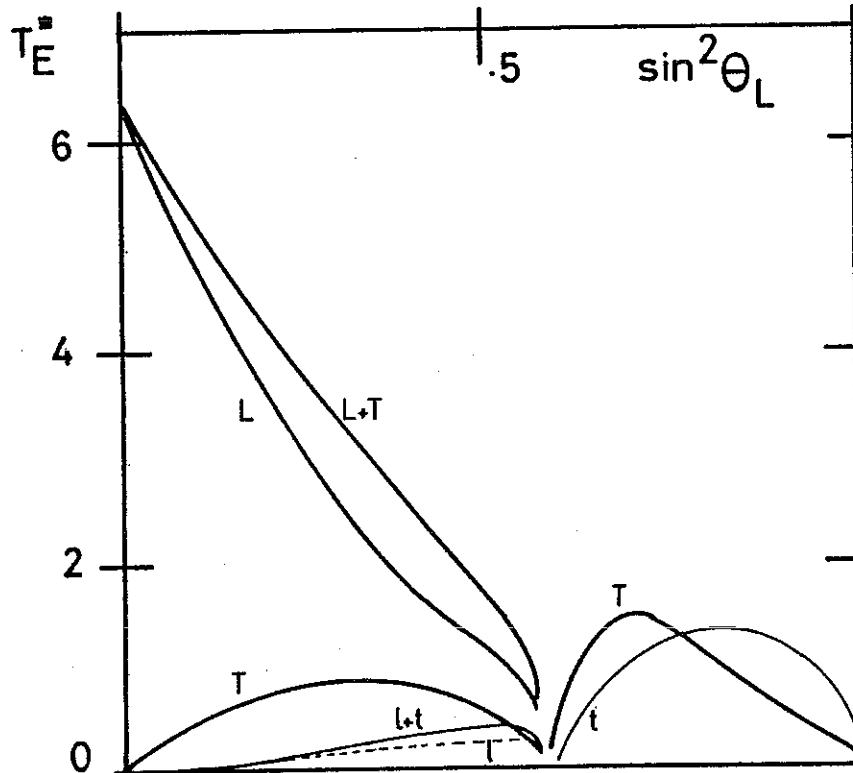
$$K_2 = 0,404$$

$$K_4 = 0,251$$

La théorie de Parshin et Marchenko ($X = 0$) conduit alors à $\overset{\circ}{Q} = 1,80 \cdot T^6$,
soit $R_K T^5 = 9,2 \cdot 10^{-2}$.

Pour trouver $R_K T^5 = 3 \cdot 10^{-2}$, soit $\overset{\circ}{Q} = 8,3 T^6$, il faut prendre $X = 1,51$
qui correspond à $\sigma = 2,25 \cdot 10^{-10}$ g/cm²

$$\text{soit } \sigma = \frac{1}{23} \text{ couche atomique}$$



16.

Fig. AI - 1 : Taux de transmission de l'énergie :

$$T_E^* = T_E(\theta_L, \omega) \cdot \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2$$

en fonction de θ_L , angle d'incidence. T_E est indépendant de ω pour ω petit.
L se réfère à la transmission vers les phonons longitudinaux.

T : vers les phonons transverses.

Les majuscules (trait épais) correspond à $\chi = 1,51$ ($\sigma = \frac{1}{23}$ couche)

Les minuscules à $\sigma = 0$.

On note que l'influence de σ est essentiellement de rendre finie la transmission vers les longitudinaux, lorsque θ_L est petit.

Rappelons que la moyenne angulaire est

$$\langle T_E \rangle = \frac{\int_0^{\pi/2} T_E d \frac{\sin^2 \theta_L}{2}}{\int_0^{\pi/2} d \frac{\sin^2 \theta_L}{2}}$$

$$\chi = 0 \text{ conduit à } R_K T^5 = 0,2 \frac{K^6 \text{ cm}^2}{W} \cdot \chi = 1,51 \text{ à } 3 \cdot 10^{-2} \frac{K^6 \text{ cm}^2}{W}$$

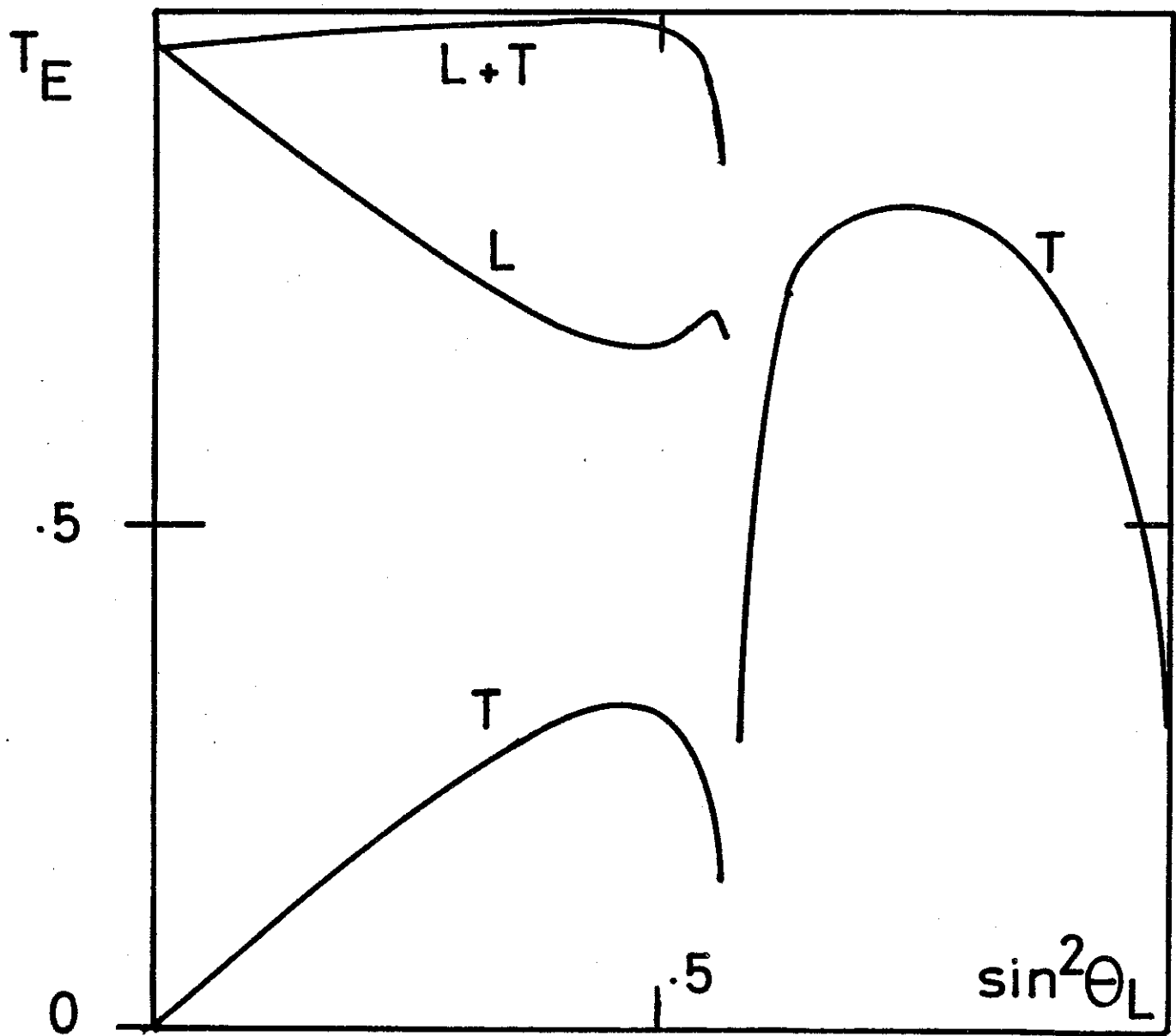


Fig. AI - 2 : Taux de transmission à haute fréquence.

Ces taux de transmission conduisent à :

$$R_K T^3 \sim 0,2 \frac{K^4 \text{ cm}^2}{W}$$

Pour tester la sensibilité de $R_K T^5$ à la valeur de C_t choisie (rappelons que le solide est anisotrope), nous avons utilisé également : $C_t = 280$ m/s, au lieu de 245 m/s, nous trouvons :

$$\sigma = \frac{1}{23,5} \text{ couche}$$

Conclusions

Comme nous l'avons déjà dit, nous tenons à souligner que la valeur prédite pour $R_K T^5$ par Parshin et Marchenko est d'un facteur 5 trop élevée pour les valeurs de $\tilde{\alpha}$ mesurées (Keshishev et al., Landau et al., Balibar et al.), c'est-à-dire $0,2 \text{ ergs/cm}^2$ au maximum.

Un couplage suffisant est restauré, si l'on utilise une masse de $\frac{1}{20}$ de couche, ce qui est très faible. Par ailleurs, comme nous l'avons annoncé, il est clair, d'après la figure 1, que l'essentiel de l'action de σ est de restaurer un couplage entre phonons sous incidence pratiquement normale, et que, dans ce cas, les phonons transverses peuvent effectivement être négligés ($\frac{1}{25}$ de couche, au lieu de $\frac{1}{23}$).

ANNEXE II

MESURE DE L'ORIENTATION DES CRISTAUX PAR RAPPORT AUX AXES DE LA CELLULE

I - INTRODUCTION

Nous présentons ci-dessous la technique utilisée pour mesurer l'orientation des cristaux dans la cellule. Il s'agit d'une mesure de conductivité thermique dans le régime Umklapp, cette conductivité étant assez fortement anisotrope.

Nous présentons tout d'abord le régime Umklapp de manière simple, sans insister sur les détails théoriques de ce régime.

Ensuite, nous donnons nos résultats que nous comparons à ceux de Hoggan-Guyer et Fairbank et en déduisons l'orientation des différents échantillons.

De la valeur limite de la conductivité en fin de régime Umklapp, nous déduisons également la densité de dislocations.

II - LE REGIME UMKLAPP

Les collisions phonon-phonon doivent conserver l'énergie et l'impulsion. Cependant, la conservation de l'impulsion fait intervenir le réseau : l'impulsion initiale des phonons peut différer de l'impulsion finale par un vecteur du réseau réciproque $\vec{R}$

Dans une telle collision, les phonons cèdent de l'impulsion au réseau : le gaz de phonons frotte sur le réseau : la conductivité thermique en est donc altérée.

Ces processus ne peuvent avoir lieu que si :

$$|p_1| + |p_2| \gtrsim \frac{K_{BZ} \theta_{BZ}}{C}$$

où $K_{BZ} \theta_{BZ}$ est l'énergie des phonons de bord de zone et C la vitesse du son.

Ces processus sont donc thermiquement activés ; leur probabilité est proportionnelle à

$$\exp \left[-\frac{\theta_D}{bT} \right]$$

où θ_D est la température de Debye et b un facteur sans dimension.

La conductivité thermique contiendra donc un terme $\exp \left[-\frac{\theta_D}{bT} \right]$

A ce stade, une remarque s'impose : sans vouloir entrer dans les détails, il est clair que l'on ne peut nullement nier l'existence d'un terme T^n en facteur.

Expérimentalement, si $nT \ll \frac{\theta_D}{b}$, il est de toute façon impossible de distinguer la présence d'un tel terme, son seul effet pouvant éventuellement être une renormalisation de $\frac{\theta_D}{b}$ à $\frac{\theta_D}{b} - n\bar{T}$, où $\bar{T}$ est la température moyenne de la gamme de mesure.

Ce qu'il faut retenir, c'est que si $T \ll \frac{\theta_D}{b}$, K varie très rapidement avec T :

$$K \propto \exp \left[-\frac{\theta_D}{bT} \right]$$

Autres régimes

Il est clair, que du côté basse température, K ne peut pas augmenter indéfiniment.

Lorsque les autres collisions inélastiques deviennent plus nombreuses que les processus Umklapp (collisions sur les défauts ou sur les bords de l'échantillon), on quitte le régime Umklapp. Suivant la quantité de défaut :

- si les collisions phonon-phonon sont plus nombreuses que les collisions inélastiques ($\lambda_{ph-ph} \ll \lambda_{inel}$), on a l'écoulement d'un gaz de phonons peu visqueux entre les bords de la cellule ou entre les défauts (Régime de Poiseuille),

- si $\lambda_{\text{phph}} > \lambda_{\text{inel}}$, on a la diffusion ballistique des phonons entre les parois ou les défauts.

Dans le régime ballistique,

$$\kappa \sim C_V \cdot C \cdot \lambda_{\text{inel}} \propto T^3$$

(C_V est la chaleur spécifique par volume)

Dans le régime de Poiseuille,

$$\kappa \sim \frac{C_V}{\nu} \cdot C^2 \cdot d^2$$

où ν est la viscosité cinématique,

$$\text{soit } \kappa \sim C_V \cdot C \cdot \frac{d^2}{\lambda_{\text{ph-ph}}}$$

III - CAS DE L' ^4He

Dans l' ^4He , la conductivité Umklapp est fortement anisotrope, et en particulier le facteur $\frac{\theta_D}{b}$. Il y a une anisotropie d'un facteur deux sur b (Hogan, Guyer, Fairbank; Golub et Svatko, ...). C'est cette propriété que nous avons utilisée pour mesurer l'orientation de nos cristaux.

Le cristal ayant une symétrie d'ordre 6 autour de l'axe C, la conductivité est nécessairement isotrope dans le plan perpendiculaire à l'axe C. Par contre, il est possible de mesurer l'angle α entre un flux de chaleur et l'axe C du cristal en mesurant le gradient de température parallèle au flux de chaleur :

$$(\nabla T)_J = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{K_{\parallel}} + \frac{\sin^2 \alpha}{K_{\perp}} \right) J$$

où $K_{\parallel}$ ($K_{\perp}$) est la conductivité parallèle (perpendiculaire) à l'axe C.

IV - NOS RESULTATS

Sur la figure 2, nous avons porté nos mesures de conductivité effectuées sur le réfrigérateur à ^3He , pour différents échantillons.

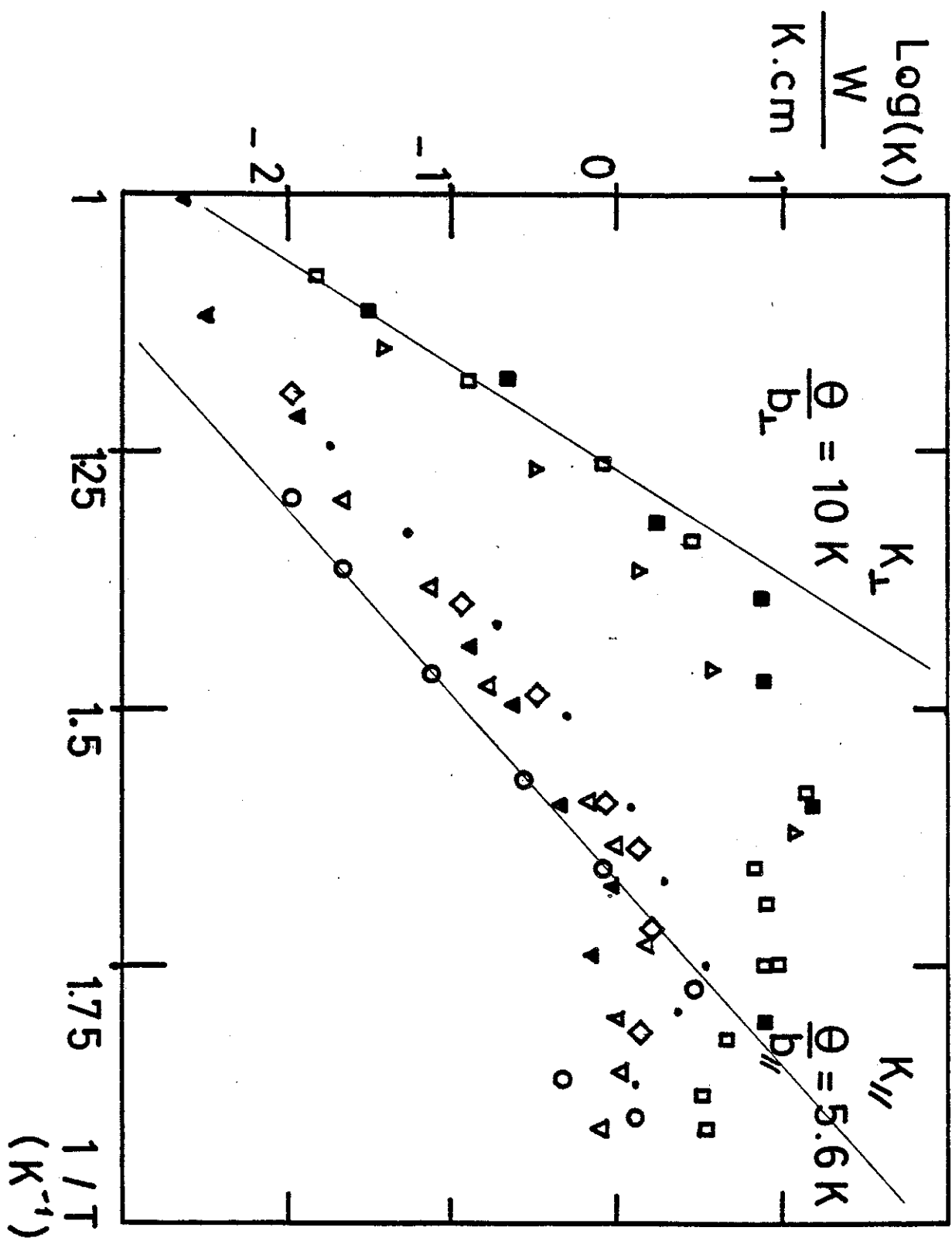


Fig. 1: Mesures de conductivités dans le régime Umklapp. Mesures sur le réfrigérateur ^3He .

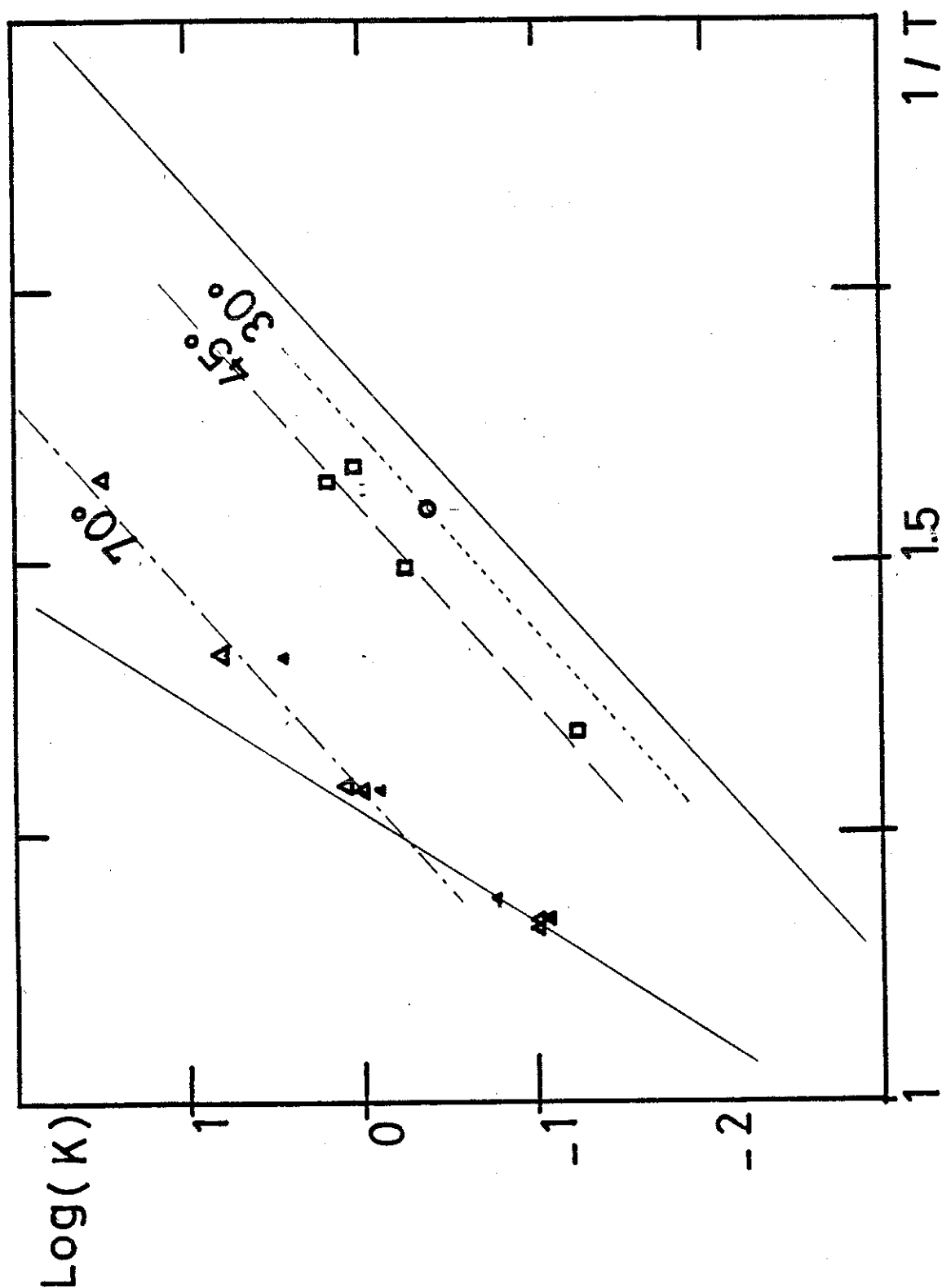


Fig. 2 : échantillons étudiés sur le réfrigérateur à dilution.

. On note effectivement une forte anisotropie,

. Si l'on sait qu'entre chaque point de mesure de conductivité, le cristal était partiellement fondu (comme décrit au chapitre IV), on constate avec beaucoup d'évidence, que, malgré ces fusions et solidifications, l'échantillon restait monocristallin.

Pour pouvoir comparer nos résultats à ceux de Hogan et al., nous les avons portés sous la forme $\text{Log } K$ en fonction de $\frac{1}{T}$.

Nous mettons ainsi en évidence deux pentes :

$$\left(\frac{\theta}{b}\right)_{\text{max}} \simeq 10 \text{ K}$$

et

$$\left(\frac{\theta}{b}\right)_{\text{min}} \simeq 5.6 \text{ K}$$

Si l'on prend alors $\theta_D = 25,9 \text{ K}$ (CARDNER, HOFFER, PHILLIPS)

on trouve $b_{\text{max}} = 2,6$

$$b_{\text{min}} = 4,6$$

Il est à noter que K gan-Guyer et Fairbank trouvent $b_{\parallel} = 4,62$

$$b_{\perp} = 2,58$$

pour des solides à différentes densités (53,85, 125 Atm).

La cohérence entre nos résultats et les leurs est tout à fait remarquable

Il n'était pas, à priori, évident, que la température de Debye soit la seule énergie dont dépende la conductivité à des pressions si différentes.

Nous avons utilisé ces résultats pour mesurer l'orientation des cristaux étudiés sur le réfrigérateur à dilution.

Contrairement à la mesure de la résistance de Kapitsa, la mesure de la

conductivité du solide nécessitait la connaissance de la valeur du rapport $\frac{R_3}{R_2}$ à courant nul. Etant donné la faible pente des thermomètres dans cette zone de température ($T \gtrsim 0,6$ K), $\frac{T}{R} \frac{dR}{dT} \simeq 0,2$, cette mesure absolue du rapport à courant nul nécessitait une grande précision : une conductivité de $\frac{1W}{Kcm}$ conduit pour un flux de $\frac{1mW}{2}$ à $\delta T \sim 1$ mK, soit $\frac{\delta R}{R} \sim 2 \cdot 10^{-4}$.

On conçoit donc que le rapport à courant nul devait être connu avec une précision de l'ordre de $5 \cdot 10^{-5}$ pour pouvoir mesurer avec une bonne précision des conductivités de l'ordre de $3 \frac{W}{Kcm}$.

Etant donné la difficulté d'un tel étalonnage, (et sa fragilité dans le temps), nous avons confirmé nos mesures, en utilisant des mesures de conductivité du liquide : celle ci est, en effet, est supérieure à $3W/K.cm$ dès que $T \gtrsim 0,7$ K. En imposant à cette conductivité d'être positive, on obtient ainsi avec une précision suffisante la valeur du "rapport à courant nul".

Nous avons porté sur la figure 2 les résultats ainsi obtenus, ainsi que la valeur de α correspondant aux points. Ces valeurs de α sont celles annoncées au chapitre V.

ESTIMATION DE LA DENSITE DE DISLOCATIONS

La valeur limite de conductivité en fin de régime Umklapp est :

$$K = 3 \frac{W}{Kcm}$$

Il est facile de voir qu'une telle valeur de conductivité est trop élevée pour correspondre à un régime ballistique entre parois :

$$K = 1/3 C_V \cdot C \cdot \lambda$$

C_V est la chaleur spécifique par volume. Si l'on utilise

$$C_V = 235 R \left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \quad \text{par mole}$$

avec $\theta = 26$ K.

On trouve $C_V \sim 10^3 \frac{J}{Km^3}$

Utilisant pour C la valeur de 300 m/s, on a

$$\lambda = 3 \text{ mm}$$

Nous trouvons donc un libre parcours moyen supérieur aux dimensions de la cellule.

Il est également facile de voir qu'il ne s'agit pas non plus d'un écoulement de poiseuille entre parois :

Dans le régime de Poiseuille, λ est le libre parcours effectif.

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{d^2}{\lambda_{\text{ph-ph}}}$$

où d est la dimension de l'échantillon et $\lambda_{\text{ph-ph}} = \tau_N \cdot C$

où τ_N est le temps de collision ph - ph.

En utilisant pour τ_N l'expression

$$\tau_N = 2 \cdot 10^{-12} \left(\frac{\theta}{T}\right)^3 \text{ sec}$$

donnée par Hogan-Guyer et Fairbank, nous trouvons $\lambda_{\text{eff}} = 2 \text{ cm}$.

Il semble donc bien que comme l'indiquent Golub et Svatko, le régime de Poiseuille soit peu développé et qu'en fait on ait un écoulement de Poiseuille faisant intervenir les dislocations.

Dans un tel régime, le calcul exact est assez complexe. Nous utilisons donc une formule d'interpolation pour λ_{eff} :

$$\lambda_{\text{eff}} \approx \frac{1}{\lambda_{\text{phph}}} \dots \frac{d^2}{\left| 1 + \frac{d^2}{c^2 \tau_d^2} \right|}$$

Une telle formule conduit à :

$$c\tau_d \sim \frac{d}{4} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Le modèle de collision sur des dislocation mobiles, présenté par Golub et Swatko, relie le temps $\tau_d(\omega)$ de collision d'un phonon de fréquence ω sur les dislocations, à la densité N de dislocations :

$$\tau_d^{-1}(\omega) \sim 2\pi \cdot N \cdot c^2/\omega$$

avec N en cm^{-2} et T en K.

Ceci conduit à : $N = 10^7 \text{ cm}^{-2}$
 Cette valeur peut être considérée comme exacte à un facteur 10 près.
 Elle reflète simplement le fait que les dislocations jouent un rôle indiscutable sur la valeur de K ; et que les collisions phonons-phonons sont peu effectives. Comme nous l'avons noté dans l'introduction, cette valeur de $10^7/\text{cm}^2$ est en bon accord avec les mesures de mosaïcités sur les spectres de diffraction X sur les cristaux obtenus depuis le superfluide. (Greywall)

KHALATNIKOV, Zh. Eksp. Teor, fiz. 22, 687 (1952).

E.R. GRILLY, JLTP, vol. 11, 1973
"Pressure volume relation in ^4He ."

A.I. SHA'NIKOV JETP, vol. 14, n° 4 (1961)
Motion of charges in liquid and solid He.

D.S. GREYWALL, Phys. Rev. A, vol. 3, n° 6 (1970)
Sound propagation in single oriented crystals of hcp ^4He .

B.A. FRAAS, S.M. HEALD and R.O. SIMMONS, Journal of Cryst. Growth, 42 (1977)
Growth of several quantum crystals.

A.F. ANDREEV and A.Ya. PARSHIN, JETP 48 (Oct. 78)
Equilibrium shape and oscillations of the surface of quantum crystals.

S. BALIBAR, D.O. EDWARDS and C. LAROCHE, Phys. Rev. Lett. vol. 42, n°12
(March 1972)
Surface tension of solid ^4He .

K.O. KESHISHEV, A.Ya PARSHIN and A.V. BABKIN, JETP Lett. vol. 30, n° 1
(July 1979)
Crystallization waves in helium 4.

J.E. AVRON, L.S. BALFOUR, C.G. KUPER, J. LANDAU, S.G. LIPSON and L.S. SCHULMAN,
Phys. Rev. Lett., vol. 45, n° 10 (sept 1980), n° 1 (July 1980)
Roughening transition in the ^4He solid-superfluid interface.

S. BALIBAR and B. CASTAING, Journal de Physique, Lett. 41 (Juillet 1980)
Possible observation of the roughening transition in helium.

B. CASTAING and P. NOZIERES, J. Physique, vol. 41 (juillet 1980)
Transmission of sound at the liquid-solid interface of helium : a new probe
of melting cinetics.

- B. CASTAING, S. BALIBAR, C. LAROCHE, J. de Physique, 41 (août 80)
Mobilité à 1 MHz du front de fusion de ^4He .
- J.E. BERTHOLD, H.N. HANSON, H.J. MORIS and G.M. SEIDEL, Phys. Rev. B, vol. 14,
n° 5 (sept. 76)
Investigation of the phonon dispersion relation in liquid ^4He by thermal ex-
pansion measurements.
- V.I. MARTCHENKO and A.Ya. PARSHIN, Pis'Moc, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 31, n° 12
(Juin 1980)
Capillary propagation of sound and anomalous Kapitza jump at the boundary
between solid and liquid helium.
- H.J. MARIS and T.E. HUBER, JLTP, vol. 48, 49 (1982)
Kapitza resistance between liquid and solid helium : I) theory
II) experiment
- L. PUECH and B. CASTAING, J. Physique Lett. 43 (Août 1982)
Liquid solid interface inertia.
- L. PUECH, B. HEBRAL, D. THOULOZE, B. CASTAING, J. Physique Lett. 43 (nov. 82)
Liquid solid ^4He interface : Kapitza resistance.
- L. PUECH and B. CASTAING, C.R.A.S., présenté par P. Nozières (à paraître)
Observation du ralentissement critique près d'une transition rugueuse.
Version anglaise : J. Physique Lett. (à paraître 15 février 1983).
- H.A. FAIRBANK, D.M. LEE, Rev. of Scient. Instr. 31 (6) (June 1960)
Thermal conductivity of 70-30 Cupro-nickel alloy from 0,3 K to 4 K.
- E.M. HOGAN, R.A. GUYER, H. FAIRBANK, Phys. Rev. vol. 185, n° 1 (sept. 69)
Thermal conductivity of oriented single crystals of h.c.p. ^4He .
- A.A. GOLUB and S.V. SVATKO, Sov. J.L.T.P. 6 (8) (Août 80)
Thermal conductivity of low density solid ^4He .

W.R. GARDNER, J.K. HOFFER, N.E. PHILLIPS, Phys. Rev. A; 7 (5) (Mars 73)
Thermodynamic properties of ^4He . The h.c.p. phase at low densities.

N.R. WERTHAMER, S.T. CHUI, Phys. Lett. 41 A (2) (Sept. 72)
Evaluation of the Umklapp thermal relaxation time tensor in the low temperature limit. Application to helium.

1°) Expériences sur la transition rugueuse

J. LANDAU, S.G. LIPSON et al. (cités chapitre I)

KESHISHEV et al. -

BALIBAR et CASTAING -

2°) Théories

A) Articles sur la forme des cristaux

C. HERRING; Phys. Rev. vol. 82, n° 1 (1951)

Some theorems on the free energy of crystal surface

L. LANDAU : collected papers of L. LANDAU

D.P. WOODRUFF (Cambridge University Press)

The solid-liquid interface

V.I. MARCHENKO and A.Ya. PARSHIN, JETP 52 (July 80)

Elastic properties of crystal surfaces

V.I. MARCHENKO and A.Ya. PARSHIN, JETP 54 (sept. 81)

Theory of the equilibrium shape of crystals

B) Articles sur la transition rugueuse

A.F. ANDREW, JETP, 53 (5) (May 1981)

Faceting transition of crystals

CHUI et J.D. WEEDS, Phys. Rev. B, vol. 14, n° 11 (Dec. 76)

Phase transition in the two dimensional Coulomb gaz and the interfacial roughening transition.

J.D. WEEKS

"The roughening transition" in ordering "in strongly fluctuating systems."

H. Van BEIJEREN, Phys. Rev. Lett., vol. 30, n° 10 (mai 77)

Exactly solvable model for the roughening transition

R.H. SWENDSON, Phys. Rev. Lett., vol. 17 n° 22, Nov. 77

Critical slowing down at the roughening transition.

C) Articles reliés à la transition rugueuse

E.H. LIEB, Phys. Rev. Lett., vol. 18, n° 17, April 1967

Exact solution of the problem of the entropy of two dimensional ICE

R.J. BAXTER, Phys. Rev. Lett. vol. 26, n° 14, August 1971

Eight-vertex model in lattice statistics

J. Phys. C : vol. 6 (73)

On the spontaneous order of the eight-vertex model

J. Phys. C : vol. 7 (74)

Spontaneous polarization of the eight-vertex model.

J.M. KOSTERLITZ and D.J. THOULESS

a) Progr. Low Temp. Phys. VII B

Two dimensional physics

b) J. Phys. C, vol. 6, (73)

Ordering metastability and phase transitions in two dimensional systems.

c) J. Phys. C, vol. 7 (74)

The critical properties of the x-y model.

D.R. NELSON and J.M. KOSTERLITZ, Phys. Rev. Lett., vol. 39, n° 19

(nov. 77)

Universal jump in the superfluid density of two dimensional superfluids.

B.J. HALPERIN, D.R. NELSON, Phys. Rev. Lett. 41 (2) July 78

Theory of two dimensional melting

A.D. NOVACO, P.A. SHEA, Phys. Rev. B 26 (1) (July 1982)

Relaxation and fluctuations effects near the melting transition in a two dimensional solid.

V. AMBEGAOKAR, B.I. HALPEIRA, D.R. NELSON, E.D. SIGGIA,

Dynamics of superfluid films (preprint)

V.J. EMERY, R.H. SWENDSEN, Phys. Rev. Lett. 39 (22) (Nov. 77)
Critical transitions, interface roughening and the classical X-Y
model.

81 01403

Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le 3/2/83

Le Président de la thèse

Worin

Vu, et permis d'imprimer,

Grenoble, le 10-2-83

Le Président de l'Université Scientifique et Médicale



Le Président

M. TANCHE

B. Tanche

RESUME

Nous avons mesuré la résistance de Kapitza (R_K) de l'interface liquide-solide de ^4He pour ses parties rugueuses et lisses (facettes). Nous montrons que la R_K des facettes est normale : $R_K \cdot T^3 = \text{Cte}$, en accord avec la théorie de Khalatnikov.

Pour les parties rugueuses, nous avons mis en évidence un comportement anormal : $R_K \cdot T^5 = \text{Cte}$, caractéristique d'une interface très mobile, comme le proposent Parshin et Marchenko. Leur mécanisme de couplage conduit à une valeur de $R_K \cdot T^5$ supérieure d'un ordre de grandeur à notre résultat expérimental. Ceci nous a conduit à introduire la notion d'inertie d'interface. Nous montrons que la présence d'une masse de l'ordre de 1/20 de couche atomique suffit à interpréter entièrement nos résultats.

La différence entre les R_K des parties lisses et rugueuses nous a permis de mettre en évidence, pour la première fois, l'existence d'un ralentissement critique associé à la transition rugueuse.

Mots-clés : hélium, basses températures, résistance de Kapitza, interface, transition rugueuse.

