

THESE

présentée par :

Xavier CHAVANNE

Pour obtenir le grade de Docteur
de l'Université Joseph Fourier Grenoble I
(Arrêtés ministériels du 5 juillet 1984 et du 30 mars 1992)
(Spécialité : Physique)

Etude du régime turbulent en convection de Rayleigh-Bénard dans l'hélium liquide ou gazeux autour de 5 K

Date soutenance : 16 octobre 1997

Composition du Jury :

J.P. BERTOGLIO, Examineur
B. CASTAING, Examineur
S. CILIBERTO, Examineur
S. FAUVE, Rapporteur
E. HOPFINGER, Examineur
P. LEGAL, Examineur
A. RAVEX, Examineur
S. ZALESKI, Rapporteur

Thèse préparée au sein du
Centre de Recherches sur les Très Basses Températures,
laboratoire associé à l'Université Joseph Fourier
C.N.R.S., 25 avenue des Martyrs, BP 166, 38042 Grenoble-Cedex 9

SOMMAIRE

	<i>Pages</i>
Remerciements	
Table des matières des parties	
Table des symboles	
La cellule de Rayleigh Bénard : un outil d'analyse de la convection	1
La cellule de Rayleigh Bénard vue de l'extérieur : l'analyse $Nu Ra$	55
La cellule de Rayleigh Bénard vue de l'intérieur : mesures locales de température	121
Une étude de la convection dans la cellule de Rayleigh Bénard	155
Conclusions, perspectives	179
Références bibliographiques	183
Annexe A	
Annexe B	
Annexe C	

Remerciements

Ce travail de thèse de trois ans au sein du Centre de Recherches sur les Très Basses Températures n'aurait pu aboutir sans l'aide de nombreuses personnes. Que cette page soit l'occasion de les remercier pour l'aide et les conseils qu'elles m'ont apportés durant ces années et pour m'avoir fait profiter de leurs expériences de la recherche scientifique.

Je tiens, en particulier, à remercier mon directeur de thèse, B. Castaing pour le choix du sujet de travail, pour la disponibilité dont il a fait preuve et la patience pour répondre à mes questions souvent naïves. J'ai admiré sa connaissance et sa rigueur scientifique. Je tiens également à exprimer ma gratitude à B. Hébral, directeur de recherche au C.R.T.B.T., qui a beaucoup compté dans ce travail de thèse. Avec lui, j'ai appris la nécessité de travailler avec une certaine rigueur expérimentale et d'avoir une approche claire et concrète des choses.

B. Chabaud, jeune et dynamique enseignant-chercheur, m'a fait profiter de son expérience de jeune ancien thésard ainsi que son aide dans des domaines aussi variés que l'enseignement des travaux pratiques ou l'utilisation d'un logiciel Macintosh. Je le remercie aussi pour les corrections pertinentes de mes écrits comme la présente thèse.

O. Chanal et Y. Ladam, les thésards qui complètent l'équipe d'hydrodynamique ont toujours essayé de répondre à mes questions. Ils ont permis que règnent une bonne ambiance entre nous. Je leur souhaite bonne chance pour la fin de leur thèse.

Je suis également redevable des conversations que j'ai eues avec P. Roche, stagiaire DEA (et bientôt mon successeur sur le montage de Rayleigh Bénard), F. Chilla sur mon travail de thèse.

Au cours de ma thèse, j'ai dû solliciter l'aide de chercheurs et les compétences des techniciens du laboratoire. Je les remercie pour la disponibilité et la conscience professionnelle dont ils ont fait preuve. Je remercie en particulier J. Odin pour les précieux conseils de thermométrie, B. Waksman que j'ai souvent dérangé pour mes nombreux problèmes informatiques. Je suis reconnaissant à G. Cernicchiaro et J.L. Genicon de m'avoir initié aux subtilités de "manip" ainsi qu'aux créateurs de cette bibliothèque de programmes, L. Puech et A. Benoit pour leurs aides occasionnelles. J.L. Bret et J.P. Faure, du service électronique, ont permis le bon fonctionnement de la partie électronique du montage, en particulier les ponts de mesure des résistances. Les services de chaudronnerie et de micro-mécanique (en particulier L. Germani, P. Chanthib, L. Perli) ont beaucoup contribué à la réalisation du montage.

Pour la rédaction de divers papiers sur mon travail et la frappe du présent manuscrit, j'ai bénéficié du travail et de la compétence des secrétaire du laboratoire, A. Mazet, D. Devillers (capable de corriger pas seulement les fautes d'orthographe), et surtout P. Poirier qui a eu la redoutable tâche de taper cette thèse, faire les corrections. Travail d'autant plus méritoire que je n'ai pas toujours une écriture aisée à lire.

Je remercie toutes ces personnes et celles que j'ai pu oublier et qui ont permis, d'une manière ou d'une autre, que ce travail de thèse se déroule dans de bonnes conditions.

PARTIE I

La cellule de Rayleigh Bénard : un outil d'analyse de la convection

	<i>Pages</i>
A - INTRODUCTION	3
A-1 - Les nombres sans dimension du problème	4
A-2 - Les équations du fluide dans les conditions de Boussinesq	6
A-3 - Les études du seuil de convection au chaos	9
B - LE PROBLEME OUVERT DE LA CONVECTION DE RAYLEIGH BENARD DANS LE REGIME TURBULENT	10
B-1 - Introduction	10
B-2 - Présentation de quelques expériences	17
B-2-a- Mesures locales de température	18
B-2-b- Mesures de vitesse	18
B-2-c- Visualisation de structures cohérentes	22
B-3 - Quelques résultats expérimentaux sur le régime turbulent	22
B-3-a- La dépendance de Nu avec Γ	22
B-3-b- La dépendance de Nu avec Pr	24
B-3-c- La dépendance de Nu avec Ra	24
B-4 - Les approches théoriques et les confrontations avec l'expérience	26
B-4-a- Introduction	26
B-4-b- Présentation schématique	27
B-4-c- Equations exactes	29
B-4-d- Théorie de la longueur de mélange	30
B-4-e- Théorie de la couche de mélange	31
B-4-f- Théorie de l'écoulement moyen à grande échelle	33
B-5 - Les simulations numériques	39
B-6 - Résumé de la situation	42
C - SITUATION A LA FIN DE L'ETE 1994	43
C-1 - Choix de la géométrie et du fluide	43
C-2 - Montage de l'expérience	45
C-2-a- Le cryostat et la chambre d'expérience	46
C-2-b - La partie électrique	48
C-3 - Premières mesures - premiers problèmes	53

PARTIE II

La cellule de Rayleigh Bénard vue de l'extérieur : l'analyse Nu Ra

	<i>Pages</i>
A - LES EQUATIONS DES PROPRIETES DE L'HE	60
B - UNE INSTRUMENTATION PRECISE	65
B-1- Les Echelles Internationales de Température	65
B-2- Etalonnages des thermomètres	67
B-3- Mesure de pression	73
B-4- Mesure de la densité dans la cellule	74
C - LES AMELIORATIONS TECHNIQUES ET LES POSSIBILITES DU MONTAGE	75
C-1- Régulation de la température de la plaque du haut	76
C-2- Mesures près du régime conductif	79
C-3- Obtention des plus grands ΔT	84
C-4- Obtention des plus faibles ΔT	85
C-5- Traitement informatique des données	85
D - ANALYSE DES RESULTATS EN TERME DE Nu, Ra ET Pr	90
D-1- Résultats bruts : les effets non Boussinesq	90
D-1-a- A faible ΔT : le gradient adiabatique	90
D-1-b- A fort ΔT	96
D-2- Du seuil de convection à la turbulence	106
D-3- Régime 2/7	107
D-4- Transition vers un nouveau régime	110
D-5 - Nouveau régime	111
D-6- Comparaison avec d'autres expériences et avec les prévisions théoriques	114
D-6-a- L'expérience de Chicago	114
D-6-b - L'expérience de Goldstein avec l'eau	117
D-6-c- Confrontation avec les théories	119

Partie III

La cellule de Rayleigh Bénard vue de l'intérieur : mesures locales de températures

	<i>Pages</i>
A - APPAREILLAGE	123
A-1 - Les thermomètres	123
A-2 - Les ponts 3 fils	127
A-3 - L'analyseur de spectre HP 3562 A	129
A-4 - L'ordinateur Power Macintosh	130
B - RESULTATS AVEC L'ANALYSEUR DE SPECTRE	
MESURE D'UNE VITESSE CARACTERISTIQUE	135
B-1 - Les différentes analyses - Phase du spectre de corrélation	135
B-1-a - Les histogrammes des tensions	135
B-1-b - Les spectres de puissance des fluctuations de tension	136
B-1-c - Le spectre de corrélation entre les tensions de chaque voie	137
B-2 - Définition d'un nombre de Re à partir de mesures locales	140
B-2 a - Interprétation de f_{90°	140
B-2 b - Détermination d'une vitesse caractéristique	144
C - AUTRES TRAITEMENTS NUMERIQUES	147
C-1 - Spectre de puissance en température	147
C-2 - Mesure du temps de retard τ_{ret}	151

PARTIE IV

Une étude de la convection dans la cellule de Rayleigh Bénard

	<i>Pages</i>
A - ETUDE DE Re EN FONCTION DE Ra	157
B - ETUDE DE LA DISSIPATION VISQUEUSE DE LA CONVECTION DANS LA CELLULE	162
B-1 - Introduction	162
B-2 - Relation entre puissance dissipée et coefficient de frottement	162
B-3 - Quelques résultats sur le coefficient de frottement pour une plaque plane	164
B-4 - Résultats dans notre cellule	166
B-5 - Résumé de l'étude de la dissipation visqueuse	168
C - CONSEQUENCES SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR A PARTIR DE Re	169
C-1 - Profil de température près des plaques dans le cas d'une couche limite turbulente	169
C-2 - Nu en fonction de Ra aux hauts Ra	173
D - ETUDE DES POINTS NON BOUSSINESQ	176
D-1 - Re en fonction de Ra	176
D-2 - $\frac{RaNu}{Re^3Pr^2}$ en fonction de Re	177
CONCLUSIONS, PERSPECTIVES	179

TABLE DES SYMBOLES

h :	hauteur de la cellule
ϕ :	diamètre (pour une cellule cylindrique)
L :	longueur (pour une cellule parallélépipédique)
g :	constante de gravité terrestre (9.806 ms^{-2})
C_p :	capacité calorifique massique à pression constante (J/kg/K)
C_v :	capacité calorifique massique à volume constant (J/kg/K)
m_{He} :	masse molaire de l'He ($4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$)
λ :	conductivité thermique (W/K/m)
κ :	diffusivité thermique (m^2/s) $= \frac{\lambda}{C_p d}$
d :	densité moyenne dans la cellule (kg/m^3)
d_h :	densité au niveau de la plaque du haut
d_b :	densité au niveau de la plaque du bas
d_{cr} :	densité du point critique de l'He (69.58 kg/m^3)
T :	température moyenne dans la cellule (K) $T = T_b - \frac{\Delta T}{2}$
T_h :	température au niveau de la plaque du haut
T_b :	température au niveau de la plaque du bas
T_{bain} :	température dans le bain d'He liquide sous le calorimètre
T_{cr} :	température du point critique de l'He (5.1953 K dans E.I.T 90)
ΔT :	gradient de température entre les plaques, $\Delta T = T_b - T_h$
ΔT_{seuil} :	ΔT au seuil de convection sans effet du gradient adiabatique
ΔT_{ad} :	gradient adiabatique
P :	pression dans le cellule (bar)
P_{cr} :	pression critique de l'He (2.2764 bars)
α :	coefficient de dilatation thermique $\frac{1}{d} \left(\frac{\partial d}{\partial T} \right)_P$ (K^{-1})

- β : coefficient de compressibilité isotherme - $\frac{1}{d} \left(\frac{\partial d}{\partial P} \right)_T$ (Pa⁻¹)
 η : viscosité dynamique (Pa.s)
 ν : viscosité cinématique $\nu = \frac{\eta}{d}$ (m²/s)
 Q : puissance apportée sur la plaque du bas par effet Joules (W)
 Ra : nombre de Rayleigh
 Nu : nombre de Nusselt
 Pr : nombre de Prandtl
 Re : nombre de Reynolds déduit d'après nos mesures locales de température
 Γ : rapport d'aspect
 x : exposant de la loi de puissance pour Nu (Ra)
 δ_{th} : épaisseur de la couche limite thermique
 δ_v : épaisseur de la couche limite de vitesse
 u^* : vitesse caractéristique du frottement turbulent à la paroi : $u^* d =$ force de frottement pariétal
 Re^* : nombre de Reynolds associé à u^*
 V : vitesse de l'écoulement moyen
 u : fluctuations de vitesse, u_c : fluctuation au centre
 θ : fluctuations de température, θ_c : fluctuation au centre
 f_p : pic basse fréquence sur le spectre de puissance de température ; f_p est associée à la circulation de l'écoulement moyen.
 f_{cut} : fréquence de coupure du spectre de puissance de la température.
 f_{90° : fréquence pour laquelle la phase du spectre de corrélation des signaux des deux thermomètres tourne de 90°
 R_{Ge} : résistance de germanium placée dans la plaque du bas -> T_b

Partie I

La cellule de Rayleigh Bénard : un outil
d'analyse de la convection

A - INTRODUCTION

La convection de Rayleigh Bénard fait partie de la grande famille des écoulements de convection naturelle, ou convection libre ou encore simplement convection. Un fluide au repos est placé dans une configuration instable par des causes "naturelles" comme un gradient de densité dans un champ de pesanteur; le gradient de densité peut être dû, par exemple, à un gradient de température. C'est un phénomène tellement répandu, ne serait-ce que l'air d'une salle mis continuellement en mouvement par les différences de température, que l'homme a dû l'observer depuis longtemps. Pourtant il faut attendre H. Bénard pour qu'une première étude expérimentale soit menée au début du XXe siècle au moment même où A. Einstein contribuait aux bases de la relativité, de la mécanique quantique et de la physique statistique dans ses fameux articles de 1905. L'expérience de Bénard consiste en une couche d'huile à l'air libre chauffée par le bas. Beaucoup plus tard, cette expérience sera interprétée non pas comme illustrant la convection dite de Rayleigh Bénard, où le gradient de densité est le moteur du mouvement, mais comme un effet de Marangoni où la variation de la tension de surface avec la température est responsable de la convection. En 1916 Lord Rayleigh -celui-là même qui s'intéressa, entre autres, à la diffusion de la lumière - mène la première étude théorique sur le sujet. A partir des équations de vitesse et de température établies vers 1903 par J. Boussinesq, il interprète physiquement l'apparition de la convection au delà d'un seuil de chauffage.

Depuis lors, la cellule de Rayleigh Bénard a fait et fait l'objet de nombreux travaux - tant d'un point de vue expérimental que théorique - à cause de sa simplicité et du faible nombre de paramètres à contrôler. C'est à ce problème que cette thèse est consacrée.

Le rapport de thèse se divise en quatre parties. La première situe le sujet et décrit notre situation expérimentale au début de cette thèse. La deuxième partie présente les mesures calorimétriques pour déterminer les grandeurs sans dimension caractérisant la convection thermique, l'analyse de leur comportement les unes avec les autres et souligne l'originalité de cette étude par rapport aux travaux antérieurs sur le même sujet. La troisième partie traite de mesures locales de température et de leurs premières analyses : nous avons notamment déduit de la corrélation entre ces signaux de température une vitesse caractéristique de l'écoulement. La qua-

trième et dernière partie concerne une étude de la convection de Rayleigh Bénard à l'aide de tous les nombres sans dimension déterminés lors de nos différentes mesures.

Présentons tout d'abord le cadre théorique du système de Rayleigh Bénard, en introduisant les grandeurs physiques du problème et en les ramenant à des nombres sans dimension.

A-1 - Les nombres sans dimension du problème

Le système se présente sous la forme d'une couche de fluide, sous une seule phase et chauffée par le bas. Le récipient qui la contient peut être un cylindre ou un parallélépipède de hauteur h et de diamètre ϕ ou de base la largeur l x la longueur L . Le fluide est soit un métal liquide bon conducteur thermique (le mercure), soit un gaz (l'air...), soit encore un liquide peu conducteur (eau, huiles silicones ou même un oxyde de métal fondu). Il est défini par ses propriétés thermodynamiques et de transport : la densité moyenne d , le coefficient de dilatation thermique α , la chaleur massique à pression constante C_p , la conductivité thermique λ , la diffusivité thermique $\kappa (= \frac{\lambda}{C_p d})$, la viscosité cinématique ν . La puissance de chauffage Q , appliquée uniformément sur la plaque du bas et évacuée de la même façon par la plaque du haut engendre une différence de température ΔT sur la hauteur h engendrant à son tour une différence de densité (la pression reste uniforme sur h à la pression hydrostatique près, négligeable dans la plupart des cas). Cela signifie que le fluide près du bas se dilate et devient donc plus léger que le fluide en haut (il existe des fluides où le contraire se produit ; citons l'eau liquide en-dessous de 4°C ou des mélanges d' He^3 et d' He^4 vers 1 K). Dans le champ de gravitation g cette configuration tend à être instable. Pour un ΔT suffisant le fluide est mis en mouvement ; ce seuil de convection ΔT_{seuil} dépend du fluide utilisé donc de ses propriétés, de h , voire des dimensions latérales et même de g (pour une expérience sur la lune, ou, plus réaliste, pour une expérience avec une centrifugeuse où g est l'accélération centrifuge (1)). Le premier nombre sans dimension introduit est le nombre de Rayleigh (Ra) construit de manière à s'affranchir de ces dépendances (pour plus de détails, le lecteur consultera le chapitre III de la référence (2)).

$$Ra = \frac{g h^3 \alpha \Delta T}{\nu \kappa}$$

Au seuil de convection pour une cellule large :

$$Ra_{\text{seuil}} = \frac{g \alpha \Delta T_{\text{seuil}} h^3}{\nu \kappa} = 1708$$

quelques soient h et le fluide utilisé.

La valeur a été déterminée en partant des équations linéarisées de vitesse et de température (pour les détails voir réf. (3) § 57). Aux incertitudes près cette valeur est bien vérifiée expérimentalement (voir par exemple ref. (4) page 361, ou réf. (5) pages 27-28).

Ce nombre quantifie l'importance du mécanisme responsable de l'instabilité, la poussée d'Archimède, par rapport aux mécanismes stabilisateurs que sont la dissipation visqueuse et la diffusivité thermique ; il caractérise la convection et dans toutes les études joue le rôle de paramètre de contrôle.

D'autres nombres sans dimension sont nécessaires pour une étude aussi complète que possible du système :

* *Le nombre de Nusselt (Nu) :*

$$Nu = \frac{Qh}{\lambda S \Delta T}$$

avec S : surface de la base du récipient.

En régime convectif, le transport de chaleur vers le haut devient plus efficace (ΔT augmente moins rapidement avec Q que dans le régime conductif). Nu va quantifier cette efficacité par rapport à la conduction pure et vaut par construction 1 pour $Ra < Ra_{\text{seuil}}$.

* *Le nombre de Prandtl (Pr) :*

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$$

il n'est fonction que des propriétés de transport de la quantité de mouvement et de la chaleur par les molécules du fluide; du mercure liquide aux huiles silicones Pr varie de 0.024 à 8000.

* *Le rapport d'aspect (Γ) :*

$$\Gamma = \frac{\phi}{h} \text{ ou } \frac{L}{h}$$

Ce nombre ne dépend que de la géométrie de la cellule. $\Gamma \rightarrow \infty$ correspond à une cellule très large ; les parois n'influencent pas l'écoulement et c'est très souvent dans ce cadre que s'effectuent les calculs théoriques. $\Gamma \rightarrow 0$ correspond à une cellule de plus en plus élancée ; les valeurs caractéristiques de Ra , Ra_{seuil} par exemple, dépendent alors de la valeur de Γ .

Ces deux derniers nombres sont souvent fixés lors des mesures.

Un dernier nombre utile et incontournable en mécanique des fluides est le nombre de Reynolds (Re) :

$$Re = \frac{Vh}{\nu}$$

où V est une vitesse caractéristique du fluide sur la taille de la cellule ; à la différence des problèmes de convection forcée où V est imposée de l'extérieur (à l'aide d'une pompe par exemple), V résulte du mécanisme d'instabilité et donc échappe à un contrôle direct. Cette vitesse peut être comparée à la vitesse de diffusion $\frac{\kappa}{h}$ ou à la vitesse de chute libre $\sqrt{g h \alpha \Delta T}$.

Dans la définition de la plupart des nombres sans dimension interviennent les propriétés du fluide. Celles-ci sont fonction de la température T et de la pression P ou de la température T et de la densité d . Pour mettre en mouvement un fluide il faut le soumettre à un gradient de température ce qui induit un gradient des propriétés du fluide. Afin d'utiliser les nombres introduits ci-dessus et mener une analyse théorique on travaille dans le cadre de ce qu'on appelle les hypothèses de Boussinesq, du nom du savant qui établit le système d'équations présenté dans le paragraphe ci-dessous.

A-2 - Les équations du fluide dans les conditions de Boussinesq

Ce paragraphe s'inspire beaucoup du chapitre 14 de la réf. (4). Pour pouvoir écrire les équations de conservation du système on suppose que le gradient de densité dû à ΔT ne joue un rôle que dans le terme exprimant la force de gravité dans l'équation de Navier et Stokes et que les autres propriétés du fluide sont uniformes dans la cellule. Elles sont calculées à l'aide de la température moyenne T (que l'on suppose coïncider avec la température du centre T_c) et de la densité moyenne de la cellule d ; leur variation relative sur h doit être négligeable :

$$\frac{\Delta C_p}{C_p}, \frac{\Delta \nu}{\nu}, \frac{\Delta \kappa}{\kappa}, \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \ll 1$$

De plus, le fluide est considéré comme incompressible; cette condition implique un développement au 1^{er} ordre de la variation de la densité sur h:

$$\frac{\Delta d}{d} \cong (\alpha \Delta T + \beta \Delta P)$$

où β est le coefficient de compressibilité isotherme, et $\Delta P = dgh$ (variation de la pression hydrostatique sur la hauteur de la cellule). On a alors :

$$\alpha \Delta T \ll 1 \text{ et } dgh \beta \ll 1$$

Boussinesq se place aussi dans l'hypothèse :

$$dgh\beta \ll \alpha \Delta T$$

ce qui conduit à écrire que :

$$\frac{\Delta d}{d} = \alpha \Delta T$$

c'est ce qu'on a supposé pour écrire l'expression de Ra.

L'hypothèse $g \alpha h / C_p \ll 1$ permet de négliger des termes comme la dissipation visqueuse, dans l'équation de conservation de l'énergie (ou équation de la chaleur). En effet, les variations d'énergie cinétique dues à la dissipation sont de l'ordre de $g h \alpha \Delta T$ tandis que celles d'enthalpie par unité de masse sont de l'ordre de $C_p \Delta T$.

Les équations qui régissent le mouvement d'un fluide dû à une instabilité thermique, ainsi que son champ de température, s'écrivent alors en exprimant la conservation de la masse (ou équation de continuité), de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 & \text{(éq. 1a)} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{d} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} - g \alpha \Delta T & \text{(éq. 1b)} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \kappa \nabla^2 T & \text{(éq. 1c)} \end{cases}$$

En régime stationnaire, on a $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. En régime permanent mais non stationnaire $\frac{\partial}{\partial t}$ compte. Les termes quadratiques jouent un rôle primordial dans la complexité de l'écoulement.

Les conditions limites sont :

- * $u = 0$ sur toutes les parois.
- * pour la température, soit les température du haut (T_H) et du bas (T_b) sont imposées, soit Q est imposée; on suppose qu'il n'y a pas de flux de chaleur entre les parois latérales et le fluide.

Ces équations et leurs conditions limites constituent le point de départ de nombreuses études théoriques en physique non linéaire. Ce sont également les équations de base pour la simulation numérique de ce problème. Mais au fur et à mesure que Ra augmente le nombre de degrés de liberté du système croît très vite, et ces équations deviennent insolubles.

Pour $\frac{Ra}{Ra_{seuil}} \gtrsim 1000$ d'autres outils d'analyse leur sont préférés tels que :

- * l'évolution des nombres sans dimension qui représentent des grandeurs globales.
- * l'étude statistique des fluctuations de température et de vitesse.

Ce paragraphe sur les conditions de Boussinesq serait incomplet si une dernière hypothèse n'était pas mentionnée : $g h \alpha T / C_p \ll \Delta T$; elle revient à négliger le gradient adiabatique de température sur la hauteur de la cellule. D.J. Tritton considère cet effet comme "a matter of little significance for laboratory fluid dynamics" (réf.(4), p. 176). Il se trouve que dans notre limite des faibles ΔT cette hypothèse n'est plus vérifiée. Ce point sera développé dans le paragraphe II-D-1 sur les effets ne respectant pas les critères de Boussinesq, ou "effets non Boussinesq". Par la suite les points de mesure ne respectant pas les critères de Boussinesq seront appelés "points non Boussinesq".

A-3 - Les études du seuil de convection au chaos

Etudes théoriques et expérimentales sont souvent menées de pair comme cela a été le cas pour la détermination du seuil de convection. L'intérêt s'est porté sur la convection stationnaire et la formation d'un réseau de rouleaux dans une cellule suffisamment large, réseau semblable à celui des mailles d'un cristal et pouvant présenter les mêmes défauts. Ce réseau est couramment désigné sous le nom de texture (pattern en anglais). Sa complexité augmente par transitions ou sauts successifs lorsque Ra augmente, comportement que l'on retrouve à partir des équations de base si l'on tient compte des termes non linéaires (cf. ref. (2) chapitre 4, notamment le diagramme Ra-Pr page 108, voir également la ref. (6)). Pour un Ra suffisant on atteint un autre seuil : le seuil de convection instationnaire (pour l'He à un Pr de 0.8 et $\Gamma = 6.7$, ce seuil se situe à $Ra \sim 4800$ (7)). Pour un faible rapport d'aspect, ce changement de régime se manifeste sur le signal d'une sonde fixée à l'intérieur de la cellule par une oscillation pure de fréquence proportionnelle à κ/h^2 ; mais très vite le signal devient moins régulier (multiples fréquences, puis chaos). Divers scénarios de transition vers le chaos sont possibles. Leur étude ainsi que la recherche d'un ordre caché dans le chaos obtenu ont fait l'objet d'une théorie appelée chaos déterministe. Pour une introduction claire et assez poussée, je renvoie le lecteur à la réf. (6). La cellule de Rayleigh Bénard constitue l'un des meilleurs supports expérimentaux pour ces études.

D'un point de vue technique mesures et observations ont pu être obtenues à l'aide de moyens :

- calorimétriques qui permettent de calculer Nu. Les transitions entre différents régimes de la convection sont marquées par des accidents sur la courbe Nu vs Ra, (Threlfall (5) a mis en évidence des transitions dans le régime de convection instationnaire pour $Ra = 9000, 28000, 50000, 60000$).
- optiques ; une technique très utilisée consiste à visualiser les rouleaux avec une plaque transparente et l'autre réfléchissante, et en éclairant la couche de fluide (shadowgraph, en anglais). Comme l'indice optique du fluide dépend de la température, des zones d'ombre se forment par réfraction différentielle de la lumière, délimitant les rouleaux.
- locaux en plaçant des thermomètres en des points fixes à l'intérieur de la cellule. A partir du seuil de convection instationnaire on obtient un signal de température dont on étudie le spectre de puissance, l'histo-

gramme ou la densité de probabilité (p.d.f. en anglais). Avec deux sondes, on peut étudier la cohérence entre deux points plus ou moins éloignés de la cellule. On observe jusqu'au régime chaotique, inclus, des valeurs égales à 1 donc une parfaite cohérence spatiale (cf. réf. (7), chap. 3, p. 54).

Pour des Ra plus élevés on note un effondrement de cette cohérence (cf. même référence). En même temps la dimension de l'espace des phases nécessaire pour décrire l'attracteur étrange associé au chaos croît de façon tellement rapide que la théorie du chaos déterministe ne permet plus de décrire l'écoulement. D.C. Threlfall (5) observe une forte discontinuité sur la courbe $Nu(Ra)$ à $Ra = 3.2 \cdot 10^5$ en même temps qu'une augmentation des fluctuations de ΔT . On aborde ici le domaine de la turbulence.

B - LE PROBLEME OUVERT DE LA CONVECTION DE RAYLEIGH BENARD DANS LE REGIME TURBULENT

B-1-Introduction

Depuis au moins une quarantaine d'années, le problème de la turbulence dans la convection de Rayleigh Bénard fait l'objet de travaux expérimentaux ainsi que théoriques. Quelles sont les raisons qui peuvent motiver ces recherches ?

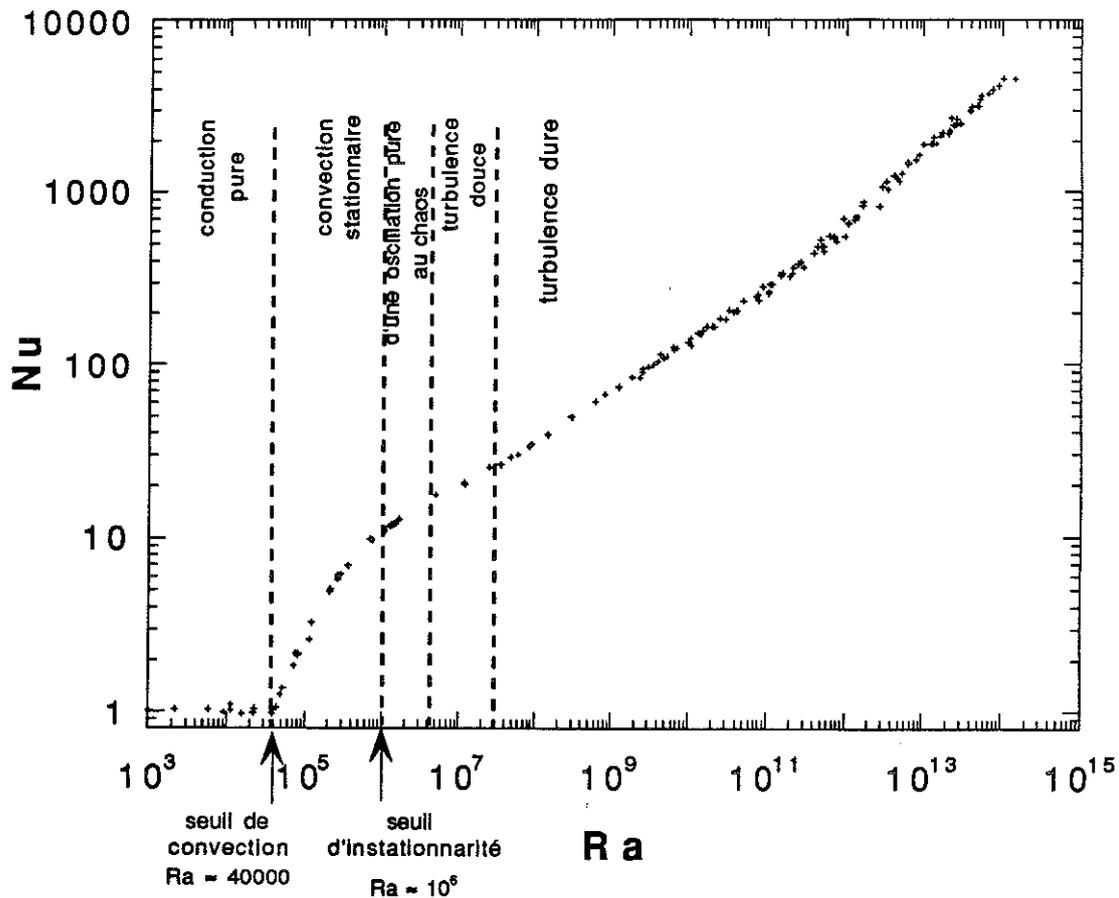


Fig. I-1 : Courbe $Nu(Ra)$ réalisée avec des points expérimentaux obtenus au cours de cette thèse

Sur la figure I-1, on se rend compte que les différents régimes décrits précédemment se concentrent sur à peine deux décades en Ra à partir du seuil de convection. La fenêtre de la convection instationnaire jusqu'au chaos est encore plus étroite (inférieure à 1 décade). Le régime turbulent s'établit au-delà. $Ra = 2 \cdot 10^{14}$ représente la limite expérimentale de la présente étude mais certainement pas la limite du régime turbulent.

Nombre d'écoulements naturels sont des écoulements de convection thermique, et comme les dimensions mises en jeu sont généralement de plusieurs ordres de grandeurs supérieures à celles des expériences de laboratoire, les nombres de Rayleigh sont encore plus importants ; citons la convection dans l'atmosphère terrestre due au chauffage du sol par le soleil (pour $h = 1 \text{ km}$ et $\Delta T \sim 10^\circ\text{C}$, $Ra \sim 10^{18}$), la convection dans les océans, la convection dans le noyau liquide de la Terre (des expériences sont réalisées à l'Institut de Physique du Globe avec du gallium liquide pour simuler le noyau terrestre). On retrouve aussi la convection thermique dans des écou-

lements industriels comme la convection dans les échangeurs liquides de chaleur de centrales électriques. En cas de fusion d'un réacteur nucléaire, il est vital d'évaluer l'évacuation de la chaleur qui se fait par la convection thermique (expérience de simulation menée au Centre d'Etude Nucléaire de Grenoble). A chaque fois le Ra mis en jeu correspond au régime turbulent. Certes l'écoulement n'est pas aussi bien défini que dans une cellule de laboratoire, et d'autres phénomènes que la convection thermique interviennent ; ainsi dans le problème du noyau terrestre la convection d'un fluide conducteur induit un champ magnétique qui à son tour agit sur la convection : un effet dynamo se crée qui entretient le champ. Il n'en demeure pas moins que l'étude de ces écoulements complexes nécessite de bien connaître l'écoulement de base : la convection de Rayleigh Bénard.

Une autre raison, plus fondamentale, de s'intéresser à la convection thermique est la turbulence elle-même : la cellule de Rayleigh Bénard permet d'obtenir "loin" des parois un écoulement turbulent comme il en existe en aval d'un jet ou derrière une grille avec ceci de particulier que la température, grandeur scalaire, joue un rôle actif dans le mécanisme de développement de la turbulence.

Auteurs (référence)	Fluide Pr	Géométrie $\Gamma = \frac{\phi}{h}$ ou $\frac{L}{h}$	Nu en fonction de Ra ; gamme en Ra	Mesure de température	Mesure de vitesse.
Globe & Dropkin cité dans (8)	Mercure 0.022	$\Gamma > 1$?	$Nu = 51.0 (Ra^*)^{1/3}$ $2 \cdot 10^5 < Ra < 3 \cdot 10^7$	/	Observation /
Cioni, Ciliberto & Sommeria (9)	Mercure 0.022	cylindre $\Gamma = 1$	$Nu = 30.6 (Ra^*)^{0.26}$ $4.6 \cdot 10^6 < Ra < 4.5 \cdot 10^8$ $Nu = 27.8 (Ra^*)^{0.20}$ $4.5 \cdot 10^8 < Ra < 2.1 \cdot 10^9$ pour $Ra > 2 \cdot 10^9$ nouveau régime	Fluctuations et valeurs moyennes à différentes hauteurs sur l'axe par thermocouple mobile	- azimut et intensité de l'écoulement moyen - $Re \sim 12.0 Ra^{0.424}$ (avec f_p)
Takeshita & Sano (10)	Mercure 0.022	cylindre $\Gamma = 1$	$Nu = 4.17 (Ra^*)^{0.27}$ $10^6 < Ra < 10^8$	- Fluctuations de tempé- rature au centre - Profil sur l'axe de la température moyenne et de la variance des fluctu- ations par thermocouple mobile	$\frac{Vh}{V} \sim 6.24 Ra^{0.47}$ par fréquence d'oscillation f_p et corrélation de deux thermomètres $V = 2 \text{ cm/s}$ à $Ra = 10^7$ - mesure de δ_v pour f_{cut} maximale
Goldstein & Chu (11)	air 0.7	parallélépipède Γ de 1.5 à 7	$Nu = 54.4 (Ra^*)^{0.294}$ $8 \cdot 10^5 < Ra < 1.2 \cdot 10^8$	Profil de température moyenne obtenu par interférogramme	/
Fitzjarrald (12)	air 0.7	parallélépipède base carrée Γ de 2 à 60	$Nu = 65.1 (Ra^*)^{0.28}$ $10^5 < Ra < 8 \cdot 10^9$	Fluctuation de tempéra- ture au centre pour $Ra < 2 \cdot 10^7$	Fluctuations de vitesse horizontale et verticale par fils chauds fixés au centre $Ra = 2 \cdot 10^7$

Threlfall (5)	Hélium vers 4 K Pr ~ 0.8	cylindre $\Gamma = 2.5$	$Nu = 57.3 (Ra^*)^{0.28}$ $4 \cdot 10^5 < Ra < 2 \cdot 10^9$	/	/
Threlfall mentionné dans (7)	Hélium vers 4 K Pr ~ 0.8	cylindre $\Gamma = 0.33$ $\Gamma = 0.14$	$Nu = 67.4 Ra = 10^9$ $Nu = 96.6 Ra = 10^9$	/	/
Groupe de Chicago (1987-1992) (7)	Hélium vers 4 K: Pr 0.74 - 1.5 Pr 0.64 - 1.14 Pr 0.64 - 1	cylindre $\Gamma = 0.5$ cylindre $\Gamma = 1$ cylindre $\Gamma = 6.7$	$Nu = 68.6 (Ra^*)^{0.291}$ $10^8 < Ra < 10^{14}$ $Nu = 79.9 (Ra^*)^{0.285}$ $3 \cdot 10^7 < Ra < 10^{11}$ $Nu = 56.4 (Ra^*)^{0.286}$ $2 \cdot 10^7 < Ra < 10^{10}$	Fluctuations de température au centre et dans la couche thermique du bas par thermomètres fixes	V vitesse moyenne par fréquence d'oscillations f_p et corrélation de deux thermomètres à 1 cm des parois et à mi hauteur. $\Gamma = 1$ $f_p h^2 / \kappa = 0.057 Ra^{0.485}$ $Vh / \kappa = 0.31 Ra^{0.485}$ $\Gamma = 0.5$ $Vh / \kappa = 0.16 Ra^{0.49}$ $V = 10 \text{ cm/s}$
Belmonte, Libchaber & Tilgner (13)	SF ₆ , N ₂ , H ₂ , de 0,6 à 18 atm, et à température ambiante Pr ~ 0.7	cube $\Gamma = 1$	$h / (2\delta_h) \sim 73.3 (Ra^*)^{0.29}$ $2 \cdot 10^7 < Ra < 10^{11}$ Mesure de Nu indirecte	Moyennes et fluctuations de la température sur l'axe par thermomètre mobile	δ_v par la fréquence de coupure du spectre de température f_{cut}
Chilla & Ciliberto (14)	eau Pr ~ 3.5	parallélépipède de base 40 cm (x) x 10 cm (y) $\Gamma = 4$ et 6	$Nu = 63 (Ra^*)^{0.28}$ $4 \cdot 10^6 < Ra < 4 \cdot 10^8$	- Mesure locale par thermocouple - Mesure par déviation le long de y d'un faisceau laser des gradients instantanés dans le plan vertical xz	$V = 0.7 \text{ cm/s}$ $Ra = 4 \cdot 10^8$

Garon & Goldstein (15)	eau 6.4	cylindre $\Gamma = 2.5$ et 4.5	$Nu = 56.5 (Ra^*)^{0.297}$ $8.4 \cdot 10^7 < Ra < 3.3 \cdot 10^9$	/	Anémométrie Doppler par laser ; mesure des fluctuations de la vitesse verticale le long de l'axe
Goldstein & Tokuda (16)	eau 6.2 eau 6.4 eau 6.4	cylindre $\Gamma = 1$ cylindre $\Gamma = 2/3$ cylindre $\Gamma = 0.57$	$Nu = 54.8 (Ra^*)^{0.335}$ $5 \cdot 10^9 < Ra < 2 \cdot 10^{10}$ $Nu = 256.3 Ra = 10^{11}$ $Nu = 53.7 (Ra^*)^{0.342}$ $2 \cdot 10^{10} < Ra < 9 \cdot 10^{10}$ $Nu = 259.3 Ra = 10^{11}$ $Nu = 46.0 (Ra^*)^{0.382}$ $6 \cdot 10^{10} < 2.3 \cdot 10^{11}$ $Nu = 267 Ra = 10^{11}$	Profil vertical de tempé- rature moyennée dans le temps et horizontale- ment, par interférogram- me	/
Tanaka & Miyata (17)	eau 7	parallélépipède base carrée $\Gamma = 14.7$ et 3.5	$Nu = 59.1 (Ra^*)^{0.290}$ $3 \cdot 10^7 < Ra < 3 \cdot 10^9$	Fluctuations de tempéra- ture pour différents points le long de l'axe par thermocouple mobile	Visualisation par sciure de bois ou bulles d'hydrogène. $\frac{Vh}{\kappa} Pr^{-1/3} = 1.05 Ra^{0.43}$ V : en suivant le déplace- ment des traceurs V de 1 à 2 cm/s
Xin, Xia & Tong (18)	eau $Pr \sim 7$	cylindre $\Gamma \sim 1$	$Nu = 56.9 (Ra^*)^{0.290}$ $10^8 < Ra < 2 \cdot 10^{10}$	/	Spectroscopie incohé- rente entre deux fais- ceaux laser; moyenne et fluctuation de vitesses horizontales et verticales en différents points de la cellule $\delta_v, v_h(z) = v_m f(z/\delta_v)$ $v_m = 0.65$ cm/s à $Ra = 4 \cdot 10^8$

Cioni, Ciliberto & Sommeria (9)	eau $Pr \sim 7$	cylindre $\Gamma \sim 1$	$Nu = 61.6 (Ra^*)^{0.292}$ $4 \cdot 10^8 < Ra < 7 \cdot 10^9$	/	/
Sommerscales & Gazda (cité dans (8))	huile de silicone $Pr = 5.5$ $Pr = 18.8$	$\Gamma > 1$	$Nu = 69.0 (Ra^*)^{0.283}$ $3 \cdot 10^7 < Ra < 3 \cdot 10^8$ $7 \cdot 10^5 < Ra < 10^8$	/	/
Goldstein, Chiang & See (8)	Convection par gradient de concentration d'un soluté $Sc \sim 2750$	parallélépipède de base $30.5 \text{ cm} \times 45.5 \text{ cm}$ Γ de 23 � 1	$Sh = 67.35 (Ra^*)^{0.33}$ $3 \cdot 10^9 < Ra < 5.4 \cdot 10^{12}$ Sh : nombre de Sherwood $\Leftrightarrow Nu$ Sc : nombre de Schmidt $\Leftrightarrow Pr$ Diffusivité du soluté $\Leftrightarrow \kappa$.	/	/

Tableau 1
Quelques résultats expérimentaux
sur la convection de Rayleigh Bénard

$$Ra^* = Ra/10^9$$

B-2- Présentation de quelques expériences

Dans le tableau 1 sont présentées succinctement différentes expériences de convection dans le régime turbulent. Cette liste n'est certainement pas exhaustive ; elle a privilégié les expériences donnant des résultats sur la variation de Nu en fonction de Ra. Dans les textes originaux, les résultats sont donnés sous forme de lois de puissance ; j'ai renormalisé Ra par 10^9 (Ra^*), une valeur médiane qui évite d'extrapoler les lois des différentes expériences par rapport à leur gamme de mesure ; le préfacteur est donc égal à la valeur de Nu pour $Ra = 10^9$. Des paramètres comme Pr ou Γ pouvant influencer, ceux-ci ont été indiqués dans la mesure du possible

Rapidement, on s'est aperçu que le régime de turbulence dite dure se caractérisait bien par une loi de puissance de Nu en fonction de Ra. Des mesures plus locales (7) ont montré que ce régime s'accompagnait d'un écoulement moyen sur la dimension de la cellule, et d'un histogramme des fluctuations de température au centre de la cellule de forme exponentielle (au lieu d'une loi gaussienne observée pour des Ra plus faibles). L'établissement de ce régime se situe vers $Ra = 10^7$ pour l'He gazeux, bien en-dessous pour le mercure liquide (d'après les réf. (9) et (10) $Ra < 10^6$).

Pour les Ra inférieurs, il existe une zone tampon de caractéristiques plus proches de la turbulence dure que du régime de chaos (loi de puissance de Nu avec Ra identique à celle de la turbulence dure pour Γ grand, perte de la cohérence spatiale, nombre de degrés de liberté très grand). Cette zone a reçu la dénomination de turbulence douce.

La détermination du flux de chaleur ou de Nu se fait par des montages calorimétriques. Il importe de limiter au maximum les pertes de chaleur vers l'extérieur et par les parois. Ceci peut conduire à des expériences lourdes : vide poussé autour de la cellule, ajout, dans certains cas, d'une enceinte de garde entourant la partie inférieure de la cellule et à la même température que la plaque du bas. Dans le tableau 1, les expériences dans le mercure, réalisées pourtant dans les mêmes conditions, présentent des disparités de résultats qu'on peut probablement attribuer à ces problèmes de calorimétrie. D'autres expériences privilégiant les mesures locales n'ont pas cherché à obtenir des mesures calorimétriques précises (l'expérience du groupe de Chicago avec une cellule de $\Gamma = 1$ est en désaccord avec les autres sans doute pour cette raison). La nécessité de mesures propres s'impose

quand il faut discuter la valeur de l'exposant de la loi de puissance ou caractériser une transition. La démarche est analogue aux mesures de capacités calorifiques pour mettre en évidence un changement d'état dans un solide. Dans le régime précédant le chaos, des accidents sur la courbe $Nu(Ra)$ ont été confirmés par des mesures locales et ils correspondent à des transitions entre différents régimes de convection.

A côté des mesures calorimétriques, il existe toute sorte de mesures locales de la température et de la vitesse. Quelques techniques ont été décrites au paragraphe I-A-3. Ces mesures ont fait l'objet d'un développement important dans le régime turbulent car sa caractérisation par la seule dépendance de Nu avec Ra se révèle insuffisante.

B-2-a- Mesures locales de température

Les thermomètres utilisés peuvent être des résistances (de métal, de semiconducteur...), une jonction de thermocouple,... . Ils sont placés en des endroits fixes ou pouvant être déplacés le long de l'axe vertical. On peut ainsi déduire des profils verticaux de température moyenne, des spectres de puissance et des histogrammes de température au centre de la cellule ou au voisinage de la couche limite thermique. Cela permet aussi de caractériser la couche limite (profil, épaisseur δ_{th} ...).

Des méthodes optiques permettent aussi de faire des mesures de températures car l'indice optique du fluide varie avec la densité et donc avec la température. La mesure de la déviation d'un faisceau laser donne le gradient de température moyen le long du chemin optique (18); la résolution est cependant limitée par la taille du faisceau qui tend à être défocalisé par ces gradients de température (dans l'eau par exemple, la résolution n'est pas meilleure que 200 μm).

De manière générale les techniques de mesure de la température sont bien maîtrisées et donnent des résultats fiables.

B-2-b- Mesures de vitesse

Connaître la vitesse au sein de l'écoulement, aussi bien que la température, est un enjeu important car elle joue un rôle aussi crucial dans le mécanisme de transfert de chaleur, à la fois au centre et sur les plaques. On cherche à mesurer les mêmes quantités que pour la température

(valeurs moyennes, fluctuations en différents endroits) avec en plus la difficulté d'avoir à caractériser un vecteur.

Il existe des méthodes de mesures indirectes ou par thermométrie : Sur le spectre de puissance des fluctuations de température certaines expériences observent un petit pic à basse fréquence f_p (0.2 Hz pour l'He et $\Gamma = 1$ (7)). Le pic est associé à la circulation de l'écoulement moyen sur la taille de la cellule. L'amplitude de la vitesse V se déduit de f_p par :

$$V = f_p \times 2 (h + \phi) \quad (V \cong 7 \text{ cm/s pour He (7)})$$

Le thermomètre est placé sur le passage de l'écoulement moyen par exemple dans un plan à mi-hauteur et près des parois.

En utilisant toujours le spectre de température et en déplaçant le thermomètre verticalement des mesures d'épaisseurs de couche visqueuse δ_v ont été tentées (13). Pour un Ra donné, la fréquence de coupure f_{cut} du spectre varie avec la hauteur et passe par un maximum près des plaques ; la hauteur correspondante z_{cm} a été associée à δ_v . Une vérification a été faite dans l'eau où la visualisation est possible. La méthode a été généralisée à des fluides tels que le mercure (10) et des gaz à température ambiante (13).

Une technique un peu plus directe consiste à regarder la corrélation de deux signaux donnés par des thermomètres très proches et disposés suivant la direction de l'écoulement. Un temps de retard est déduit de la corrélation et de là une mesure de vitesse. On peut même avoir des informations sur les fluctuations de vitesse (à basse fréquence bien sûr).

Ces méthodes ont été mises au point et utilisées par le groupe de A. Libchaber à Chicago (13). Le fluide utilisé était de l'He à 4 K et l'environnement cryogénique empêchait une visualisation optique. Des membres de cette équipe (Sano, Belmonte, Tilgner) ont travaillé ensuite sur d'autres fluides (Hg, SF₆), et appliqué ces méthodes (réfs. (10) et (13)).

Un autre groupe (9) a essayé de caractériser l'écoulement moyen qui se crée dans la cellule, en mesurant les gradients horizontaux de température qu'il induit sur les plaques. Pour cela, huit thermomètres ont été disposés dans chaque plaque, régulièrement espacés sur un cercle de diamètre moitié

de celui des plaques. On peut suivre, plus ou moins quantitativement, l'intensité et la rotation du plan de l'écoulement moyen. La variation azimutale de ce plan peut être aléatoire mais aussi dépendre de petits défauts expérimentaux qui le stabilisent.

Des méthodes plus directes et plus classiques de mesure de la vitesse ont été essayées :

Le fil chaud : dans la réf. (12) deux fils résistifs croisés et chauffés par effet Joule sont placés au centre de la cellule ; les variations de courant ou de tension pour maintenir constante la résistance (et la température moyenne) permettent de remonter aux fluctuations temporelles des composantes de vitesse. Les problèmes rencontrés sont les mêmes que dans la convection forcée : étalonnage des fils chauds, mauvaise résolution pour les faibles vitesses à cause de la convection libre autour du fil, fréquence de coupure liée au temps de réponse du fil ; un problème crucial est la sensibilité au sens et à la direction des fluctuations de vitesse : le signal est fonction de $(U_{\perp})^2$ avec U_{\perp} composante de vitesse perpendiculaire au fil, s'il est suffisamment long. En l'absence d'écoulement moyen, le fil est insensible au sens et à la direction de U_{\perp} . Avec un écoulement moyen V , au 1^{er} ordre, les fluctuations du signal sont fonctions de $V \cdot u$ i.e. des fluctuations suivant la direction de l'écoulement moyen. Au centre de la cellule l'écoulement n'a pas de vitesse moyenne; on ne connaît donc ni le sens ni la direction des fluctuations de vitesse. Les variations de température de l'écoulement qui imposent un fort chauffage du fil rendent encore plus difficile la mesure des faibles vitesses.

Les méthodes optiques : le fluide estensemencé de particules -de flottaison la plus neutre possible- et leur déplacement est suivi au cours du temps.

* La vélocimétrie laser par effet Doppler (14). Dans l'expérience de Garon et Goldstein, des billes de polystyrène de $0.5 \mu\text{m}$ de diamètre diffusent la lumière d'un faisceau laser en décalant sa fréquence. Ce décalage est proportionnel à la vitesse verticale des billes (le montage est réalisé dans un plan vertical) ; il est mesuré par détection hétérodyne en dédoublant le faisceau avant la cellule et en le recombinaut après et juste en amont de la cellule de détection. Le volume de mesure a pour dimension la taille du

faisceau. En déplaçant verticalement la cellule, des mesures ont été réalisées pour différentes positions le long de son axe. Les fluctuations de température sont aussi responsables d'une mauvaise résolution en faisant varier l'indice optique. D'après des spécialistes de la vélocimétrie laser par effet Doppler appliquée à la convection, la méthode n'est pas fiable dans l'eau, discutable dans l'air.

* Par visualisation directe (16) : la vitesse est mesurée en suivant le déplacement des particules de sciures de bois en suspension ou des bulles d'hydrogène (produites par électrolyse) sur un enregistrement vidéo. L'avantage de cette méthode est d'avoir le champ de vitesse instantanée dans le plan éclairé. Ce plan peut comprendre une section de la cellule. Depuis 1980, les techniques se sont beaucoup améliorées et la Vélocimétrie par Imagerie de Particules (P.I.V. en anglais) pourrait donner énormément d'informations quantitatives. Avec un laser à vapeur de Cu on obtient un faisceau pulsé (pic de 250 W sur 30 ns) jusqu'à 50 kHz de fréquence pour éclairer l'écoulementensemencé de fines particules (0.5 μm) sur une section de plusieurs cm^2 . Cette fréquence est synchronisée avec l'ouverture du diaphragme d'une caméra CCD. La puissance des pulses permet un très faible temps d'exposition et donc donne plus de temps à la caméra CCD pour transférer les données. La dernière étape est l'algorithme de traitement des images et dans ce domaine beaucoup de progrès ont été faits (j'ai obtenu ces informations auprès d'Oxford Lasers qui commercialise ces appareils et les logiciels). Comme cette technique ne dépend pas de la focalisation et de la trajectoire d'un faisceau laser, il semble possible de l'adapter à la convection, malgré les fluctuations de température. La haute fréquence est certainement un luxe car les plus hautes fréquences des fluctuations de vitesses de la convection sont plus faibles (~ 20 Hz au plus dans l'eau). La résolution spatiale doit dépendre de la concentration de particules et des algorithmes de traitement des images. Oxford Lasers avance une résolution bien meilleure que le mm, ce qui permettrait d'observer la couche limite de vitesse près des plaques.

* Une méthode optique originale a été proposée par un groupe de Hong Kong (18) : la spectroscopie par corrélation croisée entre deux faisceaux laser. Le principe se rapproche à la fois de la méthode de deux thermomètres voisins et de la vélocimétrie Doppler ; le temps de vol de particules fines (~ 1 μm de diamètre) entre les deux faisceaux lasers de fréquences différentes

(et donc incohérents entre eux) est mesuré par la convolution des intensités diffusées de chacun des faisceaux. Des profils de vitesses moyennes ont été obtenus près des plaques et des parois.

Le fin du fin consisterait à mesurer simultanément la vitesse et la température en un point donné, au cours du temps car le flux de chaleur est gouverné par la corrélation des fluctuations de ces deux grandeurs. On disposerait alors de plus d'informations que la mesure séparée des fluctuations de température et de vitesse.

B-2-c-Visualisation de structures cohérentes (19), (20)

Des expériences ont été faites pour mettre en évidence la présence de structures cohérentes comme des bouffées ou des panaches thermiques près des plaques, et les caractériser par leur taille, leur vitesse, leur fréquence d'apparition, la distance entre elles ; ces visualisations sont très souvent réalisées dans l'eau. Les techniques consistent à visualiser le champ de température instantané, par exemple à l'aide de cristaux liquides encapsulés qui changent de couleur suivant la température ou par fluorescence de particules, induite par laser et de longueur d'onde dépendant de la température. Des enregistrements vidéo permettent leurs études ultérieures. Pour des Ra vers 10^7 on observe une transition sur le comportement des panaches : pour $Ra < 10^7$, les panaches émergeant d'une couche thermique viennent "impacter" la couche opposée, dans un mouvement vertical et sans se détacher alors qu'à plus haut Ra ces panaches sont cassés en structure plus petites et subissent une dérive horizontale. Cette transition coïncide avec la transition turbulence douce-turbulence dure. Ces structures pourraient jouer un rôle important dans le transfert de chaleur près des plaques.

B-3 - Quelques résultats expérimentaux sur le régime turbulent

Ce paragraphe porte sur le comportement de Nu en fonction de Γ , de Pr et de Ra au vu des expériences regroupées dans le tableau 1.

B-3-a- La dépendance de Nu avec Γ

A Ra fixé ($Ra = 10^9$ si la valeur de Ra n'est pas précisée) et Pr à peu près fixé (0.7 avec l'hélium et l'air, ou Pr entre 4 et 7 avec l'eau) comment Nu dépend-il de Γ ?

pour $\Gamma \geq 1$

La valeur de Nu est peu sensible (aux incertitudes expérimentales près qui sont au moins de quelques %) : $\Gamma = 6.7$, $Nu = 56.4$ - $\Gamma = 2.5$, $Nu = 57.3$ - $\Gamma = 1$, $Nu = 54.4$. On peut rajouter les valeurs pour l'eau car le Pr a une influence faible : pour $\Gamma \geq 1$ les valeurs de Nu sont de l'ordre de 56.5 ± 1.5 .

pour $\Gamma < 1$

Nu augmente avec $1/\Gamma$ au moins jusqu'à $1/\Gamma = 2$ au-delà la tendance est moins sûre. Dans une expérience préliminaire citée dans (20) Threlfall aurait trouvé $Nu = 108.7$ pour $\Gamma = 0.4$ à $Ra = 10^9$, ce qui semble élevé. Goldstein voit Nu augmenter de 256 à 267 pour $Ra = 10^{11}$ quand Γ passe de 1 à 0.57 à $Pr \approx 6.4$ (le choix de $Ra = 10^{11}$ s'impose pour éviter des extrapolations par rapport aux gammes où sont déterminées les lois de puissance). Cette variation est de 4 % ce qui est presque du même ordre de grandeur que l'incertitude ; la variation pour l'He est plus nette: Nu augmente de 18 % en passant de $\Gamma = 1$ à $\Gamma = 0.5$.

Certains auteurs (cités dans (7)) auraient trouvé un comportement non monotone au fur et à mesure de la décroissance de Γ . Une explication possible serait liée au rouleau moyen ; plus il est allongé verticalement plus il est efficace pour le transport de chaleur car la hauteur de chute libre est plus grande par rapport aux dimensions latérales ; mais s'il est contraint à être trop allongé il se brise en deux rouleaux superposés et l'efficacité devient équivalente à celle d'un rapport d'aspect correspondant à un rouleau, c'est-à-dire 2Γ .

Il est amusant de noter que si on a une cellule cubique donc $\Gamma = 1$ et qu'on y fixe des parois verticales isolantes et fines, disposées en croix de façon à obtenir 4 cellules à base carrée de hauteur égale à deux fois la dimension latérale ($\Gamma = 0.5$), la conductivité est améliorée. En effet, $Nu = a \frac{Q}{\Delta T S}$, avec a facteur constant.

Dans la première cellule :

$$Nu = a \frac{Q}{\Delta T S}$$

Dans une des 4 cellules :

$$Nu' = a \frac{Q'}{\Delta T' S'} = a \frac{Q}{\Delta T' S}$$

en supposant le flux de chaleur uniforme sur S.

Avec 4 cellules en parallèle, par définition on observe toujours Nu' . Or,

$$Nu'(\Gamma = 0.5) > Nu(\Gamma = 1)$$

ce qui conduit à :

$$\Delta T' < \Delta T \text{ pour le même flux de chaleur}$$

B-3-b- La dépendance de Nu avec le Pr ($\Gamma \geq 1$, $Ra = 10^9$)

Les faibles Pr (0.022) sont obtenus avec des métaux liquides comme le mercure. D'après la réf. (9), $Nu \sim 28$ à $Ra = 10^9$.

Pour l'air et l'hélium, Pr vaut environ 0.7 et $Nu \sim 56 \pm 2$. Pour l'eau, Pr ~ 4 à 7 et $Nu \sim 58 \pm 2$. Entre l'eau et les gaz, la variation (< 5 %) est trop faible pour être significative vue la barre d'incertitude.

Pour les grands Pr, beaucoup d'expériences ont été faites avec des huiles silicones de densités variables (citées dans la réf. (8)) ; Pr = 8000 a ainsi été obtenu. Mais plus Pr est grand, plus il est difficile d'obtenir de hauts Ra : au-dessus de Pr = 100, Ra est inférieur à 10^6 ; pour Pr entre 10 et 100, Ra ne dépasse pas 10^8 . Si on extrapole à $Ra = 10^9$ on trouve $Nu = 69$ pour Pr = 18 (cf. tableau 1). Goldstein ayant conscience de ces limitations a réalisé un montage électrochimique où la convection est provoquée par un gradient de soluté (8). Le processus physique étant similaire à la convection thermique, les résultats mis sous forme adimensionnée doivent être comparables y compris en valeur absolue ; pour " Pr " = 2750, $Nu = 67$.

Il ressort de cet examen que Nu augmente avec le Pr. D'ailleurs, dans la réf. (8), sont citées plusieurs lois de puissance pour $Nu = f(Pr)$ avec un exposant positif de l'ordre de 0.08 (O'Tool et Silvestein ont proposé comme loi phénoménologique : $Nu = 0.104 Ra^{0.305} Pr^{0.084} = 57.8 (Ra^*)^{0.305} Pr^{0.084}$). Il est à noter que la variation est surtout importante entre 0.022 et 0.7 c'est-à-dire entre les métaux liquides et les gaz et elle est plus faible ensuite.

B-3-c- La dépendance de Nu avec le Ra

C'est celle qui est la plus intéressante puisque Ra contrôle la convection thermique. Cette dépendance se met sous forme de loi de

puissance dans le régime de turbulence dure (pour $\Gamma > 1$ cette loi s'extrapole bien dans le régime de turbulence dite douce). Ces lois sont très pratiques pour faire des calculs de transfert de chaleur. Mais elles présentent un danger car elles nécessitent souvent une extrapolation par rapport à leur domaine de validité (dans le cas d'écoulements naturels ou industriels) ; or, l'écart entre la valeur de Nu , donnée par extrapolation d'une loi, et la valeur réelle va en s'amplifiant avec Ra . Ainsi une erreur sur l'exposant x de + 0.03 conduit, en extrapolant à partir de $Ra = 10^9$, à :

$$Nu_{loi} = Nu_{vrai} \left(\frac{10^{15}}{10^9}\right)^{0.03} \sim 1.5 Nu_{vrai} \quad \text{à } Ra = 10^{15}$$

L'incertitude sur x est souvent plus élevée ; si on regarde par exemple les lois déduites des expériences dans l'eau, la valeur de l'exposant varie de 0.28 à 0.33. De plus on ne tient pas compte d'un éventuel changement de régime modifiant la valeur de x , et on suppose bien contrôlées les valeurs de Γ et Pr .

Pour une bonne détermination, il est important d'établir cette loi sur une gamme suffisamment large. Une incertitude de $\pm 3\%$ sur Nu équivaut à une incertitude sur x de $\delta x = \pm \frac{0.06}{\ln 10} \frac{1}{\text{nombre de décades en } Ra}$; pour 1 décade en Ra $\delta x = \pm 0.03$. D'autre part, il ne faut pas déborder sur un régime où cette loi n'est plus valable. Certaines lois d'interpolation de résultats expérimentaux dans la réf. (8) partent de Ra trop faibles. Ces deux contraintes imposent de travailler aux plus hauts Ra possibles, ce qu'a cherché à réaliser Goldstein en prenant des cellules de plus en plus élancées avec le danger qu'on connaît pour $\Gamma < 1$ (il a cependant pris soin d'indiquer les valeurs de tous ses points avec la valeur de Γ correspondante). Son montage électrochimique répond aussi à ce souci ; il obtient un exposant de 0.33 sur trois décades en Ra , de 10^9 à 10^{12} . Cependant beaucoup d'autres expérimentateurs ont trouvé un exposant proche de $2/7$ pour des $Pr \gtrsim 0.6$. Cette valeur a été notamment trouvée par le groupe de Chicago (7) qui a obtenu des hauts Ra sur une large gamme, sans changer de géométrie mais en modifiant la densité du fluide, l'He en l'occurrence. Ils ont retrouvé cette loi avec trois géométries différentes. Pour le mercure les exposants trouvés sont un peu plus faibles que $2/7$. Cependant il y a plus de raisons pour mettre ce résultat sur le compte des incertitudes de mesure, que sur un comportement physique différent des autres fluides.

B-4 - Les approches théoriques et les confrontations avec l'expérience

B-4-a-Introduction

Pour la convection aux faibles Ra un assez bon accord existe entre les calculs théoriques et les mesures expérimentales. La convection de Rayleigh Bénard constitue même une des expériences clés pour tester les prédictions de la physique non linéaire, chaos compris. Mais dès que le système devient turbulent, tout n'est pas aussi parfait : ou les résultats expérimentaux sont en désaccord avec les prédictions, ou les théories sont construites de façon à coïncider avec les résultats expérimentaux, notamment les lois de puissance pour Nu en fonction de Ra. Le travail consiste à modéliser l'écoulement et le champ de température à l'intérieur de la cellule de la même façon que la physique du solide s'intéresse à la structure atomique d'un solide pour expliquer son comportement macroscopique comme la chaleur spécifique.

Par des visualisations et des mesures thermiques deux zones ont été mises en évidence :

- le centre de la cellule turbulent avec des fluctuations de vitesse u_c et de température θ_c responsables du transfert thermique mais avec une température uniforme et une vitesse moyenne nulle. A cause de la turbulence, le transfert se fait de façon très efficace
- la couche près des plaques, où la vitesse est faible ; le transfert de chaleur se fait de façon diffusive sur une couche limite thermique d'épaisseur δ_{th} d'autant plus faible que Ra est grand. Le profil de température est linéaire et varie de $\frac{\Delta T}{2}$ sur δ_{th} . Si on applique la loi de transport diffusif de la chaleur due à J. Fourier (scientifique fort connu à Grenoble) :

$$\frac{Q}{S} \sim \lambda \frac{\Delta T}{2\delta_{th}}, \text{ c'est-à-dire } Nu \sim \frac{h}{2\delta_{th}}$$

Cela signifie que la conductivité thermique de la cellule est gouvernée presque uniquement par les couches limites thermiques. Les théories se sont donc concentrées sur ce point : trouver un mécanisme pour la couche thermique qui permet d'expliquer l'évolution du flux de chaleur avec Ra et qui tient compte des observations internes, notamment les visualisations du champ de température. Il existe beaucoup de modèles. Goldstein (8) donne une liste de références de certains avec leurs prédictions sous forme $Nu = f(Ra)$. La plupart des modèles prévoient un régime ultime à des Ra

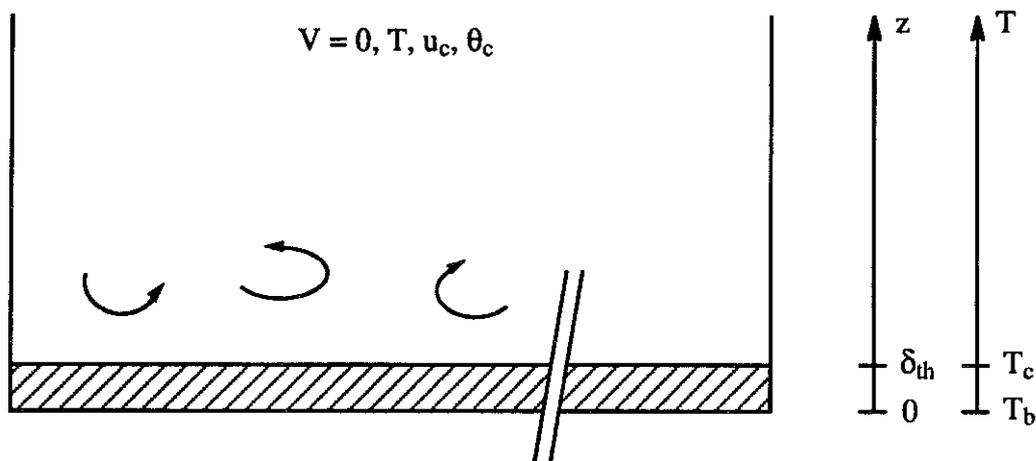
presque inaccessibles dans des expériences de laboratoires (Howard (voir réf. dans (8)) prévoit $Nu_{\max} = \left(\frac{Ra}{248}\right)^{3/8}$ avec la théorie de l'optimum).

Je vais présenter ci-dessous trois de ces théories accompagnées de résultats expérimentaux en accord ou en désaccord avec leurs prédictions. La présentation suit, approximativement, l'ordre chronologique des différents travaux. Ces théories sont celles qui sont actuellement les plus étudiées. Les théories seront d'abord présentées de façon schématique, ensuite seront établies les équations exactes auxquelles elles ont recours pour obtenir les relations entre Ra , Nu , Re et Pr . Je me place dans le cas des Pr assez grands ($Pr > 0.5$). Le cas des métaux liquides, comme le mercure, n'est pas traité (cf réf. (9) et (10) pour plus de détails).

B-4-b-Présentation schématique

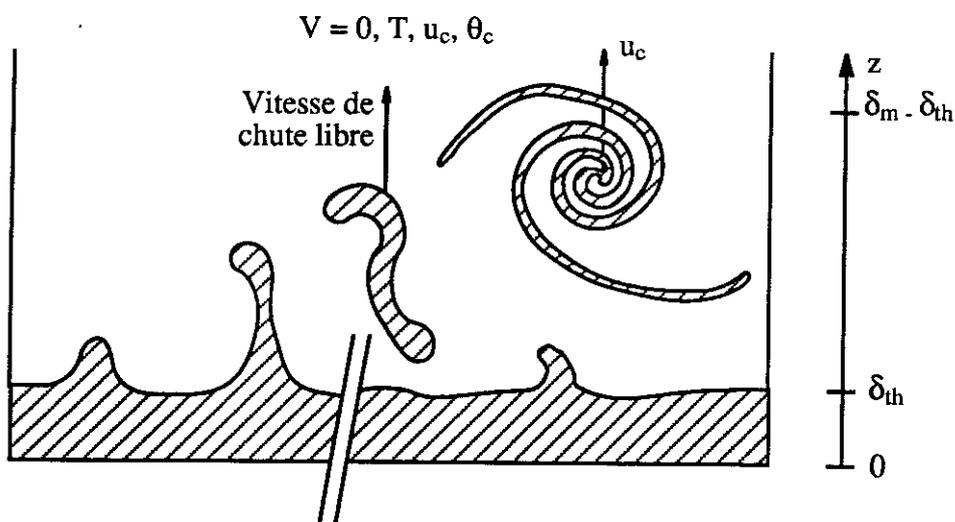
La convection se déroule dans le régime de turbulence dure. Nu est très grand devant 1 et donc δ_{th} très petit devant la hauteur et la largeur de la cellule.

Théorie de la longueur de mélange (cité dans (22))



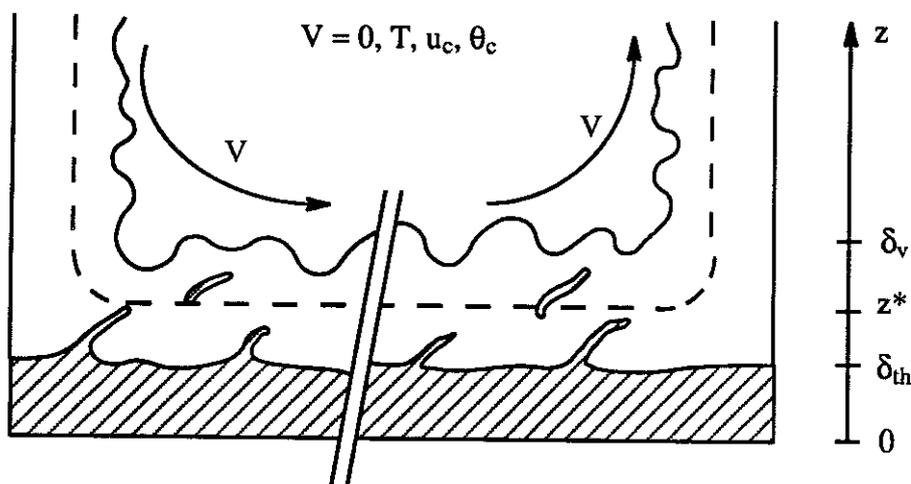
Cette théorie est la plus ancienne et la plus simple. La limite entre le centre et la couche thermique ne dépend que de mécanismes intrinsèques à la couche. Ainsi δ_{th} est indépendant de la hauteur h . Comme $Nu \sim \frac{h}{2\delta_{th}}$ et Ra varie comme h^3 , la seule relation possible pour obtenir ce résultat est $Nu \sim Ra^{1/3}$. On remarque que cela correspond également à un Ra associé à la couche limite, $Ra(h=\delta_{th})$, constant ; δ_{th} s'ajuste comme pour être à un seuil de convection.

Théorie de la couche de mélange (21)



Entre la couche thermique et le centre de turbulence isotrope et homogène (u_c, θ_c), est introduite une couche de mélange d'épaisseur δ_m qui permet un couplage entre les deux zones et fait intervenir h . Dans cette couche, les panaches, structures cohérentes de caractéristiques proche de la couche thermique (en épaisseur, température), sont accélérés par la poussée d'Archimède jusqu'à atteindre une vitesse d'équilibre avec le frottement visqueux, proche de u_c . Dans le même temps, ces structures se sont fragmentées et les fluctuations de températures se sont réduites pour être de l'ordre de θ_c . Elles sont entraînées par la convection moyenne régnant au centre $u(\delta_m) \sim u_c$. On peut voir cette couche comme une adaptation "d'impédance thermique" entre le centre et la couche thermique.

Théorie de l'écoulement moyen à grande échelle (22)



Un écoulement cohérent se développe sur la taille de la cellule. Il crée une couche limite de vitesse turbulente près des parois d'épaisseur δ_v . Au centre, l'écoulement est toujours turbulent avec une vitesse moyenne nulle. Près des plaques du haut et du bas, la couche thermique se trouve à l'intérieur de la sous couche visqueuse d'épaisseur caractéristique z^* (en pointillé sur la figure). L'épaisseur δ_{th} est gouvernée par le cisaillement de cette couche visqueuse. Les panaches sont soumis à l'écoulement et sont passifs.

B-4-c-Equations exactes

Ecrivons d'abord les relations exactes qui existent entre les nombres sans dimension Nu , Ra , Pr et la vitesse et la température instantanées en un point $u(\mathbf{r},t)$ et $\theta(\mathbf{r},t)$; elles sont obtenues en intégrant les équations de base (§ I-A-2, eq. 1), ou des dérivées de ces équations, soit sur la surface d'altitude z , soit sur le volume de la cellule. On travaille en régime permanent :

le flux de chaleur

$$\frac{Q}{S} \equiv C_p \overline{u_z \theta(z)} - \lambda \frac{\partial \overline{\theta(z)}}{\partial z} \quad (\text{eq. 2})$$

$$\text{avec } \frac{Q}{S} = \frac{Nu \lambda \Delta T}{h}$$

--- représente la moyenne sur le plan z

Le premier terme représente la contribution de l'advection, dominante en dehors de la couche thermique, le deuxième terme, la diffusivité dominante dans la couche thermique.

En partant de l'équation exprimant la dérivée au cours du temps de l'énergie totale (cinétique + potentielle), on obtient une 2^{ème} relation exacte:

$$(Nu-1) Ra = \left(\frac{h^2}{\kappa} \right)^2 \langle \sum_{ij} (\nabla u)_{ij} (\nabla u)_{ij} \rangle \quad (\text{eq. 3})$$

$\langle \sum_{ij} (\nabla u)_{ij} (\nabla u)_{ij} \rangle$ est la dissipation visqueuse moyennée sur tout le volume de la cellule.

Cette relation exprime que l'énergie de "forçage" de la convection par la poussée d'Archimède se retrouve sous forme de dissipation par frottement visqueux (aux petites échelles).

B-4-d-Théorie de la longueur de mélange

Les équations du problème sont simplifiées en réécrivant les différents termes à l'aide des échelles caractéristiques des variables de longueur, temps, u , θ . On ne conserve que les termes prépondérants de chaque équation. Ainsi, une longueur caractéristique est $z = \delta_{th}$, l'épaisseur de la couche thermique.

Dans l'équation de la chaleur (éq. 1c), à $z = \delta_{th}$, on suppose que le terme de diffusion thermique équilibre celui d'advection (critère de Peclet) :

$$u(\delta_{th}) \cdot \frac{\theta(\delta_{th})}{\delta_{th}} \sim \kappa \frac{\theta(\delta_{th})}{(\delta_{th})^2}$$

$$\text{d'où } u(\delta_{th}) \sim \frac{\kappa}{\delta_{th}}$$

Dans l'équation de Navier Stokes (eq. 1b), on suppose que le terme de diffusion visqueuse, plutôt que celui d'advection, équilibre le terme de poussée d'Archimède à $z \sim \delta_{th}$ (c'est à dire que $\frac{u(\delta_{th}) \delta_{th}}{\nu}$ petit ou donc Pr grand) :

$$\nu \frac{u(\delta_{th})}{\delta_{th}^2} \sim g \alpha \theta(\delta_{th})$$

D'autre part à partir de l'expression du flux de chaleur (éq. 2) on a : pour la couche limite thermique :

$$Nu \frac{\Delta T}{h} \sim - \frac{\partial \theta}{\partial z} \sim \frac{\Delta T}{2\delta_{th}}$$

en dehors de la couche :

$$Nu \frac{\Delta T}{h} \kappa \sim \overline{u_z \theta}(z) \sim u(z) \theta(z)$$

à la limite $z \sim \delta_{th}$

$$\theta(\delta_{th}) \sim \frac{\Delta T}{2} \quad \left(u(\delta_{th}) \sim \frac{\kappa}{\delta_{th}} \right)$$

En utilisant les approximations de θ et u dans l'expression simplifiée de l'équation de Navier Stokes, on obtient :

$$\frac{\nu \kappa}{\delta_{th}^3} \sim g \alpha \Delta T \quad (\text{le préfacteur est pris égal à } 1)$$

C'est à dire :

$$Nu \sim Ra^{1/3}$$

Cette théorie permet aussi de déduire une vitesse caractéristique au centre de la cellule et donc un nombre de Re (vitesse au sens d'amplitude des fluctuations de vitesse). Au centre l'advection est le mécanisme qui permet d'équilibrer la poussée d'Archimède : $u(z) \cdot \frac{u(z)}{z} \sim g \alpha \theta(z)$.

En utilisant (eq. 2) loin de la couche diffusive, on obtient :

$$u(z) \sim (Ra Nu Pr z/h)^{1/3} \frac{\kappa}{h}$$

ou

$$Re \sim Ra^{4/9} Pr^{-2/3} \quad (\text{en prenant } z = \frac{h}{2})$$

L'exposant 1/3 a été trouvé dans quelques expériences notamment à haut Pr. L'expérience la plus favorable est celle d'électrochimie à "Pr" = 2750.

Tanaka et Miyata (17) trouvent une loi en Re proche de celle proposée.

B-4-e-Théorie de la couche de mélange (réf(21))

Cependant, beaucoup d'expériences ne vérifient pas l'exposant de 1/3 et trouvent plutôt 0.285 ± 0.01 . Cette constatation a motivé une modification de la théorie mais en utilisant le même principe d'échelles caractéristiques. Elle s'appuie également sur les observations de l'écoulement : des panaches à des températures voisines de la plaque chaude s'élèvent de la couche thermique puis s'en détachent (de manière symétrique par rapport à la température il se passe la même chose sur la plaque froide). Ils sont accélérés par la poussée d'Archimède depuis une vitesse initiale $u(\delta_{th}) \sim \frac{\kappa}{\delta_{th}}$ près de la couche limite thermique jusqu'à atteindre une vitesse d'équilibre avec le frottement visqueux $u(\delta_m) \sim g \alpha \Delta T \delta_{th}^2 / \nu$. Cette vitesse est de l'ordre u_c .

Or, au centre la relation pour la vitesse est toujours valable :

$$u_c = u(z = \frac{h}{2}) \sim (Ra Nu Pr)^{1/3} \frac{\kappa}{h} \quad (\text{préfacteur pris égal à } 1)$$

En identifiant les deux expressions de vitesse pour $z = \delta_m$ on tire :

$$Nu \sim Ra^{2/7} Pr^{-1/7}$$

on en déduit également que $Re \sim Ra^{3/7} Pr^{-5/7}$

et que

$$\frac{\sqrt{\langle \theta_c^2 \rangle}}{\Delta T} \sim Ra^{-1/7} Pr^{-3/7}$$

$$(\text{à l'aide de } Nu \sim \frac{h}{\kappa \Delta T} u_c \theta_c)$$

Quelques remarques

- * Pour conserver le flux de masse dans la couche de mélange, du fluide de caractéristiques proches du centre s'écoule vers les couches thermiques tandis que les panaches vont vers le centre. Les mouvements sont verticaux et leur échelle de cohérence est de l'ordre de δ_m plutôt que de h .
- * la poussée d'Archimède joue un rôle important dans la couche de mélange.
- * Le comportement en Pr de Nu n'est pas ce qu'on observe expérimentalement.

Cette modélisation a eu rapidement ses détracteurs comme Solomon et Gollub (20). Dans une expérience avec de l'eau, ils ont cisailé artificiellement la couche limite thermique du bas par une couche de mercure placée en-dessous de la couche thermique et mise en mouvement électromagnétiquement. L'amplitude de la vitesse horizontale au niveau de la couche thermique peut atteindre jusqu'à 10 fois la vitesse en l'absence de mouvement de la couche de mercure. Pourtant ni le flux de chaleur, ni la forme des histogrammes des fluctuations de température au centre et près de la couche thermique ne changent beaucoup. Par contre l'éruption des panaches est modifiée. Or, dans la théorie de la couche de mélange, δ_{th} , et donc Nu , dépendent des panaches et de leurs caractéristiques.

B-4-f-Théorie de l'écoulement moyen à grande échelle

Les visualisations montrent les panaches inclinés d'un même côté sous l'effet d'un vent se développant sur la taille de la cellule : l'écoulement moyen cohérent. La théorie de E. Siggia (22) fait jouer un rôle primordial à cet écoulement moyen. Il agit sur la couche thermique et donc sur δ_{th} et Nu par l'intermédiaire de la couche limite turbulente de vitesse près des plaques, turbulente ; la couche thermique se trouverait dans la sous-couche visqueuse dont le taux de cisaillement γ est $\frac{u^*}{z^*}$; u^* est la vitesse de frottement turbulente définie à l'aide de la force de frottement à la paroi (cette force est égale à $u^{*2}d$). D'après réf. (23), p. 157 (par exemple), le profil de vitesse dans une couche limite turbulente est de la forme :

$$u_x(z) = \begin{cases} u^* z/z^* & 0 \leq z \leq (7 \text{ à } 12) z^* & \text{sous couche visqueuse} \\ u^* (2.5 \ln(z/z^*) + 5.1) & (7 \text{ à } 12) z^* \leq z \ll h & \text{couche logarithmique} \end{cases}$$

$$\text{avec } z^* = \frac{v}{u^*}$$

la relation entre u^* et la vitesse à grande échelle s'écrit :

$$\frac{hu^*}{\kappa} = \frac{\text{Pr Re}}{[2.5 \ln(\frac{u^*h}{v}) + 6]}$$

La couche thermique se trouvant dans la sous-couche visqueuse, l'équation de la température (éq. 1c) s'écrit :

$$(z \gamma) \frac{\partial \theta}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

en intégrant cette équation on en déduit l'épaisseur de la couche thermique et donc Nu :

$$\text{Nu} \sim \gamma^{1/3} \left(\frac{h^2}{\kappa}\right)^{1/3} = \frac{u^{*2/3}}{v^{1/3}} \frac{h^{2/3}}{\kappa^{1/3}}$$

Pour boucler le problème, on utilise (eq. 3) en faisant l'hypothèse que la contribution de la dissipation visqueuse dans la sous-couche visqueuse comme dominante par rapport au reste du volume :

$$\text{Nu Ra} \sim \left(\frac{u^*}{z^*}\right)^2 \left(\frac{h^2}{\kappa}\right)^2 \times \frac{z^*}{h} = \frac{u^{*3}h^3}{\kappa^3} \frac{\kappa}{v}$$

$$\text{Nu Ra} \sim \frac{\text{Pr}^3 \text{Re}^3}{\left[\ln\left(\frac{u^*h}{v}\right) + 2.4\right]^3} \frac{1}{\text{Pr}}$$

Regroupant les trois dernières relations où apparaissent Nu, Ra, Pr et Re, on obtient :

$$\text{Nu} \sim \text{Ra}^{2/7} \text{Pr}^{-1/7}$$

ou la forme équivalente :

$$\frac{\delta_{th}}{h} \sim \text{Ra}^{-2/7} \text{Pr}^{1/7}$$

$$\text{Re} \sim \text{Ra}^{3/7} \left[2.5 \ln \left(\frac{u^* h}{\nu} \right) + 6.0 \right] \text{Pr}^{-5/7}$$

ou la forme équivalente :

$$\frac{z^*}{h} \sim \text{Ra}^{-3/7} \text{Pr}^{5/7}$$

Ces lois s'appliquent quand l'écoulement est turbulent ($\text{Re} > 3 \cdot 10^3$), dans la limite des faibles Ra, et quand la couche thermique se trouve à l'intérieur de la sous-couche visqueuse dans la limite des plus grands Ra. Comme z^* décroît plus vite que δ_{th} avec Ra on doit s'attendre à un changement de régime au croisement des frontières des couches. E. Siggia établit cette limite pour Ra entre $3 \cdot 10^{12} \text{Pr}^4$ et $2 \cdot 10^{14} \text{Pr}^4$.

Au-delà s'établit un régime où l'épaisseur de la couche thermique est déterminée non plus par le frottement visqueux mais par le frottement turbulent $\text{Nu} \sim \frac{h}{\kappa} u^*$. D'après E. Siggia (22), on obtient :

$$\text{Nu} \sim (\text{Ra}^{1/2} \text{Pr}^{-1/4}) / (\ln \text{Ra})^{3/2} \quad \text{pour } \text{Pr} > 0.1$$

ce qui est aussi la loi prévue par Kraichnan (1962) (réf. dans (22)) dans le cadre de la théorie de la longueur de mélange. Le point commun entre les deux théories qui conduit finalement au même résultat global est que la couche thermique est soumise à un écoulement turbulent et non plus laminaire. Si on calcule l'exposant x d'une loi de puissance, on obtient :

$$x = \frac{d \ln \text{Nu}}{d \ln \text{Ra}} = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{1}{\ln \text{Ra}} \right) \rightarrow \frac{1}{2} \quad \text{quand } \text{Ra} \rightarrow \infty$$

Ce régime en $Ra^{1/2}$ est appelé régime ultime ou asymptotique car il correspond à un régime où la couche thermique est soumise à un écoulement turbulent. On peut remarquer aussi que Q/S le flux de chaleur ne dépend plus de ν et κ (les coefficients de transport diffusif) mais seulement de Pr .

Dans ce modèle, quelques remarques s'imposent :

- * La couche limite thermique est complètement passive ; la poussée d'Archimède n'intervient plus dans cette région et on résoud un problème de transfert de chaleur par convection forcée.
- * La sous couche visqueuse, dans laquelle se trouve la couche limite thermique, est considérée comme laminaire. Or d'après (3) (p. 248) l'écoulement dans la sous couche est également turbulent. La notion de sous couche est purement qualitative (cité dans réf. (3))
- * On peut se demander comment se crée et s'entretient cet écoulement moyen qui gouverne finalement l'épaisseur de la couche thermique et donc le transfert de chaleur (dans la théorie de la couche de mélange ce sont les mouvements locaux autour des structures cohérentes qui assurent ce rôle). Il est évident que cet écoulement est dû à la poussée d'Archimède. E. Siggia parle d'un subtil jeu d'action et de réaction entre la couche limite et l'écoulement moyen.

Ce qui plaide en faveur de cette théorie, c'est effectivement l'observation d'un écoulement cohérent sur la taille de la cellule que ce soit par visualisation directe (du champ de température) ou indirecte (gradients horizontaux de température dans les plaques, fréquence de "résonance" f_p sur le spectre de puissance des fluctuations de température). Les observations ont été faites aussi bien dans le mercure que dans l'eau ou des gaz. L'apparition de cet écoulement moyen coïncide de plus avec le début du régime.

L'expérience décrite en réf. (13) permet d'accéder à des épaisseurs de couches pour différents Ra à l'aide d'un thermomètre mobile. La figure ci-dessous rassemble ces résultats. Le fluide utilisé est un gaz de $Pr \sim 0.7$.

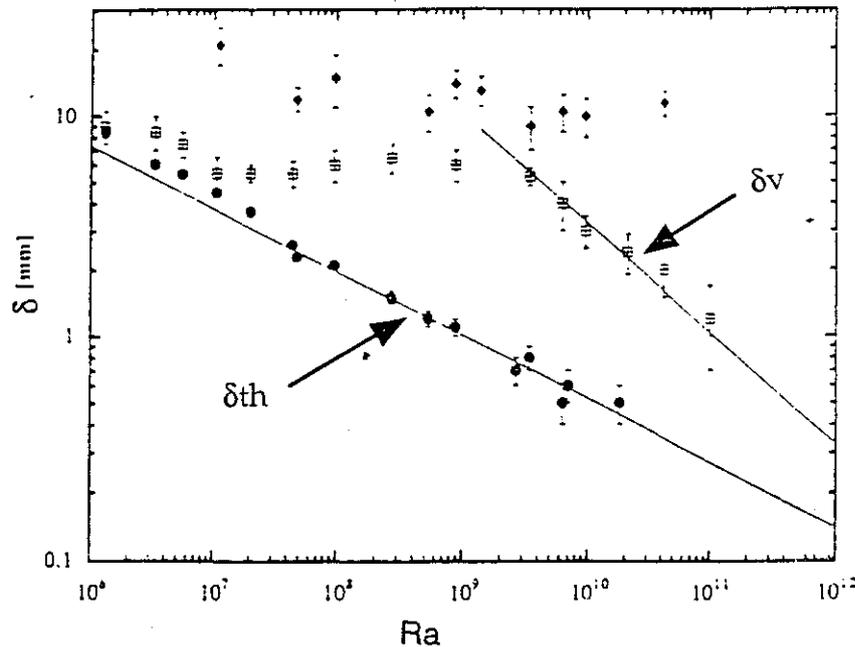


Fig. I-2 : Evolution des épaisseurs des couches limites en fonction de Ra dans l'expérience (13).

Les cercles noirs correspondent à δ_{th} (mesurée directement) ; la droite les joignant a pour équation $Ra^{-0.29}$. Les carrés correspondent à la position z_{cm} du maximum de la fréquence f_{cut} des spectres de température ; la droite a pour équation $Ra^{-1/2}$. Les losanges correspondent à la position du maximum du coefficient de dissymétrie (figure tirée de la réf. (13)).

L'hypothèse formulée par A. Tilgner est de considérer z_{cm} comme égale à δ_v . Cette hypothèse est vérifiée dans l'eau où δ_v est accessible par visualisation. La mesure est faite seulement pour $Ra=10^9$ et donne $z_{cm} \sim \delta_v \sim 3.8$ mm. V_{max} est alors de l'ordre de 6 mm/s et δ_{th} vaut 1.9 mm.

L'analyse de la fig. I-2 montre que δ_v est supérieure à δ_{th} mais qu'à partir de $Ra = 3 \cdot 10^9$ δ_v décroît plus vite que δ_{th} . En extrapolant aux hauts Ra, le croisement des 2 épaisseurs de couche est prévu pour $Ra \sim 10^{14}$. La méthode est, rappelons-le, indirecte.

Un autre groupe (18) a mis au point une méthode de mesure directe de la vitesse pour un double faisceau laser (§ B-2). Ils peuvent obtenir le profil moyen des vitesses normale et tangentielle aux parois ainsi que leur

variance. La résolution spatiale est liée à la distance entre les 2 faisceaux; elle est de l'ordre de 220 μm . Il existe une vitesse de coupure au dessous de laquelle la vitesse n'est pas enregistrée car la particule a été déviée par des fluctuations. Les auteurs estiment que cette méthode est fiable près des parois où les fluctuations sont faibles par rapport à la vitesse moyenne ; la vitesse de coupure reste faible, même aux plus petites distances à la paroi réalisées.

Sur la Fig. I-3, on observe un écoulement moyen parallèle aux parois. La vitesse normale est en dessous du seuil de détection. Le profil de vitesse de la couche limite est observé aussi bien sur les parois verticales que sur les plaques. Il est loin de ressembler à un profil logarithmique correspondant à une couche turbulente. Si on calcule le nombre de Reynolds local, $Re\delta = \frac{V_m \delta_v}{\nu}$, on obtient 36 pour $Ra = 10^9$, ce qui est une valeur faible pour un écoulement turbulent ; de plus les fluctuations sont cinq fois plus faibles que la vitesse moyenne. V_m peut être identifiée à la vitesse de l'écoulement moyen, V .

$$V_m = (3.1 \pm 0.7) 10^{-5} Ra^{0.50} \text{ cm/s,}$$

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} (\delta_v) = (7 \pm 4) 10^{-6} Ra^{0.50} \text{ cm/s}$$

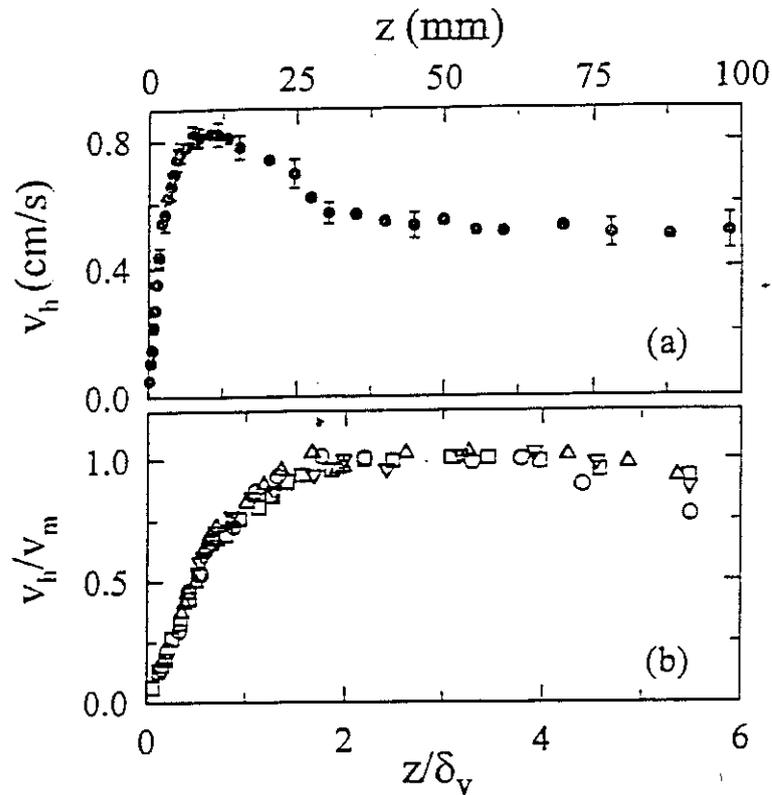


Fig. I-3 : Profil de la vitesse tangentielle. Sur le diagramme (a) est portée la vitesse tangentielle en fonction de la distance à la paroi ($Ra=9.2 \cdot 10^8$). Sur le diagramme (b) V_h est renormalisée par V_m , vitesse maximale du profil (a), tandis que z est renormalisée par $\delta_v = z(V_m)$. Les différents symboles correspondent à quatre Ra différents compris entre $3 \cdot 10^8$ et $2 \cdot 10^{10}$.

Sur la fig. I-4, on observe que $\delta_v > \delta_{th}$ et que l'écart entre les 2 épaisseurs croît jusqu'à la limite expérimentale $Ra = 2 \cdot 10^{10}$, ce qui est en contradiction avec les prédictions théoriques et les courbes de la Fig. I-2. On peut observer aussi que Nu varie avec γ suivant la relation $\gamma^{0.44 \pm 0.02}$ alors que la théorie de Siggia prévoit $\gamma^{1/3}$.

Pour résumer, si un écoulement moyen est effectivement observé par la présence d'une couche limite de vitesse sur toutes les parois, les mesures du profil de vitesse ne confirment pas les propositions avancées par la théorie de l'écoulement moyen.

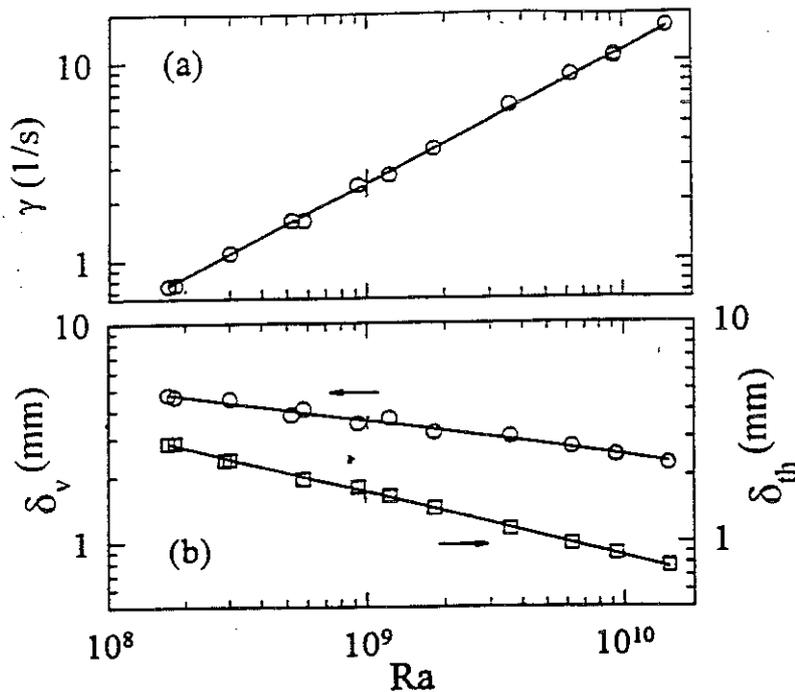


Fig. I-4 : Taux de cisaillement γ (V_m/δ_v) et épaisseur δ_v et δ_{th} ($= h/2Nu$) en fonction de Ra de $2 \cdot 10^8$ à $2 \cdot 10^{10}$. Les segments de droite ont pour équation :

$$\begin{aligned}\gamma &= 2.6 \cdot 10^{-6} Ra^{0.66} \text{ s}^{-1} \\ \delta_v &= 10 Ra^{-0.16} \text{ cm} \\ \delta_{th} &= 70.0 Ra^{-0.29} \text{ cm}\end{aligned}$$

Un résultat plus inattendu encore est celui obtenu lors d'une expérience réalisée à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon (24). Dans une cellule parallélépipédique de base $40 \times 10 \text{ cm}^2$ et de hauteur 40 cm , les auteurs ont placé, sur chacune des plaques, des cloisons verticales de hauteur 10 cm espacées de 8 cm afin d'empêcher l'écoulement moyen. Des mesures calorimétriques et des mesures locales de température pour différentes hauteurs ont été réalisées. Si la statistique des fluctuations de températures a été modifiée et l'écoulement moyen a disparu au niveau des plaques (notamment la fréquence f_p disparaît des spectres), le profil vertical de température dans la couche thermique et les valeurs de Nu n'ont pas varié ; on a notamment conservé une loi en $2/7$. Les auteurs suggèrent que la théorie de la couche de mélange (21) est mieux à même d'expliquer ce résultat que la théorie de l'écoulement à grande échelle.

B-5- Les simulations numériques

Cette approche représente une part importante de la mécanique des fluides surtout dans le domaine industriel (la simulation numérique dans

beaucoup de cas a un coût relativement moins élevé qu'une simulation à l'aide d'une maquette) et dans le domaine géophysique en particulier la modélisation atmosphérique pour les prévisions météorologiques.

Par rapport aux écoulements isothermes, il faut tenir compte d'une variable supplémentaire la température et de son couplage avec la vitesse ce qui rend plus difficile le traitement numérique de la convection. Toutes les modélisations partent des trois équations de conservation (Eq. 1 du §-I-A-2) et des conditions limites. Toutes utilisent des variables moyennées sur la taille des mailles du réseau de points qui couvre le domaine d'étude (l'informatisation passe par une discrétisation du système d'étude). Ceci implique l'utilisation d'un modèle pour décrire la convection à l'échelle inférieure à celle de la maille, appelé modèle sous-maille.

A ce niveau, il se distingue deux grandes familles :

- * les Simulations Numériques Directes (D.N.S. en anglais) qui ne modélisent pas la turbulence
- * les simulations modélisant les échelles de la turbulence plus petites que celles de la maille : modèle k- ϵ ou longueur de mélange, Simulation des Grandes Echelles (L.E.S. en anglais),....

Pour la simulation directe, le maillage est suffisamment fin pour être en-dessous des échelles de la turbulence (échelles de coupure de Kolmogorov ou de Batchelor dans la convection thermique) (25) ; il faut tenir compte des profils de la température et de la vitesse près des parois qui peuvent être très raides et nécessitent un maillage serré. Pour le cas où les plus petites échelles η_T sont celles de la température ($Pr > 1$), le nombre de points du maillage est de l'ordre de $(h/\eta_T)^3 \sim (Nu Ra)^{3/4}$. D'autre part le pas de temps doit être inférieur, au moins, au temps de retournement d'une structure à l'échelle η_T . Le nombre de pas de temps après la durée de retournement des grandes échelles (de l'ordre de h), qui donne le temps supposé nécessaire pour que la cascade de turbulence soit bien établie, est proportionnel à $Re \frac{h}{\eta_T}$. Le nombre d'opérations nécessaires défini comme le produit du nombre de points du maillage par le nombre de pas de temps, varie comme $Re Nu Ra$. Si on suppose $Nu \sim Ra^{1/3}$ et $Re \sim Ra^{1/2}$, il évolue comme $Ra^{11/6}$, ce qui devient rapidement prohibitif. Dans la convection de Rayleigh Bénard, le nombre de Rayleigh le plus élevé, $2 \cdot 10^7$, a été obtenu par

R.M. Kerr (26) avec un réseau de $288 \times 288 \times 96$ (rapport d'aspect $\frac{L}{h} = 6$) sur un temps de retournement ; cela lui a nécessité 400 heures d'un processeur Cray YMP. L'intérêt de ses simulations est d'accéder aux champs de vitesse et de température instantanés jusqu'aux échelles de dissipation et donc de faire toutes les analyses statistiques possibles. Malheureusement (ou heureusement pour les expérimentateurs), on atteint à peine le régime de turbulence dure actuellement.

L'autre type de simulations utilise le même principe mais avec des mailles plus grandes que la taille des petites échelles de la turbulence. A cause de la non linéarité des équations, les petites et les grandes échelles interagissent entre elles; il faut donc modéliser l'action des petites échelles au niveau de la taille des mailles. Mathématiquement, cela implique de connaître la dynamique des corrélations des variables u et θ (corrélation à un point d'ordre 2), moyennées sur la taille de la maille : $\overline{u_i u_j}$, $\overline{u_i \theta}$. Les équations d'évolution de ces corrélations (ou flux de chaleur et de quantité de mouvement) font intervenir d'autres termes de corrélation, d'ordre supérieur, et des termes de taux de dissipation comme :

$$\sum_k v \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}}.$$

Tous ces termes doivent être modélisés en faisant intervenir les grandeurs d'ordres inférieurs déjà connues, et des paramètres ajustables; cet exercice s'appelle la "fermeture" des équations. Les résultats des simulations directes permettent à la fois de déterminer une fermeture des équations et de valider le modèle, pour les faibles Ra. Un désaccord subsiste très souvent, d'autant plus important qu'on examine le comportement des corrélations. L'avantage de ces modèles est de pouvoir les utiliser à des valeurs de Ra plus élevées puisqu'on a moins de points à calculer. Les résultats intéressants sont les champs de température et de vitesse ou les corrélations d'ordre 2 de ces grandeurs obtenus au bout d'un temps suffisamment long pour que les petites échelles soient en équilibre avec les grandes (les valeurs statistiques restent stationnaires). Aux valeurs de Ra élevées, seules les expériences peuvent valider les modèles. Les expériences donnent rarement accès aux champs de vitesse et de température (cf. tableau 1 I-B-2 pour la convection de Rayleigh Bénard). Cependant on dispose de suffisamment d'informations pour constater des désaccords dans le cas de la convection en général (notamment le profil de température près des murs). Pour la con-

vection de Rayleigh Bénard, je mentionne la simulation réalisée à l'Université Technique de Delft (27) en utilisant un modèle de flux algébriques pour fermer les équations des corrélations d'ordre 2, et une loi aux parois correspondant à un faible Re . En comparant avec les données de la réf. (11) la simulation présente un bon accord en ce qui concerne le profil de température moyenne (et donc de Nu), sa variance et son gradient jusqu'à $Ra = 10^9$. Cette simulation serait capable d'atteindre des nombres de Ra au-delà de 10^{11} avec une géométrie parallélépipédique de $\Gamma = 4$.

B-6- Résumé de la situation

La conclusion de ce rapide panorama théorique et expérimental (en espérant ne pas avoir fait d'oublis trop importants) est que le problème reste ouvert : les expériences contredisent de nombreuses prédictions théoriques et semblent même parfois se contredire entre elles. Les deux dernières théories présentées, même si elles prévoient des résultats voisins lorsqu'elles sont exprimées en nombres sans dimensions, reposent sur des processus différents : dans l'une, l'écoulement moyen ne joue aucun rôle; le transfert thermique est assuré par des structures cohérentes, les panaches, mûs par la poussée d'Archimède à partir de la couche thermique ; pour l'autre, l'écoulement moyen contrôle la couche thermique et évacue les panaches thermiques. Ce qui rapproche les deux théories, c'est le régime asymptotique (pour $Ra \rightarrow \infty$) : elles prévoient un régime ultime dû à un cisaillement turbulent de la couche thermique. L'incertitude demeure quant à savoir si ce régime est accessible ou non dans une expérience de laboratoire ($Ra \leq 10^{15}$).

Beaucoup de discussions s'appuient sur la dépendance de Nu ou de Re en fonction de Ra (et éventuellement de Pr). Cette analyse est critiquée car elle ne départage pas suffisamment les théories et semble trop peu sensible aux modifications faites pour tester une théorie ou l'autre. Cela reste quand même l'analyse la plus rapide à mettre en oeuvre ; elle est de première importance d'un point de vue pratique (pour les calculs de transfert de chaleur). Elle peut fournir beaucoup de renseignements à condition qu'elle soit menée de façon propre (les pertes thermiques limitées, calcul correct des données du fluide,...) et en évitant certains écueils (calcul de l'exposant x sur une trop faible gamme, mauvais contrôle des paramètres). Elle a déjà mis en évidence l'écart avec la première théorie de longueur de mélange.

C - SITUATION A LA FIN DE L'ETE 1994

C-1 - Choix de la géométrie et du fluide

Dans le tableau 1, ont été inventoriées des expériences de Rayleigh Bénard réalisées et, pour beaucoup, achevées avant le début de ma thèse. Une des plus importantes est celle montée à Chicago sous la direction de A. Libchaber. Il s'agissait de mesures dans l'hélium gazeux avec différentes géométries de cellule, ce qui a permis d'atteindre des hauts Ra ($\sim 10^{14}$). Après la fin de ces expériences, certains des membres de l'équipe ont continué de travailler sur la convection avec d'autres fluides (Sano (10) avec le mercure, Belmonte et Tilgner (13) avec le SF_6 . Actuellement, A. Tilgner monte une expérience de simulation de la convection dans le noyau terrestre en utilisant du sodium liquide). Une transition a été observée dans le régime dit de turbulence dure vers $Ra \approx 10^{11}$. En effet, les spectres de puissance des fluctuations de température présentent une modification importante à cette valeur : alors que les spectres, pour des Ra inférieurs, présentent une loi de puissance unique avec un exposant 1.4, les spectres suivants semblent présenter une deuxième loi de puissance avec un exposant 2.4 (réf. (7) p.135). Un changement est aussi observé, pour $Ra \approx 10^{11}$, sur la courbe du taux de dissipation de la température en fonction de $Ra - \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2$ moyenné sur une série temporelle et normalisé par la variance des fluctuations de température (même réf.) -. Malheureusement ce changement n'est pas visible sur la courbe $Nu(Ra)$.

Il a donc été décidé de monter une expérience semblable à celle de la cellule de rapport d'aspect $\Gamma = 0.5$ au Centre de Recherches sur les Très Basses Températures. Le laboratoire dispose d'une très forte compétence et expérience dans le domaine cryogénique : les températures les plus basses atteintes au laboratoire sont de l'ordre de 100 μK . Nous nous contentons de travailler vers 4 K (la température la plus basse à laquelle nous avons travaillé est 1.4 K), ce qui fait (presque) partie de la routine au laboratoire.

Le but est d'atteindre les plus hauts Ra ; pour cela on peut jouer sur les dimensions de la cellule, en particulier la hauteur h puisque Ra croît comme h^3 . En environnement cryogénique, on est cependant limité en espace surtout dans le sens de la largeur. On peut contourner la difficulté en prenant une cellule très allongée mais on a vu qu'en-dessous de $\Gamma = 0.5$, Nu

n'augmente plus beaucoup, et l'influence des parois peut perturber les phénomènes qu'on cherche à observer.

Le choix de l'hélium gazeux à basse température comme fluide répond au même but de hauts Ra : à la pression atmosphérique les coefficients de transport moléculaire, ν et κ , présentent les valeurs les plus faibles vers 5 K tandis que le coefficient de dilution thermique α présentent les valeurs les plus élevées (il varie avec la température comme $1/T$ pour un gaz peu dense). De plus avec ce fluide, sans changer de cellule, on peut balayer 11 décades au moins en Ra (cf. fig. I-1) simplement en jouant sur la pression du fluide. Sur la fig. I-5 on voit la décroissance de ν et κ avec la densité du gaz. En augmentant la densité d'une décade, on perd un facteur 10 sur chacun des coefficients. Ra étant inversement proportionnel à chacun de ces coefficients, il croît donc d'un facteur 100.

α , quant à lui, est peu sensible à la densité (cf. fig. I-6).

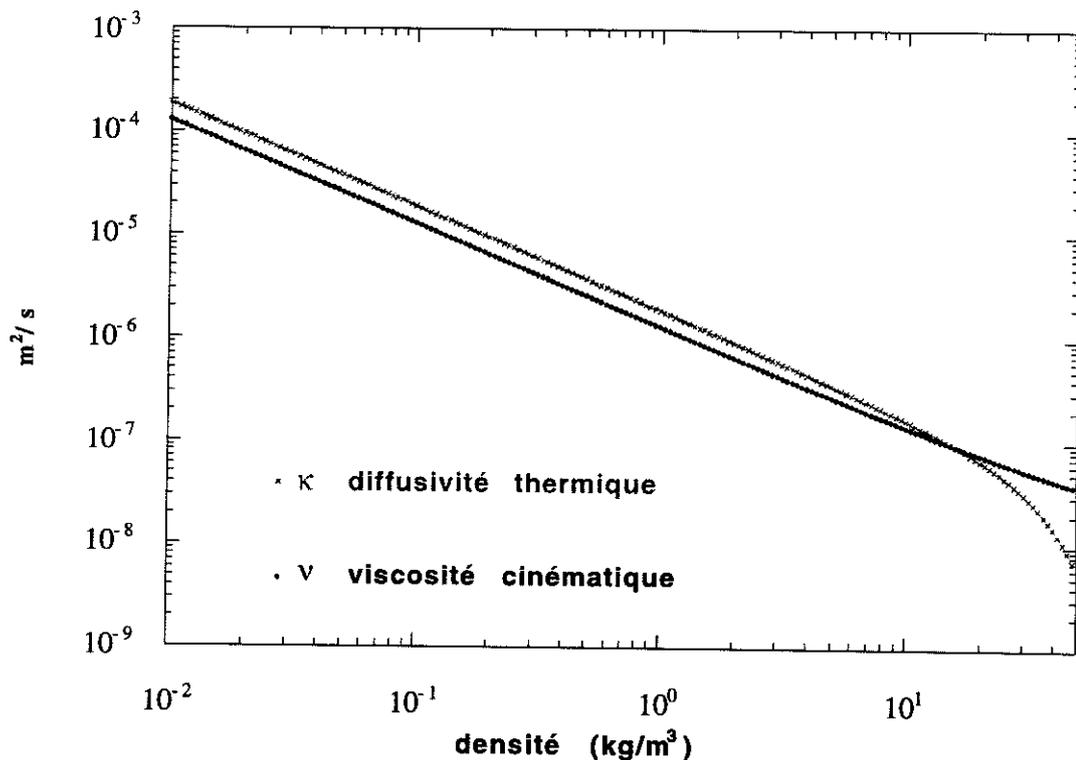


Fig. I-5 : Variation de ν et κ de l'He gazeux en fonction de d pour $T = 5.1 \text{ K}$ (données NBS cf. II-A). Les pressions correspondantes varient de 1 mbar à 2.3 bars ; elles sont facilement accessibles et mesurables en laboratoire.

Tout ceci n'est plus vrai pour les densités importantes ($d > 15 \text{ kg/m}^3$) : la proximité du point critique de l'hélium ($T_{cr} = 5.20 \text{ K}$, $P_{cr} = 2.27 \text{ bar}$, $d_{cr} = 69.6 \text{ kg/m}^3$) est responsable du comportement singulier de ces

coefficients, ce qu'on peut voir sur les fig. I-5 et I-6. Ce comportement contribue à accroître encore plus Ra , ce qui montre l'intérêt de travailler près du point critique. Les contreparties de travailler près de ce point sont les inhomogénéités importantes des coefficients de l'He qui finissent par apparaître sur la hauteur de la cellule, et qui limitent ΔT et donc Ra si on veut rester dans les conditions de Boussinesq. Cela impose également d'être très prudent sur les mesures de densités, températures absolues et aussi sur les équations de détermination des propriétés de l'He, surtout près du point critique.

On peut également remarquer au vu de la fig. I-5 que $Pr = \nu/\kappa$ diverge dans cette région.

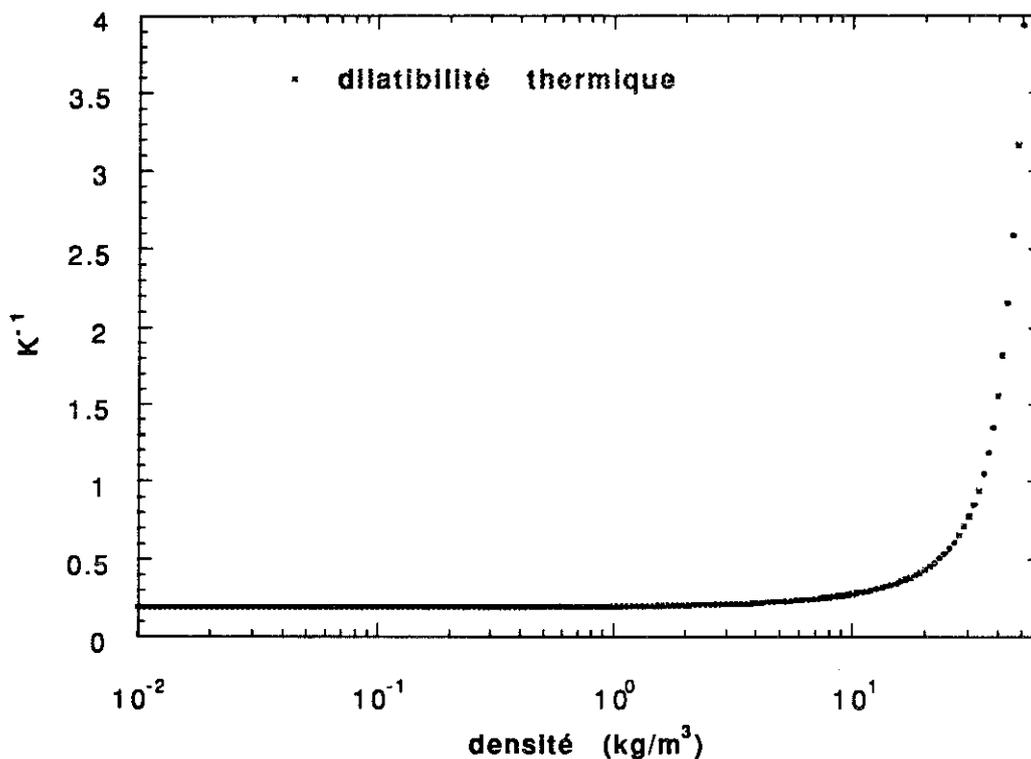


Fig. I-6 : Variation de α de l'He gazeux en fonction de d à $T = 5.1 K$ (données NBS)

C-2 - Montage de la cellule

A mon arrivée au laboratoire, la cellule venait juste d'être montée. En effet Francesca Chillà -en postdoc pendant un an et demi jusqu'en juin 94 au laboratoire- a travaillé sur le montage de la cellule, en mettant à profit ses compétences dans le domaine de Rayleigh Bénard (14).

C-2-a- Le cryostat et la chambre d'expérience

Descendre à 4 K et maintenir cette température sur un volume de l'ordre de 10 litres nécessite un certain appareillage comme on peut le voir sur la fig. I-7.

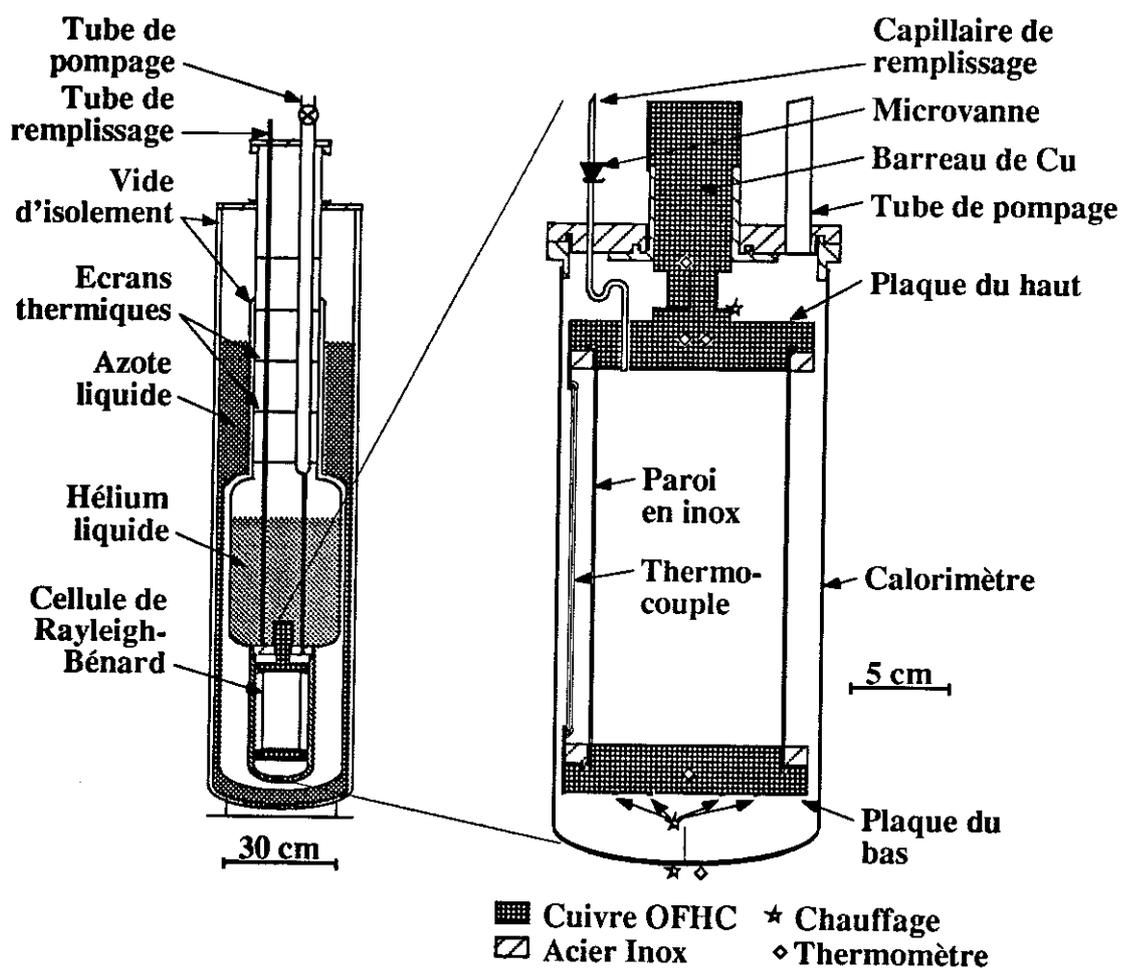


Fig. I-7 : sur la partie gauche, schéma du cryostat avec la cellule. Sur la partie droite agrandissement du calorimètre et de la cellule

Le cryostat permet de passer progressivement de la température ambiante à 4 K. Les différents étages de température sont emboîtés les uns dans les autres comme une poupée gigogne : une première enceinte à double paroi sous vide (de l'ordre de 10^{-4} mbar) et enfermant du superisolant (empilement de feuilles fines réfléchissantes empêchant la convection), isole de l'extérieur un réservoir d'azote liquide à 77 K ouvert à la pression atmosphérique. Ce réservoir entoure une deuxième enceinte fonctionnant sur le même principe que la première. Elle contient un bain d'hélium liquide à 4.2 K sous 1 bar. On alimente ce bain régulièrement (30 l par semaine en temps normal) par siphonnage depuis un vase Dewar d'hélium

liquide. Le col du réservoir d'He représente une source importante de pertes thermiques. Pour les limiter il doit être le plus étroit et le plus long possible. D'un autre côté, il faut pouvoir introduire dans le cryostat une chambre d'expérience. Un compromis d'environ 15 cm de diamètre a été choisi. Des écrans thermiques en cuivre sont fixés sur les tiges qui supportent la chambre d'expérience tout le long du col pour réfléchir le rayonnement provenant de l'ambiante. Ils sont refroidis par les vapeurs d'He, s'évaporant du bain. Grâce à ces précautions les pertes thermiques sont limitées à environ 125 mW (en l'absence d'un chauffage important dans la chambre d'expérience).

La chambre est constituée d'un calorimètre dans lequel se trouve la cellule de Rayleigh Bénard. Pour bien isoler la plaque du bas et les parois de l'extérieur, on assure un vide secondaire ($\sim 10^{-6}$ mbar) à l'intérieur du calorimètre. Ce vide est obtenu en pompant depuis l'ambiante par un tube de 1 cm de diamètre. Une cause importante de fuite dans le vide est la différence de dilation thermique entre les matériaux ; on a ainsi utilisé des vis en acier inoxydable pour fermer le calorimètre réalisé aussi en acier inoxydable. Il faut aussi éviter caoutchouc et plastiques qui dégazent beaucoup et deviennent durs et cassants à froid. Des passages étanches sont réalisés dans le chapeau du calorimètre pour faire passer tous les fils électriques (fils de cuivre de 0.1 mm de diamètre connectés ensuite pour certains, à des fils supraconducteurs afin de limiter les conceptions thermiques et de minimiser les résistances parasites).

La cellule est constituée de 2 plaques de cuivre massives (environ 2.4 kg chacune) et d'une paroi cylindrique d'inox de 0.5 mm d'épaisseur, 10 cm de diamètre intérieur et 20 cm de hauteur, obtenue par alésage d'un cylindre brut extrudé. L'inox permet d'obtenir une bonne isolation thermique entre plaques en l'absence d'He. Une bride en inox à chaque extrémité et des vis de laiton (car elles se contractent plus à froid que le cuivre ou l'inox et assurent ainsi une bonne étanchéité) permettent de fixer la paroi cylindrique aux plaques de cuivre et de rendre la cellule étanche (cf. fig. I-8).

Dans un premier temps la plaque du haut a été vissée sur un barreau de cuivre (avec des vis laiton !) pour être en contact thermique avec le bain d'hélium liquide (cf. fig. I-7 et I-8a). On assure ainsi un refroidissement efficace de la plaque du haut. Un capillaire de 2 mm de diamètre en

cupronickel (isolant thermique) assure le remplissage de la cellule en He gazeux à partir du bain ou d'un volume calibré. Il est fermé à l'aide d'une microvanne commandée depuis l'ambiante et située au-dessus du calorimètre dans le bain d'He.

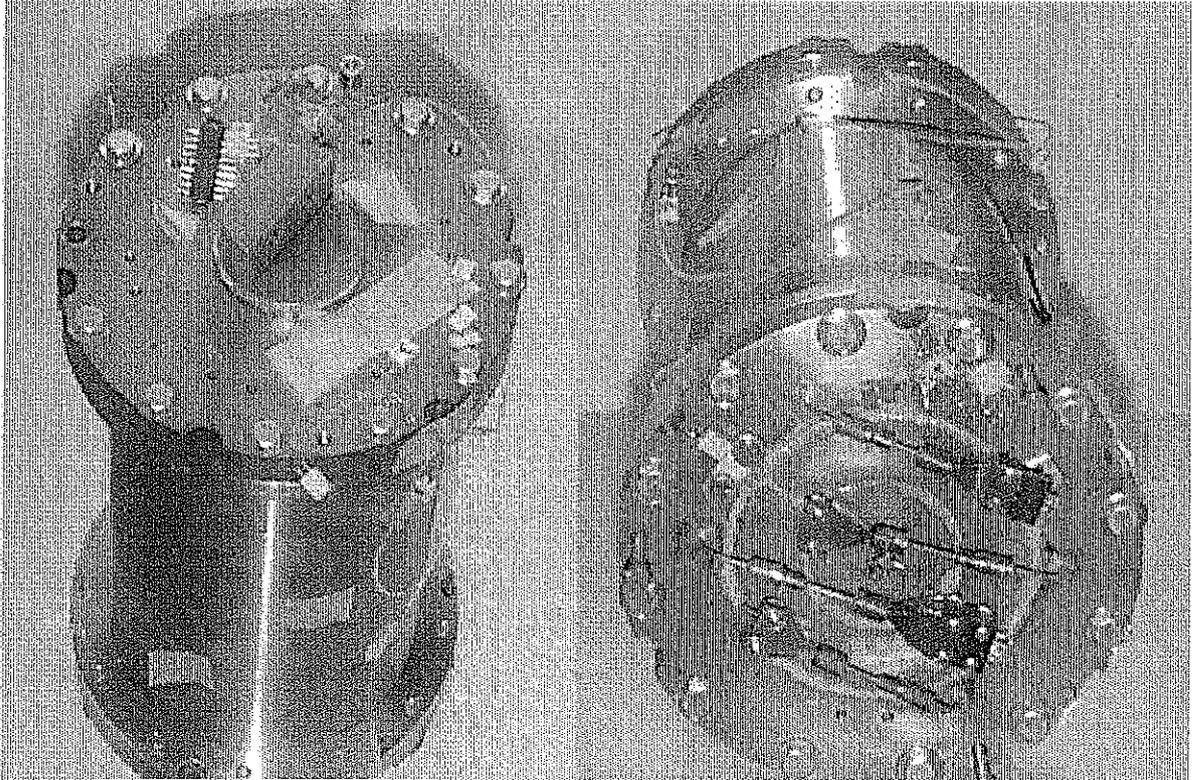


Fig. I-8a : Photo du dessus de la cellule

Fig. I-8b : Photo du dessous de la cellule

Fig. I-8 : Photos de la cellule

C-2-b - La partie électrique

Mesures et chauffages se font par l'intermédiaire de fils électriques de 2 sortes :

- fils de Cu de 0.1 mm de diamètre ; ils sont exclusivement utilisés depuis l'ambiante jusqu'à l'intérieur du calorimètre. On connaît leur qualité pour la conduction électrique : ils transportent de forts courants sur un faible diamètre (au moins jusqu'à 0.3 A ici). Malheureusement, ils transportent aussi la chaleur d'où leur liaison à des fils supraconducteurs, à l'intérieur du calorimètre, chaque fois que cela est possible,
- fils supraconducteurs de 0.07 mm de diamètre ; il s'agit d'un brin composé de filaments de NbTi (environ 65) dans une matrice de CuNi non supraconductrice. En-dessous de 10 K, le fil est supraconducteur ; il a l'avantage de peu conduire la chaleur. Ses inconvénients sont un courant

critique de transition trop faible, ce qui empêche leur emploi pour les résistances de chauffage, et la difficulté relative à assurer un bon contact électrique. En effet, une brasure sur un connecteur peut lâcher facilement par contraction thermique.

Pour changer de fils et pouvoir démonter facilement la cellule, on a abondamment utilisé des connecteurs électriques. Ces fils relient à l'ambiante des thermomètres et des résistances de chauffage par effet Joule.

Les thermomètres de carbone : ce sont des résistances Allen Bradley issues d'un même lot, donc ayant les mêmes caractéristiques, d'environ 68Ω à l'ambiante et 560Ω à 4 K pouvant supporter une puissance de $1/8$ W. Elles sont placées en différents endroits du montage (cf. fig. I-7) : dans les 2 plaques, dans le barreau de Cu, dans le bain sous le calorimètre et à environ 50 cm au-dessus du barreau de Cu (non visible sur la fig. I-7). Leurs valeurs sont lues par un multicapteur scrutateur T.R.M.C. avec une période de 0.1 s (le T.R.M.C. est produit par A.B.B. Barras Provence, Z.I. St Joseph, 04100 Manosque). Chaque résistance à mesurer est connectée à une carte électronique. Celle-ci envoie un courant électrique alternatif de $10 \mu\text{A}$ et de fréquence 30 Hz environ (pour éliminer les effets thermoélectriques), mesure la tension résultante et fait une conversion analogique numérique. Un microprocesseur gère la scrutation et stocke les données qu'il peut convertir en température, à l'aide d'une loi d'étalonnage entrée par l'utilisateur. Il peut transmettre ces résultats à une imprimante (la fig.II-1, dans la partie II, représente un fragment de cette impression). Sa rapidité donne l'illusion d'un enregistrement continu. Au mieux, le bruit et donc la résolution est de $\pm 0.03 \Omega$ ce qui correspond à environ ± 0.2 mK, bruit entièrement dû au T.R.M.C. La sensibilité de ces résistances de carbone est de 6 mK environ pour 1Ω à 4 K, elle diminue quand la température augmente (8 mK pour 1Ω vers 5 K). Le laboratoire a développé des ponts d'opposition bas bruit purement analogiques : ces pont sont équipés d'une détection synchrone à 30 Hz et d'une injection de courant par fibre optique réglable ; ce pont permet de réduire le bruit de mesure sans chauffer la résistance. La résolution est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-6}$ x gamme utilisée (par exemple pour $1 \text{ k}\Omega$, gamme utilisée pour ces thermomètres, la résolution est de $2 \cdot 10^{-3} \Omega$). Les ponts sont équipés d'un étage de régulation en température utilisant un réglage P.I.D. Avec ces ponts le bruit intrinsèque d'une résistance de carbone est de $\pm 5 \cdot 10^{-3} \Omega$, ce qui correspond à $\pm 30 \mu\text{K}$. L'inconvénient majeur de ces

thermomètres de carbone est leur manque de reproductibilité par dérive thermique surtout s'ils ont subi un cyclage thermique entre l'ambiante et 4 K.

Les résistances de chauffage : les résistances utilisées dans les 2 plaques sont des fils de constantan de 0.1 mm de diamètre, et de valeur 100 Ω pour le chauffage du haut et $90.8 \pm 0.1 \Omega$ pour celui du bas. Les fils sont torsadés pour éviter les effets inductifs et placés dans des gorges circulaires usinées sur les faces externes des plaques. Les fils sont noyés dans de la colle au silicone Rhodorsil CAF4 (traces blanches circulaires sur fig. I-8b). Nous avons veillé à une répartition uniforme des fils pour limiter les gradients horizontaux de température sur les plaques. Le chauffage du bas, qui fournit Q est particulièrement soigné : il est connecté par 4 fils de Cu à une source de tension continue stabilisée et calibrée (produite par Electronics Development Corporation). La précision relative est meilleure que 10^{-4} et la gamme va de quelques mV à 10 V . La puissance de chauffage Q peut donc varier de quelques 10 nW à 1 W. Pour éviter un apport de chaleur parasite, les fils de Cu sont thermalisés sur la plaque du haut à l'aide d'un feuillet mince de kapton isolant électrique (excepté les pistes métalliques pour le contact électrique). Le chauffage de la plaque du haut permet sa régulation en température ; le pont analogique ainsi qu'un des 2 thermomètres de la plaque du haut sont utilisés pour cette régulation. La résistance de chauffage sous le calorimètre est utilisée pour réguler grossièrement le bain en température. Cette opération se fait en même temps qu'on modifie la pression de vapeur saturante au-dessus du bain ($1\text{mbar} < P < 1.8 \text{ bars}$).

Les détecteurs : il s'agit de thermomètres (semi-conducteurs) placés à l'intérieur de la cellule. Sur la fig. I-8b, on peut voir la façon dont le passage des fils d'amené de NbTi à l'intérieur est réalisé à travers la plaque : après un connecteur à 6 broches, les fils passent par une petite tulipe rendue étanche par du Stycast 2850GT puis par un capillaire de Cu soudé sur la plaque. Les détecteurs permettent la mesure locale des fluctuations de température (cf. partie III).

Le thermocouple : dernier élément de thermométrie mais certainement pas le moindre. Il permet de mesurer directement ΔT plutôt que de prendre la différence de températures mesurées par un thermomètre dans chaque plaque. Son avantage par rapport aux deux thermomètres est net aux faibles

ΔT : quand $\Delta T = 0$, c'est-à-dire lorsque la cellule est à une température uniforme T , le thermocouple mesure une tension nulle quelle que soit T , ce qui n'est pas le cas de 2 thermomètres, même étalonnés ensemble.

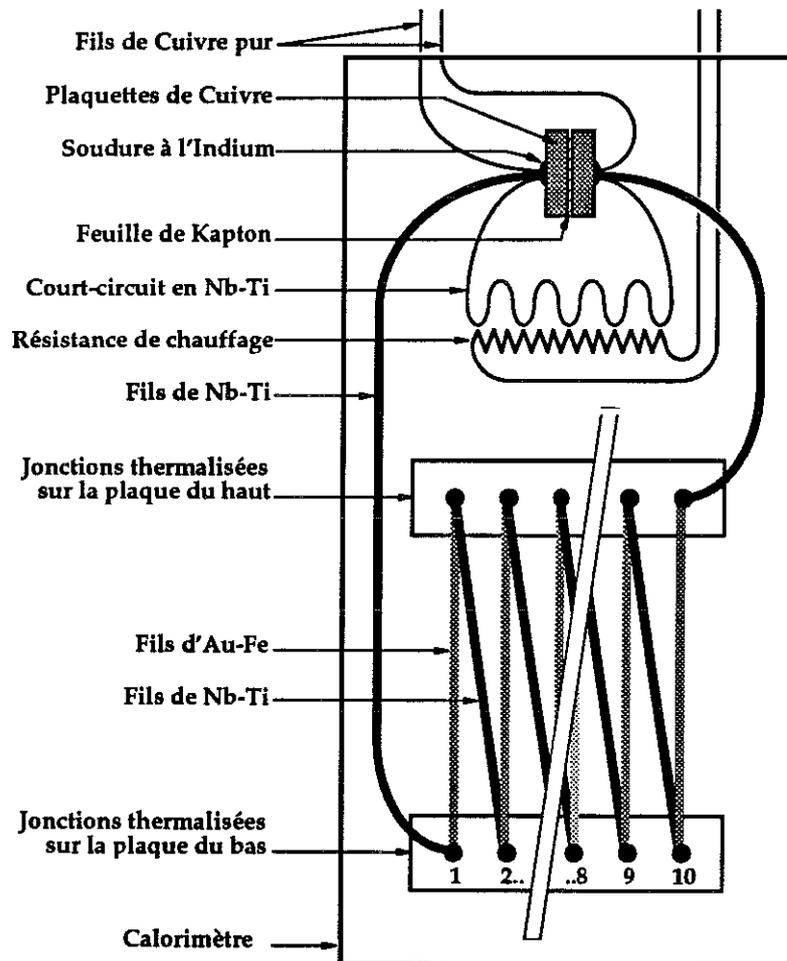


Fig. I-9 : Schéma du thermocouple et de son court-circuit.

Le thermocouple utilise l'effet Seebeck d'une jonction entre un fil AuFe (300 ppm de Fe) et un fil supraconducteur (NbTi en l'occurrence), ce dernier n'ayant pas de pouvoir thermoélectrique. Pour amplifier le signal, 20 jonctions de ce type sont successivement thermalisées sur chacune des 2 plaques. La tension Δv est mesurée à l'ambiante par un nanovoltmètre continu (modèle N4 produit par E.M. Electronics). Pour lire Δv une table traçante avec un filtre de l'ordre de 1 Hz a été placée à la sortie du nanovoltmètre, ce qui permet :

- d'être sûr d'avoir atteint un régime stationnaire,
- de relever la valeur moyenne du signal bruité.

Les différentes gammes permettent de balayer les tensions de quelques nV à 300 μ V avec une précision de 0.5 %, ce qui correspond à environ $20 \mu\text{K} < \Delta T < 2.5 \text{ K}$. Les fils d'amenée entre la cellule et l'ambiante sont des fils de Cu de 1/10 mm de diamètre et de grande pureté (4N). Malgré cette pureté et à cause de la différence de température entre les extrémités des fils (290 K environ), il existe un effet thermoélectrique parasite différentiel. Pour en tenir compte, on fait une 1^{ère} mesure en court-circuitant les jonctions au niveau de la cellule (sur les suggestions de J. Chaussy). Comme il est montré schématiquement sur la fig. I-9, le court-circuit est constitué d'un fil de NbTi entouré d'un fil résistif de constantan. Lors de la 2^{ème} mesure, le fil supraconducteur est chauffé jusqu'à ce qu'il transite (puissance de 4 mW évacuée dans le bain par le chapeau du calorimètre). Sa résistance ($< 500 \Omega$) est d'environ 1000 fois celle des jonctions en série. La tension aux bornes de l'ensemble des jonctions en série est déduite de la différence entre les 2 mesures. On calcule ΔT à partir de la tension par une simple relation linéaire (au moins pour les faibles ΔT). Dans le paragraphe II-B la procédure d'étalonnage du thermocouple est décrite ainsi que la résolution ultime de ce détecteur.

C-3 - Premières mesures - premiers problèmes

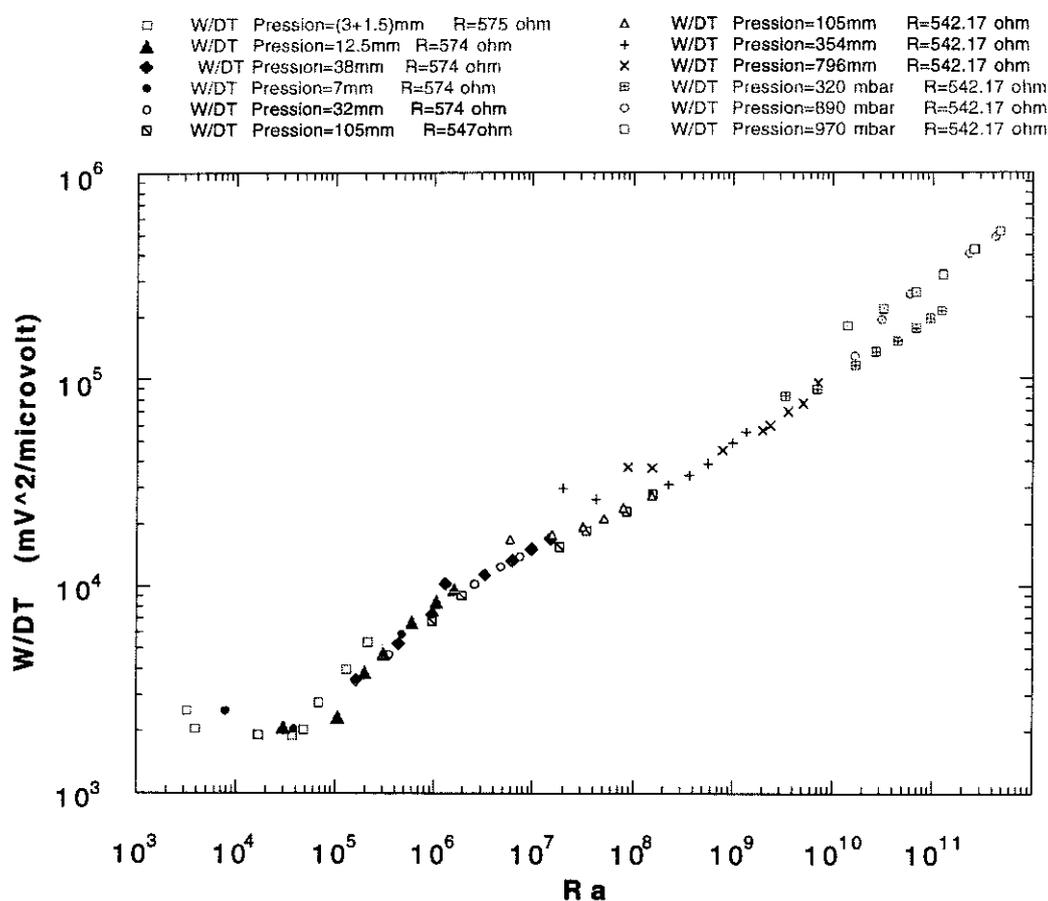


Fig. I-10 : Points obtenus par L. Bienner et B. Hébral de juillet à août 1994

Il est rare qu'un montage fonctionne au premier essai. Les premières mesures permettent de mettre en évidence les problèmes à résoudre. Cela permet aussi d'avoir une idée des possibilités de l'expérience. Sur la courbe de la fig. I-10 ont été portés les points de mesure réalisés juste après la fin du montage, à l'été 1994. Elle présente une grande dispersion des points et une grande incertitude sur les mesures pour pouvoir être exploitée quantitativement. Ceci est dû à l'accumulation de plusieurs problèmes :

- problèmes techniques : les pertes thermiques sont encore indéterminées mais certainement non négligeables,
- problèmes d'instrumentation : les thermomètres et le thermocouple sont étalonnés grossièrement,
- problèmes de calcul des propriétés de l'He : la valeur de Ra est calculée à l'aide d'une équation fonction de la température et de la pression valable approximativement pour le gaz parfait.

Tout ceci explique le mauvais recouvrement que nous observons entre les pressions inférieures à 320 mb et les pressions de 890 et 970 mb. Cela peut expliquer également l'écart vers le haut des points correspondant à des faibles ΔT . Noyés dans ces problèmes expérimentaux, les effets physiques sont difficilement observables : la valeur du seuil de convection, observée sur la courbe, est de l'ordre de $Ra = 50\ 000$ au lieu du seuil habituel de 1700. Est-ce dû aux problèmes mentionnés ci-dessus ou à un effet physique ?

Avec cette expérience, la cellule a été remplie jusqu'à une pression de 1 bar, ce qui est relativement facile en utilisant le bain. Une valeur maximale de Ra , d'environ 10^{11} a pu être obtenue. Notre but est d'aller au-delà de cette valeur et donc de travailler à une pression supérieure, ce qui pose de nombreux problèmes : remplissage de la cellule, mesure de la pression ou de la densité à l'intérieur, détermination des valeurs précises de Ra et Nu (l'He s'éloignant du comportement d'un gaz parfait il devient nécessaire d'utiliser des équations d'état et de transport précises).

La courbe de la fig. I-1 (§ I-B-1) obtenue dans le cadre de cette thèse représente près de 18 mois de travail expérimental. Ceci a permis :

- d'obtenir une valeur de Nu de presque 10 000,
- d'avoir une analyse quantitative du comportement $Nu(Ra)$,
- de mettre en évidence et d'étudier des effets non Boussinesq,
- de mesurer l'influence du Pr au-delà de $Ra = 10^{10}$.

Ce sont les conditions expérimentales pour obtenir ces résultats qui vont être maintenant décrites.

Partie II

La cellule de Rayleigh Bénard vue de l'extérieur :
l'analyse Nu Ra

La partie II concerne les mesures calorimétriques faites sur la cellule. Elles ont eu un développement plus important que prévu car un nouveau régime a été mis en évidence ; il a fallu le confirmer en cherchant à obtenir les plus hauts Ra accessibles avec ce montage.

Les paragraphes A, B et C de cette partie sont consacrés aux problèmes de conversion des données brutes et aux mesures calorimétriques.

Le paragraphe A est dédié aux équations des propriétés de l'He qui permettent le calcul des coefficients devant ΔT et $\frac{Q}{\Delta T}$ dans Ra et Nu; les équations sont fonction de la température et de la densité moyenne.

Le paragraphe B traite de la mesure précise de ces grandeurs ainsi que de ΔT .

Quant au paragraphe C, il est consacré aux possibilités du montage, entre autres, pour que le "point de fonctionnement" de la cellule dans le diagramme P-T de l'He soit le plus près possible du point critique, pour que les pertes thermiques de la cellule soient les plus faibles possibles et pour que la plus grande gamme possible en ΔT soit explorée.

Le paragraphe D, après avoir examiné les effets non Boussinesq, est consacré à l'analyse des mesures, c'est-à-dire de la courbe de Nu(Ra) notamment la pente de la courbe dans le régime turbulent. Ces résultats sont comparés avec de précédents travaux ainsi qu'avec les prévisions théoriques dont il a été question dans la partie précédente.

Le principe des mesures calorimétriques est simple : on applique un chauffage Q sur la plaque du bas, et on mesure la différence de température obtenue entre plaques, ΔT . La cellule est considérée comme une boîte noire de la même façon qu'un composant électronique dont on mesure la caractéristique courant-tension. L'analogie peut même être poussée plus loin si on regarde l'enregistrement ci-dessous.

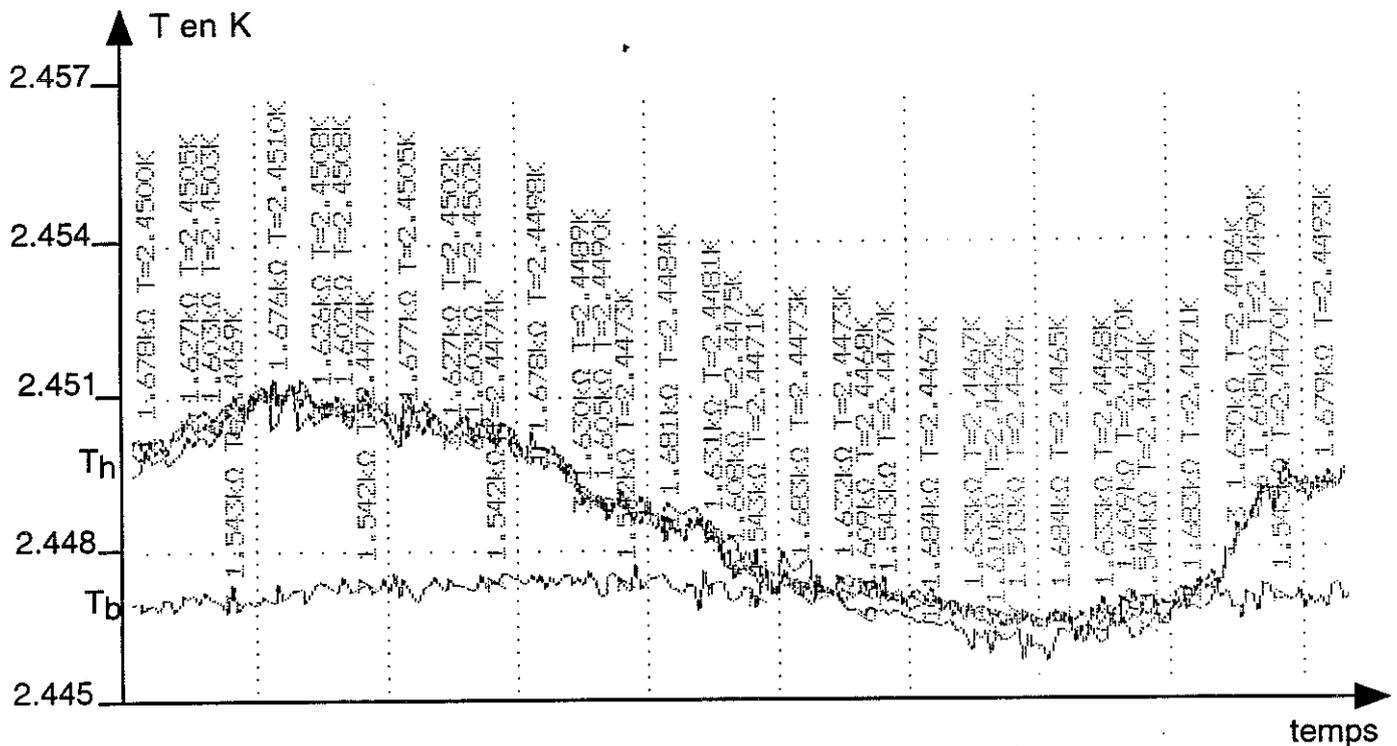


Fig. II-1 : Signal de température des 2 plaques au cours du temps ;
 en bas T_b (température de la plaque du bas) ;
 en haut T_h (température de la plaque du haut).
 Echelles : 3 mK/division verticale
 100 s/division horizontale

Le relevé de la fig. II-1 correspond à une situation où l'on chauffe faiblement le bas ($30 \mu\text{W}$) mais où le haut à cause d'un trop bon couplage avec le bain et en l'absence de régulation subit les fluctuations de température du bain. Dans un premier temps $T_h > T_b$ ($\Delta T < 0$) et un flux de chaleur traverse la cellule vers le bas. T_b reste constant, en apparence. En fait, le temps de relaxation de la plaque du bas est trop grand car on est en régime conductif. Dans un deuxième temps, T_h diminue jusqu'à être inférieure à T_b ; le flux Q s'inverse alors et T_b se met à suivre presque instantanément la variation de T_h ; on est en régime convectif ($\Delta T \geq \Delta T_{\text{seuil}}$).

Les deux régimes s'apparentent au mode bloqué et passant d'une diode. Notre système est analogue à une diode dont la courbe $Nu(Ra)$ serait la caractéristique courant tension.

Pour obtenir cette caractéristique, le premier travail consiste à convertir Q et ΔT en Nu et Ra (de portée plus universelle).

A - LES EQUATIONS DES PROPRIETES DE L'He

Les expressions de Nu et Ra (cf. parties I, §A) font intervenir des grandeurs thermodynamiques ou de transport telles que α , C_p , κ , λ , ν . Les grandeurs thermodynamiques sont dérivées de l'équation d'état de l'He $P = P(d, T)$. Les grandeurs de transport sont liées au libre parcours moyen et à la section efficace d'un atome d'He. Ces grandeurs sont calculées en fonction de la température et de la densité moyenne dans la cellule. Une fois la cellule fermée, la densité moyenne, par définition, reste constante, ce qui privilégie l'utilisation de cette variable par rapport à la pression.

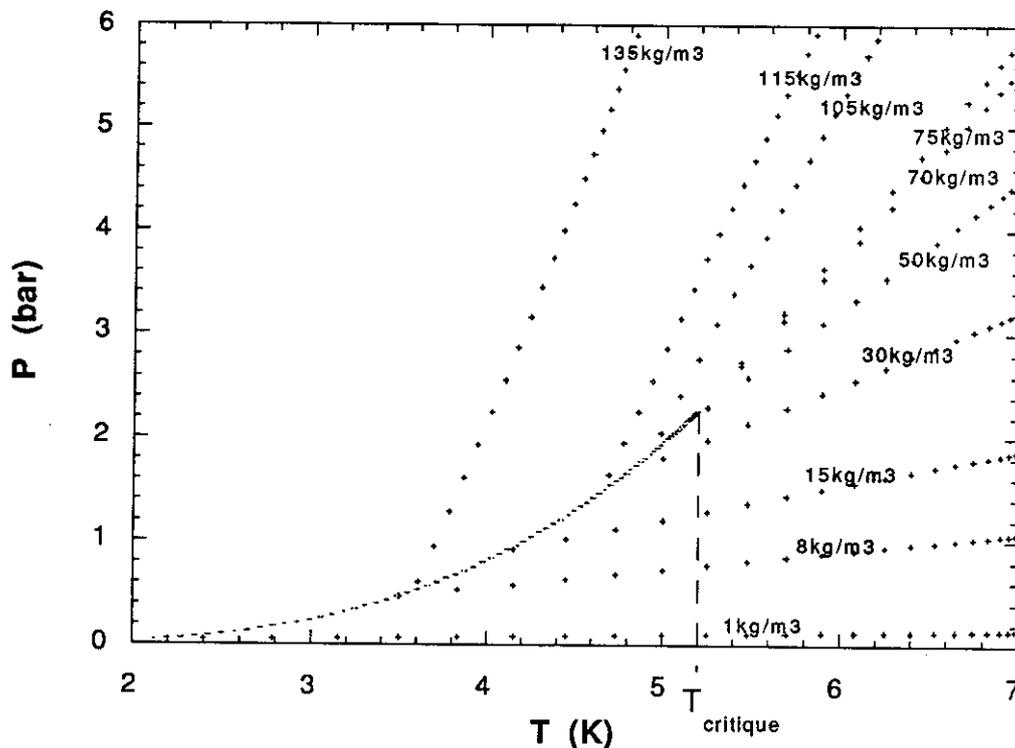


Fig. II-2 : Notre gamme de travail ; courbe de saturation et quelques courbes d'isodensité de l'He (notre plus faible densité est $7 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$)

La Fig. II-2 correspond au diagramme P-T de l'He avec sa courbe de saturation jusqu'au point critique ; quelques isodensités ont été portées. Une fois la cellule fermée, le point correspondant à la pression et à la tempéra-

ture régnant au centre de la cellule est situé sur une isodensité donnée. Le domaine délimité par la fig. II-2 correspond aux conditions de pression et de température avec lesquelles nous avons travaillé. Il est centré autour du point critique puisque c'est le point près duquel on peut obtenir les plus hauts Ra. Le gaz est alors loin de son état idéal de gaz parfait.

La détermination des équations des propriétés de l'He dans cette région relève du domaine de la métrologie. Les expériences pour mesurer les différentes propriétés doivent être extrêmement bien contrôlées et bien calibrées. On peut se faire une idée de ce travail en lisant la réf. (1) : l'auteur décrit une expérience pour mesurer les exposants critiques des grandeurs thermodynamiques au point critique de l'He. Après l'obtention de données dans le plan (d,T), il faut déterminer des lois d'interpolation de ces points en s'appuyant (parfois) sur des modèles physiques atomiques. Les équations peuvent avoir une dizaine, voire une vingtaine de coefficients ajustables. Une grande partie de ce travail a été réalisée au National Bureau of Standard, le service des poids et mesures américain (N.B.S. aujourd'hui N.I.S.T.). Il a notamment centralisé toutes les mesures fiables sur l'équation d'état de l'He. J'ai à mon tour réuni toutes les équations de ses propriétés (du moins celles qui m'intéressaient). La liste de ces équations est la suivante :

L'équation d'état P(d,T)

- * Equations de Mc Carty du N.B.S. (1973) (2) pour le gaz et pour le liquide entre 2 et 10 K excepté la région critique définie plus loin.

En 1990, R.D. Mc Carty et V. Arp ont remis à jour leurs équations, surtout pour tenir compte d'un changement d'échelle de température (3) ; mais il n'ont pas eu de données expérimentales nouvelles qui auraient pu améliorer leurs lois. J'ai donc conservé les équations de 1973.

- * Equation d'état dans la région critique par H.A. Kierstead (1) sous forme normalisée :

$$T^* = \frac{|T - T_{cr}|}{T_{cr}} \quad d^* = \frac{|d - d_{cr}|}{d_{cr}}$$

avec T_{cr} température au point critique de l'Hélium = 5.1983 K (échelle de température du N.B.S., 1965), d_{cr} : densité critique = 69.58 kg/m³

Equation de $\nu(d,T)$

- * Cette équation fournie par N.B.S. (4) est valable entre 2 et 10 K pour le gaz et le liquide dans la région critique ν diverge vers 0 beaucoup moins vite que κ (cf. fig. I-5) ; une contribution spécifique à cette région est inutile dans notre expérience, à la différence de la conductivité thermique.

Equation de $\lambda(d,T)$

- * Un travail a été mené entre 1973 et 1980 pour améliorer les données existantes : nouvelles mesures et nouvelle loi d'interpolation (5) sous la forme $\lambda(d,T) = \lambda_{G.P.}(T) + \lambda_{excès}(d,T) + \lambda_{cr}(d,T)$. $\lambda_{cr}(d,T)$ est une contribution spécifique de la région critique où d et T sont renormalisées en fonction de T_{cr} et d_{cr} ; elle utilise des données dérivées de l'équation d'état de Mc Carty 1973 et son calcul ne peut se faire qu'avec cette équation d'état et pas avec une autre.

J'ai introduit toutes ces équations dans un programme informatique. Celui-ci a été testé en comparant les valeurs qu'il donne à quelques points de mesure (4,5). La frontière de la région critique, dans le diagramme d - T , correspond à la limite donnée par H. Kierstead pour ses équations (1) :

$$d^* < 0.02, \text{ c'est-à-dire } |d - d_{cr}| \leq 14 \text{ kg/m}^3$$

$$t^* < 0.03, \text{ c'est-à-dire } |T - T_{cr}| \leq 156 \text{ mK}$$

Elle délimite le domaine où il a fait des mesures systématiques.

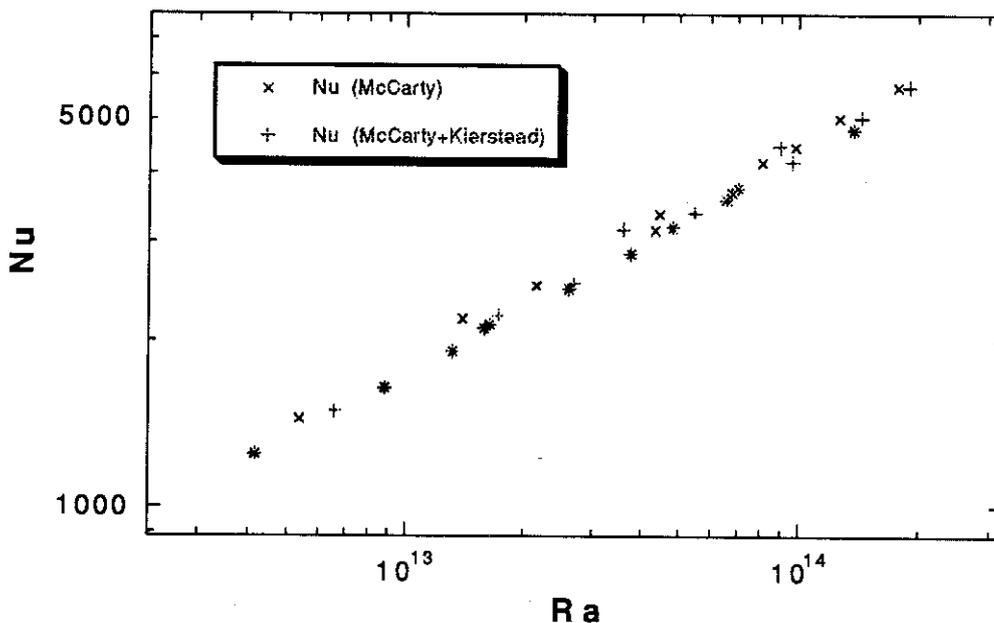


Fig. II-3 : Courbe $Nu(Ra)$ pour la série de points de densité $d = 56 \text{ kg/m}^3$. Les points dans la région critique sont calculés par deux équations différentes.

Sur la fig. II-3, pour la série de mesures à $d = 56 \text{ kg/m}^3$, j'ai utilisé l'équation de Mc Carty seule d'une part, et les équations de Mc Carty et Kierstead avec la frontière définie ci-dessus d'autre part. Les points où les deux symboles sont confondus sont les points hors de la région critique et donc obtenus avec la même équation, celle de Mc Carty. On constate un écart faible entre ces deux façons de procéder. Le fait d'utiliser l'équation de Kierstead permet d'un peu mieux aligner les points. Le recouvrement entre les deux équations est donc très bon. J'ai observé que l'extrapolation de l'équation de Kierstead en dehors des limites de la région critique se fait mal (les points s'écartent de la courbe $Nu(Ra)$) ; H.A. Kierstead n'a peut être pas choisi le bon jeu de variables pour extrapoler ces mesures. D'après J. Souletie, chercheur du CRTBT, les variables réduites $\frac{|T-T_{cr}|}{T}$ et $\frac{|d-d_{cr}|}{d}$ sont préférables.

À toutes ces équations, il a été utile de joindre les équations de coexistence de phases liquide-gaz telles que :

- * $T_{sat}(P)$ (6) température du liquide en équilibre avec sa vapeur de 0.5 à 5.1953 K,
- * $P_{sat}(T)$ (7) pression de vapeur saturante (utilisée pour tracer la fig. II-2),
- * $d_{satliq}(T)$ (8) densité du liquide en équilibre avec sa vapeur ; j'ai utilisé la réf. (8) car l'équation donnée dans la réf. (3) est mal typographiée et donne des valeurs incorrectes.

Précision relative sur les équations des propriétés de l'He

Elle est obtenue en regardant l'écart par rapport aux valeurs expérimentales ; cet écart peut être dû d'ailleurs à des dispersions expérimentales, les équations lissant les résultats des mesures.

Avec les équations de Mc Carty (hors région critique) :

$$\frac{\Delta d}{d} \text{ moins de } 0.5 \%$$

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \text{ de } 0.2 \text{ à } 1 \% \text{ en moyenne}$$

$$\frac{\Delta C_p}{C_p} \text{ de } 0.1 \text{ à } 2 \% \text{ en moyenne}$$

Les incertitudes augmentent au fur et à mesure qu'on se rapproche de la région critique.

Avec les équations de Kierstead (région critique) :
l'incertitude reste inférieure à 1 % en moyenne

Avec les équations de transport (sans limitation) :

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \lesssim 2 \%$ l'incertitude augmente dans la région critique de l'ordre de 3 % en moyenne, 4 à 5 % au maximum

$$\frac{\Delta v}{v} \text{ de } 2 \text{ à } 3 \%$$

Il faut tenir compte de ces incertitudes quand on compare nos mesures avec des travaux réalisés dans d'autres fluides.

La précision sur Nu, Ra, Pr dépend principalement des coefficients devant ΔT ou $\frac{\Delta T}{Q}$ (ces grandeurs étant mesurées plus précisément) et donc de la précision des propriétés de l'He, notamment quand celui-ci s'éloigne des conditions de gaz parfait :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Nu}{Nu} &\sim \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ \frac{\Delta Pr}{Pr} &\sim \frac{\Delta(v C_p/\lambda)}{v C_p/\lambda} \\ \frac{\Delta Ra}{Ra} &\sim \frac{\Delta(\alpha C_p/v\lambda)}{\alpha C_p/v\lambda} \end{aligned}$$

Les précisions sur les valeurs des propriétés de l'He sont obtenues en supposant mesurer très précisément la température, la pression (dans les cas où la densité est déduite de l'équation d'état) et la densité. Nous avons mesuré :

T à mieux que 0.1 %,
P à 0.1 %,
d à 0.5 %.

Cette précision est d'autant plus nécessaire qu'on travaille près de la région

critique.

Le paragraphe suivant traite des mesures de ces grandeurs et de leur précision.

B - UNE INSTRUMENTATION PRECISE

B-1- Les Echelles Internationales de Température (E.I.T.)

Pour la mesure de la température absolue (en Kelvin), il existe une harmonisation au niveau mondial gérée par le Bureau International des Poids et Mesures (9) (installé au Pavillon de Breteuil) et relayée par différents laboratoires à travers le monde (le N.B.S. devenu le N.I.S.T. est le plus important de ces services). La température de référence est la température thermodynamique déterminée par un thermomètre à gaz parfait. Le B.I.P.M. fournit les températures de points fixes (par exemple le point d'ébullition de l⁴He sous 1 atm est 4.2221 K dans E.P.T.76 (7)) et les thermomètres primaires avec leur gamme respective pour interpoler la température entre ces points (par exemple l'échelle de pression de vapeur saturante de l⁴He de 2 à 5 K, la résistance de platine de 13 K à 300 K). Des thermomètres plus pratiques et suffisamment fiables (comme des résistances de germanium) sont préférés en laboratoire après avoir été étalonnés par rapport aux thermomètres primaires.

Dans les années 60 et 70, on s'est aperçu que la température définie par E.I.T. 1958 et E.I.P.T. 1968 (P pour Pratique) présentait un écart de plusieurs mK vers 5 K avec la température thermodynamique. Cela a entraîné un flou au niveau de la définition de la température, et le N.B.S. a défini sa propre échelle de température en 1965. La correspondance avec l'échelle de 1958 est : $T_{NBS} = 1.002 T_{EIT58} + 0.001$ entre 2 et 20 K (5). **Toutes les équations mentionnées dans le paragraphe précédent, excepté celles de coexistence de phases qui utilisent E.I.T. 1990, sont basées sur cette échelle de température (T_{NBS}).**

En 1976, pour corriger les écarts de température autour de 5 K, une Echelle Provisoire de Température (E.P.T. 76) a été introduite (9). En 1990, une nouvelle Echelle Internationale de Température, T_{EIT90} , a été définie en accord avec l'échelle thermodynamique, de 0.65 K jusqu'à 2000°C (6). Elle a officialisé E.P.T. 76.

A cause de la précision requise, il a fallu tenir compte de ces divers changements. Au C.R.T.B.T., il existe un "spécialiste" de thermométrie pour la région de température qui nous intéresse, à savoir 5 K. J. Odin ayant eu besoin d'une précision particulièrement importante pour l'une de ses expériences a étalonné une résistance de germanium par rapport aux thermomètres primaires (notamment un thermomètre à gaz) avec la patience et la minutie d'un métrologue. L'échelle utilisée était E.I.T. 1958. J'ai emprunté cette résistance pour étalonner ma propre résistance de Ge (cf. § II-B-2). La correspondance que j'ai utilisé entre les deux Echelles Internationales est la suivante :

$$T_{\text{EIT58}} = T_{\text{EIT90}} - 0.0071 \text{ en K entre 3.6 et 6 K}$$

Les températures mesurées avec la résistance de Ge sont donc définies par rapport à E.I.T. 1958. Suivant les équations des données de l'He que j'utilise, elles sont converties, avec les relations ci-dessus, en T_{NBS} ou T_{EIT90} .

Même si la température du point critique n'est pas considérée comme un point fixe (à tort à mon avis), il a été utilisé comme référence dans le présent travail. Ainsi :

$$T_{\text{Cr NBS}} = 5.1983 \text{ K} \quad (4)$$

(j'ai trouvé aussi 5.2014 dans la réf. (2), écart que je ne m'explique pas !)

$$T_{\text{Cr EIT90}} = 5.1953 \text{ K} \quad (5)$$

Notre thermomètre a donné 5.1982 ± 0.0001 après conversion en T_{NBS} .

Ces écarts entre différentes échelles de température représentent une erreur d'environ 0.2 % en température. Pour un gaz parfait ou proche d'un gaz parfait, l'erreur sur la densité, calculée par la température et la pression, est du même ordre de grandeur ; elle n'est donc pas très importante. Ce n'est pas le cas au fur et à mesure qu'on se rapproche du point critique. Lors d'un remplissage de la cellule avec une pression de l'ordre de 2 bars à 5 K, j'ai mesuré précisément la pression et la température. La densité a été déterminée à l'aide de l'équation d'état de Mc Carty sans faire de conversion

d'échelles de température. Le résultat était de 76.7 kg/m^3 . Une mesure directe de la densité a donné 55.9 kg/m^3 . Après correction tenant compte des changements d'échelle, l'équation d'état de Mc Carty a donné 58.0 kg/m^3 ! Cet exemple montre deux choses :

- * la nécessité d'un travail rigoureux et précis près de la région critique,
- * la performance de l'équation de Mc Carty ; l'écart résiduel correspond à une erreur de température de 1 mK et peut très bien être du à l'incertitude sur notre thermomètre.

B-2- Etalonnage des thermomètres

Dans le paragraphe précédent, on voit la nécessité d'un bon étalonnage des thermomètres. Un travail d'étalonnage a été fait sur les résistances de carbone, une résistance de Ge (achetée à Lake Shore) et le thermocouple.

Les résistances de carbone : pour les étalonner, j'ai utilisé un thermomètre primaire, le bain d'He liquide en équilibre avec sa vapeur. En mesurant la pression au-dessus du bain, on en déduit la température de saturation. En fait, cette méthode présente plusieurs inconvénients :

- * nos possibilités expérimentales nous ont limité à 1.85 bar (4,9 K),
- * la mise en oeuvre est lourde car c'est un bain de 25 à 30 litres dont il faut modifier et stabiliser la température, ce qui pose des problèmes de régulation et de mise à l'équilibre. Il peut exister des gradients de température de quelques mK en plus de ceux engendrés par le gradient de pression hydrostatique (4 à 5 mK sous 1 bar),
- * les thermomètres de carbone ne sont pas fiables : leur caractéristique résistance-température peut dériver surtout après un retour à l'ambiante,

En définitive, il ne faut pas espérer une précision meilleure que quelques mK ; on pourrait s'en contenter loin de la région critique.

Une loi du type $T = a + \frac{b}{R}$ a été utilisée pour l'étalonnage.

La résistance de Ge : vu la précision réclamée, son installation s'est avérée nécessaire. Il s'agit d'un cristal de Ge dopé enfermé dans une capsule dorée de 2.6 mm de diamètre et de 6.1 mm de long. La lecture de la résistance se fait par 4 fils de Bronze au Phosphore. La capsule a été placée dans un logement en Cu vissé sur la face externe de la plaque du bas.

Comme la thermalisation de la résistance se fait surtout par les fils d'aménée ils ont été enroulés sur une gorge vissée sur la plaque (visible sur la fig. I-8b sur la partie supérieure de la plaque près des gorges pour les fils de chauffage).

La résistance de Ge qui a servi de thermomètre étalon était accompagnée d'une table des points de mesure, effectués par J. Odin, sous forme de valeurs de résistance (mesurée par un pont d'opposition avec une précision de ± 1 pour 100 000), et de la température correspondante (déterminée avec une précision de 0.05 mK). Le premier travail a consisté à déterminer une courbe d'interpolation de cette table en privilégiant la région intéressante, à savoir 5 K ; la courbe passe par un point de mesure proche de 5 K (cf. fig. II-4).

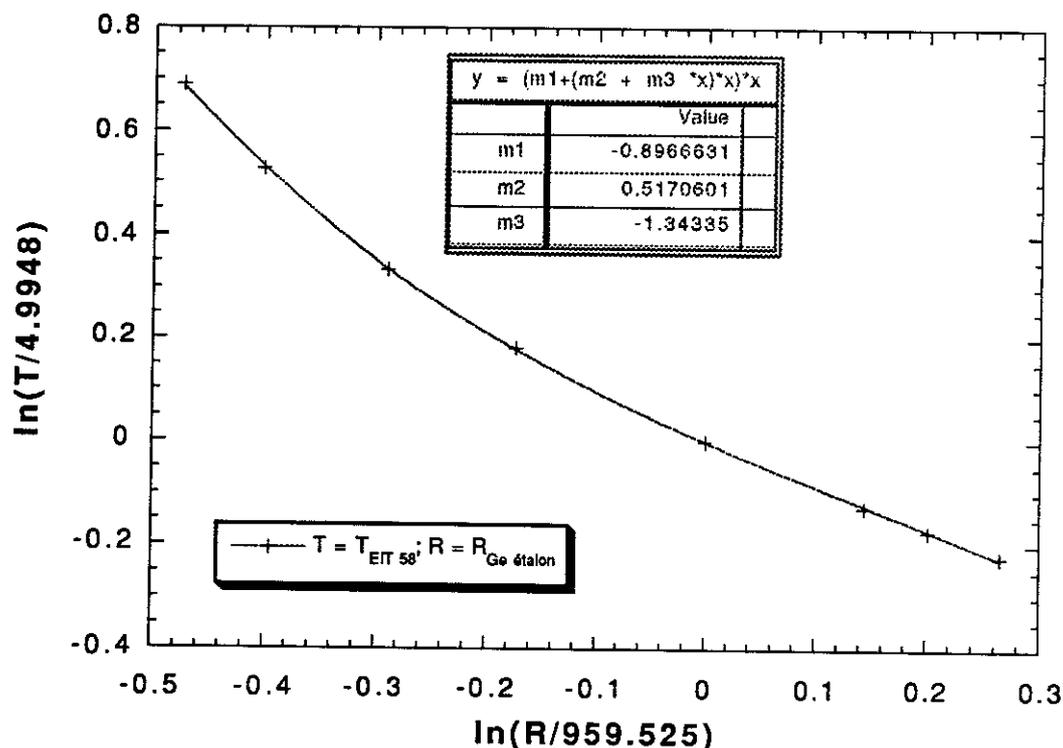


Fig. II-4 : Courbe d'étalonnage de la résistance étalon de Ge de 10 à 4 K ; T_{EIT58} est la température de la table d'étalonnage fournie par J. Odin. La loi proposée, un polynôme de log, est généralement utilisée pour l'interpolation des résistances de Ge.

Il faut tenir compte de la fonction erreur (l'écart en température entre les points obtenus par la loi et les points expérimentaux) pour conserver une bonne précision. La fonction erreur présente une variation importante de 20 mK (cf. fig. II-5). Ceci est dû à un petit accident sur la caractéristique de cette résistance (lui-même sans doute dû à un défaut du

crystal) qui la rend moins ajustable par un polynôme en log. La précision se dégrade un peu comme conséquence, mais reste raisonnable (≤ 1 mK).

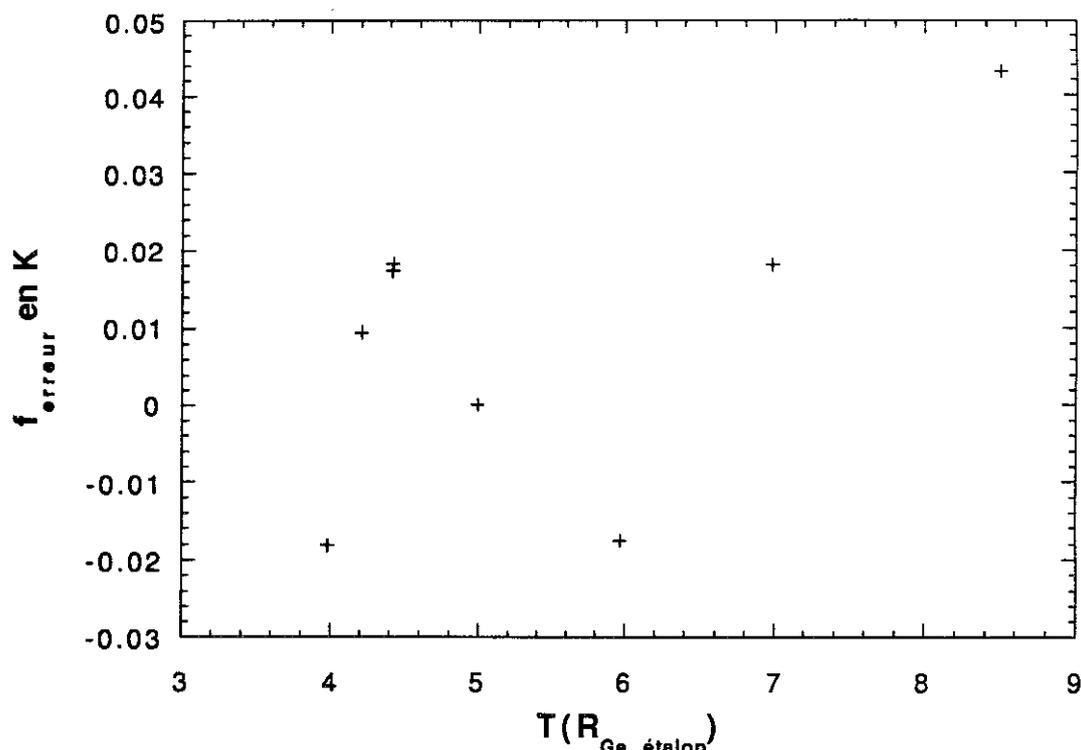


Fig. II-5 : $f_{\text{erreur}} = T(R_{Ge \text{ étalon}}) - T_{EIT 58}$

La résistance étalon et notre résistance à étalonner ont été logées dans un bloc de Cu mis dans le calorimètre à la place de la cellule. En faisant varier la température du bain et en chauffant le bloc, j'ai mesuré les résistances de chacun des thermomètres pour différentes températures allant de 2 à 7 K. A partir de la courbe d'étalonnage et de la fonction erreur de la résistance étalon, j'ai déduit la température exacte pour chaque valeur de résistance. J'ai donc disposé d'une table de températures et de valeurs correspondantes de résistance, propre au thermomètre que nous avons acheté. Le travail est alors identique à celui effectué pour la résistance étalon (cf. début p. 13).

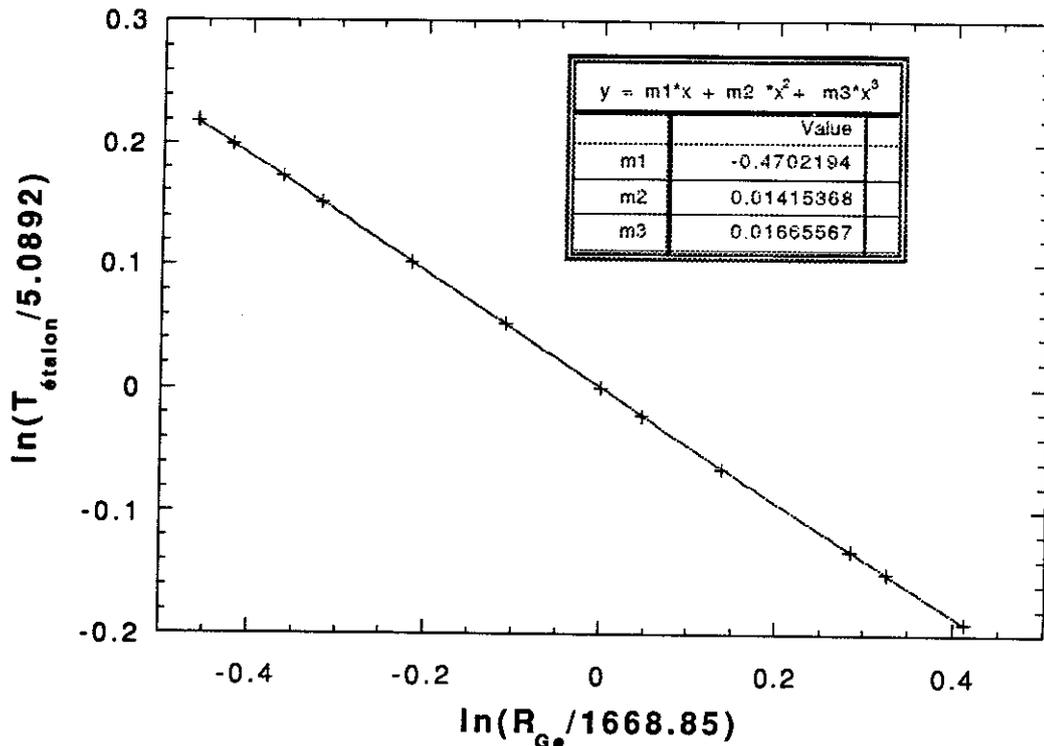


Fig. II-6 : Courbe d'étalonnage de la résistance de Ge placée dans la plaque du bas

La fonction erreur de notre résistance présente une dispersion aléatoire des points comprise dans un intervalle de ± 1 mK. Elle ne présente pas le défaut de la résistance étalon. La précision est de l'ordre de 1 mK et même inférieure vers 5 K car cette région a été privilégiée et la courbe d'étalonnage a le mérite de lisser les erreurs expérimentales.

Pour vérifier la précision, j'ai utilisé le point critique comme point fixe. La cellule a été remplie avec une densité de 70.5 kg/m^3 , proche de la densité critique de 69.58 kg/m^3 ; la température de coexistence de phase correspondante est très proche de T_{cr} (écart inférieur à 0.1 mK d'après (1)). En réglant la température de la plaque du haut, la température moyenne T a été prise au-dessus de T_{cr} . J'ai appliqué un chauffage sur la plaque du bas Q de façon à obtenir un ΔT d'environ 1 mK, mesuré très précisément par le thermocouple (curieusement les fluctuations thermiques deviennent très faibles au point critique et on obtient la précision ultime du thermocouple i.e. $\pm 0.3 \text{ nV}$ ou $\pm 3 \text{ } \mu\text{K}$). En jouant sur la régulation, j'ai diminué progressivement la température T à chauffage Q constant, ΔT a diminué pour atteindre un minimum puis augmenté lentement. En augmentant ensuite la température T , je suis de nouveau passé par les mêmes points. La température moyenne de la cellule, au minimum de ΔT , en échelle NBS 65

est de 5.1982 ± 0.0001 K. Les propriétés physiques des fluides présentant des singularités au point critique, j'ai considéré comme une indication de celui-ci le minimum de ΔT , ce qui correspond à un maximum de transfert de chaleur. La valeur obtenue étant presque celle de H.A. Kierstead, les températures mesurées sont très compatibles avec ses équations.

Le thermocouple

Dans le paragraphe I-C-2, j'ai expliqué son principe de fonctionnement. Il reste à déterminer son pouvoir thermoélectrique $S = \frac{d(\Delta v)}{d(\Delta T)}$ en $\mu\text{V}/\text{mK}$ qui représente le rapport entre la tension mesurée Δv et le ΔT correspondant. S peut dépendre de la température entre 3 et 6 K. Pour calibrer le thermocouple, on procède in-situ. En chauffant, on établit une différence de température ΔT mesurée par des thermomètres classiques ; on mesure en même temps la tension que donne le thermocouple. On fait varier ΔT en changeant le chauffage sur la plaque du bas Q. Cette méthode présente plusieurs inconvénients :

- en chauffant par le bas, on provoque de la convection et donc du bruit sur la mesure,
- les deux thermomètres peuvent présenter un décalage de température.

Pour pouvoir avoir une précision supérieure à 0,5 % (précision de mesure du nanovoltmètre) et tenir compte également de la non-linéarité du thermocouple, il a été procédé de la façon suivante; le plaque du haut a été réglée à une température T_h supérieure à celle du bas et stabilisée à mieux que ± 0.1 mK. La cellule est alors en régime conductif et la température de la plaque du bas T_b relaxe lentement vers T_h (une demi-heure est le temps caractéristique avec $10 \text{ g}/\text{cm}^3$ d'He). On relève simultanément T_b (par la résistance de Ge) et la tension du thermocouple. La fig. II-7 présente des mesures de 5 à 6 K. En dérivant la loi d'étalonnage, on en déduit le pouvoir thermoélectrique S qui présente une variation non négligeable avec T . Ainsi $S = 131.3 + 2.4 (T-5) \mu\text{V}/\text{K}$ entre 5 et 6 K. D'autres séries de points ont été effectuées pour couvrir la gamme de 3.6 à 6 K.

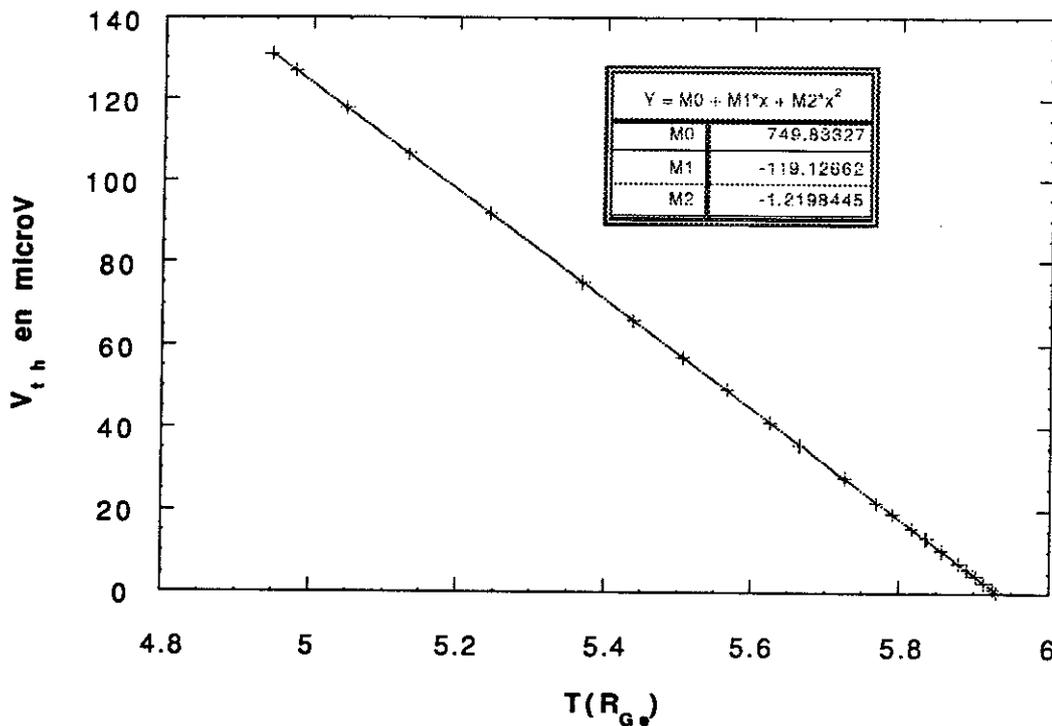


Fig. II-7 : Points expérimentaux pour étalonner le thermocouple et loi tenant compte de la non-linéarité.

Reste à déterminer la résolution du thermocouple. La tension Δv est le résultat d'une différence entre deux tensions. Celle des fils d'amenée, donnée par le court-circuit dans l'état supraconducteur, et celle avec le court-circuit dans l'état normal. La première a une valeur de l'ordre de 100 à 200 nV pour un bruit de l'ordre de 0.3 nV; la deuxième tension présente un bruit supérieur sauf dans des conditions particulières (point critique et He superfluide). En régime convectif et pour des ΔT supérieurs à 4 mK, le bruit représente de 1 à 2 % du signal : il est dû principalement aux fluctuations de température provenant de la turbulence du fluide (des enregistrements du signal du thermocouple au cours du temps ont été faits, cf. partie III). Pour des ΔT inférieurs à 4 mK, on a un bruit constant incompressible de l'ordre de 10 nV sans doute dû à la régulation de la plaque du haut.

Mais est-on bien sûr d'avoir $\Delta v = 0$ nV quand $\Delta T = 0$ K ? Dans le cas contraire, la résolution du thermocouple ne serait pas de 2×0.3 nV (en tenant compte de l'incertitude de chaque tension). Pour s'en assurer, nous avons mis une densité de gaz d'environ 10 kg/m^3 dans la cellule et pompé sur le bain d'He pour faire descendre sa température à la température de superfluidité de l'He ($T_\lambda = 2.17$ K qui correspond à une pression de saturation de 50 mb). L'hélium à l'intérieur de la cellule est suffisamment

dense pour être aussi superfluide. Dans cet état, il a la particularité d'être (presque) infiniment conducteur thermique et aussi de mouiller toutes les surfaces en développant des films superfluides. Tout ceci assure un court-circuit thermique parfait entre les deux plaques, c'est-à-dire $\Delta T = 0$ K ; on a alors mesuré $\Delta v = 0$ à ± 1 nV ou ± 10 μ K.

En conclusion, ce qui limite en général la détermination de la mesure de ΔT , ce n'est pas la précision sur la lecture de Δv ou sur le pouvoir thermoélectrique, mais le bruit dû à des fluctuations réelles de température. Cette limitation est surtout gênante pour les faibles ΔT ($\lesssim 1$ mK).

B-3 - Les mesures de pression

Nous avons eu besoin de faire des mesures de pression absolue de quelques dixièmes de mbar jusqu'à 2.4 bars, notamment pour déterminer la densité. Le manomètre étalon est un tube en U rempli à moitié de mercure ; il est muni d'un thermomètre précis à $\pm 0.1^\circ\text{C}$, pour la mesure de la température ambiante. Dans un des côtés du manomètre, on fait un vide de référence ($< 10^{-2}$ mb) et on relie l'autre côté à l'enceinte dont on veut connaître la pression. On fait la lecture des niveaux du manomètre à ± 20 μm à l'aide d'un cathétomètre. En mesurant la différence de hauteur h_{Hg} , on calcule la pression P :

$$P(\text{Pa}) = h_{\text{Hg}} \text{ g } 13545.9 [1 - 0.00018 (t_{\text{Hg}} - 20)] h_{\text{Hg}} \text{ en m; } t_{\text{Hg}} \text{ en } ^\circ\text{C} \quad \text{réf. 10}$$

La gamme de fonctionnement du manomètre est comprise entre 900 mm Hg (ou 1200 mb environ) et quelques 10 mm Hg (ou 10 mbar).

En-dessous de 90 mbar, on a utilisé un manomètre à huile (phtalate de butyle) ; le matériel est le même que pour le manomètre à mercure sauf qu'on utilise de l'huile avec une densité proche de celle de l'eau : 1 cm de hauteur d'huile correspond à environ 1 mb et la hauteur maximale est de 90 cm. L'étalonnage de ce manomètre à l'aide du manomètre à mercure sur la zone de recouvrement a permis de déterminer la densité de l'huile vers 20°C (1.04 g cm^3).

On a également utilisé une jauge capacitive différentielle de pression de gamme 1000 torr en différence et pouvant supporter 2500 torr en absolu (11). Cette jauge fournit une tension proportionnelle à la différence

de pression avec une précision de l'ordre de 0.1%. Pour les pressions supérieures à 1 bar, j'ai placé le manomètre de mercure sur la chambre de référence de la jauge, mise à la pression atmosphérique (laquelle est mesurée précisément par le manomètre à mercure). Après conversion et addition des deux contributions, on obtient la pression du volume à mesurer. Un programme sur ordinateur permet de passer des valeurs brutes (mm de Hg, mm d'huile, tension) aux valeurs voulues (bar en général).

B-4 - Mesure de la densité dans la cellule

La première méthode qui a été utilisée consiste à mesurer la pression dans la cellule ainsi que sa température moyenne T puis à calculer la densité moyenne d par l'équation d'état et un programme d'inversion de fonction (programme par dichotomie). Les mesures sont faites à l'équilibre et à $Q = 0$. Cette méthode devient de moins en moins fiable au fur et à mesure que la densité se rapproche de d_{cr} à cause des incertitudes sur l'équation d'état mais surtout de la précision sur les mesures de T et P (ainsi qu'on l'a vu dans le paragraphe II-B-1). Pour des densités supérieures à 50 kg/m^3 , il faut opter pour une autre méthode de mesure de d . La méthode de remplacement est une mesure directe de la densité à l'aide d'un récipient tampon de 175 litres environ de contenance. Dans un premier temps nous avons calibré ce volume, ce qui est plus difficile qu'il n'y paraît ; nous avons obtenu 175 ± 1 litres. La procédure consiste ensuite à le remplir d'He propre (pour éviter des bouchons d'air dans le capillaire de remplissage de la cellule), à mesurer la pression et la température du gaz (à la température ambiante, l'hélium est proche d'un gaz parfait) afin de connaître le nombre de moles d'hélium, à vider la réserve dans la cellule puis à mesurer la quantité restante dans la réserve en fin d'opération. Il faut tenir compte aussi de l'He dans les volumes morts entre la microvanne de la cellule et la réserve. (Une quantité qui, rapportée par rapport au volume de la cellule, fait de l'ordre de 1 kg/m^3 et qui est mesurée précisément). On en déduit alors la quantité d'He ajoutée dans la cellule. Pour vider la réserve, on fait condenser l'hélium et abaisser la température de saturation à l'intérieur de la cellule ; la pression de l'He gazeux chute alors. La diminution de température est obtenue en pompant le bain, ce qui abaisse sa température. Ce procédé permet de mesurer les densités au-delà de 50 kg/m^3 , mais aussi de remplir notre cellule jusqu'à la densité de 135 kg/m^3 , pour laquelle l'He est liquide.

Une autre méthode pour mesurer la densité consiste à obtenir la première goutte de condensation sur le point froid de la cellule, c'est-à-dire sur la plaque du haut, et à relever la température de R_{Ge} et le ΔT pour calculer la température de saturation puis la pression correspondante P . Avec la température moyenne et la pression, on déduit la densité par l'équation d'état. Le fait d'utiliser l'équation d'état ne nous apporte rien de mieux que la première méthode mais permet d'éviter la mesure de pression, ce qui apporte une précision un peu meilleure au vu de la précision de notre thermomètre. La procédure, pour mettre en évidence la condensation, consiste à établir un ΔT de l'ordre de 10 mK par un chauffage Q puis de baisser progressivement la température de consigne sur la plaque du haut jusqu'à ce que ΔT se mette à chuter car avec l'apparition du liquide le transfert de chaleur devient plus efficace. Le procédé reste valable pour l'He liquide en procédant à l'envers : en abaissant la température moyenne des bulles de gaz se forment sur la plaque du bas et ΔT chute. La densité est obtenue de la même façon que pour la condensation ou directement par l'équation $d_{\text{satliq}}(T)$ (cf. § II-A).

A chaque fois que cela était possible, j'ai utilisé les différentes méthodes pour mesurer la densité. Dans la région critique, la seule méthode utilisable est la réserve (entre 50 et 90 kg/m³) ; dans cette zone, l'équation d'état utilisée est celle de H. Kierstead qui est moins contraignante sur la précision de la température et de la densité à cause de la renormalisation de T et d .

C - LES AMELIORATIONS TECHNIQUE ET LES POSSIBILITES DU MONTAGE

Il ne suffit pas de disposer des équations des propriétés de l'He et d'instruments performants de mesure des variables thermodynamiques, encore faut-il pouvoir placer la cellule dans les conditions de température et de pression désirées avec le plus de stabilité possible. Lors des mesures de l'été 1994 et surtout celles faites durant les premiers mois de ma thèse, des problèmes techniques ont alourdi les manipulations, voire constitué une limitation expérimentale. Néanmoins, nous avons obtenu de premiers résultats (réf. (12)). Dans ce paragraphe, sont présentées les améliorations apportées au montage et les causes ultimes des limitations expérimentales.

C-1 - Régulation de la température de la plaque du haut T_h

Le principe (décrit au § I-C-2) consiste à maintenir une température T_h constante en chauffant la plaque à l'aide d'un fil de constantan. Un pont analogique bas bruit (cf. § I-C-2) mesure la résistance d'un thermomètre de carbone placé dans la plaque du haut et la compare à une valeur de consigne fixée par l'utilisateur, correspondant à la température voulue. Le pont joue alors sur la puissance de chauffage de l'étage de régulation pour réduire la différence de résistance ΔR entre la consigne et le thermomètre. La puissance envoyée comprend un terme directement proportionnel à ΔR mais également un autre terme proportionnel à l'intégrale au cours du temps de ΔR (sinon il serait impossible d'obtenir $\Delta R = 0$) :

$$\text{chauffage}(t) = P \Delta R(t) + I \int_t^{t_0} \Delta R(t') dt'$$

Les coefficients P et I sont réglables ; on peut aussi modifier l'injection de courant dans la résistance de carbone (pour réduire le bruit) et l'amplification du signal de la résistance en amont de l'étage de régulation. En jouant sur ces différents paramètres, on doit essayer d'obtenir T_h stable et peu bruitée (cf. § I-C-2). Mais une condition *sine qua non* est que le système à réguler soit couplé à une source froide avec une constante de temps d'équilibrage ni trop faible (la régulation ne suit pas et réagit très brutalement, ce qui amplifie le bruit), ni trop élevée (dérive lente car l'équilibre n'est jamais atteint). La valeur de ce temps caractéristique dépend de la capacité calorifique du système (ici en première approximation la plaque de Cu de la bride inox représentent environ 1 J/K au total) et de la résistance thermique entre le système et le bain d'He liquide qui sert de source froide. Cette résistance est celle du barreau de cuivre (cf. § I-C-2) ; elle fait environ 0.5 K/W vers 4 K. Le temps obtenu (0.5 s) est trop faible pour une bonne régulation. De plus, pour obtenir une différence entre T_h et la température du bain T_{bain} d'au moins 0.5 K, il faut appliquer un chauffage de 1 W. Dans ces conditions, outre le fait que les pertes thermiques et donc la consommation d'He liquide du bain sont augmentées d'un facteur 6 à 7, la température T de la cellule peut difficilement se rapprocher de $T_{\text{cr}} = 5.2$ K, même en élevant T_{bain} .

D'autres problèmes sur le chauffage du haut sont apparus :

- * les fils de constantan n'étaient pas assez uniformément répartis et créaient des gradients horizontaux de température sur la plaque, d'autant plus élevés que le chauffage était fort,
- * les fils d'amenée, en NbTi, des thermomètres du haut étaient placés trop près du chauffage et se mettaient à transiter au-delà d'une certaine puissance de chauffage.

Pour réaliser les premiers points de mesure, nous avons donc travaillé sans régulation. Mais T_{bain} présente des fluctuations importantes (c'est ce qui nous a permis d'obtenir la fig. II-1). En effet, l'He du bain après évaporation est récupéré et acheminé par un réseau de tuyaux jusqu'au bâtiment de liquéfaction du laboratoire pour être de nouveau liquéfié. Auparavant, il est stocké dans un gazomètre (sorte de ballon) sensible aux fluctuations atmosphériques. Ce qui fait que le bain en communication avec ce gazomètre voit sa pression et donc sa température varier avec la pression atmosphérique (environ 1 mK par mb à 1 bar). Il faut aussi mentionner les "accidents" comme la chute de pression lors du vidage du gazomètre. Il a fallu réguler le bain en l'isolant partiellement du gazomètre. Réguler un bain de 25 à 30 l d'He, ce qui représente une très forte capacité calorifique, n'est pas un travail aisé. Deux éléments nous ont poussé à le faire :

- * la nécessité de faire des mesures à 4 K pour découvrir éventuellement d'autres problèmes avant de réchauffer à la température ambiante,
- * même quand la régulation de la plaque fonctionne, il est nécessaire de réguler le bain, soit pour avoir T_{bain} pas trop inférieure à T_h (et éviter ainsi de trop chauffer la plaque du haut), soit pour faire des points en-dessous de 4.2 K (4.2 K est la température de saturation de l'He sous 1 atm).

Pour remédier à la faible résistance thermique du barreau de Cu, nous avons glissé entre le barreau et la plaque du haut une impédance thermique de laiton dorée de 1 mm d'épaisseur et de 1.8 K/W de résistance thermique à 4 K. La valeur totale de la résistance plaque-bain fait alors 2.3 K/W ce qui représente un bon compromis avec la nécessité de bien évacuer la chaleur Q venant du bas sous peine de faire monter la température et la pression à l'intérieur de la cellule.

Les fils de chauffage ont été recoupés pour avoir une répartition plus

uniforme tandis que les fils supraconducteurs ont été maintenus suffisamment loin du chauffage. Par la suite la régulation par les fils de chauffage dans la plaque du haut a donné satisfaction. Nous avons obtenu un bruit incompressible sur les mesures à faible ΔT de l'ordre de ± 0.08 mK que nous n'avons pu qu'attribuer à la régulation ; ce bruit disparaît lorsque les deux plaques sont très bien couplées (quand l'He est superfluide ou au point critique).

Pour la régulation du bain, deux cas de figures se présentent :

Pour $T_{\text{bain}} < 4.2$ K : il faut pomper le bain à travers une impédance réglable (une microvanne). Plus T_{bain} est faible, plus l'impédance doit être faible. La stabilisation en température est assurée par un chauffage de régulation placé sous le calorimètre. A cause de la capacité du bain, la mise à l'équilibre est lente et donc les réglages sont difficiles. Le risque le plus important est d'assécher le bain si la température de consigne est trop élevée par rapport au débit à travers l'impédance. On peut descendre jusqu'à $T_{\text{bain}} = 1.35$ K en pompant au maximum ce qui fut nécessaire pour un point demandant un fort refroidissement (cf. II-C-4).

Pour $T_{\text{bain}} > 4.2$ K : le débit d'He s'écoule à travers la même impédance vers le gazomètre de pression ≥ 1 bar. La pression dans le bain monte alors et T_{bain} aussi. De même, on stabilise le bain d'He avec une régulation. Si le problème est le même que précédemment, le risque est différent : quand la pression se rapproche trop de P_{cr} la chaleur latente de l'He tend vers 0 et le bain d'He liquide perd son pouvoir frigorifique. De plus il s'évapore très vite faisant monter brusquement la pression. Nous nous sommes limités à une température de 4.8 K, ce qui correspond à une pression d'environ 1.7-1.8 bars ; au-delà de 5 K, la chaleur latente chute très vite.

La régulation du bain et la régulation de la plaque du haut nous ont permis de balayer une gamme de température dans la cellule de 2 à 6 K et de fixer la température à mieux que 1 mK voire 0.1 mK au point critique.

C-2 - Mesures près du régime conductif

Les temps de relaxation

Lorsqu'on applique un chauffage Q , la plaque du bas et l'He à l'intérieur de la cellule tendent vers le régime d'équilibre avec un temps caractéristique qui peut s'écrire sous la forme C/G où C est la capacité calorifique de la plaque et de l'He et G la conductance thermique de fuite, c'est-à-dire la conductance entre les deux plaques due aux parois d'inox et au gaz. En détaillant, pour 4.2 K :

$$C = C_{\text{plaque}} + C_{\text{He}}$$

$$C_{\text{He}} = \frac{3}{2} R \times \text{nombre de moles d'He dans la cellule}$$

$$C_{\text{He}} = 4.9 \times d(\text{kg/m}^3) \text{ J/K}$$

$$G = G_{\text{paroi}} + G_{\text{He}} = 210 \mu \text{ W/K} + \text{Nu} \frac{\lambda \pi \phi^2}{4h}$$

par définition de Nu.

- * avec une cellule vide, où le gaz a été entièrement adsorbé sur les parois lors du refroidissement depuis l'ambiante (cryopompage), on obtient :

$$G = G_{\text{paroi}} = 210 \mu \text{ W/K}$$

$$C = C_{\text{plaque}} = 1 \text{ J/K}$$

Le temps caractéristique de relaxation est de l'ordre de 80 min.

- * avec un peu de gaz (quelques g/m^3), on améliore la conductance sans changer la capacité C :

En régime conductif : $G \sim 570 \mu \text{ W/K}$, le temps est de l'ordre de 30 min

En régime convectif ($\text{Nu} \neq 1$), ce temps chute comme $1/\text{Nu}$.

- * avec une densité plus importante, la conduction change peu (loin du point critique la conductivité de l'He varie très peu avec la densité). Par contre la capacité augmente beaucoup. Pour $d = 15 \text{ kg/m}^3$ (1 bar dans la cellule) :

En régime conductif le temps théorique est de l'ordre de 30 heures

En régime convectif, ce temps chute comme $1/\text{Nu}$.

La Fig. II-1 illustre la différence de temps entre les deux régimes.

Pour l'anecdote, avec $d = 135 \text{ kg/m}^3$, il faudrait attendre au moins 10 jours en régime conductif. D'ailleurs aux faibles chauffages, nous obtenons des points qui paraissent en équilibre mais en fait qui relaxent très lentement. Pour des densités supérieures à 1 kg/m^3 , le temps de relaxation est une des limitations pour obtenir le régime conductif, ou même des points faiblement convectifs.

Les pertes thermiques

En régime conductif, par définition on doit trouver $Nu = 1$. Si on ne tient pas compte des pertes thermiques, on n'obtient pas cette valeur.

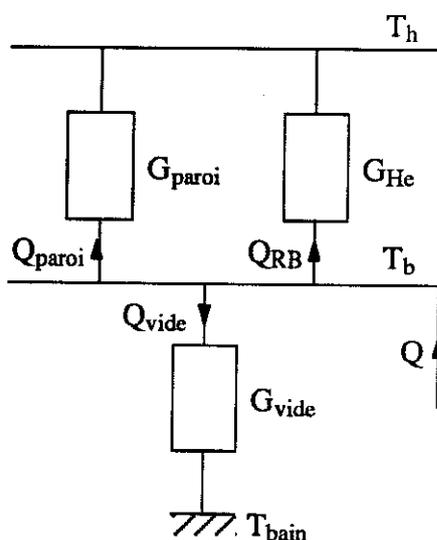


Fig. II-8 : Schéma thermique de la cellule avec les deux résistances de fuite

Sur la figure II-8, sont résumées et modélisées les pertes classiques pour un montage calorimétrique : pertes vers le haut par les parois (G_{paroi}), pertes vers le bain par l'espace entre la cellule et le calorimètre (G_{vide}).

Les parois

Pour estimer G_{paroi} , on utilise la loi de conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned} Q &= Q_{\text{vide}} + Q_{\text{paroi}} + Q_{\text{RB}} \\ &= G_{\text{vide}} (T_b - T_{\text{bain}}) + G_{\text{paroi}} \Delta T + G_{\text{RB}} \cdot \Delta T \end{aligned}$$

dans le cas du régime conductif.

Les mesures sont faites en régime conductif avec une cellule vide ($G_{\text{RB}} = 0$) en jouant sur Q et sur la température moyenne T . Les parois sont constituées d'incox dont la conductivité varie linéairement avec T . La mesure de G_{paroi} donne :

$$G_{\text{paroi}} = -30.5 + 64.05 T \text{ } \mu\text{W/K de 2 à 6 K}$$

Vide du calorimètre

Cette fuite dépend évidemment de la qualité du vide. A 4 K, le seul gaz présent est l'He, c'est donc lui qu'il faut éliminer en priorité. Lors de la première série de mesure, nous avons fait le vide alors que la cellule était à la température de l'azote liquide 77 K avec une pompe à diffusion d'huile (vide limite 10^{-7} mb) couplée à une pompe à palette (vide limite de 10^{-2} mb, pour amorcer la pompe à huile). Les pompes étaient tellement saturées en hélium par leur utilisation en service commun, qu'à leur pression limite elles introduisent de l'hélium dans le calorimètre. De plus, on les a laissées tourner lors du refroidissement de la cellule ; on a perdu ainsi l'effet de cryopompage (à froid, les gaz sont absorbés par les parois).

Une jauge ionique Penning (produite par Alcatel) installée sur le tube de pompage du calorimètre à l'ambiante donne une indication de la pression résiduel du calorimètre. En-dessous de 10^{-5} mb, cette jauge est moins fiable. De plus, elle ne mesure pas directement la pression à l'intérieur du calorimètre (en régime balistique obtenu avec un gaz raréfié, il existe des gradients de pression le long du tube de pompage). La jauge est aussi soumise à des dégazages dus aux variations de la température ambiante (de 3 à 6 10^{-6} mbar en 24 heures) qui n'existent pas au niveau du calorimètre. Enfin, cette valeur de pression ne signifie pas grand chose pour estimer l'apport des pertes sur le calcul de Nu. Il est beaucoup plus utile de calculer la conductance équivalente du schéma de la fig. II-8. Pour cela, la plaque du haut est réglée à une température supérieure à T_{bain} . A cause de la fuite thermique vers le bain, la plaque du bas a une température intermédiaire entre T_{h} et T_{bain} . En jouant sur le chauffage Q, on ramène T_{b} à T_{h} . Le chauffage Q compense alors exactement les pertes vers le bain. A l'aide de Q, T_{bain} , $T_{\text{h}} = T_{\text{b}}$ on calcule alors G_{vide} . Lors de la première série de mesures, les pertes ont été estimées à 200 $\mu\text{W/K}$ (malgré les problèmes de régulation), valeur proche de la conductance des parois et égale à la moitié de la conductance de l'He dans la cellule en régime conductif. Pour améliorer le vide, nous avons acheté et mis en oeuvre un nouveau groupe de pompage, donc propre en hélium : il est composé d'une pompe primaire Kémo à 2 étages de débit $2.4 \text{ m}^3/\text{h}$ obtenant un vide limite de $8 \cdot 10^{-3}$ mb, et d'une pompe turbomoléculaire Leybold Turbovac 50. Le principe de cette pompe est d'expulser les molécules de gaz par des turbines à ailettes

tournant à une vitesse de 72 000 tours/min⁻¹. Les vitesses obtenues ont des valeurs proches de la vitesse thermique des molécules. Plus la molécule est lourde, plus sa vitesse est faible et plus la pompe est efficace. Les performances de la pompe restent intéressantes pour l'He, malgré son faible poids molaire, avec un taux de compression de 500. Pour éliminer au maximum l'He, lors du pompage à l'ambiante, des purges à l'azote gazeux sont faites. Nous avons laissé les pompes fonctionner jusqu'à 70 K. En-dessous de cette température, le calorimètre est isolé sur lui-même pour laisser agir le cryopompage. La jauge ionique a indiqué une décroissance continue de la pression dans le calorimètre. Pour estimer G_{vide} , j'ai procédé de la même façon que précédemment en faisant plusieurs points ($T_h = T_b, Q, T_{bain}$), (cf. fig. II-9).

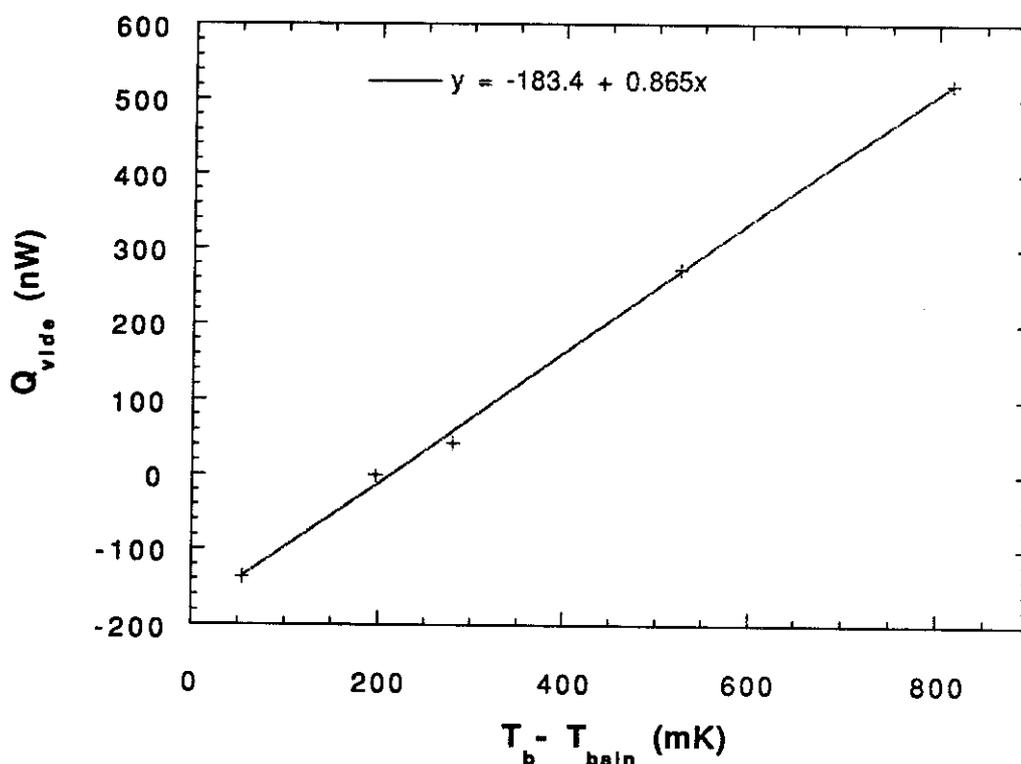


Fig. II-9 : Perte par le vide du calorimètre en fonction de $T_b - T_{bain}$

La pente de la droite correspond à la conductance G_{vide} et vaut $0.87 \mu\text{W/K}$. La valeur à l'origine est discutée plus loin (chauffages parasites). G_{vide} a été améliorée d'un facteur supérieur à 200 par rapport aux premières mesures. Une estimation de la conductance associée au rayonnement entre la plaque du bas et le fond du calorimètre à la température du bain donne :

$$G_{\text{rayonnement}} \sim 4 ES \sigma \left(\frac{T_{\text{bain}} + T_b}{2} \right)^3$$

avec :

σ : constante de Stefan

E : émissivité de deux surfaces (supposée de l'ordre de 1)

S : aire de la surface froide $\sim 250 \text{ cm}^2$ pour le fond du calorimètre

Rayonnement $\sim 0.5 \mu \text{ W/K}$

On obtient une valeur proche de notre conductance, ce qui signifie qu'il est difficile de faire mieux. La contribution de ces pertes n'intervient plus que pour des faibles chauffages Q (inférieurs au μW) et près du seuil de convection (notamment pour la densité de 91 g/m^3).

Les chauffages parasites

En plus des pertes thermiques, des chauffages parasites de faible puissance sont détectés sur la plaque du bas, grâce à l'extrême sensibilité de notre thermocouple.

Si la source d'alimentation du chauffage est mise à zéro, le thermocouple mesure quand même une différence de température : $\sim + 0.4 \text{ mK}$ en régime conductif avec un peu de gaz dans la cellule. Cela correspond à un apport supplémentaire d'environ 200 nW sur la plaque du bas, valeur qu'on retrouve sur la courbe de la fig. II-9. Une première contribution à ce chauffage est le courant injecté dans le thermomètre de carbone placé dans la plaque du bas ; il est de l'ordre de $10 \mu\text{A}$ pour une résistance d'environ 600Ω , ce qui donne 60 nW . En débranchant ce thermomètre, le chauffage parasite s'est réduit de 70 nW (la résistance de Ge avec une injection de $1 \mu\text{A}$ pour 2000Ω a une contribution négligeable).

Nous avons émis diverses hypothèses sur l'origine du chauffage restant :

- * dissipation en chaleur de vibrations mécaniques. Tous les éléments pouvant vibrer sur la plaque du bas ont été fixés. Des amortisseurs pneumatiques ont été placés sous le cryostat. La valeur a très peu changé.
- * relaxation de molécules d'hydrogène contenues dans la plaque de Cu O.F.H.C. de l'état ortho, stable à 300 K , à l'état para, stable à 4 K . Au bout de trois mois, la valeur du chauffage parasite n'a pas bougé alors que la relaxation de l'hydrogène est plus rapide. Dans le même ordre d'idée, on a même envisagé la présence de traces d'éléments radioactifs !

- * rayonnement depuis l'ambiante par le tube de pompage du calorimètre. Pour absorber ce rayonnement, des écrans thermiques de Cu ont été placés dans le tube et à sa sortie. Le chauffage parasite n'a pas été modifié.

La seule explication possible -qui s'est imposée très tard- est une conduction thermique par les fils de Cu du chauffage de la plaque du bas Q, malgré une thermalisation sur la plaque du haut par une feuille de Kapton. Pour la plupart des points, ce chauffage parasite est négligeable. Malgré tout comme sa valeur est très stable, nous en avons tenu compte dans le calcul de Nu (il intervient pour les points à $d = 91 \text{ g/m}^3$).

En conclusion de ces deux paragraphes, nous disposons d'une cellule de Rayleigh Bénard dont nous contrôlons parfaitement les pertes et que nous sommes capables d'amener à la température et à la densité de notre choix. Nous voulons avoir également la gamme la plus étendue possible en ΔT . La raison est qu'à densité fixée, assez loin de d_{cr} ($d \lesssim 40 \text{ kg/m}^3$), les propriétés de l'He varient peu (notamment Pr reste assez constant). L'étude Nu-Ra peut se faire pour chaque densité comme pour autant de fluides différents. Le thermocouple, originalité de notre expérience, est capable de mesurer ΔT depuis $25 \mu\text{K}$ jusqu'à 2.5 K ; la limitation de la gamme de ΔT a d'autres origines. Dans les paragraphes suivants sont détaillées ces limitations.

C-3 - Obtention des plus grands ΔT

A densité et température moyenne fixées, plus Q est importante, plus ΔT est grand. Plus on se rapproche des conditions du point critique (d_{cr} et T_{cr}), plus il faut chauffer pour obtenir un même ΔT , ce qui correspond à un accroissement de Nu. La puissance maximale disponible est de 1 W , ce qui se révèle suffisant car d'autres contraintes limitent les grands ΔT . Par exemple pour $d = 605 \text{ g/m}^3$ et un chauffage de 233 mW nous avons obtenu le plus grand ΔT possible : 4.706 K (déterminé par R_{Ge} car 4.7 K se situe au-delà des capacités du thermocouple) ; pour cela, il a fallu descendre la température du bain à 1.4 K (c'est-à-dire la température la plus faible que l'on puisse atteindre avec ce montage) T_h valait alors 2.560 K , T_b 7.266 K . R_{Ge} est utilisée à la limite de sa gamme d'étalonnage ; de plus, on est proche de la température de transition des fils NbTi.

Pour des densités plus élevées, il faut veiller à ce que la pression à

l'intérieur de la cellule ne dépasse pas 6 bars, ce qui constitue une autre limitation du chauffage (pour $d = 56.0 \text{ kg/m}^3$, $T = 7.31 \text{ K}$, nous avons obtenu la pressin maximale de 5 bars). En réalité, en jouant avec T_{bain} , on obtient les ΔT extrêmes respectant les critères de Boussinesq. Le montage permet même d'étudier les effets non Boussinesq. Ainsi le point de mesure décrit ci-dessus est hors des conditions de Boussinesq.

C-4 - Obtention des plus faibles ΔT

J'ai déjà évoqué certaines limitations. Pour résumer, la première limitation qui apparaît est d'ordre physique : le gradient adiabatique, de l'ordre de 0.4 à 0.8 mK (cf. I-A-2 et plus loin II-D-1). Après correction de cet effet apparaissent les limitations d'ordre expérimental :

- le bruit de la régulation de T_H de $\pm 80 \mu\text{K}$ (cf. II-C-1)
- le temps de relaxation pour les grandes densités (cf. II-C-2 et II-D-1).

C-5 - Traitement informatique des données

Pour passer des mesures brutes données par les différents instruments aux valeurs de Nu , Ra et de Pr , il existe un nombre important d'étapes, susceptibles d'être modifiées à cause d'erreurs ou d'améliorations (étalonnage des thermomètres,...) ou encore pour tenir compte d'effets assez fins (correction du gradient adiabatique). Pour ces raisons, et parce que le nombre de points de mesures (un point correspond à une densité d , une température T et un ΔT donnés) devient extrêmement important, l'outil informatique a été très rapidement utilisé. Les programmes sources ont été écrits en FORTRAN avec le compilateur Macintosh Programming Workshop pour ordinateur et système d'exploitation Macintosh. En annexe A est donnée une version allégée du code source. Le programme appelle un fichier contenant tous les points pour une densité donnée :

```

39.0 kg/m3
date/heure R1/ohm R3/ohm R5/ohm R6/ohm RGe/ohm CC=0.7V CC=0 Q(mV) %H Patm Qps
07/01/17H50 445.0 447.40 1004 495.91 1702.00 1.512 -181 800 52 992 185
09/01/16H00 445.0 447.50 538.32 488.23 1690.00 3.90 -150 1499 98 982 185
10/01/11H47 445.0 447.63 487.50 471.57 1644.00 12.21 -150 3300 82 990 185
10/01/19H35 440.0 442.41 490.67 473.09 1609.00 13.74 -149 3300 72 995 185
12/01/10H50 420.0 421.41 567.23 531.53 1382.00 40.6 -149 6000 19 1005 185

```

Dans ce fichier est indiqué en tête la densité moyenne en kg/m^3 à laquelle ont été faits les points. C'est la seule valeur calculée de ce tableau. Ensuite, pour chaque point figure la date à laquelle il a été relevé, les valeurs de résistance des différents thermomètres, la tension du thermocouple sans

et avec le court-circuit (V_{th} en μV et V_{cc} en nV), la tension appliquée à la résistance de chauffage sur la plaque du bas plus d'autres données dont on n'est pas sûr qu'elles soient inutiles (il vaut mieux avoir trop de données que pas assez !).

Le programme effectue les conversions des résistances en températures puis calcule les différentes propriétés de l'He à l'aide des équations décrites dans le § II-A. Des tests sont effectués pour savoir si le fluide n'est pas sous deux phases et si le point respecte les conditions de Boussinesq (cf. § II-D-1) ; le calcul de Ra et de Nu est effectué en tenant compte des petites corrections du § II-C-2. Les résultats sont disponibles dans des fichiers de sortie se présentant sous la forme suivante :

heure/jour	DT/mK	T(K)	Q(uW)	aDT	DK/K	Da/a	Ra	Nu	Pr
07/01/17H50	12.9	5.047	7048.5	2	4	8	0.4252E+13	1099.0	3.84
09/01/16H00	30.9	5.055	24746.7	6	11	19	0.1015E+14	1559.5	3.78
10/01/11H47	94.1	5.089	119933.9	18	41	63	0.2703E+14	2434.6	3.57
10/01/19H35	105.5	5.136	119933.9	19	35	57	0.2515E+14	2162.8	3.32
12/01/10H50	308.0	5.421	396475.8	35	47	85	0.3096E+14	2382.1	2.44

T est exprimée dans l'Echelle de Température de N.B.S. datant de 1965, T_{NBS} .

DT désigne la différence de température

aDT correspond à $100 \alpha \Delta T$

DK/K correspond à $\Delta \kappa / \kappa$ en %

Da/a correspond à $\Delta \alpha / \alpha$ en %.

On peut noter que les trois derniers points de cet exemple présentent des valeurs élevées pour $\Delta \alpha / \alpha$ et ne respectent pas les conditions de Boussinesq (voir le développement du paragraphe suivant). Ces fichiers peuvent être ensuite traités par le logiciel graphique "kaleidagraph" sur ordinateur Macintosh. A partir du tableau de données, on trace les courbes de points présentées dans ce manuscrit (par exemple, Nu en fonction de Ra).

Le programme peut également écrire à l'écran, en cours d'exécution, certaines valeurs comme les résultats de tests.

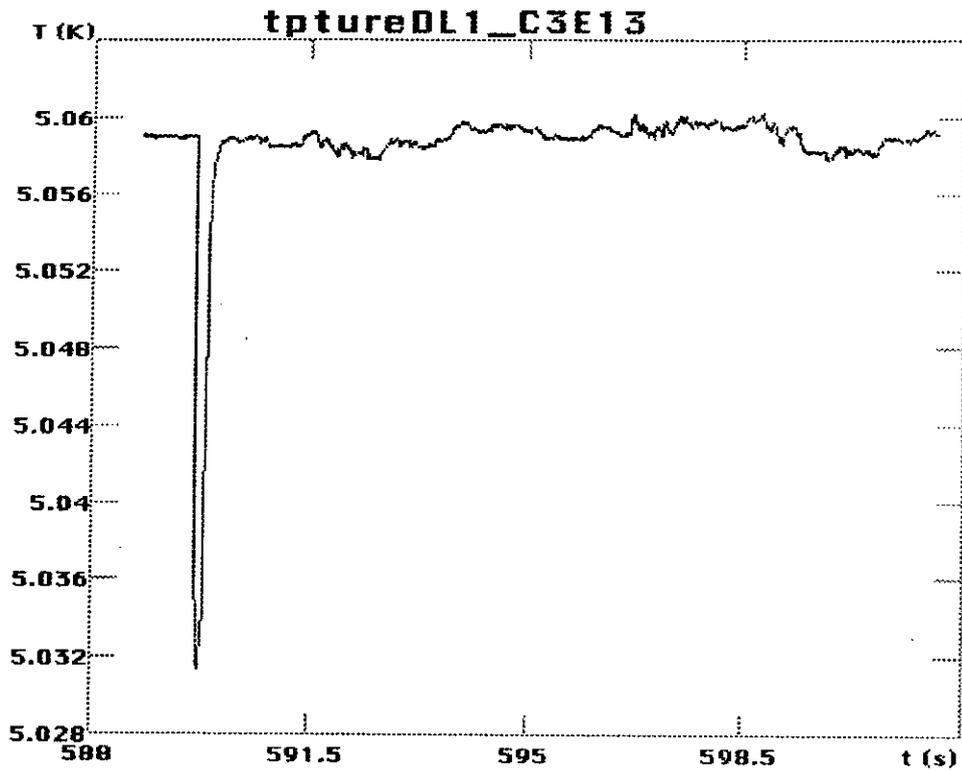
```

point n°          3
température du haut en K (E.I.T.58)  5.031100
différence de température en mK  94.14471
Tsat (E.I.T.58) de  2035.772  mb est  5.042319
CONDENSATION sur la plaque du haut probable
alfa à  39.00000  kg/m3 et  5.078172  K en 1/K est  1.998014
vitesse de chute libre en m/s  est  0.6078102
Prandtl =  3.565365
le gradient thermique adiabatique en mK est  0.7147070
Ra sans et avec grad adiab valent  2.7234656E+13  2.7027902E+13
Nu avec correction du grad adiab vaut  2434.633
dbas  36.09092
dhaut  44.89136
HYPOTHESE de Boussinesq Da/a (en %) << 39 dépassée  63.59356

```

Ci-dessus, un exemple de valeurs lues à l'écran pour le 3ème point du fichier d'entrée. T_{sat} est la température de saturation correspondant à la pression dans la cellule ; la pression est calculée à partir de T et de d . Les températures sont exprimées dans l'échelle internationale de 1958, T_{EIT58} .

Dans cet exemple, on constate que la température de saturation est supérieure à la température du haut, T_h qui est le point le plus froid de la cellule. Cette situation conduit à la condensation de l'He sur la plaque supérieure : il se met alors à pleuvoir de l'He liquide dans la cellule. Le transfert de chaleur devient plus efficace : pour un même flux de chaleur, ΔT est plus faible, ce qu'on peut voir entre les points 3 et 4 du fichier de sortie. Dans le diagramme Nu-Ra, le point se retrouve au dessus de la courbe générale. La chaleur latente absorbée par la goutte liquide lors de son évaporation sur la plaque du bas est responsable du refroidissement de cette dernière. Il est même tombé des gouttes sur un thermomètre que nous avons placé à l'intérieur, ainsi qu'on peut le voir sur l'enregistrement ci-dessous. Le thermomètre avait une surface de 0.04 mm^2 et il recevait environ une goutte toutes les 5 minutes.



T est définie en T_{EIT58}

Pour les densités supérieures à 70 kg/m^3 , il existe un test d'évaporation du liquide sur le point chaud (la plaque du bas). L'évaporation conduit aussi à un meilleur transfert.

Dans le paragraphe suivant, sont décrites les analyses des données obtenues à partir des mesures calorimétriques.

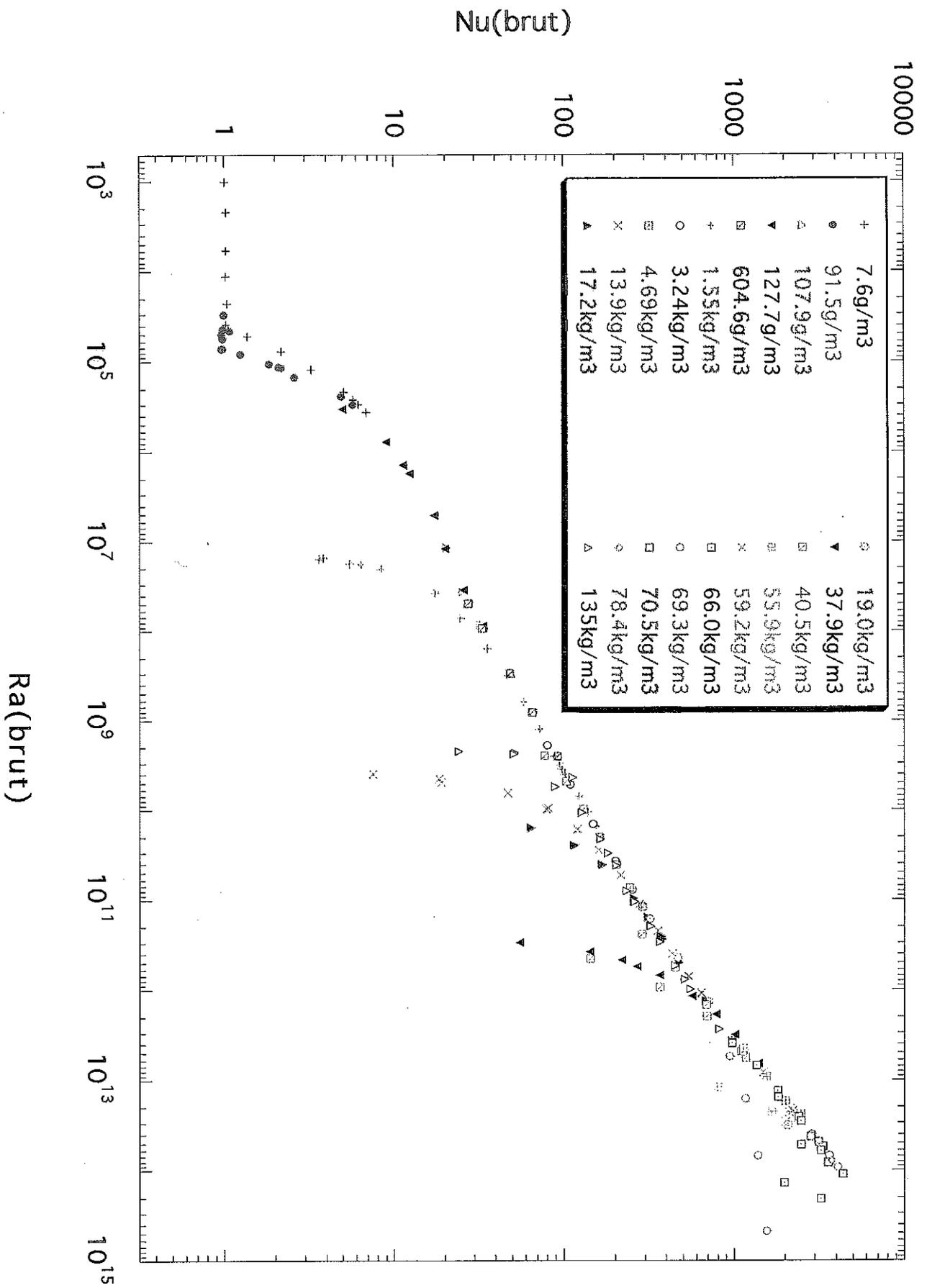


fig. II-10. Points de mesure brute (depuis janvier 96) dans le diagramme Nu-Ra

D - ANALYSE DES RESULTATS EN TERME DE Nu, Ra ET Pr

D-1-Résultats bruts : les effets non Boussinesq

D-1-a- A faible ΔT : le gradient adiabatique

En utilisant directement les expressions littérales (§ I-A-1) pour calculer Nu et Ra, on obtient le diagramme de la fig. II-10. Le seuil de convection classique, ainsi défini dans le paragraphe I-A-1, n'apparaît que pour la plus faible densité ($d = 7.6 \text{ g/m}^3$): $\Delta T_{\text{seuil}} \sim 60 \text{ mK}$ (fig. II-11) ; la viscosité et la diffusivité thermique sont dans ce cas et seulement dans ce cas les effets stabilisateurs dominants. Pour les autres densités, au fur et à mesure que ΔT diminue, la courbe des points "bruts" s'incurve vers le bas de façon anticipée comme si le seuil de convection était décalé vers des Ra d'autant plus grands que la densité est plus élevée. L'effet se manifeste pour $\Delta T \leq 10 \text{ mK}$. Il est net pour $d = 91.5 \text{ g/m}^3$ (fig. II-11).

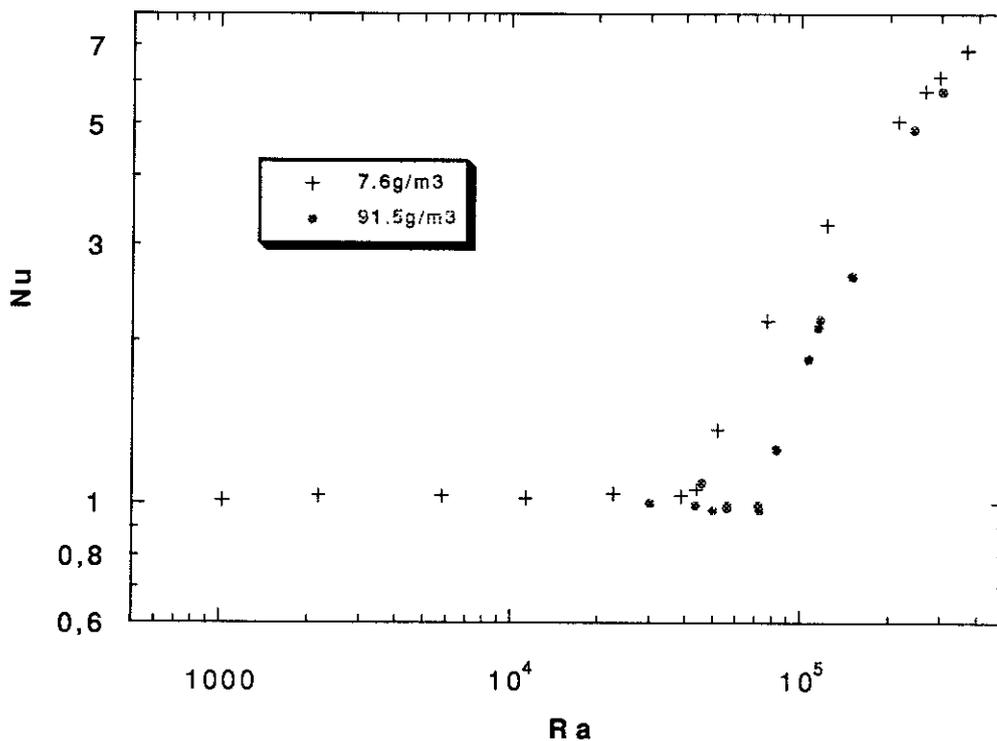


Fig. II-11 : Agrandissement de la Fig. II-9 sur le seuil de convection classique

Un effet stabilisateur du fluide autre que la viscosité et la diffusivité thermique apparaît pour les faibles ΔT . On retrouve le même effet dans l'atmosphère terrestre : il peut faire plus froid en altitude par rapport au sol, correspondant à un Ra loin du Ra_{seuil} classique, tout en restant dans un régime conductif (les brumes d'aérosols sont souvent là pour en témoigner).

Ce phénomène est identifié depuis longtemps comme le gradient adiabatique : la pression hydrostatique due à la gravité, bien que faible, donne un gradient de pression. Une microgoutte fluide s'élevant dans ce gradient (respectivement descendant) voit la pression environnante plus faible (resp. plus forte) ; elle subit alors une dilatation (resp. une compression) adiabatique provoquant son refroidissement (resp. son réchauffement) qui la rend plus dense (resp. moins dense) ; elle regagne alors sa position initiale. On a bien là un phénomène stabilisateur. Le gradient de température limite pour vaincre ce phénomène, obtenu en chauffant, se calcule à l'aide de l'expression :

$$\frac{dT_d}{dz} = - \frac{g \alpha T}{C_p}$$

(cf. réf. I-4, p. 176-178).

en intégrant sur la hauteur de notre cellule $h = 20$ cm

$$\Delta T_{ad} = \frac{g \alpha T}{C_p} h$$

pour le cas du gaz parfait monotonique $\Delta T_{ad} = \frac{ghm_{He}}{5/2 R}$
avec $m_{He} = 4 \cdot 10^{-3}$ kg mol⁻¹ masse molaire de l'He
 $R = 8.32$ J/K/mole

on obtient : $\Delta T_{ad} = 0.38$ mK

pour une densité proche de la densité critique (69.4 kg/cm³) on obtient :

$$\Delta T_{ad} = 0.80$$
 mK

pour l'He liquide $\Delta T_{ad} = 0.25$ mK.

Il est possible de corriger cet effet dans les équations (eq.1 § I-A-2) en travaillant avec la température potentielle (cf. réf. I-4, p. 193). Si on veut corriger de la même façon cet effet sur Nu et Ra, cela revient à soustraire la contribution du gradient adiabatique au ΔT mesuré :

$$\Delta T' = \Delta T - \Delta T_{ad}$$

Mais il faut aussi corriger le chauffage Q de la valeur Q_{ad} qui permet d'atteindre ΔT_{ad} :

$$Q' = Q - Q_{ad}$$

$\Delta T'$ et Q' correspondent aux données corrigées.

Quand $\Delta T = \Delta T_{ad}$, on est toujours en régime conductif :

$$Nu(Q_{ad}, \Delta T_{ad}) = 1 = \frac{Q_{adh}}{\lambda S \Delta T_{ad}} = Nu(Q, \Delta T) \frac{Q_{ad}}{\Delta T_{ad}} \frac{\Delta T}{Q}$$

On atteint le seuil de convection pour $\Delta T_{seuil} = \Delta T'_{seuil} + \Delta T_{ad}$. $\Delta T'_{seuil}$ correspond au seuil de convection sans l'effet du gradient adiabatique.

La correction sur Ra et Nu donne :

$$Ra' = Ra(\text{brut}) \frac{\Delta T'}{\Delta T} = Ra(\text{brut}) \left(1 - \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T}\right)$$

$$Nu' = Nu(\text{brut}) \frac{\Delta T}{Q} \frac{Q'}{\Delta T'} = \frac{Nu(\text{brut})}{\left(1 - \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T}\right)} \left(1 - \frac{Q_{ad}}{Q}\right)$$

d'où

$$Nu' = \frac{Nu(\text{brut})}{\left(1 - \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T}\right)} \left(1 - \frac{\Delta T_{ad}}{Nu \Delta T}\right)$$

Par la suite, par commodité, Nu' et Ra' sont notés Nu et Ra .

Les résultats bruts de la fig. II-10 pour le seuil de convection sont:

$$Ra_{seuil} (7.6 \text{ g/m}^3) = 40\,500 \pm 1000 \quad (\text{seuil classique})$$

$$Ra_{seuil} (91.5 \text{ g/m}^3) = 76000 \pm 2000 \text{ avec } \Delta T_{seuil} = 0.85 \pm 0.04 \text{ mK}$$

Si on applique les prédictions théoriques on a :

$$40.5 = 76 \left(1 - \frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T_{seuil}}\right)$$

d'où

$$\Delta T_{ad} = 0.37 \pm 0.05 \text{ mK}$$

ce qui est en bon accord avec la valeur obtenue théoriquement pour l'He.

On a ainsi reproduit dans notre cellule de 20 cm de hauteur ce qui se passe dans l'atmosphère sur des hauteurs plus grandes (pour information,

l'effet est d'environ 1°C tous les 130 m, ce qu'on peut constater lorsqu'il n'y a pas inversion du profil de température).

Si on applique la correction proposée aux valeurs brutes, on voit sur la fig. II-11 que les points retombent bien sur une seule courbe. On peut étendre ainsi la gamme en ΔT vers des valeurs plus faibles.

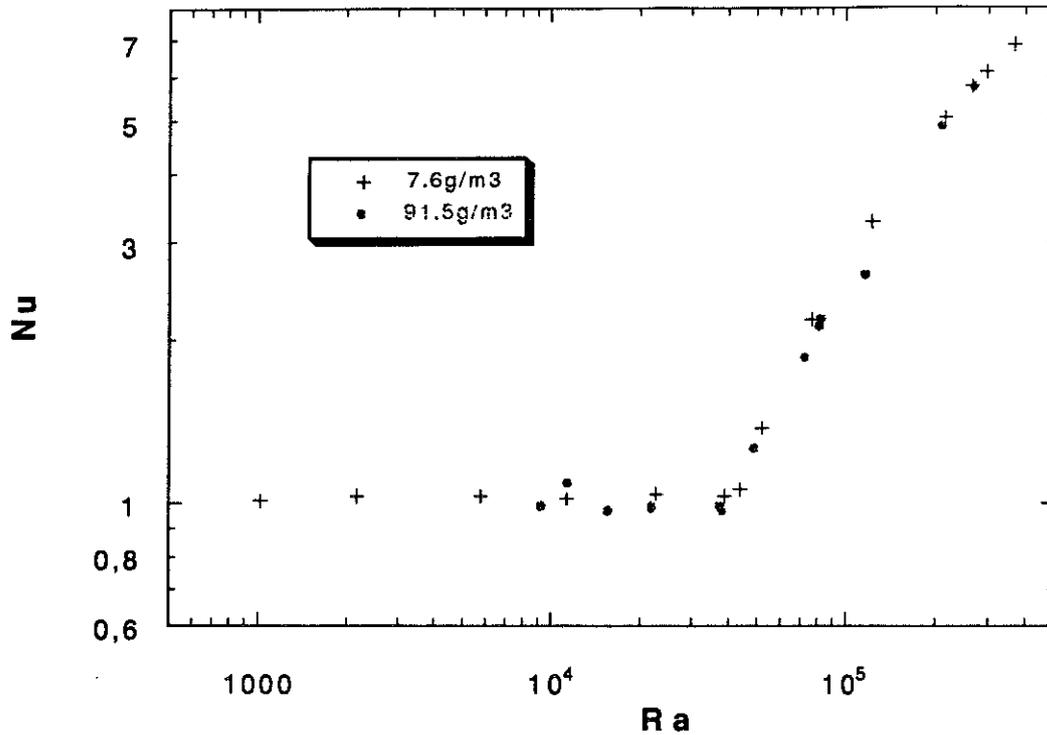


Fig. II-12 : Points de la fig. II-11 après correction du gradient adiabatique.

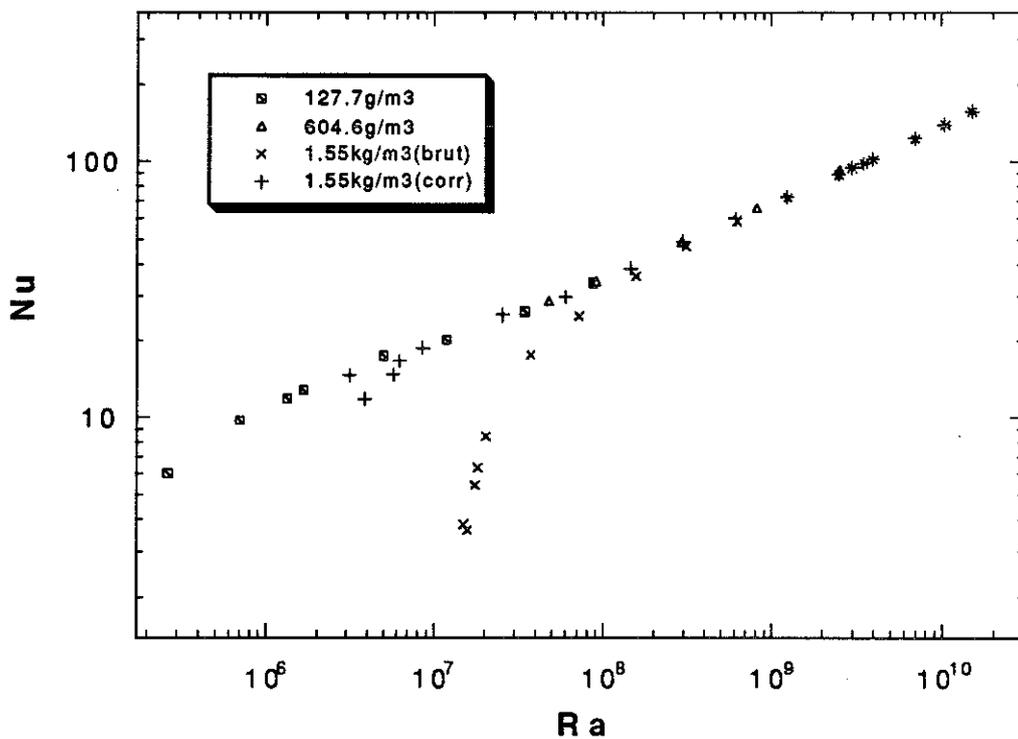


Fig. II-13a : correction sur la densité $d=1.55 \text{ kg/m}^3$; les points des autres densités correspondent

à des $\Delta T > 10$ mK qui ne permettent pas de mettre en évidence l'effet adiabatique.

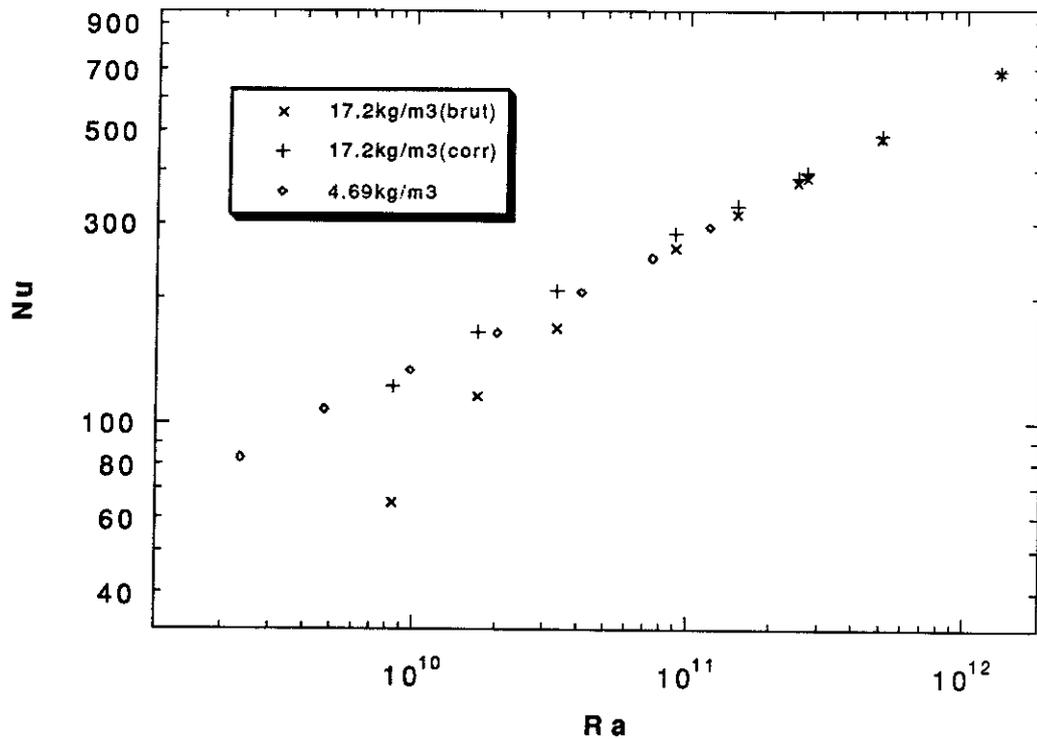


Fig. II-13 b : correction sur la densité $d = 17.2 \text{ kg/m}^3$; comparaison avec les points de densité $d = 4.69 \text{ kg/m}^3$.

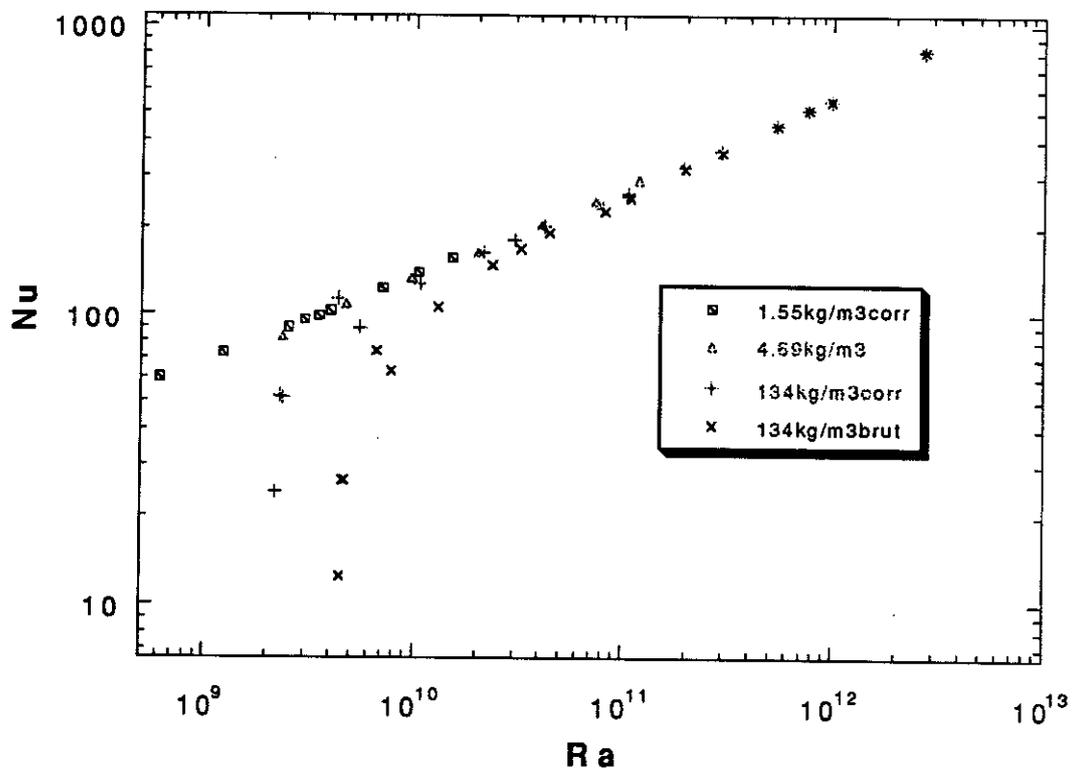


Fig. II-13c : correction sur la densité $d = 135 \text{ kg/m}^3$; comparaison avec les points de densité $d = 4.69 \text{ kg/m}^3$ et $d = 1.55 \text{ kg/m}^3$.

Fig. II-13 : Importance de la correction du gradient adiabatique pour différentes densités

Sur les figures II-13 a, b et c, on voit l'importance de la correction pour des densités de plus en plus grandes. On note (surtout sur la fig. II-13c) que la correction se fait mal pour les plus faibles ΔT quand la densité est élevée (135 kg/m^3 correspondent à une cellule pleine de liquide). Je ne l'attribue pas à une mauvaise estimation de ΔT_{ad} mais à une limitation expérimentale : plus la densité est importante, plus le temps de mise à l'équilibre τ_{eq} est long ; pour l'He liquide, on a parlé de 30 jours divisés par Nu (cf. II-C-2) pour $Nu \sim 10$ cela fait 2 à 3 jours. Les points qu'on pensait à l'équilibre (évolution quasi stationnaire de ΔT) sont en fait dans un état hors équilibre. Il faut aussi noter que l'incertitude relative augmente beaucoup après la correction. Pour les faibles ΔT on a une incertitude de mesure absolue de $\pm 80 \mu\text{K}$ l'incertitude relative avec la correction devient alors:

$$\frac{\pm 0.08}{\Delta T - \Delta T_{ad}}$$

Pour $\Delta T = 0.5 \text{ mK}$, l'intervalle d'incertitude n'est pas de 16 % mais de 70 % (cf. la dispersion des points de la fig. II-13a sur les données corrigées).

En conclusion à ce paragraphe, à notre connaissance, nous sommes les premiers à mettre en évidence et à mesurer l'effet du gradient adiabatique dans une expérience de laboratoire. Les corrections prévues sont appliquées avec succès et permettent d'étendre la gamme de ΔT vers les faibles valeurs jusqu'aux limitations expérimentales. La gamme totale utile de ΔT corrigé passe ainsi de $10 \text{ mK} < \Delta T \leq 2\text{K}$ (la limite supérieure est plus faible près de la densité critique) à $0.5 \text{ mK} < \Delta T \leq 2\text{K}$, ce qui permet, pour une même densité, de disposer de plus de trois ordres de grandeur en Ra à comparer avec un ordre de grandeur et demi dans le travail du groupe de Chicago (réf. I-7).

En annexe B est donné un tableau de points de mesure obtenus dans les conditions expérimentales décrites dans les paragraphes A, B et C. Ce tableau correspond aux fichiers de sortie du programme FORTRAN de l'annexe A. Les valeurs de Ra et Nu tiennent compte des corrections du gradient adiabatique.

D-1-b- Les effets non Boussinesq à fort ΔT

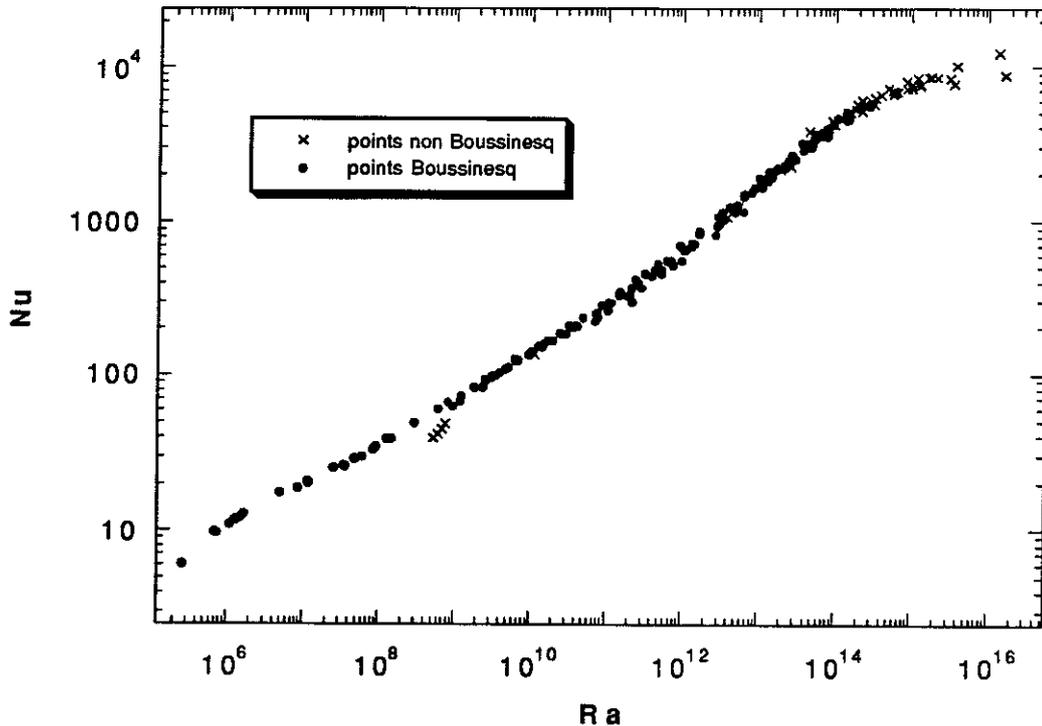


Fig. II-14 : Points de $Ra = 10^5$ à 10^{17} en tenant compte du gradient adiabatique. x : points ne respectant pas le critère de Boussinesq défini plus loin dans le paragraphe.

En corrigeant l'effet du gradient adiabatique et en retirant les points dont l'incertitude relative est trop grande ou pour lesquels le temps de relaxation est trop long, nous obtenons la courbe de la fig. II-14. On remarque, que malgré la correction, des points s'écartent de la courbe universelle (vers $Ra = 10^9$) et que pour $Ra > 10^{14}$ la courbe de points semble saturer (la courbe présente une dispersion également pour $Ra > 3 \cdot 10^{10}$; ce point sera discuté plus loin). Dans les deux cas, la seule explication possible est le non respect des conditions de Boussinesq soit parce que ΔT est trop grand (supérieur à 2 K vers $Ra = 10^9$), soit parce que les propriétés de l'He divergent près du point critique et que même des ΔT faibles sont encore trop grands (par exemple $\Delta T = 20$ mK à $d = 70.6$ kg/m³). Le but de ce paragraphe est de déterminer quelle est l'hypothèse de Boussinesq dont la violation conduit à ce comportement et de quantifier le seuil à partir duquel les points s'écartent de la courbe $Nu(Ra)$.

Si on reprend les hypothèses détaillées au paragraphe I-A-2 :

- $d g \beta h \ll \alpha \Delta T$ est vérifiée pour les grands ΔT (pour les petits ΔT , le problème du gradient adiabatique a été résolu au paragraphe précédent).
En effet :

Pour le gaz parfait, l'inégalité devient :

$$\frac{d g h}{P} \ll \frac{\Delta T}{T} = \frac{8.32 d \Delta T}{m_{\text{He}} P}$$

d'où $\Delta T \gg 1 \text{ mK}$ ce qui est le cas des plus forts ΔT

Pour le fluide critique, α et β présentent le même exposant critique (ceci découle de la relation thermodynamiques entre dérivées premières de l'équation d'état: $(\frac{\partial P}{\partial T})_d (\frac{\partial T}{\partial d})_P (\frac{\partial d}{\partial P})_T = -1$, et du fait que $(\frac{\partial P}{\partial T})_d$ est pratiquement constant dans la région critique). Pour tous les points correspondant à la densité $d = 69.3 \text{ kg/m}^3$, l'inégalité a été vérifiée; comme β et α ont le même comportement, on peut considérer l'inégalité vraie sur toute la région critique.

- $g \cdot \alpha \cdot h \ll C_p$

Pour le gaz parfait,

$$C_p = \frac{5}{2} \frac{8.32}{m_{\text{He}}} \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad g \alpha h = \frac{2}{T}$$

pour $T > 2 \text{ K}$, on vérifie très bien cette hypothèse.

Pour le fluide critique, on applique le même raisonnement que précédemment; en effet, C_p et α présentent le même exposant critique (le calcul du gradient adiabatique, proportionnel à α/C_p , donne une valeur pratiquement constante de l'ordre de 0.8 mK). L'inégalité a été vérifiée pour quelques points (par exemple, pour $d = 47.2 \text{ kg/m}^3$ et $T = 5.2 \text{ K}$, on a $\alpha = 5.3 \text{ K}^{-1}$ et $C_p = 75600 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$). On peut donc considérer l'inégalité comme vérifiée sur toute la région critique.

Parmi les autres hypothèses de Boussinesq les critères suivants ont été plus particulièrement examinés :

$$\begin{aligned}
 -\frac{\Delta\kappa}{\kappa} &\gg 1 \\
 -\alpha \Delta T &\gg 1 \\
 -\frac{\Delta\alpha}{\alpha} &\gg 1
 \end{aligned}$$

Le critère $\frac{\Delta v}{v}$ est soit identique à celui $\frac{\Delta\kappa}{\kappa}$ loin de la région critique (Pr fixe), soit beaucoup moins sensible que ce critère dans la région critique puisque v diverge peu (cf. fig. I-2).

Comment définir la variation relative $\Delta X/X$ d'une grandeur X de l'He ?

On peut prendre la différence de la grandeur calculée près de chacune des plaques. Pour cela, en supposant la pression uniforme dans la cellule et égale à $P = P(T,d)$ (d_{gh} est négligeable) on calcule la densité près de chacune des plaques: $d_h = d(P,T_h)$ (h pour haut), $d_b = d(P,T_b)$ (b pour bas). Puis on calcule $X_b = X(T_b,d_b)$ et $X_h = X(T_h,d_h)$. Le procédé ne pose aucun problème hors de la région critique. Par contre, dans celle-ci, on s'est rendu compte que la variation de X n'est pas monotone avec l'altitude z (ou avec la température puisque la température dans la cellule varie de façon monotone avec z). Pour comprendre cela, il faut revenir au diagramme $P-T$ de la fig. II-2. L'ensemble des différentes altitudes de la cellule ont leur pression et leur température correspondant à un segment horizontal (P uniforme) centré sur la courbe d'isodensité d , et de largeur ΔT . Les mesures près du point critique se font très souvent à $P > P_{cr}$. Or, pour une pression fixée au delà de P_{cr} , le point où les propriétés de l'He divergent le plus se trouve, grosso-modo, sur l'extrapolation de la courbe de saturation. Notre segment, pour une densité proche de $d_{cr} = 69.6 \text{ k/m}^3$, se trouve à cheval sur ce point. D'où la variation non monotone avec la température des propriétés du fluide. Pour en tenir compte, j'ai utilisé l'expression suivante :

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{|X_h - X_c|}{(X_h + X_c)/2} + \frac{|X_b - X_c|}{(X_b + X_c)/2}$$

avec $X_c = X(T,d)$, c pour centre. Cette approche "au premier ordre" a permis une interprétation plus précise de nos données.

Remarque : la variation de la densité reste toujours monotone avec la température. Pour s'en convaincre, on peut se représenter le segment, à P

constante, des différentes températures de la cellule dans le diagramme P-T. Ce segment coupe les courbes d'isodensité de d_h à d_b quand T augmente de T_h à T_b .

Passons à l'analyse des points s'écartant de la courbe $Nu(Ra)$ ou provoquant sa saturation. La distinction entre points Boussinesq et non Boussinesq utilisé dans la fig. II-14 et dans les figures suivantes se fait suivant un critère détaillé en fin de paragraphe. Ce critère est suffisamment sévère pour sélectionner les points ne présentant pas d'effet non Boussinesq.

Sur la fig. II-15, pour chacun des points de mesure, est portée la variation relative de κ . On remarque que près du point critique, cette variation se met à augmenter très vite. Pour observer l'effet de saturation $\frac{\Delta\kappa}{\kappa}$ doit être supérieure à 40 %. Or les points non Boussinesq vers $Ra = 10^9$ ont une variation inférieure à 10 %. $\frac{\Delta\kappa}{\kappa}$ n'est pas le critère pertinent.

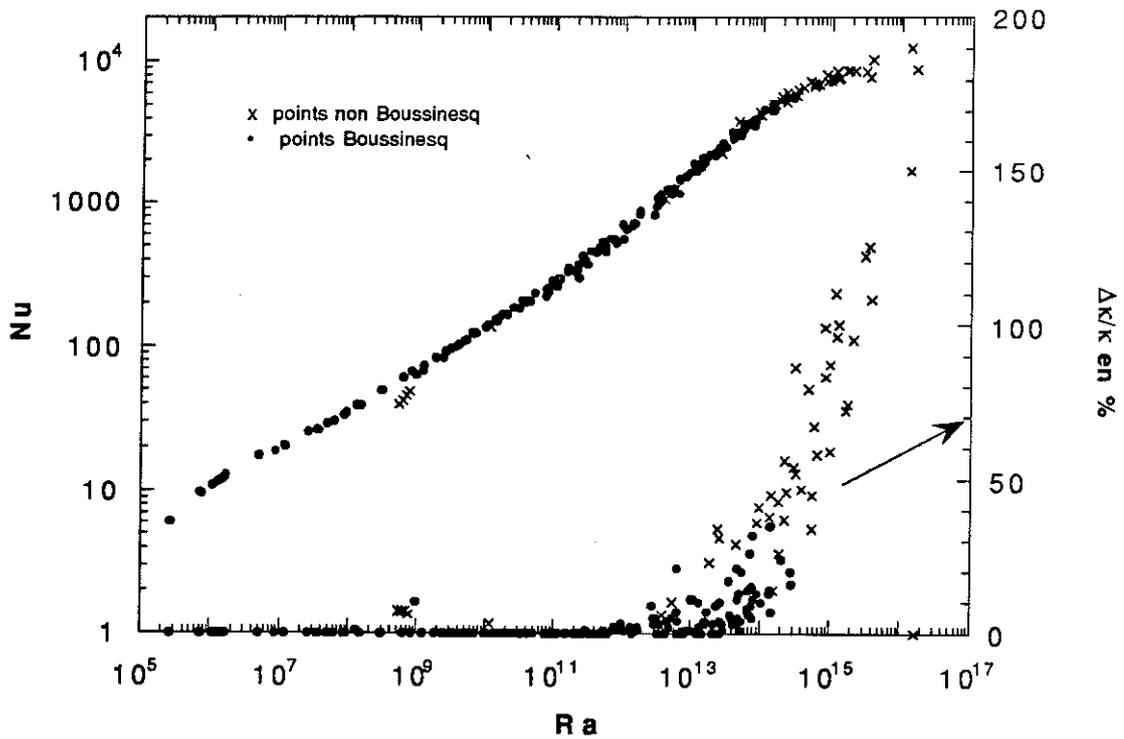


Fig. II-15 : Sur l'axe gauche est porté Nu; sur l'axe droit, la variation relative de la diffusivité thermique pour chacun des points de mesure. La distinction entre les points se fait suivant un critère détaillé plus loin, fig. II-18.

Le critère qui nous a longtemps paru le plus pertinent est $\alpha \Delta T$. En regardant les points vers $Ra = 10^9$ la limite serait de 0.72 (fig. II-16) ; un point juste à la limite (considéré comme Boussinesq) à $Ra = 10^9$ donne cette valeur. Dans la région critique, on observe la saturation bien avant cette limite. Je rappelle que α est calculé avec la température et la densité moyenne ; en toute rigueur il faudrait prendre la température et la densité centrale, mais on n'y a pas accès. Par contre, $\frac{\Delta d}{d}$ peut être calculé et comparé avec $\alpha \Delta T$ (fig. II-17). Cela nous permet de vérifier l'hypothèse de Boussinesq :

$$\frac{\Delta d}{d} = \alpha \Delta T$$

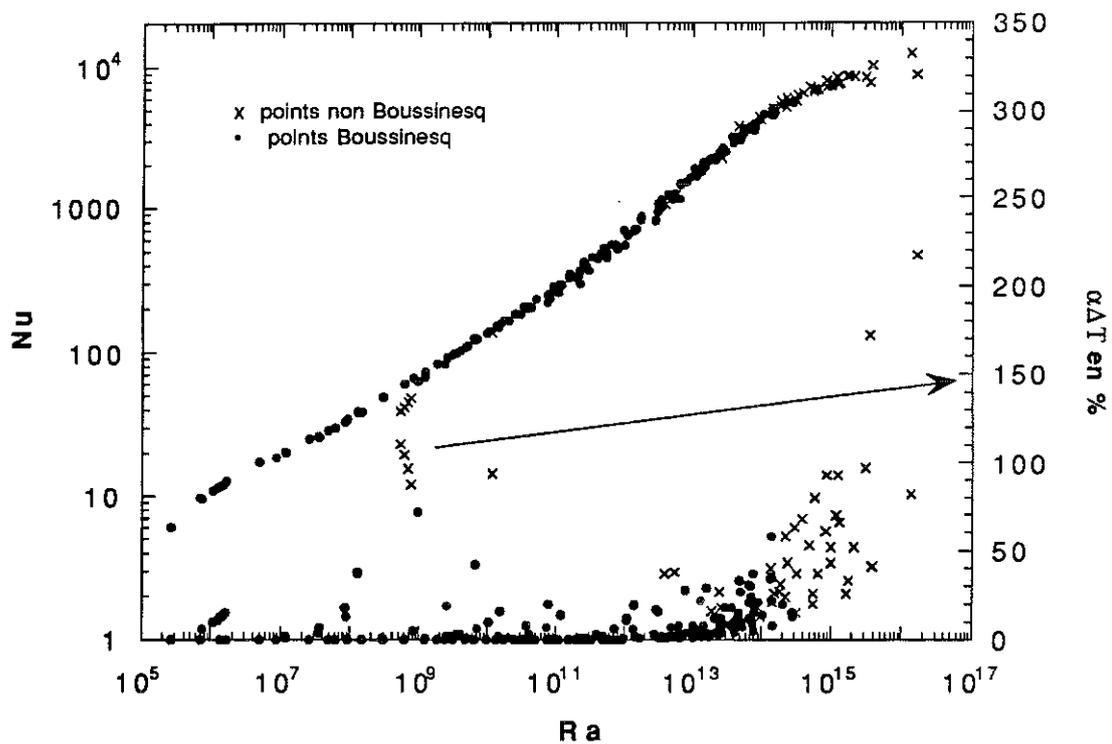


Fig. II-16 : Sur l'axe gauche est porté Nu, sur l'axe droit, $\alpha \Delta T$, la contribution au 1^{er} ordre de la variation relative de la densité. La distinction entre les points se fait toujours suivant le même critère.

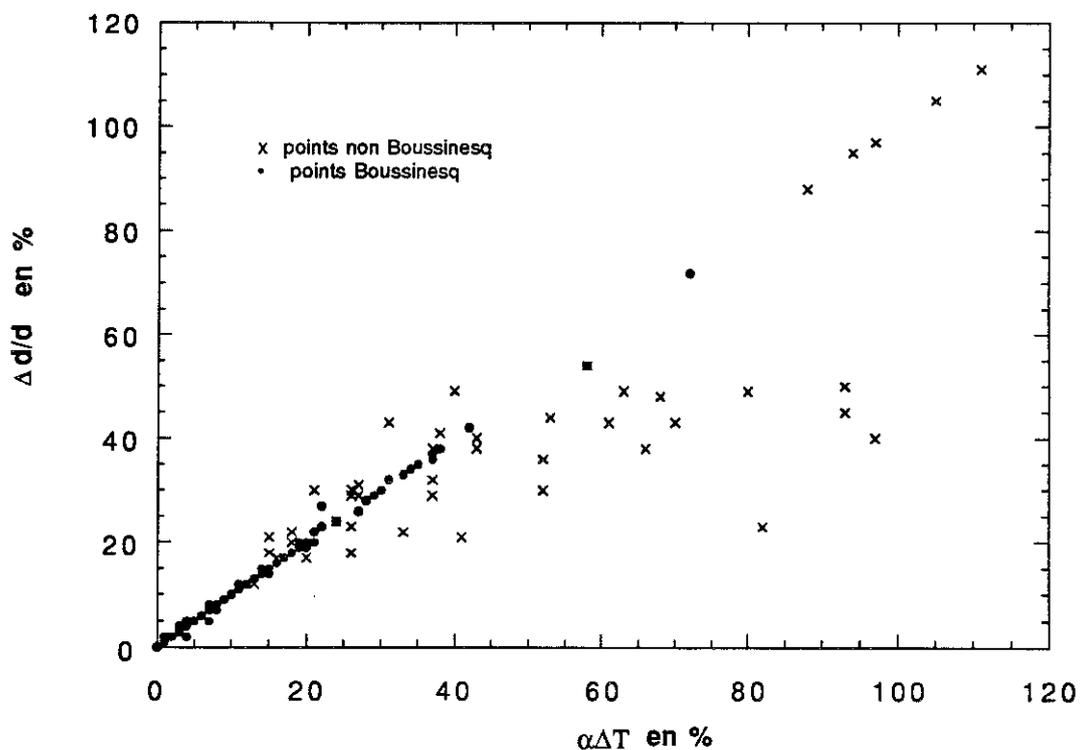


Fig. II-17 : La variation relative de la densité en fonction de $\alpha \Delta T$. La distinction entre les points se fait suivant le même critère.

Le critère de Boussinesq utilisé est toujours celui défini par la fig. II-18). Tous les points répondant à ce critère s'alignent suivant la droite d'équation $\frac{\Delta T}{d} = \alpha \Delta T$ mais ce qui est plus remarquable, c'est que les points non Boussinesq correspondant à la région vers $Ra = 10^9$ où à $\frac{\Delta d}{d} > 0.6$ sur la figure, s'alignent aussi suivant cette droite. L'approximation de Boussinesq $\frac{\Delta d}{d} = \alpha \Delta T$ reste valable même pour des points qui s'écartent de la courbe universelle $Nu(Ra)$. Les autres points non Boussinesq, au niveau de la région critique ($Ra > 10^{13}$), présentent une dispersion importante et finissent par s'écarter de la droite.

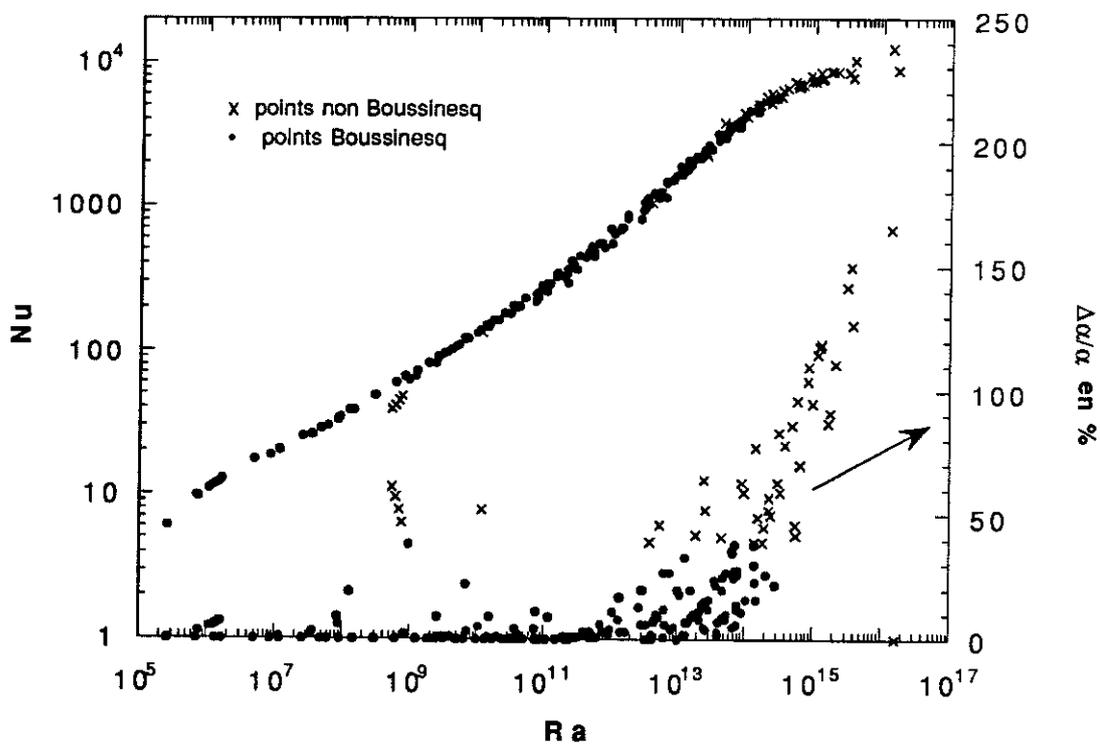


Fig. II-18 : Sur l'axe gauche est porté Nu , sur l'axe droit, $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$.

Le critère $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ est enfin examiné. Vers $Ra \sim 10^9$ un effet non Boussinesq apparaît pour $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \geq 38\%$. C'est à peu près pour cette valeur qu'est observé le début de la saturation sur la courbe $Nu(Ra)$ (fig. II-19). La limite n'est pas nette car plusieurs points considérés comme non Boussinesq se placent bien sur la courbe $Nu(Ra)$ (voir en particulier fig. II-19).

C'est le critère qui a été retenu pour distinguer les points non Boussinesq sur les courbes des fig. II-14 à fig. II-20.

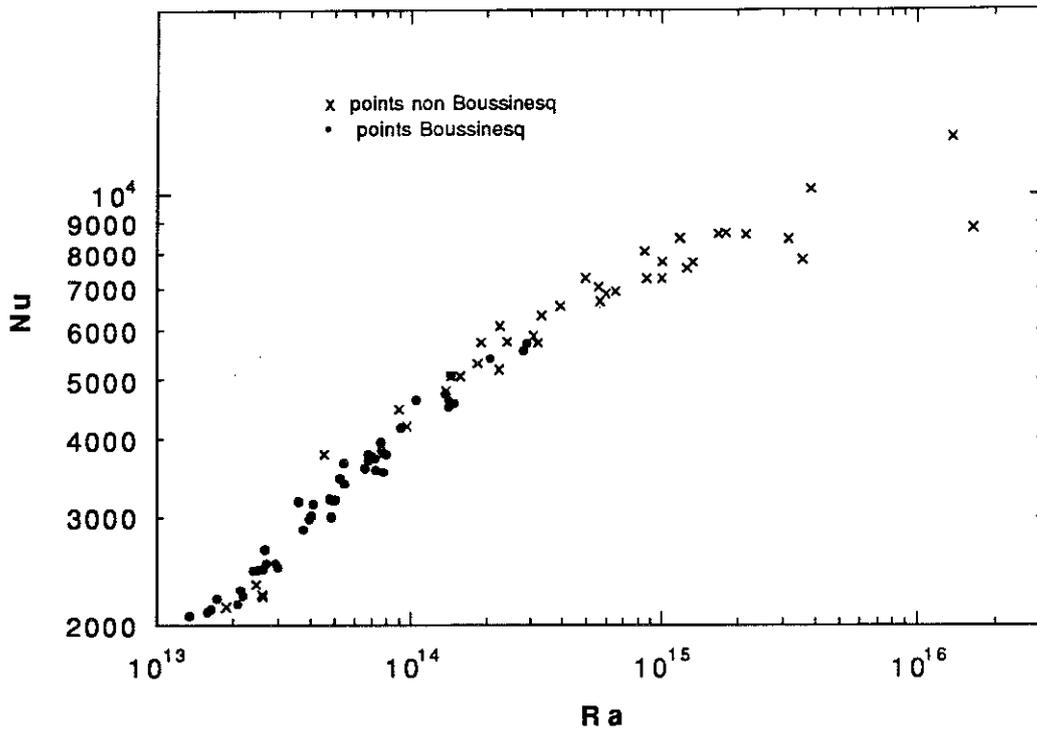


Fig. II-19 : Agrandissement de la courbe $Nu(Ra)$ pour $Ra > 10^{13}$. Effet de saturation vers $Ra = 2 \cdot 10^{14}$.

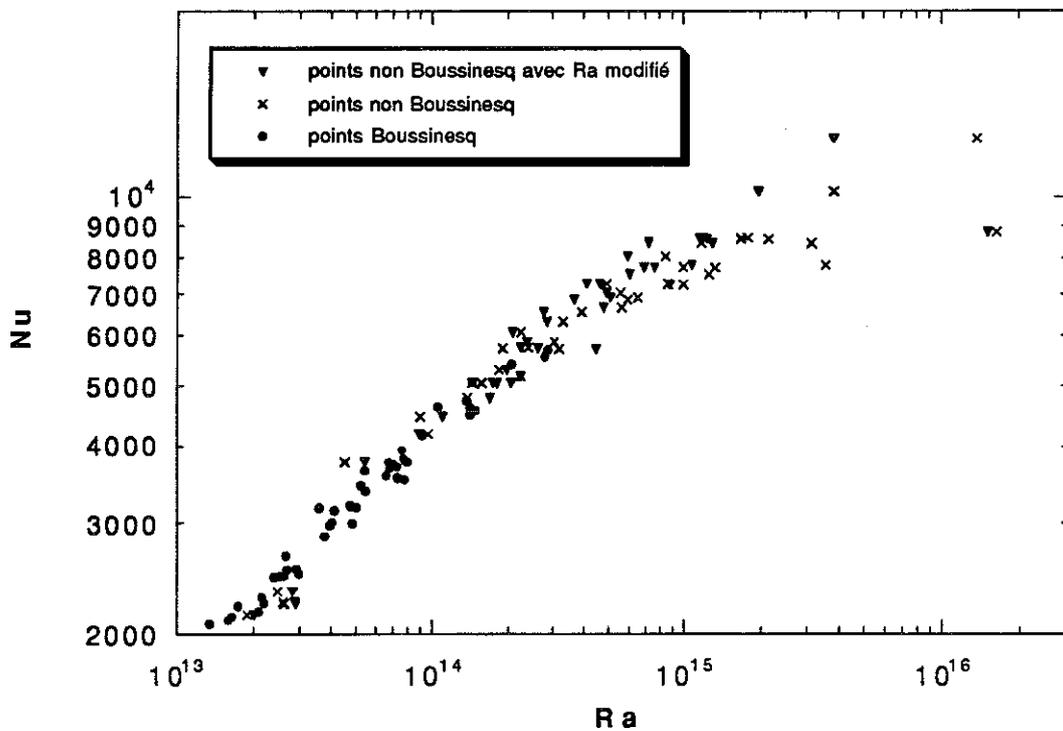


Fig. II-20 : Les triangles pleins correspondent aux points non Boussinesq ($\frac{\Delta\alpha}{\alpha} > 38\%$) pour lesquels Ra a été calculé en remplaçant $\alpha \Delta T$ par $\Delta d/d$.

On a vu, sur la fig. II-17, que les points qui s'écartent de la droite

d'équation $\frac{\Delta d}{d} = \alpha \Delta T$ sont les points non Boussinesq au-delà de $Ra = 10^{13}$. Dans l'expression de (eq.1b) (cf. § I-A-2) le terme de poussée d'Archimède s'écrit en réalité: $g \Delta d/d$ (une des hypothèses de Boussinesq consiste à le remplacer par $g \alpha \Delta T$). Cela revient à remplacer $\alpha \Delta T$ par $\Delta d/d$ dans l'expression de Ra . Sur la fig. II-20, cette correction est testée avec les points non Boussinesq au-delà de $Ra = 10^{13}$. Elle atténue l'effet de saturation, surtout pour les points situés autour de $Ra = 10^{15}$, mais ne le supprime pas. Au vu de la fig. II-20, on peut dire que, pour la plupart des points, cette modification ne change rien.

En résumé, nous avons étudié des points considérés comme non Boussinesq car ils s'écartent de la courbe $Nu(Ra)$ ($Ra \sim 10^9$) ou ne suivent plus le même comportement (saturation au-delà de $Ra \sim 10^{14}$). Ces points vérifient bien la plupart des hypothèses de Boussinesq, notamment $\frac{\Delta d}{d} = \alpha \Delta T$, ou ne s'en écartent pas trop. Le critère $\frac{\Delta \alpha}{\alpha} < 0.4$ permet d'éliminer les points qui s'écartent de la courbe $Nu(Ra)$ ($Ra \sim 10^9$). Ce critère est beaucoup plus strict pour les points près de la région critique puisqu'il élimine des points qui se placent bien sur la courbe des points Boussinesq. La condition sur $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ nous est apparue la seule déterminante.

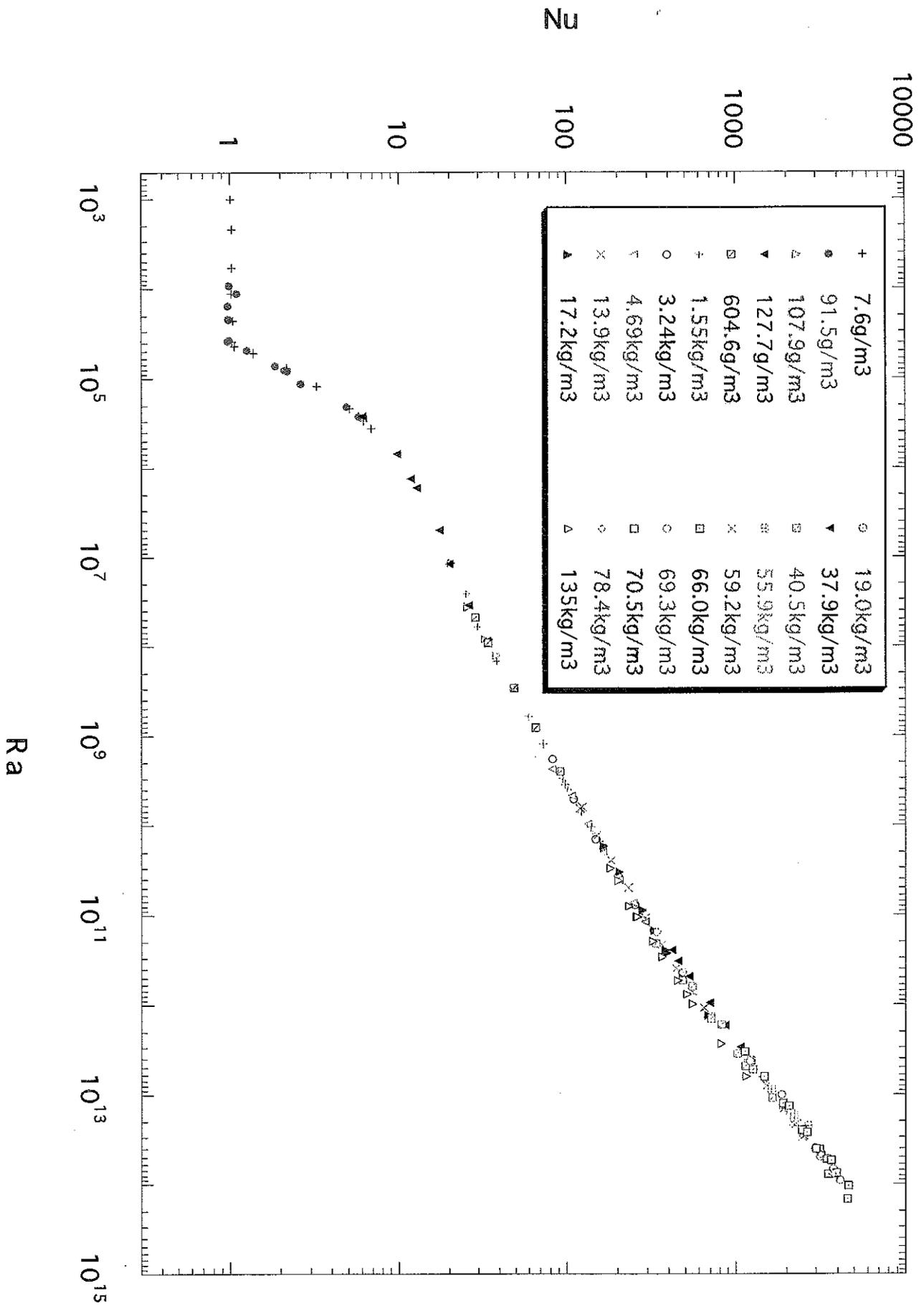


fig. II-21 : Points de la fig. II-10 en tenant des conditions de Boussinesq

D-2-Du seuil de convection à la turbulence

Sur la fig. II-21 sont portés les points de mesure du tableau de l'annexe B en retirant les points présentant des effets non Boussinesq. Dans ce paragraphe et les suivants le comportement de Nu en fonction de Ra à partir de ces points est discuté.

Dans le paragraphe II-D-1-a, on a déterminé le seuil de convection (sans effet du gradient adiabatique) à $Ra = 40\,500 \pm 1000$. La valeur est nettement supérieure au classique 1708. La géométrie de la cellule explique cet écart que nous ne sommes pas les premiers à observer. Dans la réf. 13, est détaillée une étude de l'influence du rapport d'aspect Γ , ainsi que du rapport des conductances de la paroi et du fluide sur le seuil de convection : pour $\Gamma = 0.5$, Ra_{seuil} varie de $2 \cdot 10^4$ pour des parois très peu conductrices (le rapport de la conductance de parois de plexiglass sur celle du fluide -de l'eau- vaut 0.013) jusqu'à $6 \cdot 10^4$ pour des parois d'aluminium (rapport des conductances de 2.4). Nous trouvons $4 \cdot 10^4$ pour un rapport des conductances de 0.7, ce qui représente un bon accord.

Par rapport à une géométrie de cellule très large, les différents seuils de convection sont également décalés vers des Ra plus élevés. Nous avons, par exemple, mesuré le seuil de convection instationnaire. La température de la plaque du bas s'est mise à osciller avec une fréquence presque pure à $Ra = 10^6$ (très différent de $Ra \sim 5 \cdot 10^3$ pour une cellule très large). Pour $d = 127.7 \text{ g/m}^3$ le seuil est atteint avec $\Delta T = 7.4 \text{ mK}$ et la fréquence est de 40 mHz ; pour $d = 15.7 \text{ g/m}^3$ les valeurs sont successivement de $\Delta T = 635 \text{ mK}$ et de 450 mHz. La fréquence d'oscillation varie proportionnellement à $\frac{\kappa}{h^2}$ c'est à dire comme $\frac{1}{d}$ loin de la région critique.

Très vite, le chaos puis la turbulence douce s'établissent ; à $Ra = 3 \cdot 10^7$ l'écoulement est dans le régime de turbulence dure.

D-3-Régime $2/7$

$Ra = 3 \cdot 10^7$ est la valeur à partir de laquelle on observe bien une loi de puissance pour Nu en fonction de Ra . L'exposant coïncide avec celui déjà observé dans de précédentes expériences, à savoir $2/7$. On désigne cette évolution sous le nom de régime $2/7$.

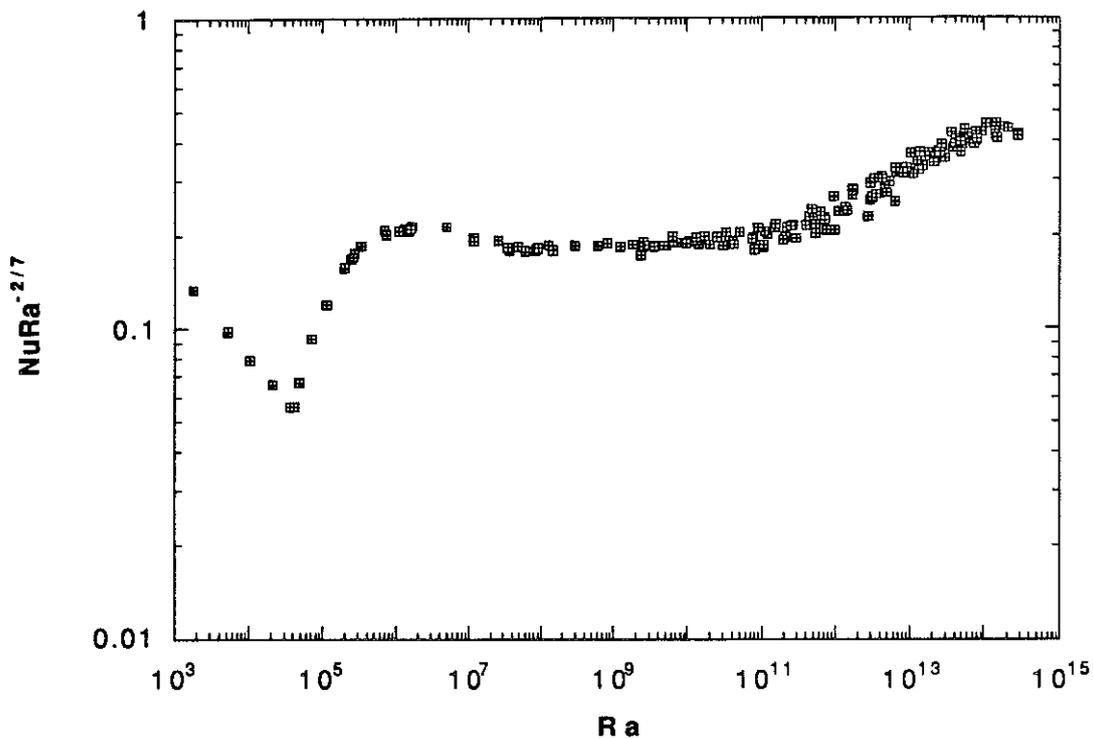


Fig. II-22 : Diagramme $NuRa^{-2/7}$ versus Ra .

Sur la fig. II-22, on observe un plateau à partir de $Ra = 3 \cdot 10^7$. La limite supérieure est moins nette ; dès $Ra = 3 \cdot 10^{10}$, des points semblent s'écarter du plateau. On commence à observer aussi une certaine dispersion des points.

Si on regarde l'évolution correspondante du Pr avec Ra (fig. II-23a), on voit que Pr se met à croître, pratiquement à partir des valeurs de Ra pour lesquelles on commence à observer cet écart au régime $2/7$ sur $Nu(Ra)$ (fig. II-23b). Aux plus hautes valeurs de Ra le fluide présente des valeurs de Pr pouvant aller jusqu'à 30 (points dans les conditions de Boussinesq).

Comme il existe une dépendance en Pr de Nu , le changement de régime peut être dû à l'accroissement du Pr .

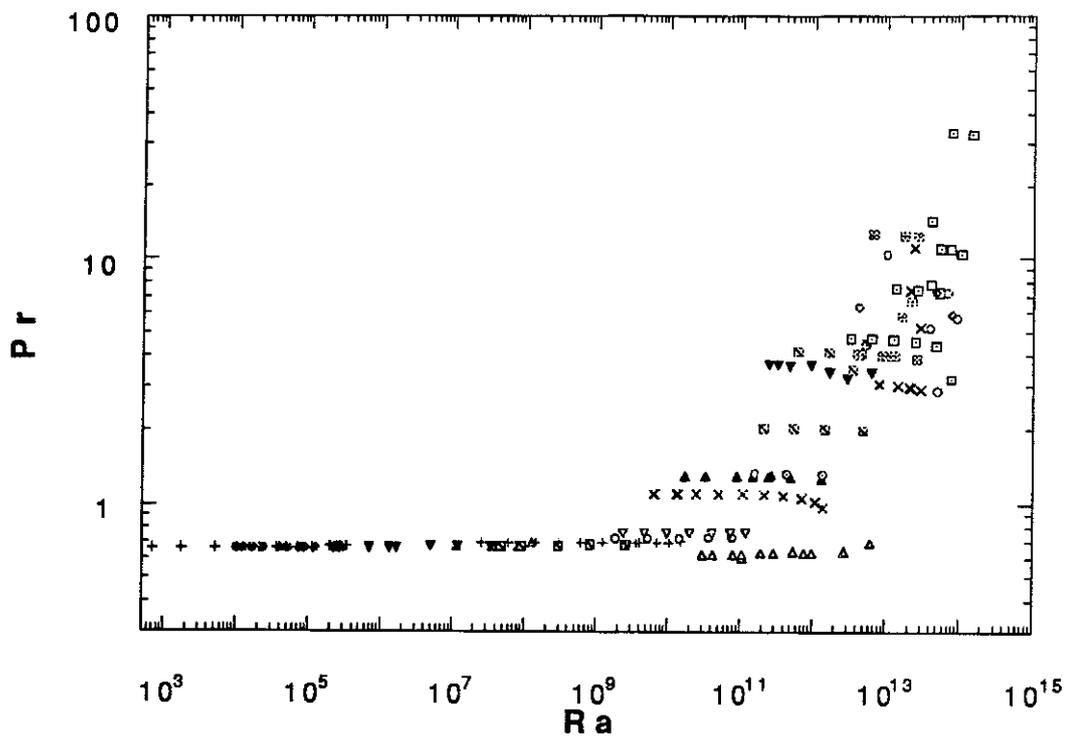


Fig. II-22a : Les points Boussinesq dans le diagramme Pr-Ra. A partir de $Ra = 6 \cdot 10^9$, Pr commence à croître.

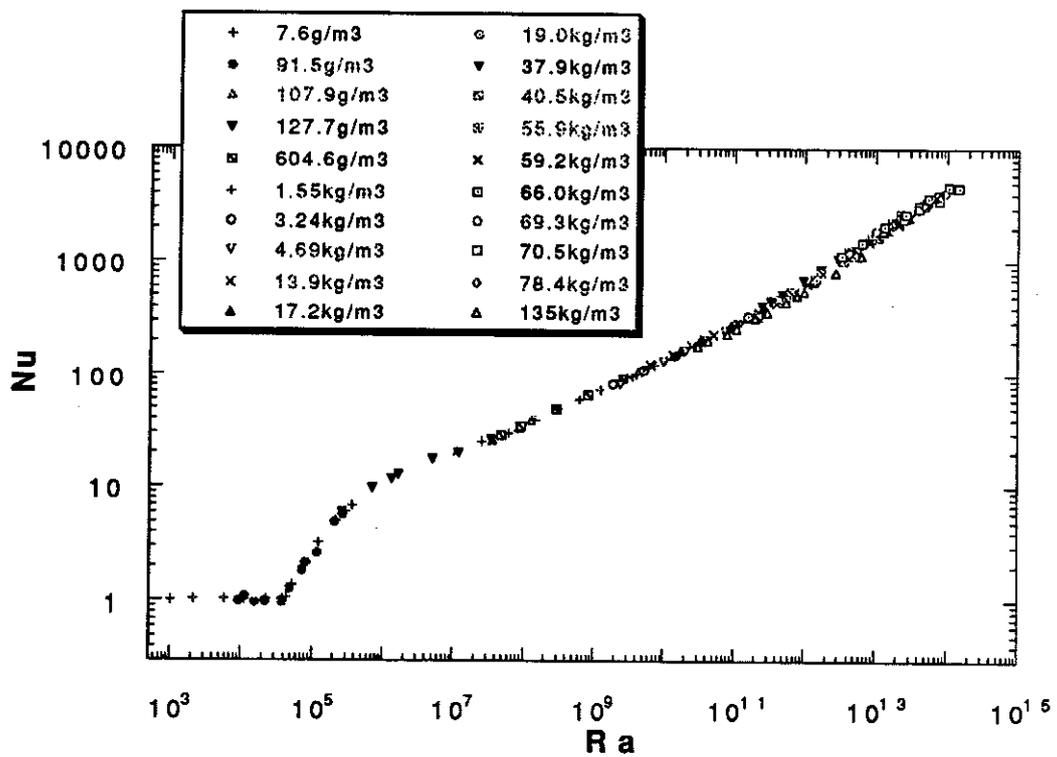


Fig. II-22b : Les points Boussinesq dans le diagramme Nu-Ra

Pour s'affranchir de l'influence du Pr, une mesure a été réalisée

dans l'He liquide avec $d = 135 \text{ kg/cm}^3$, ce qui permet d'obtenir des valeurs de Ra jusqu'à $6 \cdot 10^{12}$ tandis que Pr reste inférieur à 0.7. Les points dont le Pr reste inférieur à 0.73 (He gazeux et liquide) sont sélectionnés sur la fig. II-24.

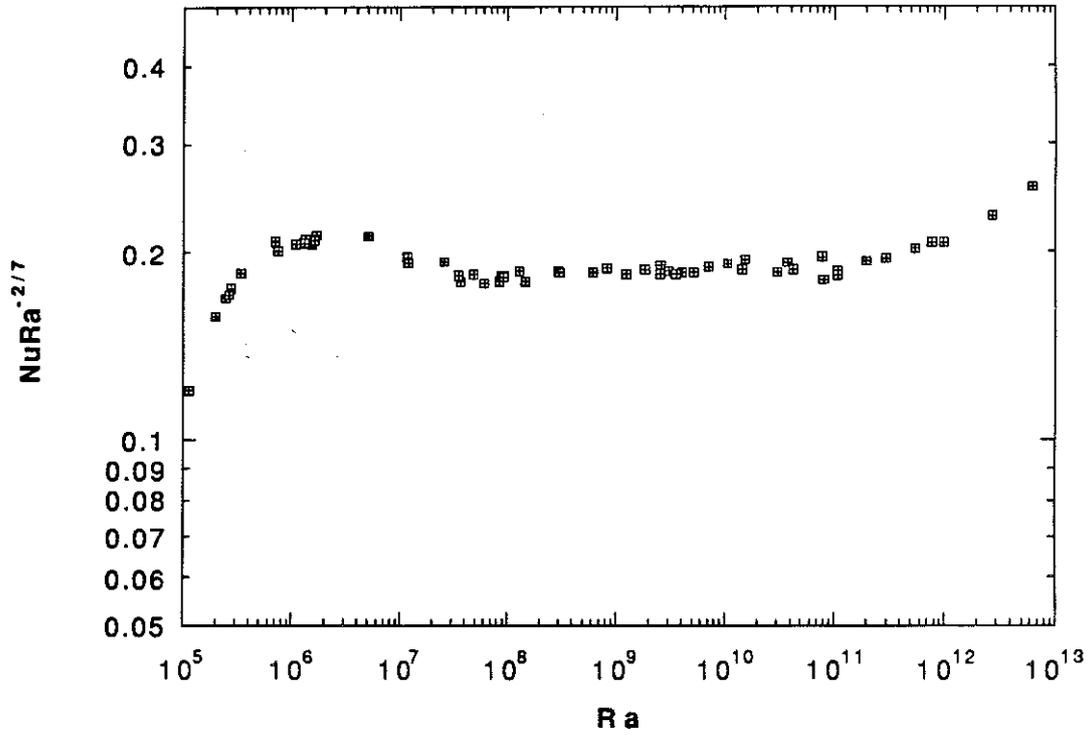


Fig. II-24 : Points de la fig. II-22 avec $Pr < 0.73$

Les points du plateau sont beaucoup moins dispersés et on note un écart avec l'exposant 2/7 pour $Ra \geq 2 \cdot 10^{11}$. Si on ajuste la courbe de points compris dans le régime 2/7 ($3 \cdot 10^7 \leq Ra \leq 2 \cdot 10^{11}$) par la loi de puissance d'exposant 2/7, on obtient :

$$Nu = 135.5 (10^{-10} Ra)^{2/7} \text{ avec } Pr \text{ compris entre } 0.63 \text{ et } 0.73.$$

Pour $Ra = 10^9$, $Nu = 70.2$. Cette valeur est proche de celle obtenue par le groupe de Chicago ($Nu = 68.4$).

D-4-Transition vers un nouveau régime

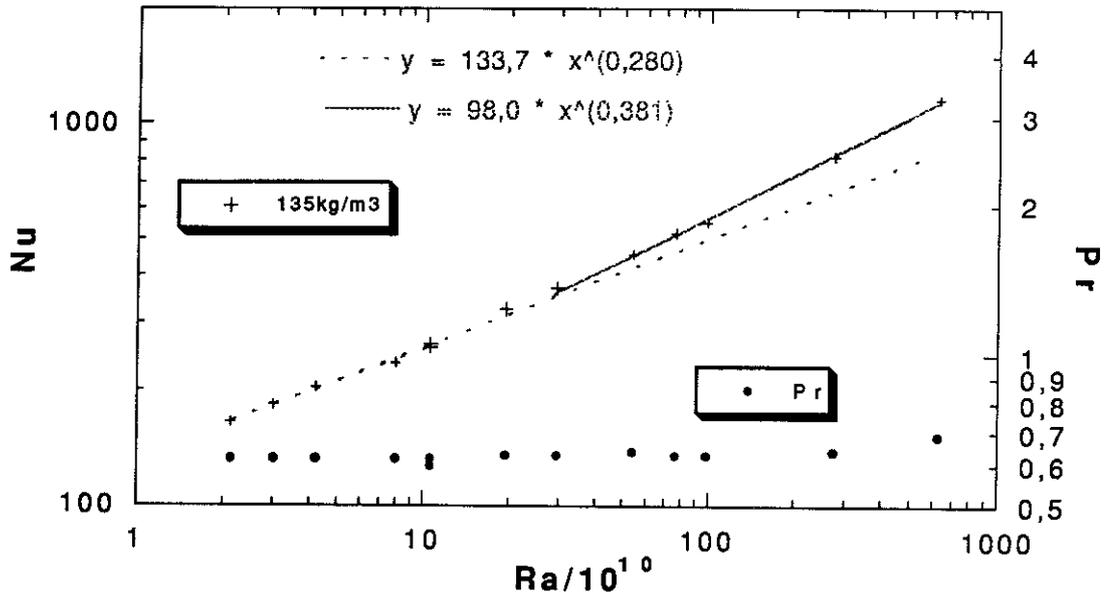


Fig. II-25 : Nu-Ra avec les points réalisés dans l'He liquide ; changement de loi de puissance de Nu en fonction de Ra pour Ra au dessus de 2 10¹¹

La fig. II-25 présente le changement de régime d'une autre manière (sans "compenser" Nu comme sur la fig. II-24) avec les points de l'He liquide. Comme on travaille à densité constante avec d loin de d_{cr}, on s'affranchit d'une variation des propriétés de l'He sur toute la gamme de Ra. Notamment Pr reste fixé. Le changement est net et plus important que la dispersion des points; il se produit vers Ra = 2 10¹¹.

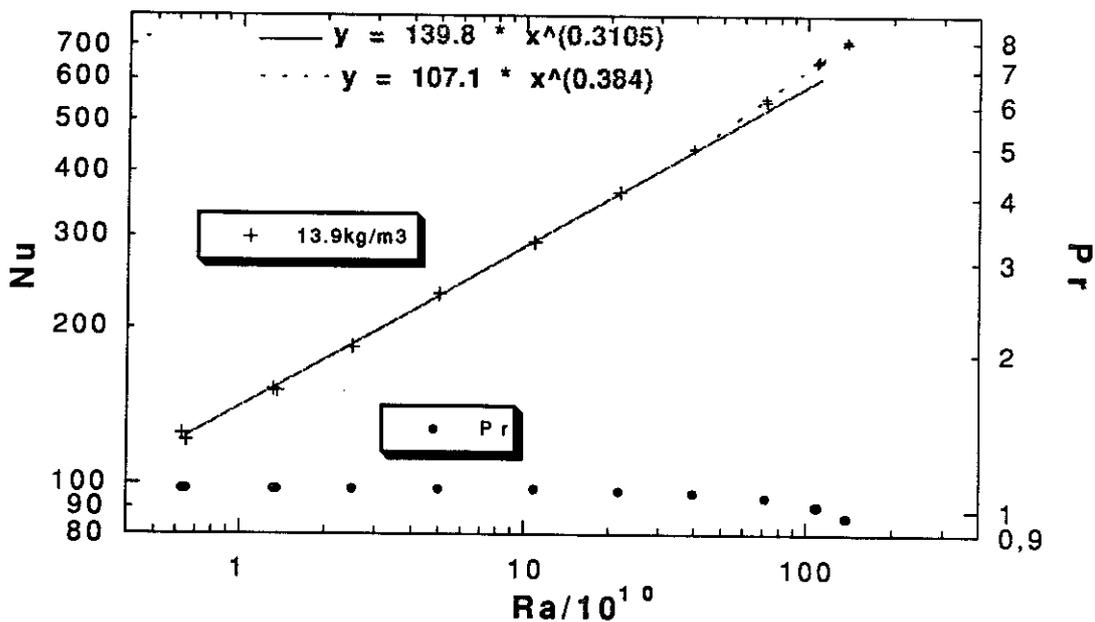


Fig. II-26 : Nu en fonction de Ra pour d = 13.9 kg/cm³. L'exposant 0.384 est indicatif dans la gamme étroite de Ra sur laquelle il est calculé.

De la même manière, on peut regarder l'évolution de Nu pour $d = 13.9 \text{ kg/m}^3$ qui correspond à une valeur de Pr de 1.1 (fig. II-26). La transition est beaucoup moins nette. En prenant les points en-dessous de $Ra = 2 \cdot 10^{11}$, je trouve une loi de puissance d'exposant 0.31 sur presque 2 décades en Ra.

Si on amplifie l'écart par rapport au régime 2/7 en compensant Nu par $Ra^{-2/7}$ pour des points à différentes densités (ou différents Pr), on obtient la courbe de la fig. II-27 :

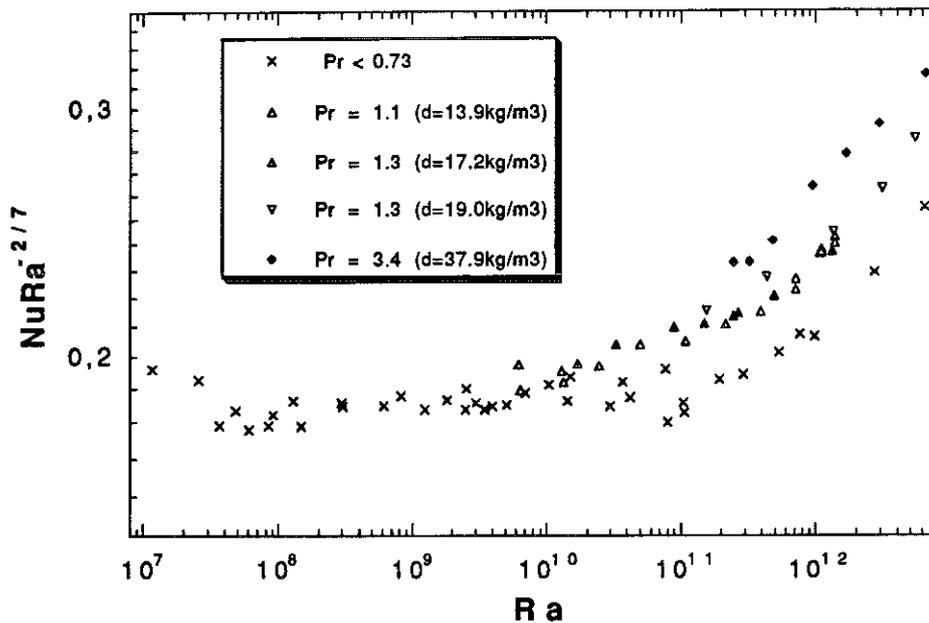


Fig. II-27 : $NuRa^{-2/7}(Ra)$ pour différentes densités ; chaque densité correspond à peu près à un Pr fixé (cela reste valable jusqu'à 40 kg/m^3).

On se rend compte que le début de la transition dépend du Pr (elle semble avoir lieu plus tôt en Ra pour les valeurs de Pr plus élevées). Entre le nouveau régime et le régime 2/7, il semble exister une zone intermédiaire qui explique cet exposant 0.31 sur la fig. II-26. Pour $Ra > 6 \cdot 10^{11}$, $NuRa^{-2/7}$ présente la même variation ou loi de puissance avec Ra quelle que soit la valeur de Pr. Le nouveau régime est bien établi.

D-5- Nouveau régime

Exposant d'une loi de puissance

Comme ce nouveau régime dépend du Pr, pour déterminer l'exposant qui le caractérise (en supposant valable une loi de puissance), les points sont sélectionnés sur un faible intervalle de Pr. Pour avoir suffisamment de points et travailler sur une large gamme en Ra, Pr est pris

ici entre 3 et 4.

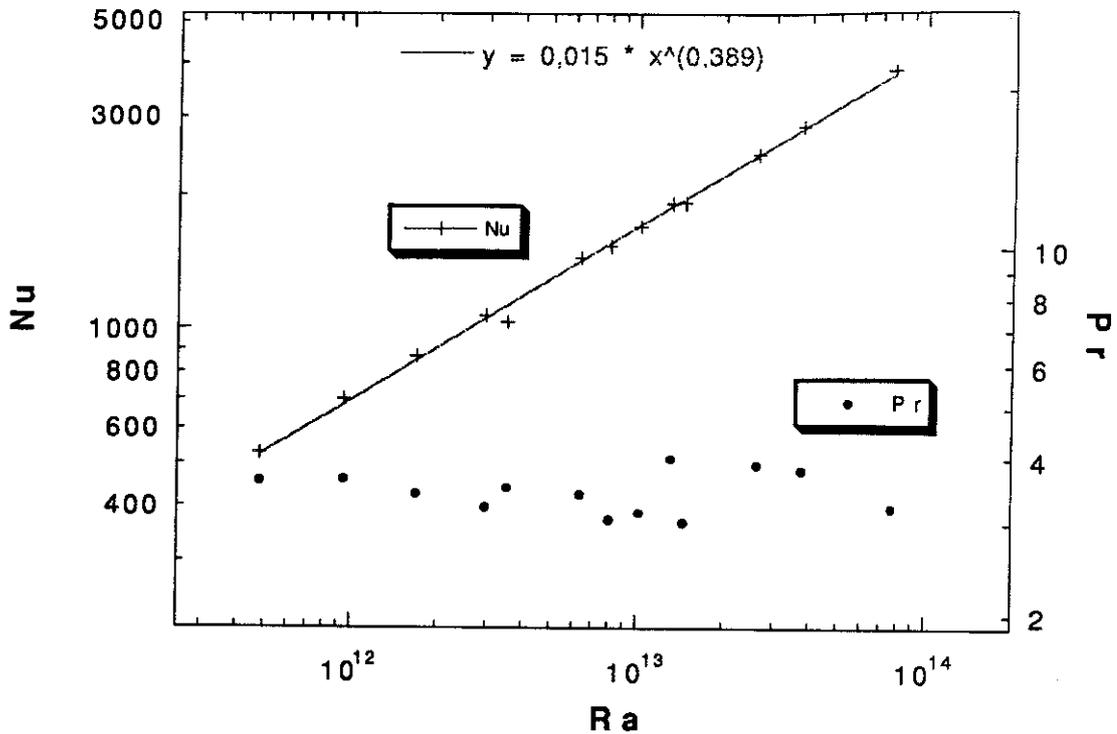


fig. II-28 : Nu en fonction de Ra ($3 \leq Pr \leq 4$) ; la droite est la loi de puissance ajustant au mieux les points.

En mettant la loi de puissance de la fig. II-28 sous une autre forme, on obtient :

$$Nu = 691.4 (Ra/10^{12})^{0.389}$$

Le préfacteur est la valeur de Nu pour $Ra = 10^{12}$

Nu = 115.3	pour Ra = 10 ¹⁰	en extrapolant vers les faibles Ra
Nu ~ 10 ⁴	pour Ra = 10 ¹⁵	en extrapolant vers les forts Ra

Dépendance en Pr

De janvier 1996 à juin 1996, une série de mesure a été faite après avoir résolu les principaux problèmes techniques. La plus haute densité explorée était alors 69.3 kg/m³. Sur le diagramme Nu-Ra la dispersion des points est très faible alors que la variation de Pr est importante. Nous en avons déduit, un peu vite, que la dépendance en Pr était nulle ou plus exactement trop faible pour être détectable par nos mesures.

De novembre 1996 à avril 1997, nous avons fait une troisième série de mesures, notamment en utilisant l'He liquide. Cette fois-ci l'écart entre densités s'accroît, notamment à cause des points dans l'He liquide à 135 kg/m^3 (cf. fig. II-27). Elle peut avoir plusieurs origines :

- * l'incertitude sur la mesure de la densité : les densités de la fig. II-27 sont mesurées à 0.5 % près. Si on suppose que Ra varie comme d^2 (ce qui est le cas pour le gaz parfait), l'incertitude relative sur Ra , due seulement à l'incertitude sur la mesure de la densité, est de l'ordre de 1 % . Pour le liquide, l'incertitude sur la densité est encore plus faible ; de plus les valeurs des propriétés du liquide dépendent faiblement de d et T .
- * la précision des équations des propriétés de l'He. Il est difficile d'estimer l'incertitude liée à ces équations ; d'une densité à l'autre les incertitudes sont, au pire, celles données au § II-A. Cependant, on voit qu'il y a un bon recouvrement, notamment entre les points obtenus avec l'He liquide et les autres points dans le régime 2/7.
- * l'influence du Pr : c'est, très probablement, la principale cause de l'évolution des courbes à différentes densités sur la fig. II-27.

En sélectionnant quelques valeurs de Nu dans le tableau de l'annexe B pour des valeurs de Ra proche de $6 \cdot 10^{12}$ et en les corrigeant par la loi de puissance du nouveau régime pour se ramener exactement à $Ra = 6 \cdot 10^{12}$, on obtient :

$Nu = 1130$	$Pr = 0.69$
$Nu = 1266$	$Pr = 1.06$
$Nu = 1293$	$Pr = 1.14$
$Nu = 1259$	$Pr = 1.26$
$Nu = 1408$	$Pr = 3.4$

Entre les deux valeurs de Pr extrêmes (dans un rapport de 5) la variation de Nu est de 278, ce qui donne une variation relative, significative, de 20 %. L'incertitude sur la mesure, donnée par exemple par les valeurs intermédiaires, est plus faible (de l'ordre de 3 % sur Nu). Si on exprime la dépendance en Pr du Nu par une loi de puissance, l'exposant est de 0.13.

Sur la fig. II-29, la même étude est faite de façon systématique sur une gamme en Ra de deux décades et demi. L'exposant est plus faible (0.07).

Il est encore plus faible (0.06) si on retire les points de l'He liquide. Je n'ai pas distingué les différentes densités comme sur la figure II-27 car pour une même densité (supérieure à 40 kg/m^3) Pr peut varier d'un facteur 12 (cf. les points de mesure dans le tableau de l'annexe B). On voit une tendance pour Nu de croître avec le Pr. Cette tendance serait plus forte pour les faibles valeurs de Pr (≤ 2).

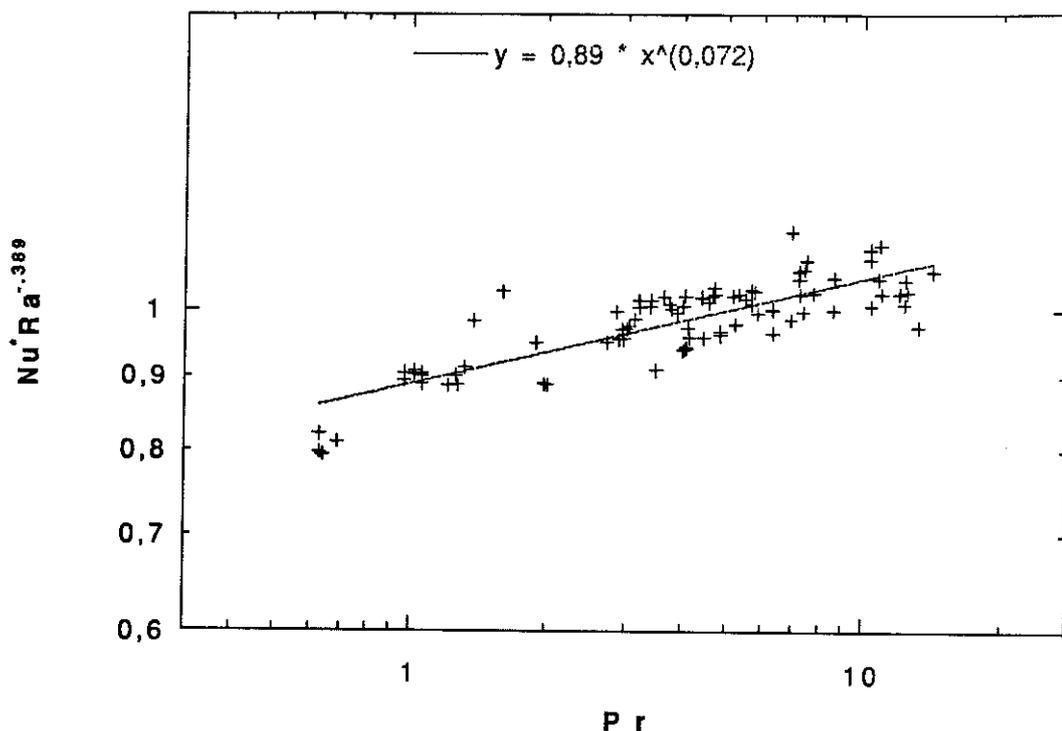


Fig. II-29 : Nu compensée par la loi de puissance de la fig. II-28 en fonction du Pr pour des points de Ra entre $6 \cdot 10^{11}$ et $2 \cdot 10^{14}$.

D-6- Comparaison avec d'autres expériences et avec les prévisions théoriques

D-6-a- L'expérience de Chicago

L'expérience la plus semblable à la nôtre (même fluide, même rapport d'aspect) est celle réalisée à Chicago et détaillée dans la thèse de X.Z. Wu. Les seules différences sont des dimensions de cellule deux fois plus grandes, ce qui signifie que, pour les mêmes conditions de température et de densité, Ra, proportionnel à h^3 , est huit fois plus important. Pour comparer nos points, il a fallu recalculer les valeurs de Nu et de Ra à partir des données brutes de T, d, ΔT , Q car d'anciennes équations de la conductivité thermique de l'He, fausses de 10 % hors région critique, avaient été utilisées pour le calcul de Nu et de Ra (cf. réf. I-7, tableau p. 158). Les points sont portés et comparés avec les nôtres dans le diagramme NuRa de la fig. II-30. On notera que le plus faible Ra mesuré à Chicago est de 10^7 , trois ordres de

grandeur plus élevée que ceux obtenus dans ce travail : en particulier, le régime conductif et le seuil de convection ne sont pas caractérisés. Ceci est dû, entre autres, à la technique de mesure de ΔT , limitée à environ 30 mK. Remarquons que, malgré l'utilisation d'une cellule deux fois plus petite, nous avons obtenu des Ra encore plus élevés qu'à Chicago grâce à notre thermométrie et à des densités plus proches du point critique.

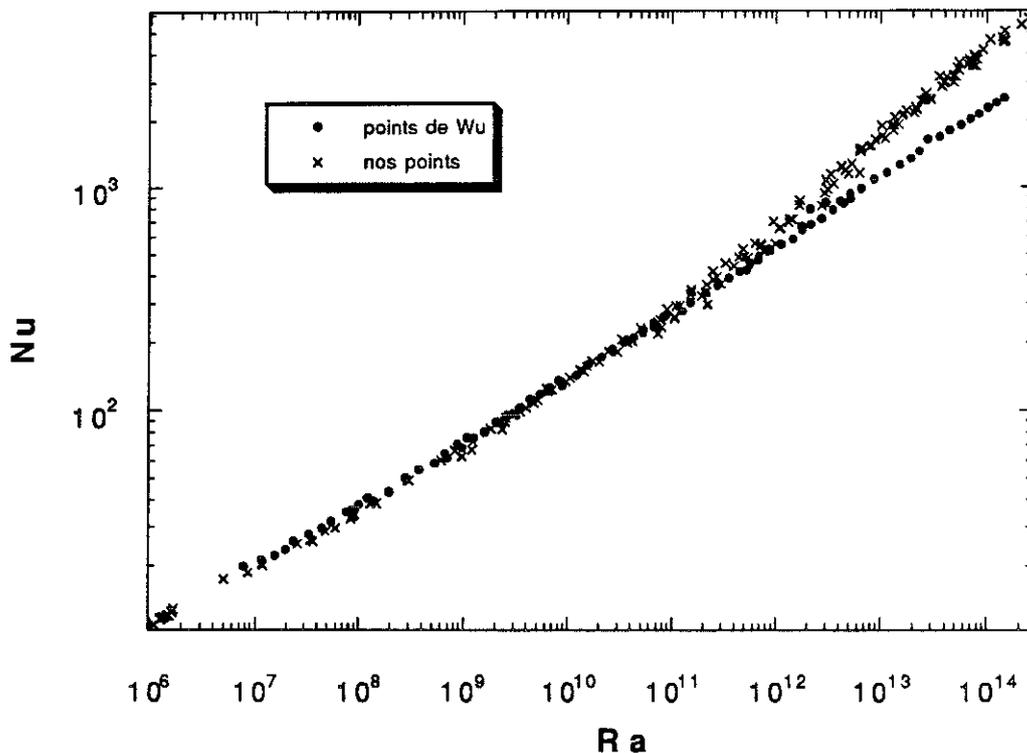


Fig. II-30 : Points obtenus lors de ce travail de thèse Points de Chicago (cf. réf. I-7, p. 158) dans le diagramme NuRa

Si, jusqu'à $3 \cdot 10^{11}$, nous sommes en accord avec les mesures de Wu, ce n'est plus le cas au-delà puisqu'il observe un prolongement du régime 2/7. Pourquoi cet écart qui croît très vite avec Ra (ce qui montre encore l'importance de bien connaître l'exposant des lois de puissance pour pouvoir extrapoler) ? Comme X. Wu a moins besoin de travailler près du point critique pour obtenir des hauts Ra, Pr varie beaucoup moins que lors de nos mesures ; la valeur est, au plus, de 2. Il n'a d'ailleurs pas cherché à se rapprocher de la région critique. Mais même les points réalisés dans l'He liquide s'écartent des points de Wu.

Une autre explication possible est que ses mesures absolues de densité et de température sont entachées d'erreurs. Comme les mesures calorimétriques représentaient une partie moins importante de son travail, elles n'ont pas la même précision que celles présentées ici : la mesure du ΔT

se fait par deux résistances de Ge et pour pouvoir négliger les erreurs d'étalonnage, aucune mesure en-dessous de 30 mK n'est faite (on peut noter que ses résultats présentent des problèmes de recouvrement d'une densité à l'autre). La mesure de la température T se fait par les thermomètres de Ge via un étalonnage fourni par la compagnie Lake Shore (cf. réf. I-7, p. 24). D'après J. Odin, ces étalonnages sont moins placés que ceux que nous avons faits et une erreur de justesse peut atteindre quelques dizaines de mK. Cependant, si les deux thermomètres ont été étalonnés en même temps, ils ont la même erreur d'étalonnage et peuvent donner une bonne mesure de ΔT . La densité est déterminée par l'équation d'état de McCarty et par la mesure de T et de la pression P à chaque remplissage de la cellule. Comme la densité maximale avec laquelle il a travaillé est inférieure à 40 kg/cm^3 , la procédure est correcte. La mesure de la pression se fait à l'aide de jauges capacitives MKS de pression absolue ; c'est-à-dire que la chambre de référence est constituée d'un vide scellé, ce qui est toujours dangereux car ce vide peut se dégrader. Pour vérifier sa calibration, la jauge a été testée sur la courbe de saturation de l'hélium, c'est-à-dire en mesurant la pression de vapeur saturante du bain d'He liquide et en comparant cette pression à la pression que donnent les tables pour la température du bain déduite des résistances de Ge (cf. réf. II-6). La jauge mesure une pression de 3 % inférieure à celle donnée par les tables, ce qui est supérieur à la valeur d'incertitude de 0.5 % donnée par le constructeur (cf. réf. II-7, p. 21) ; il est également possible que l'étalonnage du thermomètre soit faux et surestime la pression. Pour $T = 4.2 \text{ K}$, la pression de saturation, P_{sat} , vaut 1 bar et, sur la courbe de saturation, une variation de la pression de 1 mb correspond à une variation de la température de saturation de 1 mK ; le thermomètre pourrait donc présenter une erreur d'environ 30 mK. En appliquant cette correction de 3 % sur la pression, Wu compense en partie une éventuelle erreur de son thermomètre. J'ai examiné de combien est modifiée la valeur de la densité en supposant correcte la pression donnée par la jauge et, par contre, fausse la valeur de la température ; pour $d = 37.5 \text{ kg/m}^3$, j'ai obtenu 34.0 kg/m^3 , ce qui diminue la valeur de Ra d'environ 20% et modifie peu la valeur de Nu . Cette correction est insuffisante pour compenser l'écart avec nos points. Certes, la précision des mesures est sensiblement moins importante que pour notre travail, mais comme il travaille assez loin de la région critique, ceci ne rend pas compte de l'écart constaté.

Peut-on envisager un effet non Boussinesq ? On a vu que pour les

points où la variation relative de α est trop grande, on a un effet de saturation (fig. II-19) qui peut conduire à un exposant de 0.26. En prenant les données du tableau p. 158, réf. I-7, j'ai calculé $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ suivant la formule proposée (§ II-D-1-b). Pour les deux dernières densités, cette valeur augmente avec ΔT et dépasse 0.38 pour tous les points au-dessus de $Ra = 10^{14}$. Pour les autres densités, plus faibles, la valeur reste inférieure à 0.3. Cette hypothèse n'explique donc que très partiellement le désaccord des mesures de Chicago avec les nôtres.

En résumé, même si les conditions dans lesquelles les mesures ont été réalisées sont loin d'être aussi bien définies que pour nos mesures, ceci ne peut expliquer l'écart observé.

En plus du soin apporté à nos mesures, j'ajoute que nous avons réalisé trois séries de mesure avec retour de la cellule à la température ambiante entre chaque série et que d'une série à l'autre le nouveau régime était toujours observé (les résultats exposés dans la réf. 12 ont été obtenus avec la première série de points).

D-6-b - L'expérience de Goldstein avec l'eau (réf. I-15)

La comparaison est moins évidente car le fluide utilisé est de l'eau ($Pr = 6.4$) et la géométrie n'est pas exactement la même ($\Gamma = 0.57$ au lieu de 0.50). Pour la géométrie, on peut calculer une correction en extrapolant l'évolution de Nu avec Γ (à Ra fixé) obtenue à partir des valeurs de Nu pour $\Gamma = 0.57$ et $2/3$ (cf. tableau 1 points de Goldstein). En prenant une loi de puissance, Nu évolue comme $\Gamma^{-0.19}$, ce qui fait une correction, faible, de +3% ou un facteur correctif de 1.03. Quant au Pr , on peut estimer qu'il y a un facteur de 3 à 6 entre les valeurs de Pr de nos données et celles de Goldstein, dans la gamme commune de Ra . Avec l'exposant de 0.07, déterminé précédemment par une loi de puissance, on obtient une correction de - 4 à - 6% ou de 0.96 à 0.94.

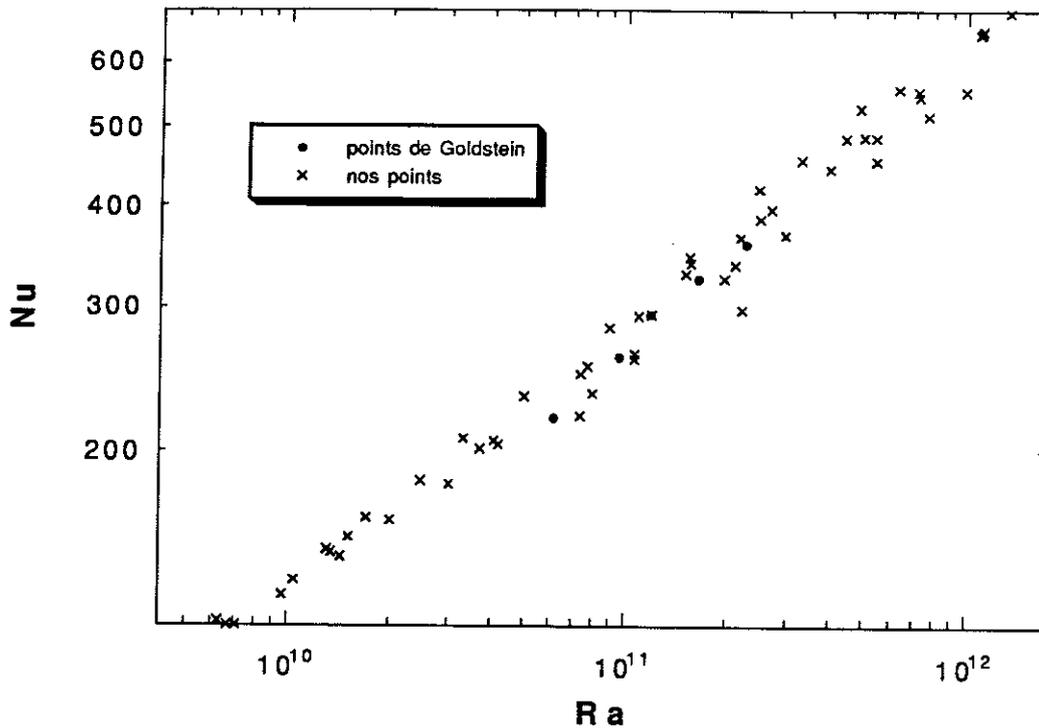


Fig. II-31 : Nos mesures avec $\Gamma = 0.5$ et $Pr = 0.63 - 1.4$ et les points de la réf. I-5 avec $Pr = 5.4$ et $\Gamma = 0.57$.

Sur la fig. II-31, les points ont été portés sans appliquer de correction. On observe que les points de Goldstein sont un peu inférieurs aux nôtres mais suivent bien la même évolution. E.D. Siggia avait observé que ces points présentaient un écart important avec le régime $2/7$ ainsi qu'avec le régime $1/3$ (réf. I-22, p. 150) sans pouvoir vraiment l'expliquer. Ces points présentent un exposant de 0.38 , certes calculé sur une gamme plus faible qu'une décade, mais l'écart reste significatif. Au vu de nos résultats, cette anomalie s'expliquerait parfaitement avec la transition vers le nouveau régime.

L'exposant $1/3$ déterminé par quelques expériences (cf. tableau 1, § I-B-2) peut s'expliquer à son tour par cette zone intermédiaire entre le régime $2/7$ et le nouveau régime d'autant plus que cet exposant est obtenu pour des mesures vers $Ra = 10^{10}$ et au-delà.

Je n'ai pas d'explication pour les résultats (exposant $1/3$) de l'expérience de Goldstein avec un Pr équivalent de 2750 à moins de penser que la zone intermédiaire s'élargit avec le Pr . Sa cellule est aussi plus étendue, et un Γ plus grand pourrait décaler vers des Ra plus élevés l'apparition de ce nouveau régime.

D-6-c- Confrontation avec les théories (réf. I-22 et I-8)

Dans la réf. I-8 p. 115, sont données des lois $Nu(Ra)$ pour le régime asymptotique prévues par d'autres théories que celles décrites dans le paragraphe I-B-4. Par exemple, Howard (réf. citée dans I-8) prévoit :

$$Nu_{\max} = \left(\frac{Ra}{248}\right)^{3/8}$$

ce qui donne pour $Ra = 10^{14}$, $Nu_{\max} = 2.3 \cdot 10^4$, ce qui reste éloigné de ce que l'on obtient. Aucune dépendance en Pr n'est prévue par cette théorie ni la valeur seuil de Ra à partir de laquelle ce régime est observé.

Le régime asymptotique, prévu par Kraichnan dans le cadre de la théorie de longueur de mélange à partir de $Ra = 3 \cdot 10^{23}$ (réf. I-22, p. 142), a le comportement suivant :

$$\begin{aligned} (RaPr)^{1/2}/(\ln Ra)^{3/2} & \text{ pour } Pr \lesssim 1 \\ RaPr^{-1/4}/(\ln Ra)^{3/2} & \text{ pour } Pr \gtrsim 1 \end{aligned}$$

Siggia prévoit la même chose mais à partir d'un Ra plus faible (entre $3 \cdot 10^{12}$ et $2 \cdot 10^{14}$ pour $Pr = 1$). Ce qui se rapproche plus de notre valeur de $Ra = 2 \cdot 10^{11}$ pour $Pr = 0.65$. Si on détermine un exposant équivalent avec ces lois à l'aide de :

$$x = \frac{d \ln Nu}{d \ln Ra}$$

on obtient :

$$x = \frac{1}{2} - \frac{3}{2 \ln Ra}$$

Pour $Ra = 10^{13}$, on a : $x = 0.45$.

Aucune des théories ne prévoit la dépendance en fonction du Pr que nous trouvons.

En conclusion de cette partie, les mesures calorimétriques faites lors de ce travail de thèse confirment l'existence d'un régime en $2/7$. Elles ont surtout permis de mettre en évidence un nouveau régime au-delà de $Ra = 2 \cdot 10^{11}$ (pour le cas $Pr \approx 0.65$). Ce régime est caractérisé par un exposant

de loi de puissance de valeur 0.390 ± 0.005 et une dépendance positive, faible, en Pr (exposant correspondant inférieur à 0.13). La valeur de 0.39 est proche de celles attribuées par les théories sur le régime ultime, aux valeurs de Ra où nous travaillons.

Ce changement de comportement d'une mesure globale (le transfert de chaleur) est la conséquence d'une modification locale de l'écoulement. Pour tenter de comprendre ce qui se passe à l'intérieur de la cellule, nous y avons placé des thermomètres.

La procédure expérimentale et l'analyse de quelques résultats de ces mesures locales sont l'objet de la partie suivante.

Partie III

La cellule de Rayleigh Bénard vue de l'intérieur :
mesures locales de température

Le changement de pente observé sur la courbe $Nu(Ra)$ dans le régime turbulent correspond à une modification importante des mécanismes du transport de chaleur. Or celui-ci est principalement gouverné par la couche limite thermique (cf. I-B-4-a). Il s'agit de comprendre comment elle évolue quand Ra augmente. Les caractéristiques de l'écoulement au centre sont également susceptibles d'être modifiées. Une étude à l'intérieur de la cellule est donc nécessaire. Pour cela, 2 thermomètres (1) ont été placés dans la région centrale. Ces 2 thermomètres sont identiques à ceux utilisés par le groupe de Chicago (réf. I-7). La principale mesure menée et décrite dans cette partie à l'aide de ces thermomètres est une mesure de vitesse caractéristique de l'écoulement. Notre procédure pour déterminer cette vitesse est un peu différente de celle du groupe de Chicago. Les valeurs que nous obtenons sont plutôt en accord avec les leurs. C'est surtout dans l'analyse des résultats et dans leur comparaison aux mesures de Nu que nous nous écartons des travaux du groupe de Chicago.

D'autres analyses sont possibles à partir des signaux de température. Nous ne les avons qu'ébauchées et donnerons les résultats partiels obtenus à la date de la rédaction de cette thèse.

A - APPAREILLAGE

A-1- Les thermomètres

Il s'agit de 2 cubes de semi-conducteur de $200 \mu\text{m}$ de côté, fabriqués à partir de silicium dopé à l'arsenic. Ils ont servi comme bolomètre pour la mesure du rayonnement infrarouge (cf. réf. I-7 p. 29). Pour assurer le contact ohmique 2 faces opposées du cube sont dorées. Sur chacune des faces un fil de constantan de $50 \mu\text{m}$ de diamètre est brasé à l'indium (les opérations ont été réalisées par B. Chabaud); le constantan, alliage de Cu et de Ni, est un métal mauvais conducteur thermique. Ces fils servent aussi de support mécanique aux thermomètres. Les bras de constantan sont brasés à leur autre extrémité sur un fil de Cu, lui-même collé en travers d'un cadre d'inox par une goutte d'araldite (cf. fig. III-1 et III-2)

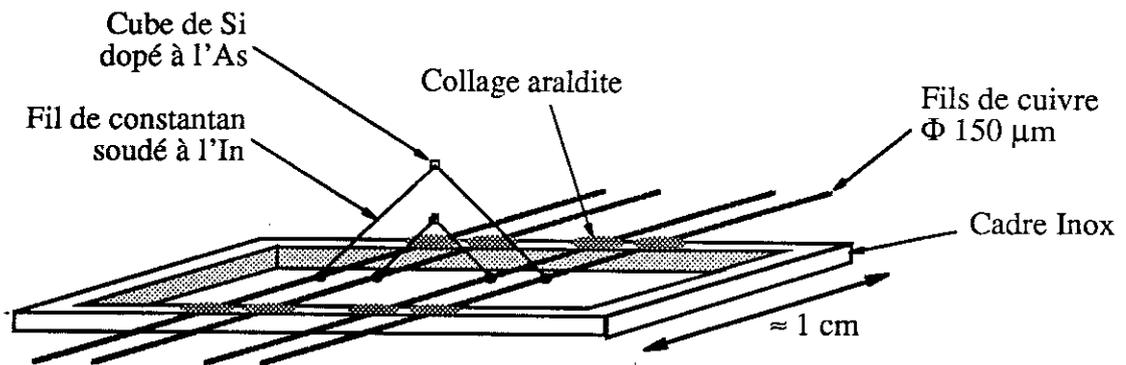


Fig. III-1 : Vue en perspective du cadre inox avec les détecteurs

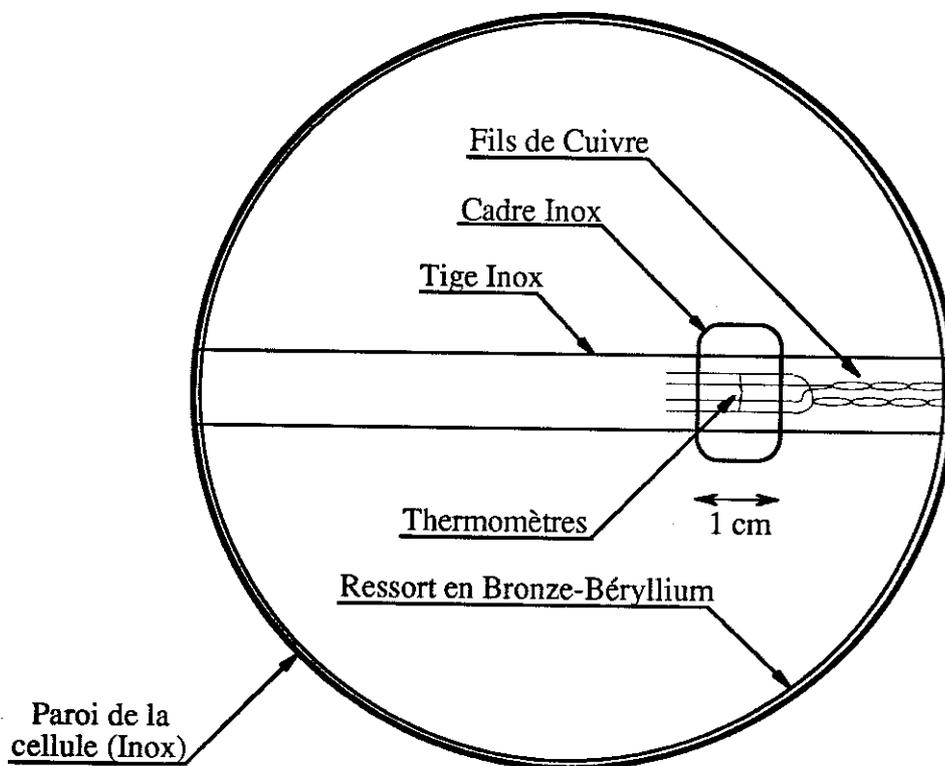


Fig. III-2 : Vue de dessus du montage supportant les détecteurs dans la cellule.

Les fils de Cu servent aussi de conducteurs électriques. Les 2 détecteurs sont placés l'un au-dessus de l'autre, séparés par une distance de 2.34 mm (mesurée au cathétomètre). Le cadre inox est collé, à l'aide d'un vernis (vernis General Electric), sur 2 tiges parallèles d'inox de 0.3 mm de diamètre qui traversent la cellule. Les tiges sont brasées sur un ruban souple en bronze-béryllium cerclé au diamètre de la cellule. L'ensemble est glissé à l'intérieur de la cellule à mi-hauteur. Les détecteurs se trouvent ainsi à mi-distance (2.5 cm) entre le centre et les parois (voir fig. III-3). Sur le ruban de bronze sont collées deux feuilles de kapton portant des pistes électriques sur

lesquelles sont brasés les fils de Cu. A l'autre extrémité des pistes sont brasés des fils de NbTi qui sortent de la cellule par un orifice de 0.5 mm de diamètre dans la plaque du bas. La face interne de la plaque est laissée la plus lisse possible. Les fils débouchent de la face externe par un capillaire rendu étanche (partie décrite dans le paragraphe I-C-2, voir aussi la fig. I-8) et remontent sur le chapeau du calorimètre. Les fils d'amenée continuent sous forme de 3 fils de Cu depuis le sommet du calorimètre jusqu'à l'ambiante. La lecture de la résistance se fait par un pont de Wheatstone 3 fils alternatif et d'une détection synchrone. Chaque bolomètre est mesuré par un pont, ce qui permet d'obtenir des mesures simultanées. La mesure de résistance en 3 fils permet d'enlever la contribution résistive des fils de Cu entre le calorimètre et l'ambiante. Il ne reste que la contribution des 2 fils de Cu à l'intérieur de la cellule qui est inférieure à 0.1Ω , ce qui est négligeable par rapport à la valeur de $1\ 000 \Omega$ des détecteurs vers 4 K. Quant aux résistances des fils de constantan, elles ont la particularité d'être insensibles à la température ($0.57 \Omega/\text{cm}$ à 298 K, $0.52 \Omega/\text{cm}$ à 4 K) et représentent environ 2Ω .

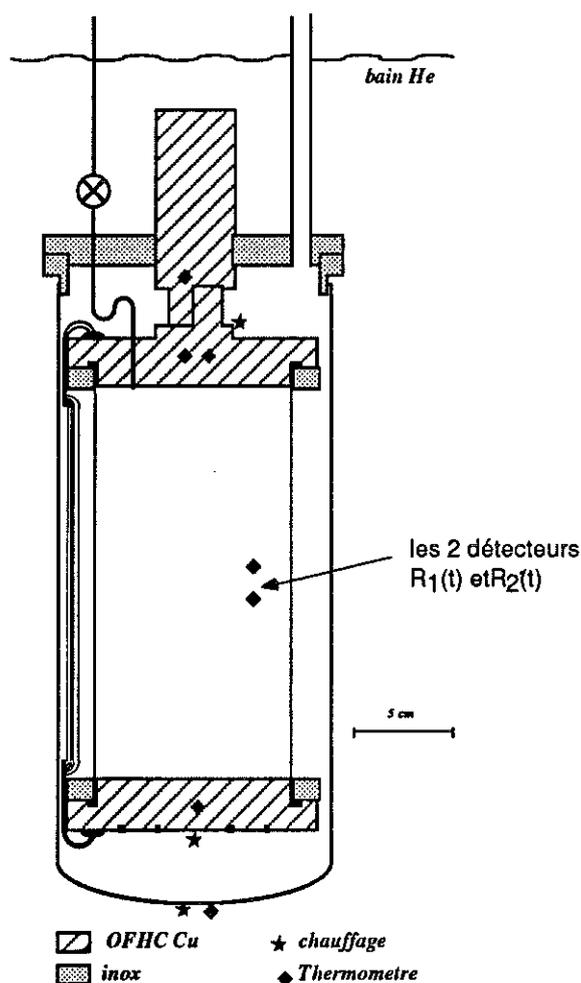


Fig. III-3 : Position des 2 détecteurs dans la cellule

Les thermomètres ont été étalonnés in situ à l'aide des ponts 3 fils par rapport à la résistance de Ge placée dans la plaque du bas. En réalisant les étalonnages dans les mêmes conditions que les mesures, on évite des erreurs comme la contribution résistive des fils de constantan, le décalage du zéro de la tension de sortie des ponts. La procédure consiste à balayer la gamme de température entre 3 et 6 K avec le plus faible ΔT possible, mesuré par le thermocouple. Une douzaine de points sont ainsi obtenus. Puis on détermine une loi d'interpolation comme il est décrit dans le paragraphe II-B-2. La fonction erreur a une forme proche de celle de la fig. II-5 (§ II-B-2) mais avec une amplitude maximale des oscillations de 2 mK. La précision des mesures a son importance pour pouvoir comparer la température moyenne des détecteurs, avec la température moyenne T déterminée par R_{Ge} et ΔT , notamment lorsque les conditions de Boussinesq ne sont pas respectées. La sensibilité des détecteurs est d'environ 3 mK/ Ω vers 5 K et 1.3 mK/ Ω vers 4.2 K ; la résistance décroît approximativement comme $\frac{1}{T}$.

Dans les paragraphes suivants sont décrits les différents éléments de la chaîne d'acquisition et de traitement des 2 signaux :

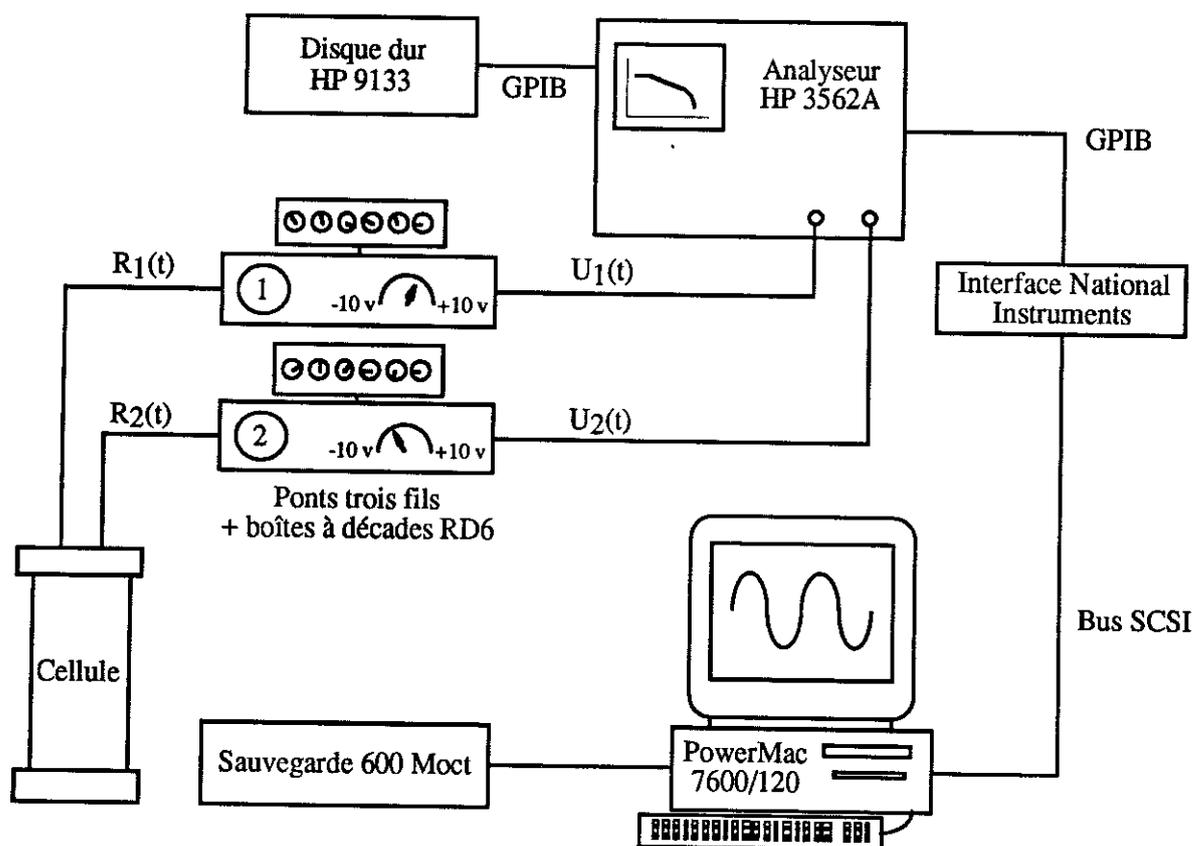


Fig. III-4 : Schéma de la chaîne d'acquisition entre les détecteurs et l'ordinateur Power Macintosh

A-2- Les ponts 3 fils

La mesure de résistance se fait par un pont de Wheatstone alternatif d'un modèle développé au laboratoire il y a près de 30 ans. Il délivre une tension continue fonction du déséquilibre entre la résistance variable RD6 du pont (résistance à 6 décades) et la résistance X à mesurer.

L'avantage principal et décisif de ces ponts est leur fréquence de détection : 4 et 5 kHz. Elle permet de mesurer des fluctuations de fréquences inférieures jusqu'à environ 1 kHz, ce qui est amplement suffisant pour la convection de Rayleigh Bénard. Les ponts analogiques bas bruit habituellement utilisés au C.R.T.B.T. travaillent à une fréquence de l'ordre de 30 Hz, ce qui les rend inutilisables pour notre étude.

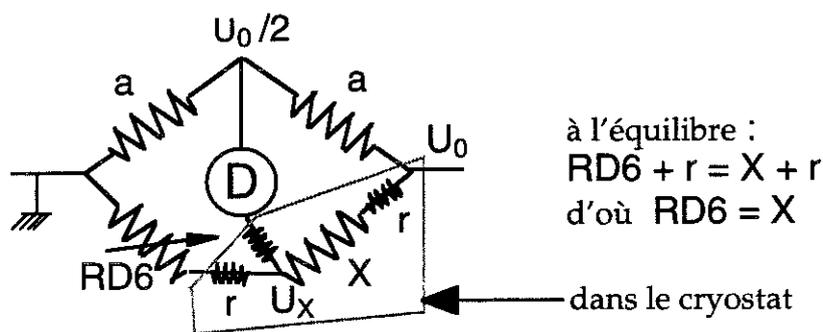


Fig. III-5 : Schéma de principe du pont de Wheatstone 3 fils

Lors d'une mesure de fluctuations de température, on règle la RD6 à peu près à la valeur moyenne de la résistance du détecteur.

A l'ordre 0, en négligeant la résistance des fils d'amenées r et la non linéarité du pont, on a :

$$1 - \frac{X}{RD6} = \frac{4 U_D}{U_0}$$

- U_0 tension appliquée à l'entrée du pont, limitée à 10 mV ;
- U_D tension aux bornes du détecteur D. Après amplification, elle donne la tension en sortie U_s du pont qui est donc fonction des fluctuations de X. La gamme de tension en sortie est de ± 10 V. Pour utiliser pleinement cette gamme, on ne joue pas sur l'amplification en sortie, maintenue constante pendant toutes les mesures, mais sur U_0 , le niveau d'injection.

Pour passer de la valeur de tension en sortie, qui est la mesure brute lors de l'acquisition, à la valeur de température correspondante, il faut convertir la tension d'abord en résistance puis en température à l'aide des lois d'étalonnage. A chaque opération, il est important de tenir compte de toutes les non-linéarités significatives qui peuvent modifier la forme d'un histogramme ou d'un spectre par rapport aux valeurs brutes.

Un calcul plus rigoureux conduit à :

$$U_x = \frac{U_o}{(RD6 + X + 2r)} (RD6 + r) = \frac{U_o}{\frac{X+r}{1 + \frac{RD6+r}{X+r}}} \quad (\text{diviseur de tension})$$

Comme :

$$U_D = \frac{U_o}{2} - U_x$$

on obtient :

$$1 + \frac{X+r}{RD6+r} = 2 \left(1 - \frac{2U_D}{U_o} \right)^{-1}$$

Comme r est négligeable devant $RD6$ ou X (1 pour 500 Ω au pire), on peut développer au 1er ordre en $\frac{r}{X}$ ou $\frac{r}{RD6}$;

$$1 + \frac{X+r}{RD6+r} \approx 1 + \frac{X}{RD6} \left(1 - \frac{r}{RD6} \right) + \frac{r}{RD6}$$

en développant jusqu'à l'ordre 2 en $\frac{U_D}{U_o}$ pour tenir compte de la non-linéarité du pont :

$$1 + \frac{r}{RD6} + \frac{X}{RD6} \left(1 - \frac{r}{RD6} \right) = 2 \left(1 - \frac{2U_D}{U_o} + \frac{4U_D^2}{U_o^2} + O\left(\frac{U^3}{U_o^3}\right) \right)$$

$$\left(1 - \frac{X}{RD6} \right) \left(1 - \frac{r}{RD6} \right) \approx + 4 \frac{U_D}{U_o} - 8 \frac{U_D^2}{U_o^2}$$

On obtient la relation simplifiée entre la tension de sortie U_s du pont et X :

$$1 - \frac{X}{RD6} = g U_s - \text{coef}_{NL} g^2 U_s^2$$

- g tient compte de r , $RD6$, U_o et aussi du gain d'amplification en sortie ; il est déterminé par étalonnage pour chaque modification d'un de ces paramètres.
- coef_{NL} vaut $\frac{1}{2}$ (en négligeant $r/RD6$ devant 1 à cet ordre) et est indépendant des paramètres. En pratique, lors d'un étalonnage en

mettant une résistance étalon à la place de X, on a trouvé 0.55 et le coefficient semble dépendre de l'amplification en sortie. C'est pour cette raison que celle-ci est laissée fixe.

Le pont 3 fils de conception ancienne représente sans doute le maillon faible de la chaîne d'acquisition ; il présente notamment les défauts suivants :

- le bruit est assez élevé ; son étude montre que c'est un bruit blanc (jusqu'à 300 Hz au moins) gaussien de densité spectrale $\sim 10^{-6} \text{ V}^2/\text{Hz}$ indépendante du niveau d'injection.
- la détection synchrone, lors de la démodulation du signal alternatif dont la fréquence porteuse est de 4 kHz pour un pont et 5 kHz pour l'autre, introduit dans le signal des harmoniques où la fréquence double domine. Cette composante, malgré les filtres analogiques placés juste avant la sortie du pont, risque de saturer le convertisseur analogique numérique et oblige à travailler avec une gamme supérieure à 3 V sur le convertisseur pour les signaux présentant une composante mesurable au-delà de 50 Hz. Elle n'est gênante que pour les signaux à faible fluctuation en tension pour lesquels la résolution numérique est donc moins bonne. Elle est de toute façon éliminée par filtrage numérique.

A-3- L'analyseur de spectre H.P. 3562 A

La conception de cet appareil date de plus de 15 ans mais il reste très performant (H.P. ne le fabrique malheureusement plus). Le même appareil a été utilisé par le groupe de Chicago. Il permet une acquisition numérique simultanée de 2 signaux à une fréquence d'échantillonnage pouvant aller jusqu'à 260 kHz. Les points sont codés sur 14 bits par rapport à la gamme de tension imposée. Ils sont regroupés par bloc de 2048 points ou "record". L'appareil peut faire sur chaque bloc des opérations classiques de traitement du signal comme une transformée de Fourier rapide (F.F.T., Fast Fourier Transform en anglais) ou un histogramme. Un de ses points faibles est une capacité mémoire limitée (~ 64 koct) qui ne lui permet pas de stocker plusieurs blocs. Sans spécification, un bloc de données est détruit par le bloc suivant ; de même pour les blocs d'analyse (F.F.T. ou histogramme). La seule possibilité, pour l'analyseur seul, de conserver toutes les analyses est de moyennner au fur et à mesure de l'acquisition des blocs.

Pour notre analyse, en particulier les analyses statistiques sur le signal turbulent, nous avons besoin de beaucoup de points (ici, pour chaque valeur de Ra , 3 millions de mesures sont effectuées par thermomètre sans interruption). Il existe une autre procédure sur l'analyseur appelée "throughput". Elle nécessite l'installation d'un lecteur/enregistreur suffisamment rapide et avec une mémoire adaptée, connecté à l'analyseur par un câble G.P.I.B.. Le disque dur H.P. 9133 avec une capacité de 14 Mégaoctets (Moct) peut stocker en temps réel 3 200 blocs d'entiers (les points sont codés sur 2 octets) à condition de travailler à une fréquence d'échantillonnage inférieure à 3 kHz. Les données peuvent être ensuite rappelées par l'analyseur pour les traitements habituels.

A-4- L'ordinateur Power Macintosh

Quelques caractéristiques de cet appareil sont :

- 120 MHz de fréquence d'horloge
- 64 Moct de mémoire vive
- 1 Goct de disque dur
- système d'exploitation Mac OS 7.5.1

Sa rapidité et la capacité de ses mémoires permettent de mener les calculs sur des fichiers de 12 Moct sans réelles difficultés et dans des temps assez courts (~ 4 mn pour le transfert d'un fichier en mémoire vive et une opération simple sur chacun des points).

Si l'analyseur H.P. permet de réaliser les opérations de base en traitement du signal, il est limité pour les analyses statistiques développées récemment sur les signaux turbulents (voir par exemple réf. 2 ou 3). Il faut donc pouvoir transférer les données du disque dur H.P. sur l'ordinateur Power Mac. Cette phrase cache en réalité énormément de difficultés qui ont été insurmontables à Chicago (cf. p. 32 réf. I-7) et ont bien failli nous faire renoncer. L'analyseur H.P. et l'ordinateur Power Mac représentent 2 mondes (informatiques) à la fois semblables et différents : chacun possède son cerveau (une unité centrale de processeur), son réseau de communication (General Purpose Interface Bus (G.P.I.B.) pour l'analyseur H.P., Small Computer Systems Interface (S.C.S.I.) pour le Power Mac) et son langage ou protocole de communication. Le réseau permet l'échange d'informations entre l'unité centrale et les périphériques. L'unité centrale gère les échanges

de messages sur le réseau tandis que les autres appareils sont passifs ; on parle de maître pour l'unité et d'esclaves pour les périphériques. On comprend aisément que sur un réseau, il ne peut y avoir qu'un seul maître. S'il existe une interface (fabriquée par National Instruments et composée d'une carte à puce et de mémoires tampons de quelques koct.) pour passer d'un monde à l'autre, elle ne résout pas le problème de la coexistence de 2 maîtres.

La clé de la solution a été de rendre passif temporairement l'analyseur pour les opérations de transfert et de le laisser actif pour les autres opérations (acquisition et analyse). Pour réaliser cela, il faut lui donner la main et séparer le réseau G.P.I.B. du réseau S.C.S.I. Pour les opérations de transfert, l'analyseur redonne la main à l'interface et donc au Power Mac. Le transfert se fait bloc par bloc depuis le disque dur HP 9133 jusqu'à la mémoire du Power Mac via l'analyseur HP. Ce dernier renvoie les données sous forme de réels. Le transfert entre le disque dur HP et l'analyseur impose que ce dernier reprenne temporairement la main. Evidemment pour maîtriser les différentes étapes, il faut bien connaître les fonctions de l'analyseur et les ordres à lui envoyer (on dispose de 2 épaisses notices informatiques HP 3562A Operating Manual et Programming Manual) mais également les fonctions du langage utilisé par le G.P.I.B. (protocole de communication I.E.E.E. 488 défini par l'Institute of Electrical and Electronic Engineers permettant un échange de 3 Moct/s).

Enfin, une dernière difficulté consiste à intégrer tous les ordres sur un programme informatique exécuté par le Power Macintosh. Les mesures calorimétriques (cf partie II) avaient été analysées par un programme écrit avec le langage informatique FORTRAN, le programme étant lu et compilé avec un logiciel Macintosh Program Workshop. Mais les possibilités d'entrées et de sorties de la mémoire vive sont très limitées avec ce logiciel. Au laboratoire a été développée depuis quelques années une bibliothèque de programmes (appelée "Manip") qui permet d'utiliser les outils de Mac OS 7.5.1, ce qui ouvre beaucoup de possibilités pour le transfert et la gestion des données en mémoire vive. Ces programmes sont écrits dans un langage C compatible avec l'environnement Macintosh. Ils sont édités et compilés par le logiciel "Code Warrior IE 6". Pour pouvoir utiliser cette bibliothèque, il faut soi-même écrire un programme en langage C et maîtriser les subtilités de "Manip" (à l'aide d'une notice interne au CRTBT). En

résumé, le programme de transfert exécuté par le Power Mac envoie les ordres nécessaires à l'analyseur HP via l'interface National Instruments et le réseau G.P.I.B. et gère les entrées et sorties de la mémoire vive de l'ordinateur Mac. D'autres programmes ont bien sûr été développés pour les analyses des données recueillies sur le Power Mac. La mise au point du programme a été coûteuse en temps. Une solution alternative plus rapide aurait nécessité l'achat d'autres appareils pour remplacer l'analyseur (par exemple un convertisseur numérique analogique et un ordinateur compatible pour le piloter et recueillir les données) sans parvenir tout à fait au même résultat.

Une grande partie du traitement des données a pu être automatisée. En effet, après avoir obtenu les conditions de mesure (état d'équilibre dans la cellule correspondant à un Ra donné), les différentes opérations suivantes sont exécutées à partir du programme Macintosh, et sans nécessiter la présence d'une personne (donc utilisable pendant la nuit) :

- l'exécution d'une session "throughput" d'acquisition de $3 \cdot 10^6$ points/voie en temps réel et de stockage sur le disque dur HP.
- l'enregistrement de ces données sur le disque dur du Power Mac ; les données sont alors sous forme de tension, ce qui représente 12 Moct/voie. Elles sont ensuite converties en température dans un autre fichier.
- le rappel par l'analyseur HP des 1600 blocs/voie de données du disque dur HP pour une analyse spectrale.
- la sauvegarde sur une disquette des résultats (spectres de puissance, spectre de corrélation, cohérence).
- le 2e rappel pour une analyse en histogramme de chacune des voies.
- la sauvegarde des résultats.
- le 3e rappel pour une analyse spectrale à une fréquence dix fois plus faible pour une meilleure résolution en basse fréquence.
- la sauvegarde des résultats.

La prise de données peut représenter près de 20 h aux basses fréquences rencontrées (~ 20 Hz), pendant lesquelles les conditions expérimentales doivent être particulièrement stables. L'enregistrement et le traitement des données sont effectués en environ 9 heures.

Sur la fig. III-6 est présenté le résultat de 2 analyses successives pour un point de mesure :

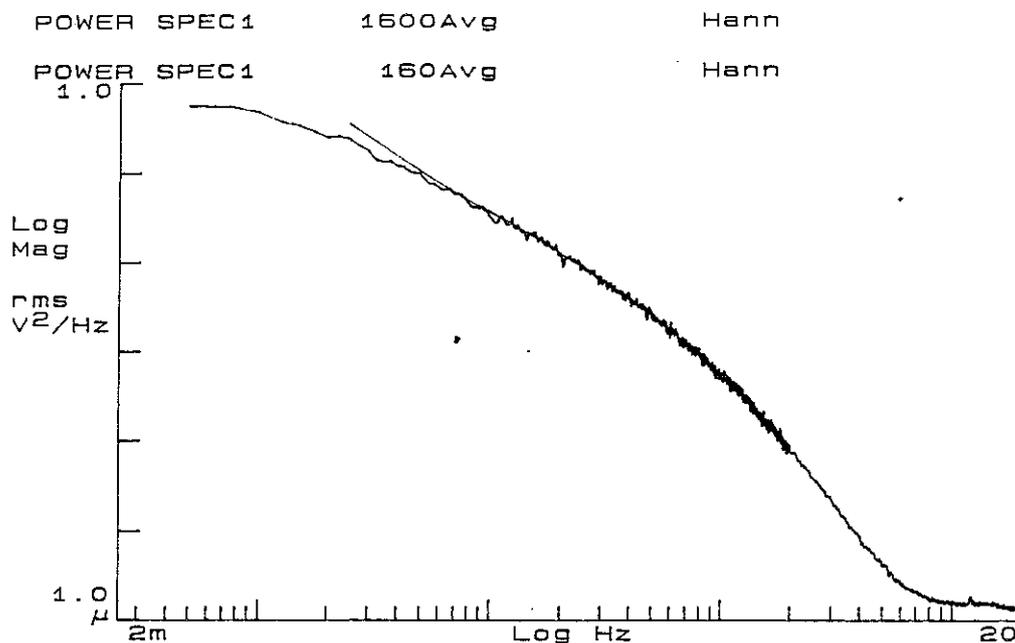


Fig. III-6 : Spectres de puissance superposés des 2 analyses en fréquence. Les caractéristiques du point de mesure sont données dans la 2e colonne du tableau ci-dessous.

Le tableau ci-dessous donne quelques caractéristiques expérimentales pour 2 sessions correspondant à des points extrêmes en ΔT .

Ra	$6.3 \cdot 10^{12}$	$1.06 \cdot 10^{11}$
Pr	0.69	0.63
ΔT (mK)	720	11.8
Fréquence de coupure du spectre (Hz)	120	10
Fréquence d'échantillonnage de l'analyseur H.P. (Hz)	512	51.2
Injection du pont trois fils (mV)	3.5	10
Niveau du bruit ($10^{-6}V^2/Hz$)	1.1	1.3
Résolution à cause du bruit (μK)	25	10
Amplitude de variation du signal en sortie du pont (V)	6	0.8
Durée de la prise de données (h)	1h45	17h45

La résolution a été déterminée en intégrant le niveau de bruit sur la bande passante du filtre numérique de l'analyseur (200 Hz dans le 1er cas, 20 dans l'autre) et en utilisant la conversion tension température qui est de l'ordre de 1.5 mK/V.

Avec cette automatisation, il a été moins fastidieux d'exécuter une cinquantaine de sessions de ce type pour couvrir une gamme en Ra de 10^7 à $1.4 \cdot 10^{14}$ (ou $6.5 \cdot 10^{14}$ dans des conditions non Boussinesq).

Nous avons rapidement saturé le disque dur du Power Mac et il a fallu procéder aux sauvegardes des données et à leur conversion en température sur des disques compacts non réinscriptibles. En effet, pour chaque session nous avons 25 Moct sous forme de tension et 25 Moct sous forme de température. Au bout de 20 sessions, nous avons dépassé les capacités du disque dur.

Après la description de la chaîne d'acquisition et de traitement des signaux des 2 thermomètres, en quantités suffisantes pour faire des analyses statistiques, les paragraphes suivants sont consacrés à l'analyse des mesures. Elle s'effectue selon 2 procédures suivant l'appareil utilisé et la nature des données :

- Etude avec l'analyseur HP 3562A sur les données de tension. L'analyse est rapide car elle se fait sur les données brutes avec des opérations préprogrammées sur l'appareil. L'inconvénient est de travailler sur les tensions et non les températures, ce qui peut introduire des distorsions sur certains résultats comme les histogrammes. Cependant, notre expérience sur les signaux de vitesse obtenus à l'aide d'un fil chaud où la relation entre la vitesse et la tension est violemment non linéaire montre une très faible différence entre un spectre de puissance de tension et celui de vitesse. L'analyseur dispose des opérations classiques de traitement du signal mais pas celles particulières appliquées récemment aux signaux turbulents (réf. 2 ou réf. 3 par exemple). C'est la raison pour laquelle la 2^{ème} procédure est nécessaire.
- Etude avec l'ordinateur Macintosh sur les données de température. A la difficulté du transfert depuis l'analyseur HP s'ajoute celle de faire les programmes pour traiter les signaux et gérer les différents fichiers, ce qui demande beaucoup de temps. En contrepartie cette étude offre énormément de possibilités d'analyses des signaux. J'indiquerai les analyses qui ont été menées au moment de la rédaction de cette thèse et les perspectives attendues.

B - RESULTATS AVEC L'ANALYSEUR DE SPECTRE HP MESURE D'UNE VITESSE CARACTERISTIQUE

B-1- Les différentes analyses - La phase du spectre de corrélation

A partir des deux séries temporelles de tension (une par voie) plusieurs analyses sont menées pour chaque valeur de Ra :

B-1-a - Les histogrammes des tensions

Les histogrammes montrent comment le signal est distribué entre ses valeurs maximale et minimale. En pratique, l'analyseur divise l'intervalle compris entre $+U$ et $-U$ (U est la gamme de tension utilisée par l'analyseur pendant l'acquisition) en 256 sous-intervalles ou canaux égaux. L'histogramme correspond aux nombre de points de tension qui tombent dans chaque canal. On obtient la densité de probabilité (ou probability density function, p.d.f. en anglais) en divisant le nombre obtenu dans chaque canal par le nombre total de points.

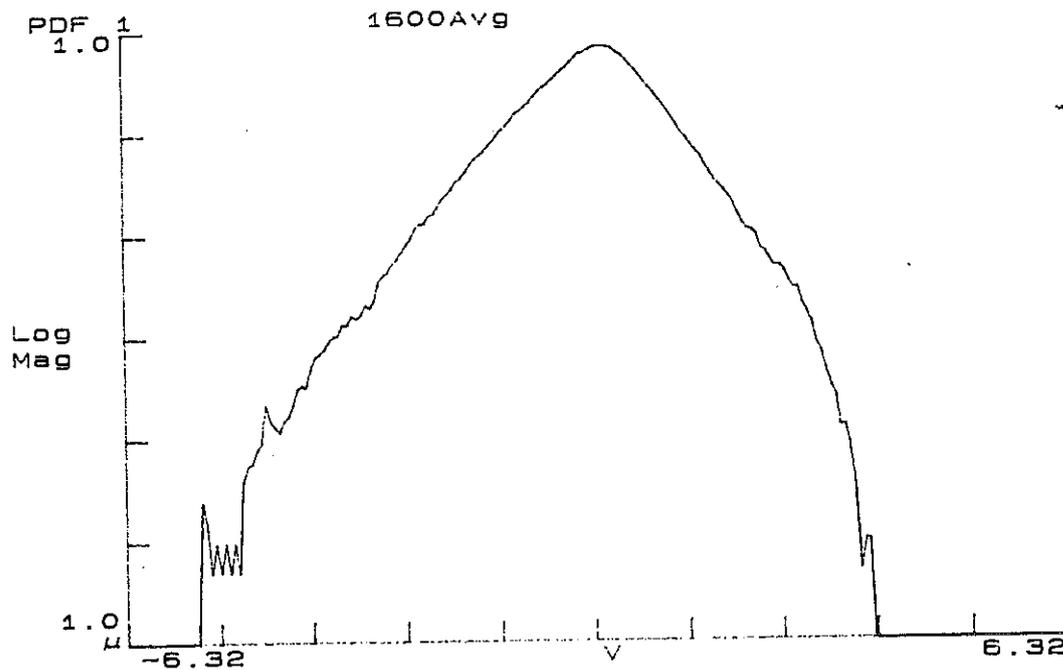


Fig. III-7 : Densité de probabilité pour $Ra = 9.8 \cdot 10^{11}$, $Pr = 0.63$, $\Delta T = 107$ mK.

Nous n'avons pas fait d'études systématiques (X. Wu a déjà mené ce genre d'étude à Chicago, cf. réf. I-7 p. 126 à 128) parce que nous avons la possibilité de la faire directement sur les signaux de températures. Ce dernier travail ne rentre pas dans le cadre de ce manuscrit.

B-1-b - Les spectres de puissance des fluctuations de tension

L'analyseur procède d'abord à un développement en série de Fourier sur chaque bloc de 2048 points à l'aide d'une transformée de Fourier rapide. Il considère le signal périodique de période égale à la durée du bloc, t_F . Pour éviter les effets de bord dus à cette procédure, la fenêtre de Hann est utilisée. A partir de chaque bloc, l'analyseur construit un fichier de 800 coefficients de Fourier correspondant chacun à une des fréquences, réparties linéairement entre 1/800ème de la fréquence d'analyse et la fréquence d'analyse (avant de lancer l'acquisition, l'utilisateur donne la valeur de la fréquence d'analyse et l'analyseur fixe la fréquence d'échantillonnage à 2.56 fois la valeur de la fréquence introduite). L'analyseur multiplie ce fichier de transformées par son complexe conjugué pour obtenir le spectre de puissance :

$$F [U](f).F^* [U](f)$$

L'analyseur moyenne ensuite cette grandeur sur le nombre des blocs (1600 dans notre expérience, le fichier obtenu est noté $G_{11}(f)$).

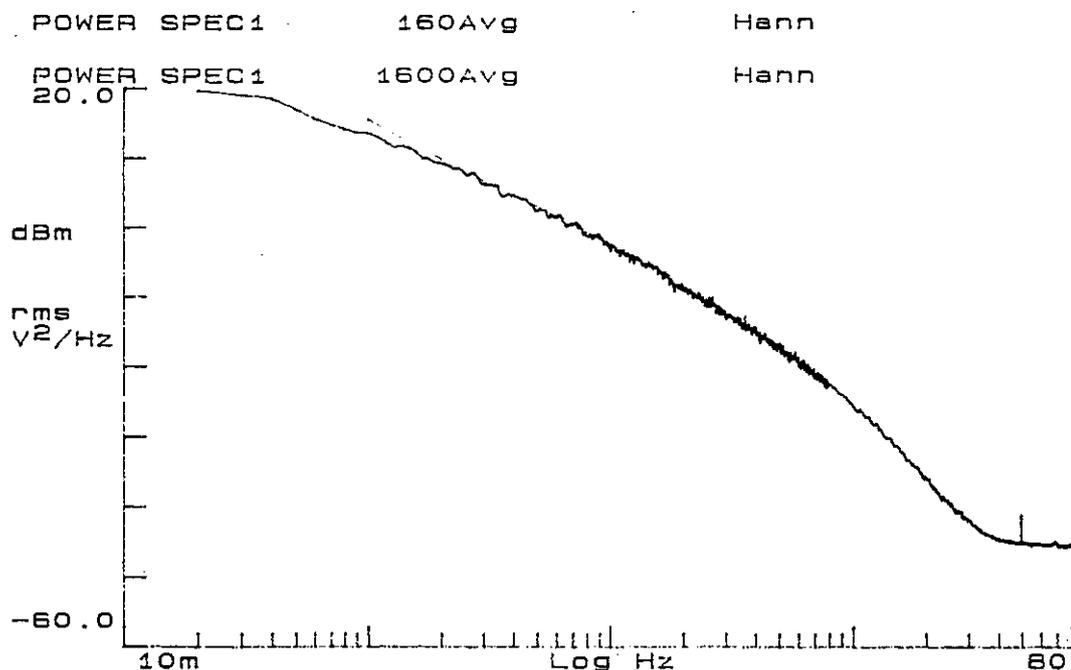


Fig. III-8 : Spectre de puissance des fluctuations du signal de tension du détecteur obtenu par double analyse ($f = 80$ et 8 Hz) sur l'analyseur de spectre H.P. $R_a = 9.8 \cdot 10^{11}$, $Pr = 0.63$, $\Delta T = 107$ mK.

La figure III-8 est un exemple de spectre de puissance du signal de tension (voir aussi fig. III-6). Pour les mêmes raisons que précédemment,

nous n'avons pas fait d'études systématiques des courbes de densité spectrale de tension.

B-1-c - Le spectre de corrélation entre les tensions de chaque voie

L'analyseur, à la différence des analyses précédentes, utilise ici simultanément les 2 signaux provenant de chacun des 2 thermomètres, distants de 2.3 mm l'un de l'autre. Il obtient la densité spectrale de corrélation en multipliant la transformée d'un bloc du 1er signal par le complexe conjugué de la transformée du bloc du 2e signal acquis en même temps :

$$F[U_1](f).F^*[U_2](f)$$

L'analyseur moyenne ensuite sur le nombre de blocs (1600) pour obtenir le spectre total, noté $G_{12}(f)$.

A la différence de G_{11} et G_{22} , G_{12} n'est pas réel et possède donc une phase $\varphi(f)$: $G_{12} = |G_{12}| e^{j\varphi(f)}$.

G_{12} s'écrit aussi :

$$G_{12}(f) = \frac{1}{N_B} \sum_{\text{blocs}} \left(\frac{1}{(N_F)^2} \sum_{t=0}^{t_F} \sum_{t'=0}^{t_F} U_1(t) U_2(t') e^{j2\pi f(t-t')} \right)$$

$N_B = 1600$; $N_F = 2048$ points (nombre de points d'un bloc);
 t_F : durée d'un bloc

En posant $\tau = t - t'$:

$$G_{12}(f) = \left(\frac{1}{N_B N_F} \right) \sum_{\text{blocs}} \sum_{t=0}^{t_F} \left(\frac{1}{N_F} \sum_{\tau=0}^{t_F} U_1(t) U_2(t-\tau) e^{j2\pi f\tau} \right)$$

$$= \frac{1}{(N_B N_F^2)} \sum_{\text{blocs}} \left[\sum_{\tau=-t_F}^0 \sum_{t=0}^{\tau+t_F} U_1(t) U_2(t-\tau) e^{j2\pi f\tau} + \sum_{\tau=0}^{t_F} \sum_{t-\tau}^{t_F} U_1(t) U_2(t-\tau) e^{j2\pi f\tau} \right]$$

$$= \frac{1}{N_F} \sum_{\tau=-t_F}^0 \left[\frac{1}{(N_B N_F)} \sum_{t=0}^{\tau+N_B t_F} U_1(t) U_2(t-\tau) \right] e^{j2\pi f \tau} +$$

$$\frac{1}{N_F} \sum_{\tau=0}^{t_F} \left[\frac{1}{(N_B N_F)} \sum_{t=\tau}^{N_B t_F} U_1(t) U_2(t-\tau) \right] e^{j2\pi f \tau}$$

En négligeant τ devant $N_B t_F$ les termes entre crochets sont considérés comme égaux à :

$$\frac{1}{(N_B N_F)} \sum_{t=0}^{N_B t_F} U_1(t) U_2(t-\tau) = \langle U_1(t) U_2(t-\tau) \rangle.$$

On obtient alors :

$$G_{12}(f) = \frac{1}{N_F} \sum_{\tau=-t_F}^{t_F} \langle U_1(t) U_2(t-\tau) \rangle e^{j2\pi f \tau}$$

$\langle U_1(t) U_2(t-\tau) \rangle$ représente la corrélation temporelle entre les 2 signaux. Si les signaux sont stationnaires cette fonction est indépendante de l'origine des temps t et dépend seulement de τ . G_{12} représente donc la transformée de Fourier de la corrélation temporelle.

L'analyseur construit également le spectre de cohérence qui n'est autre que :

$$CH(f) = \frac{G_{12} G_{12}^*}{G_{11} G_{22}}$$

Comme G_{12} , produit scalaire, est inférieur à $\sqrt{|G_{11}| |G_{22}|}$, d'après les relations sur les produits scalaires, la valeur de $CH(f)$ est comprise entre 0 et 1.

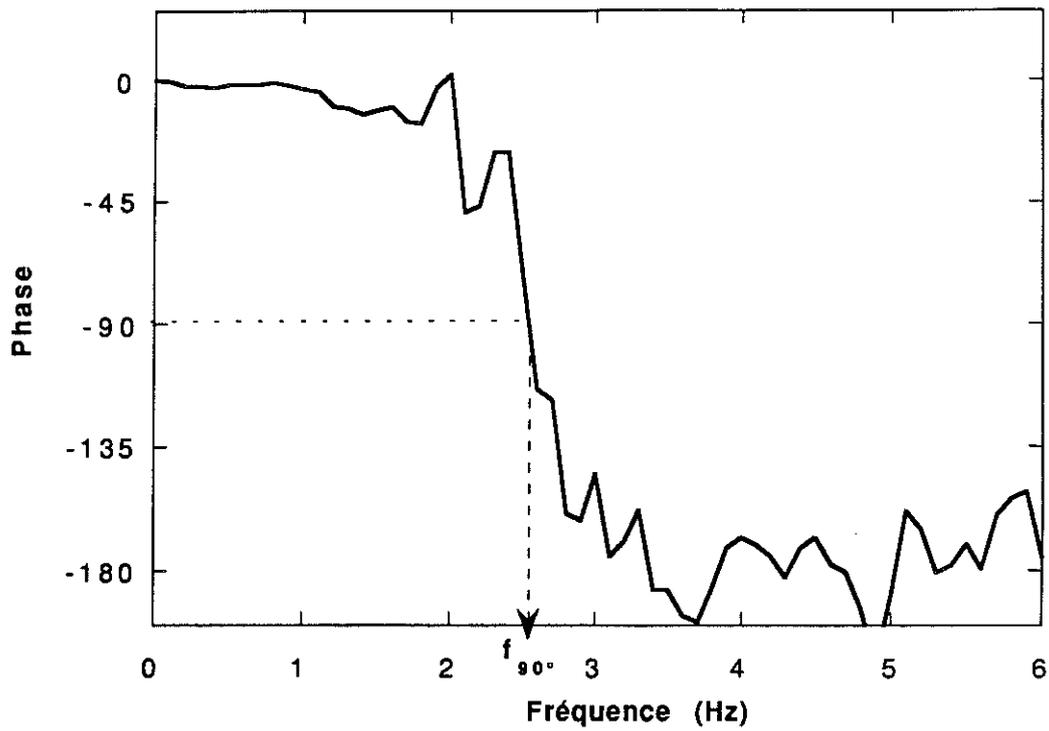


Fig. III-9 a : Phase du spectre de corrélation

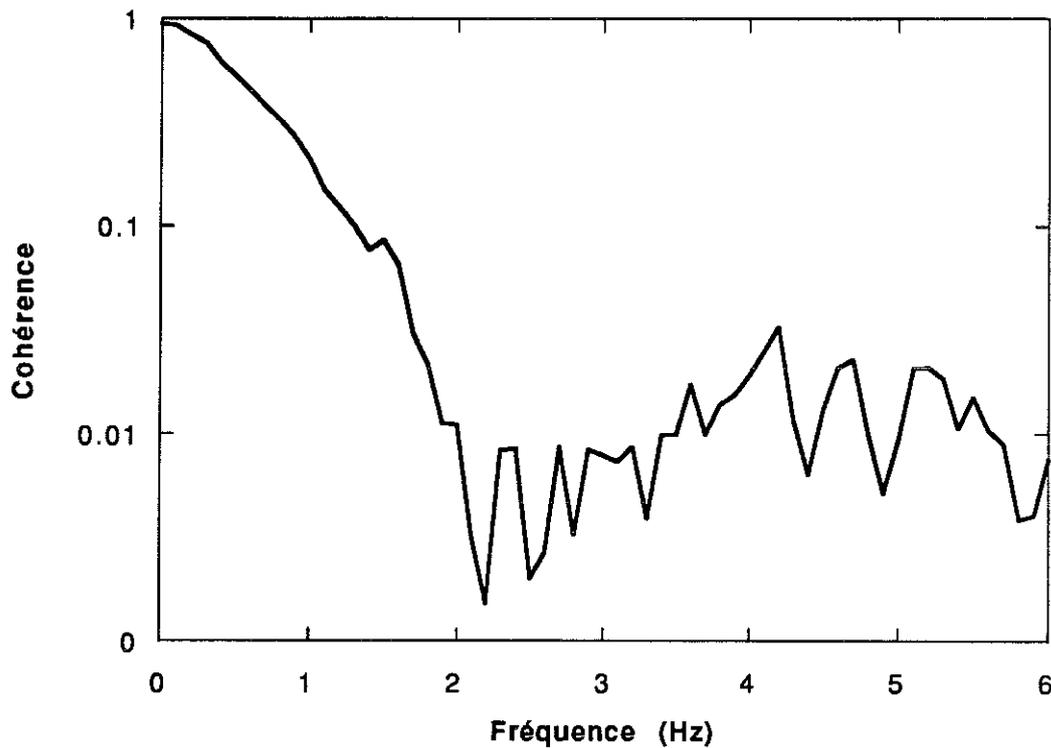


Fig. III-9 b : Cohérence

Fig. III-9 : Spectre de corrélation pour le point $Ra = 9.8 \cdot 10^{11}$, $Pr = 0.63$, $\Delta T = 107$ mK.

La figure III-9 montre la phase et la cohérence d'un point de mesure. La fréquence d'échantillonnage est ici de 204.8 Hz, la fréquence d'analyse de

80 Hz et donc la pseudo-période ou longueur des blocs t_F est de 10 s. On observe sur la fig. III-9a, à partir des plus faibles fréquences, une phase nulle puis une rotation de 180° vers une fréquence de 2.5 Hz. La fréquence pour laquelle la phase vaut 90° est appelée f_{90° . Entre 2.5 et 10 Hz la phase ne change pas, au bruit près. Aux plus hautes fréquences ($f > 10$ Hz) la phase devient extrêmement aléatoire. Dans le même temps, sur la cohérence (fig. III-9b), on observe un pic d'incohérence entre 2 et 2.5 Hz puis une légère remontée de la cohérence (l'échelle de la cohérence est logarithmique). Pour $f > 10$ Hz, la valeur de la cohérence chute et devient très bruitée.

L'étude systématique du spectre de corrélation pour tous les points de mesure montre les mêmes caractéristiques sur la phase et la cohérence, à savoir une rotation de phase de 180° et un pic d'incohérence ; la forme peut varier, la rotation étant parfois moins raide (cf. fig. III-12a). La valeur de f_{90° est fonction de Ra et de Pr . Avec f_{90° on obtient une fréquence caractéristique de la convection pour chaque point de mesure. Un seul point ($Ra = 6.5 \cdot 10^{14}$) ne présente pas ces caractéristiques (cf. fig. III-11).

B-2 - Définition d'un nombre de Reynolds à partir de mesures locales

B-2-a - Interprétation de f_{90°

L'idée présente derrière l'étude de la phase du spectre de corrélation est de déterminer un temps de retard τ_{ret} entre les signaux des 2 détecteurs. Ce temps correspondrait au temps de vol, d'un thermomètre à l'autre, d'une structure thermique cohérente comme les plumes ; ces plumes formées près de la couche limite thermique sont transportées par l'écoulement vers le centre.

Une première interprétation consiste à dire que ces structures sont convectées par un écoulement moyen V entre les 2 détecteurs. En supposant que les structures ne sont pas déformées pendant le temps de passage d'un détecteur à l'autre, τ_{ret} , on a :

$$U_1(t) = U_2(t - \tau_{ret})$$

Le détecteur 1 voit les mêmes fluctuations de température que le détecteur 2 mais avec un temps de retard $\tau_{ret} = \frac{\ell}{V}$ (ℓ : distance entre détecteurs). On a alors :

$$G_{12}(f) = \langle |F[U_1]|^2 e^{j2\pi f \tau_{ret}} \rangle$$

$$G_{12}(f) = \langle |F[U_1]|^2 \rangle e^{j2\pi f \tau_{ret}}$$

$\langle \rangle$: moyenne sur tous les blocs

C'est-à-dire que $\phi(f) = 2\pi f \tau_{ret}$ et que la cohérence vaut 1. Sur les fig. III-9 a et b, on constate que la variation des fonctions ne correspond pas à ce schéma sauf peut-être aux très basses fréquences ; mais la mesure d'une pente sur la variation de la phase est plus délicate et aléatoire que la mesure de f_{90° . De plus par retournement du sens de l'écoulement, la pente peut se moyennner à zéro.

Une interprétation plus heureuse consiste à considérer τ_{ret} comme une variable aléatoire. τ_{ret} est lié à l'écoulement près du centre ; or la vitesse de cet écoulement présente des fluctuations d'amplitude pouvant être aussi grande que la vitesse absolue moyenne. La vitesse de convection des structures fluctue et présente un caractère aléatoire. En supposant que les structures, chacune de signal $s_i(t)$, ne sont pas déformées pendant leur temps de vol d'un détecteur à l'autre $\tau_{ret i}$, on a :

$$U_1(t) = \sum_i s_i(t)$$

$$U_2(t) = \sum_i s_i(t + \tau_{ret i})$$

Le spectre de corrélation s'écrit alors :

$$G_{12}(f) = \frac{1}{N_F} \sum_{i,k} \sum_{\tau=0}^{t_F} e^{j2\pi f \tau} \langle s_k(t) s_i(t + \tau_{ret i} + \tau) \rangle$$

On fait l'hypothèse, raisonnable, que deux structures différentes s_i sont complètement décorréelées. On pose $\tau' = \tau + \tau_{ret i}$. On a alors :

$$G_{12}(f) = \frac{1}{N_F} \sum_i e^{-j2\pi f \tau_{ret i}} \sum_{\tau'} e^{j2\pi f \tau'} \langle s_i(t) s_i(t + \tau') \rangle$$

On suppose que les $s_i(t)$ sont identiques ou qu'ils suivent des processus aléatoires indépendants de la variable τ_{ret} . G_{12} peut se mettre alors sous la forme :

$$G_{12}(f) = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_{\text{ret}} \mathcal{P}(\tau_{\text{ret}}) e^{j2\pi f \tau_{\text{ret}}} \right) J_s(f)$$

- $\mathcal{P}(\tau_{\text{ret}})$ est la distribution des τ_{ret}
- $J_s(f)$ est la partie du spectre de corrélation indépendante de τ_{ret} et liée à la caractéristique propre des structures. En fait, avec notre hypothèse de structures non déformées, $J_s(f) = G_{11} = G_{22}$.

En travaillant avec la phase et la cohérence, on s'affranchit de $J_s(f)$. En effet, ce terme est réel et donc la phase ne dépend que de $\mathcal{P}(\tau_{\text{ret}})$. Quant à la cohérence, en divisant $|G_{12}|^2$ par G_{11} et G_{22} , on élimine le terme $J_s(f)$:

$$CH(f) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_{\text{ret}} \mathcal{P}(\tau_{\text{ret}}) e^{j2\pi f \tau_{\text{ret}}} \right|^2$$

Pour se fixer les idées, prenons un exemple simple pour $\mathcal{P}(\tau_{\text{ret}})$: une distribution rectangulaire centrée sur 0 de largeur $2\tau_0$. La transformée de Fourier d'une fonction rectangulaire est une fonction sinus cardinale centrée sur 0, qui s'annule et change de signe pour la fréquence $\frac{1}{\tau_0}$. En optique ondulatoire, il est bien connu que la figure de diffraction -l'analogue de $CH(f)$ - d'une fente rectangulaire donne une tache lumineuse modulée par le carré d'une fonction sinus cardinale, maximale au centre et dont la première extinction se produit à une distance inversement proportionnelle à la largeur de la fente.

Cette interprétation rend assez bien compte de la forme des courbes de la fig. III-9 : rotation brusque de 180° de la phase à f_{90° correspondant au changement de signe de la fonction sinus cardinal alors que, environ pour la même fréquence, la cohérence s'annule presque.

Avec une distribution, plus réaliste, présentant 2 bosses de poids peu différents de part et d'autre de 0, on obtient des résultats similaires sur la phase. Ce type de distribution correspond aux distributions réelles comme on peut le voir sur la fig. III-10.

Notre distribution simpliste signifie qu'en moyenne sur la durée de l'enregistrement (1600 t_F) τ_{ret} est nul -ce qui n'est pas en contradiction avec un écoulement moyen, s'il change souvent de signe sur cette durée. f_{90° s'interprète comme l'inverse de τ_0 , c'est-à-dire de la variance de la

distribution des temps de retard ; elle est donc liée à l'amplitude des fluctuations et non pas à une valeur moyenne.

De la formule de G_{12} on peut extraire $\mathcal{P}(\tau_{\text{ret}})$. Pour cela on élimine le terme $J_s(f)$ en divisant G_{12} par G_{11} puis on procède à une transformée de Fourier inverse. Ces opérations sont réalisables sur l'analyseur HP en travaillant sur les fichiers de densité spectrale de 800 points. Pour notre point de mesure de la fig. III-9, on obtient la distribution présentée sur la fig. III-10. On observe 2 pics de part et d'autre de l'origine (centrés sur environ + et - 100 ms) et légèrement dissymétriques. La probabilité d'un temps de retard supérieur, en valeur absolue, à 200 ms chute rapidement à zéro. La valeur moyenne des temps de retard est proche de zéro.

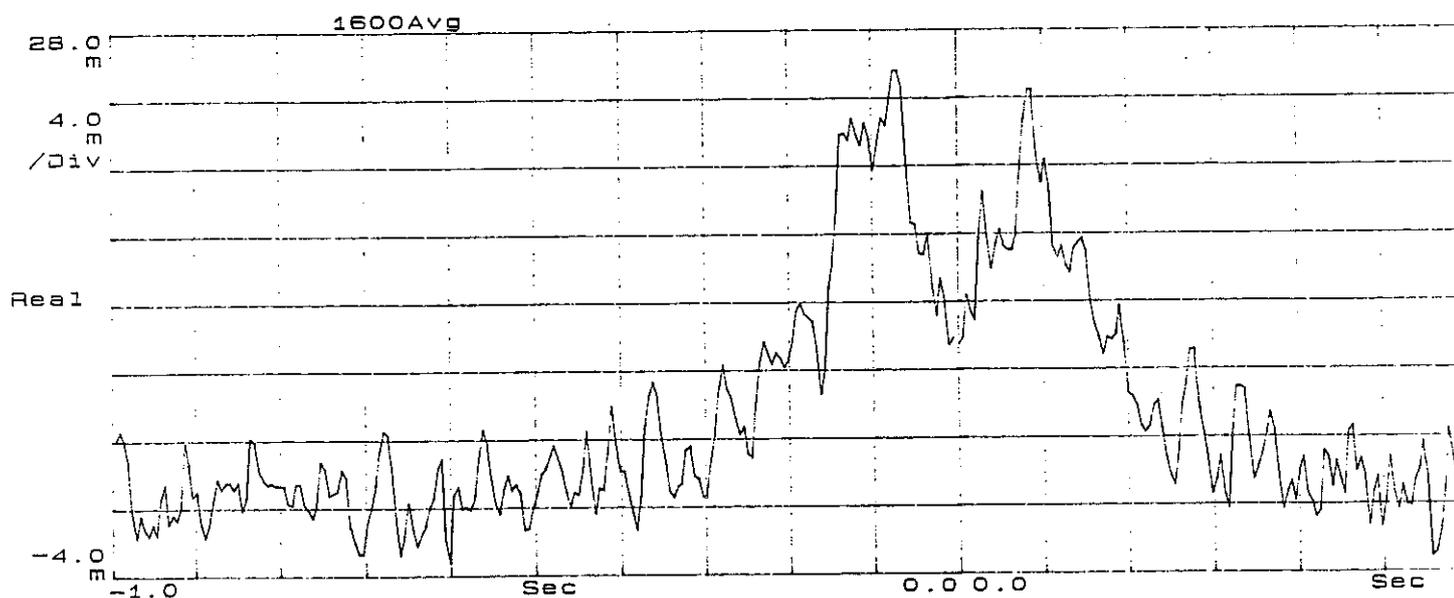


Fig. III-10 : Agrandissement de la distribution des temps de retard. La distribution est obtenue à l'aide de l'analyseur de spectre HP sur un intervalle de $\pm t_F$ ($t_F = 10$ s). Elle correspond au point de mesure $R_a = 9.8 \cdot 10^{11}$, $Pr = 0.63$.

Il existe parmi la cinquantaine de points de mesure un dont les analyses ne s'accordent pas avec cette interprétation. Il s'agit du point

obtenu avec le plus grand Ra ($6.5 \cdot 10^{14}$). Sur la phase du spectre de corrélation (fig. III-11), nous n'observons pas de rotation de phase de 90° mais plutôt une décroissance linéaire avec la fréquence jusqu'à 4 Hz ; au-delà le bruit devient dominant. Cette évolution correspond à la première interprétation avec un temps de retard (ou une vitesse moyenne) constant. En prenant la pente de la courbe, nous obtenons $\tau_{ret} \approx 25$ ms. Sur la courbe $Nu(Ra)$ le point correspond à la région de saturation pour laquelle le critère de Boussinesq, $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ faible (< 0.4), n'est pas respecté (cf. & II-D-1-b). Les deux faits sont peut-être liés (cf. § IV-D-1).

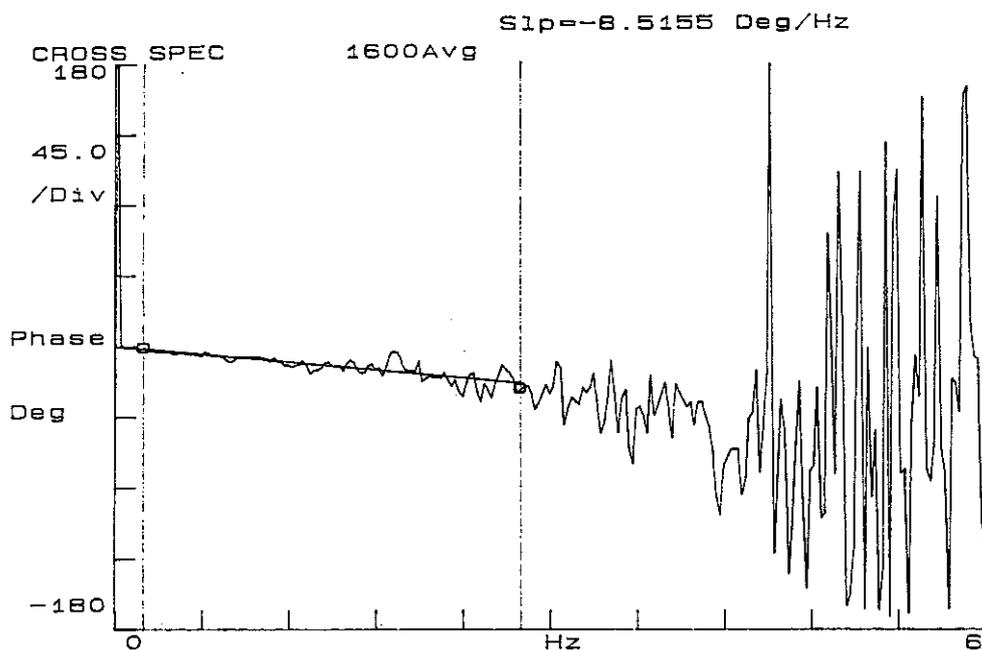


Fig. III-11 : Phase du spectre de corrélation pour $Ra = 6.5 \cdot 10^{14}$, $Pr = 21.8$

B-2-b - Détermination d'une vitesse caractéristique

On peut se contenter de la valeur caractéristique de f_{90° et ne pas lui chercher une origine précise. Elle nous donne une vitesse caractéristique de l'écoulement pour le point de mesure effectué. On a trouvé une autre vitesse en prenant le thermocouple à la place d'un des détecteurs : le signal de sortie du nanovoltmètre (sur une gamme de 1 V) est alors enregistré en même temps que le signal d'un des détecteurs. Les fluctuations du signal du thermocouple correspondent aux fluctuations de température de la plaque du bas T_b (voir § II-B-2). Ensuite dans les mêmes conditions de mesure on fait l'enregistrement simultané des signaux des 2 détecteurs. Dans les 2 cas, on fait la même analyse. Sur les figures III-12 sont portées les phases des spectres de corrélation :

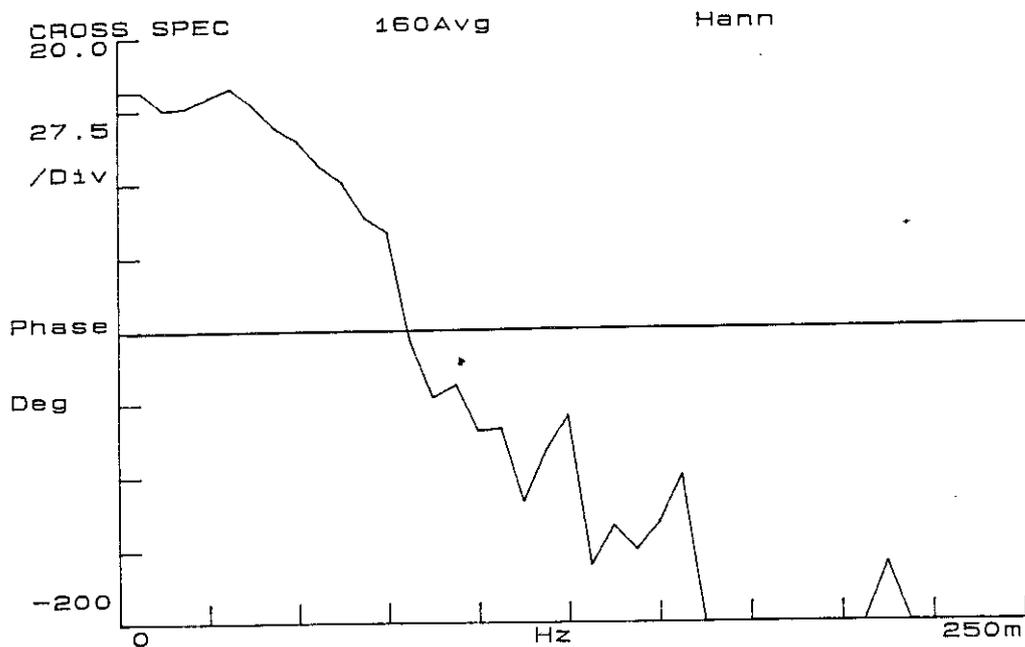


Fig. III-12a : Phase du spectre de corrélation, entre le signal du thermocouple et celui d'un des deux détecteurs, en fonction de la fréquence.

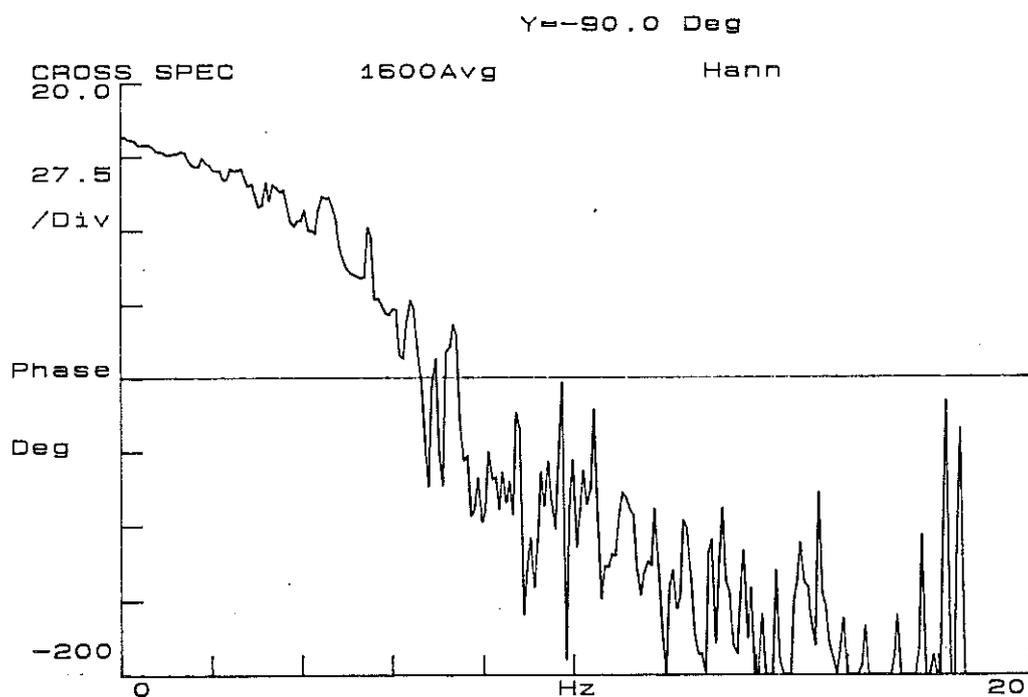


Fig. III-12b : Phase du spectre de corrélation, entre les signaux des deux détecteurs, en fonction de la fréquence.

Fig. III-12 : Phase du spectre de corrélation pour $Ra = 2.6 \cdot 10^{13}$, $Pr = 3.4$, $\Delta T = 100 \text{ mK}$; la ligne horizontale correspond à la phase de -90° .

Entre les deux mesures, on retrouve la forme de la phase avec une valeur de f_{90° plus faible pour la première mesure. Ci-dessous sont reportées les mesures pour 3 points :

Ra	f_{90° pour 2 détecteurs (Hz)	f_{90° détecteur + thermocouple (mHz)
$3 \cdot 10^{12}$	8.45	106.5
$3 \cdot 10^{13}$	7.0	81.0
$2 \cdot 10^{14}$	8.8	110

Si on détermine la vitesse caractéristique, en cm s^{-1} en prenant la distance inter détecteurs ($\ell = 2.3 \text{ mm}$ pour les détecteurs, environ 10 cm entre un détecteur et le thermocouple), on obtient :

Ra	V pour 2 détecteurs	V pour un détecteur + thermocouple
$3 \cdot 10^{12}$	2	1.06
$3 \cdot 10^{13}$	1.64	0.81
$2 \cdot 10^{14}$	2.06	1.1

Les deux valeurs de vitesse (thermocouple + détecteur et détecteur + détecteur) sont dans un rapport constant d'environ 2. L'origine de ce facteur 2 reste inexpliquée.

La mesure de f_{90° a été faite pour différentes valeurs de Ra. La barre d'incertitude est, environ de 4 à 5 % quand $\Delta T \geq 100 \text{ mK}$; elle peut être plus élevée, jusqu'à 10 %, pour les sessions où $\Delta T \leq 30 \text{ mK}$ à cause d'un bruit plus important sur la courbe de phase. Les vitesses, obtenues en faisant le produit de f_{90° par ℓ , varient de 0.22 cm/s (Ra = 10^{11} , Pr = 0.63, $\Delta T \sim 12 \text{ mK}$) à 7 cm/s (Ra = $4.2 \cdot 10^{10}$, Pr = 0.69, $\Delta T \sim 5 \text{ K}$), voir tableau en annexe C. Avec la vitesse, et en prenant la hauteur de la cellule comme longueur caractéristique, on construit facilement un nombre de Reynolds Re. Les valeurs de Re sont reportées dans le tableau de l'annexe C. Si on compare avec les valeurs obtenues par le groupe de Chicago, $Re = 0.2 Ra^{0.49}$ avec Pr = 0.8 (cf. tableau 1 § I-B-2), nos valeurs sont systématiquement plus faibles d'un facteur 3 environ. Nos vitesses ont des valeurs un peu plus faibles que la valeur de 10 cm/s déterminée dans l'expérience de Chicago. La raison est très probablement due à la position des détecteurs (les détecteurs de Wu sont à 1 cm des parois pour 20 cm de diamètre de la cellule tandis que les nôtres sont à 2.5 cm pour 10 cm de diamètre).

Ainsi, pour chaque session (où nous mesurons le signal de chacun des deux détecteurs de température selon la procédure décrite dans le paragraphe III-A), nous mesurons un Re caractéristique des conditions de mesure (Ra et Pr fixés). Par les mesures calorimétriques, nous avons également la valeur de Nu .

Toutes ces valeurs ainsi que les conditions de température, densité, chauffage pour lesquelles les valeurs des nombres sans dimension sont obtenues, sont reportées dans le tableau de l'annexe C. Ces données peuvent être utilisées pour pouvoir mener une étude de la convection de Rayleigh Bénard et interpréter l'évolution de la courbe $Nu(Ra)$. Dans la partie IV, nous développons une telle analyse ; cette analyse n'est pas exhaustive.

Je vais présenter maintenant quelques résultats d'analyses des données sur ordinateur et les perspectives pour ces analyses.

C - AUTRES TRAITEMENTS NUMERIQUES

Le but est d'utiliser les séries temporelles des mesures pour des traitements non possibles sur l'analyseur du spectre. Les analyses sont en cours. Ne sont donc présentés que quelques premiers résultats sur :

- les spectres de puissances des fluctuations de température,
- la détermination du temps de vol de structures cohérentes d'un détecteur à l'autre.

C-1 - Spectre de puissance en température

Sur les figures III-13 ont été portées les densités spectrales des fluctuations de température dans un diagramme log-log. Les fichiers de données brutes enregistrées au cours du temps (sous forme de tension) ont été convertis en fichiers de valeurs de température à l'aide de la loi d'étalonnage de chacun des deux détecteurs.

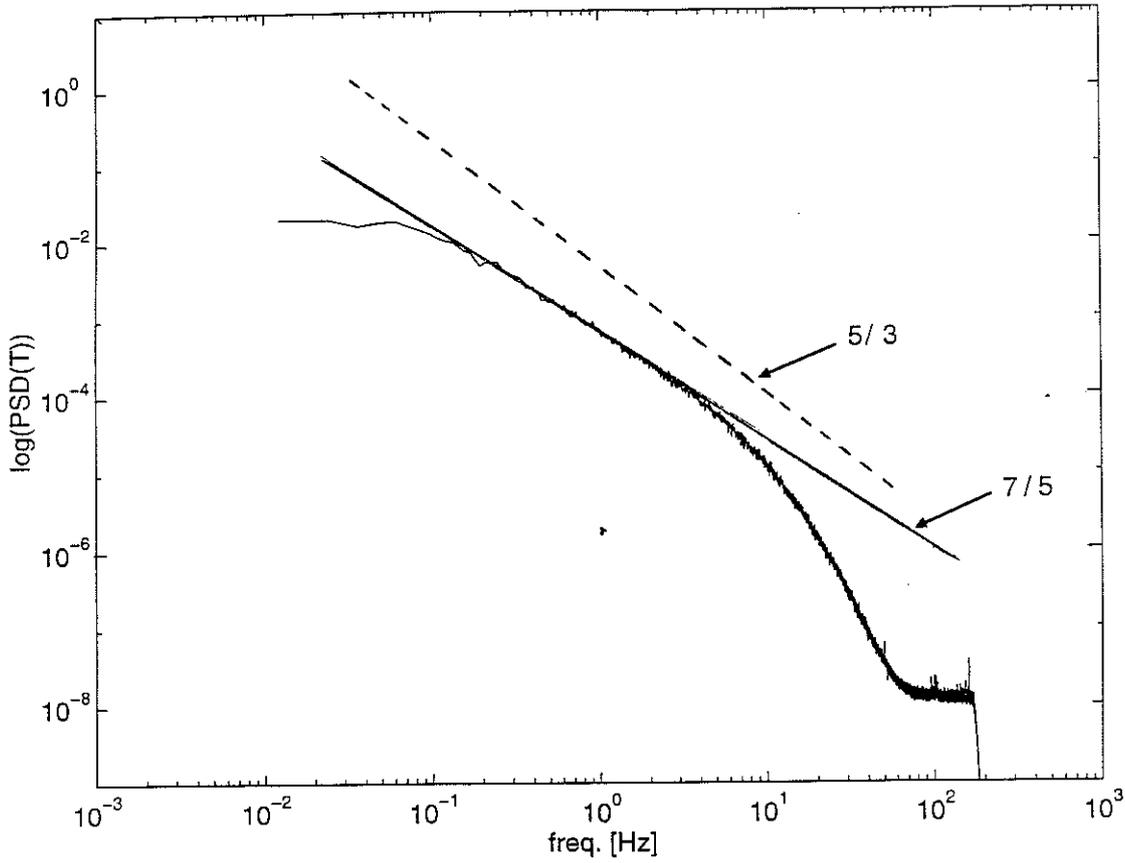


Fig. III-13a : $Ra = 3.7 \cdot 10^{10}$ $\Delta T = 310$ mK; loi de puissance en $5/3$ et en $7/5$.

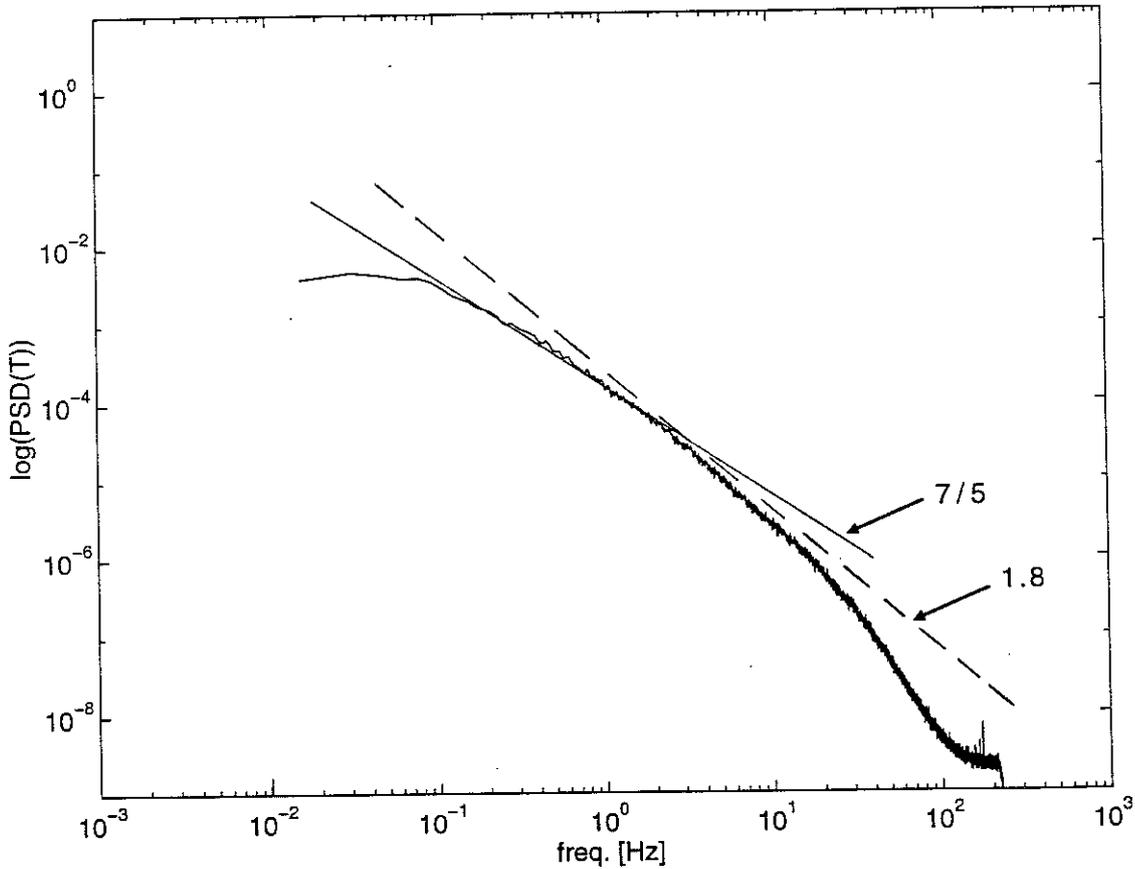


Fig. III-13b : $Ra = 3.1 \cdot 10^{12}$ $\Delta T = 291$ mK; loi de puissance en 1.8 et en $7/5$.

Fig. III-13 : Spectre de température obtenue à l'aide d'un logiciel de F.F.T. sur station de travail Sun pour deux Ra différents.

Sur la fig. III-13a, on observe à partir d'une fréquence de 0.1 Hz environ, une décroissance du spectre de puissance, décroissance qui suit bien une pente de valeur $7/5$ jusqu'à 4 Hz. Ensuite, la décroissance est plus rapide et moins régulière. Le spectre rejoint vers une fréquence de 70 Hz le niveau du bruit (bruit qui peut être attribué au bruit Nyquist du détecteur ou au bruit introduit par le pont 3 fils). On observe une évolution similaire sur la fig. III-13b qui correspond au spectre d'un point de mesure à plus haut Ra ($Ra = 3.1 \cdot 10^{12}$), à quelques nuances près cependant; on observe une décroissance du spectre avec une pente de $7/5$ entre 0.1 Hz et 2 Hz environ. Au-delà, nous observons une rupture de pente de la décroissance: jusqu'à 15 Hz, la décroissance suit bien une pente de 1.8. Enfin, comme pour le spectre précédent, la courbe décroît plus rapidement vers le niveau du bruit.

Les modèles de la turbulence, comme celui de Kolmogorov (réf. I-23, § 8) ou de Bolgiano-Obukov (réf. 4), cherchent à décrire les fluctuations d'une grandeur de l'écoulement, comme la vitesse ou la température, en fonction de la taille -ou de l'échelle spatiale- de l'écoulement. Pour les spectres de puissance des fluctuations des grandeurs en fonction du nombre d'onde (l'inverse de l'échelle spatiale), les modèles prédisent des comportements en loi de puissance, ou loi d'échelle. Il est possible de passer de l'échelle spatiale à l'échelle temporelle de la turbulence (ce qui est utile quand on ne dispose, comme nous, que d'un signal temporel de turbulence) par l'hypothèse de turbulence gelée : sur des distances de l'ordre des grandes échelles de la turbulence, la turbulence est convectée sans se déformer. On passe de la variable temps à la variable espace par la vitesse moyenne de convection. Ces quelques mots d'explication étaient nécessaires pour pouvoir utiliser les lois d'échelle des modèles dans l'analyse de nos spectres. La pente $7/5$ correspond à une loi d'échelle d'un écoulement turbulent où la température joue un rôle actif, grâce à la poussée d'Archimède. On observe bien ce régime sur nos spectres pour les faibles fréquences (ou grandes échelles). La pente $5/3$ correspond au régime où la température serait une variable "passive" et simplement convectée. Ce régime n'est pas incompatible avec la convection thermique car il peut s'établir quand les fluctuations de vitesse aux petites échelles, "alimentées" par les fluctuations des grandes échelles, dominant par rapport aux fluctuations de vitesse dues à la poussée d'Archimède à ces mêmes petites échelles. Pour aucune échelle nous n'observons le régime en $5/3$. Sur le deuxième spectre, on observe une pente plus raide que $7/5$ mais qui ne correspond pas au régime $5/3$.

X.Z. Wu avait observé également un changement de forme mais seulement sur ses spectres de fluctuations de tension : il n'a pas présenté de résultats sur les spectres de température. Il avait situé la transition vers $Ra = 10^{11}$. Au-dessous de $Ra = 10^{11}$, ses spectres présentent la même forme que les nôtres ; au-delà de $Ra = 10^{11}$, il observe sur ses spectres un premier régime avec une pente de $7/5$ puis un deuxième régime avec une pente de 2.4 (surtout visible pour $Ra > 2 \cdot 10^{13}$). Wu a attribué cette modification à un changement de régime de la turbulence vers $Ra = 10^{11}$ (Ra qui coïncide bien avec nos mesures calorimétriques).

Cette transition a été attribuée par d'autres personnes non pas à un effet dû à la convection mais au début du filtrage du signal à cause de la taille des détecteurs. En effet, plus Ra augmente, plus l'échelle, pour laquelle les phénomènes de diffusion moléculaire interviennent, diminue. Elle finit par être plus faible que les dimensions des détecteurs ($200 \mu\text{m}$). Il s'agit de savoir si ce phénomène survient avant ou après $Ra = 10^{11}$ ou de déterminer la fréquence de coupure correspondant à ce filtrage sur les spectres. Une façon de déterminer cette fréquence est d'utiliser la fréquence f_{90° pour laquelle la cohérence entre les deux détecteurs chute vers zéro : f_{90° représente la fréquence de coupure d'un détecteur de taille égale à la distance entre les deux détecteurs, $\ell = 2.3 \text{ mm}$. La fréquence de coupure pour un détecteur de taille $200 \mu\text{m}$ est alors $\frac{2.3}{0.2}$ fois plus grande que f_{90° .

Pour les précédents spectres f_{90° vaut 7.2 Hz pour $Ra = 3.7 \cdot 10^{10}$ et 9 Hz pour $Ra = 3.1 \cdot 10^{12}$, c'est-à-dire des fréquences de coupure respectivement à 80 Hz et 100 Hz . Ces fréquences sont éloignées des fréquences où l'on observe le régime des lois d'échelle. Elles peuvent expliquer par contre la décroissance rapide et non linéaire sur chacun des deux spectres (fig. III-13) puisqu'elles coïncident presque avec la fréquence de coupure de chacun des spectres. Si le régime de pente 1.8 est dû à ce filtrage, on devrait le retrouver sur le premier spectre (fig. III-13a). On peut donc penser que le changement de forme des spectres vers $Ra = 10^{11}$ est réel et qu'il est associé au changement sur la courbe $Nu(Ra)$ pour les mêmes valeurs de Ra .

En collaboration avec F. Chillà (à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon), il est prévu une étude systématique des spectres de tous les points de mesure.

C-2 - Mesure du temps de retard τ_{ret}

Le but de cette étude est de déterminer le temps de passage successif de structures thermiques cohérentes sur les deux détecteurs, pour différents instants de l'enregistrement. Cette étude s'apparente à ce qui a été fait au §-III-B-2 avec la phase du spectre de corrélation de l'analyseur H.P. L'intérêt de la présente étude par rapport à celle faite avec l'analyseur H.P. est d'obtenir une série temporelle des temps de retard $\tau_{ret}(t)$. Le groupe de Chicago a mené une étude similaire avec les signaux de thermomètres placés à une distance des parois égale à 1/10e du rayon r_c de la cellule (dans notre situation les thermomètres sont à 0.5 de r_c des parois), cf. réf. I-7, p. 116.

La méthode consiste à prendre une fenêtre de N_f points sur le premier signal à partir d'un instant t (le signal peut être de tension ou de température, la nature du signal n'a pas d'importance ici). On prend une fenêtre d'un même nombre de points sur le 2e signal, décalée du temps τ_{ret} et on calcule la fonction de corrélation suivante :

$$f_{corr}(\tau_{ret}) = \sum_{i=1}^{N_f} (V_i(t + i \Delta t) - V(t + i \Delta t + \tau_{ret}))^2$$

Δt : pas de temps d'échantillonnage.

On ajuste τ_{ret} de façon à obtenir f_{corr} maximale, c'est-à-dire la meilleure corrélation entre les deux fenêtres de points. τ_{ret} correspond alors au temps de retard à l'instant t . On décale alors t de $\Delta t \times \frac{N_f}{100}$ et on recommence la détermination de τ_{ret} en maximalisant f_{corr} . Pour réduire les temps de calculs, le calcul de τ_{ret} suivant est initialisé à partir du τ_{ret} précédent. Le nombre de points N_f qui représente la taille de la fenêtre est un paramètre important de ce travail. Si N_f est suffisamment grand, la fonction de corrélation présente un maximum assez net. On s'en rend compte quand on compare les enregistrements des détecteurs sur la durée d'un bloc de 2048 points (de 2 s jusqu'à 80 s pour les signaux de fréquence de coupure faible - 8 Hz). D'un enregistrement à l'autre, on identifie des formes très semblables, décalées de quelques dizaines de points, ce qui correspond à un temps de retard τ_{ret} de quelques dizaines de pas d'échantillonnage. Mais τ_{ret} correspond à une moyenne sur la durée du bloc et l'information sur les fluctuations plus rapides de τ_{ret} est perdue. Il est donc intéressant de réduire la taille de la fenêtre. Mais il faut conserver une taille raisonnable pour

identifier la séquence de points du premier signal sur le deuxième signal. En réalité, pour un nombre de points de la fenêtre inférieur à 1000, on observe souvent la divergence du temps de retard au cours du temps t . Même en réinitialisant à zéro la recherche de τ_{ret} pour chaque incrément de t , on n'évite pas ces accidents.

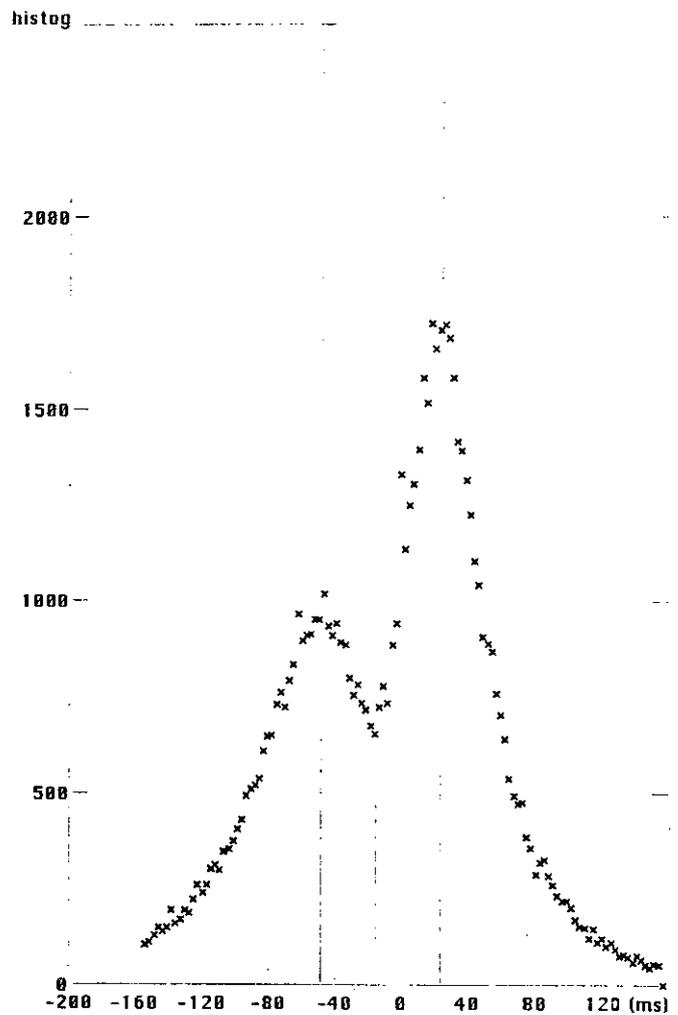
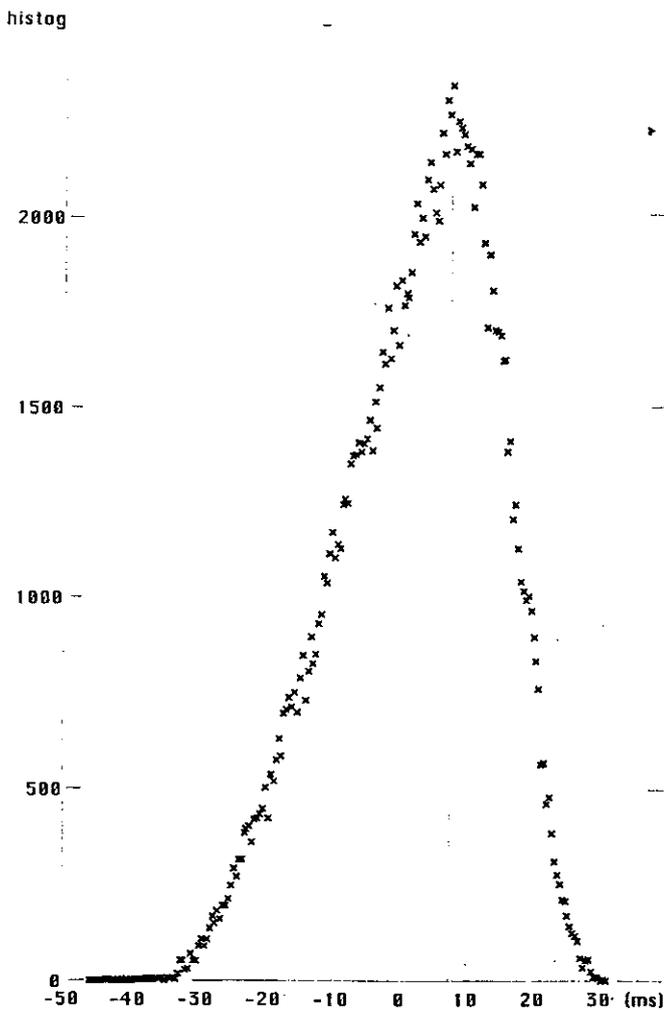


Fig. III-14a

Fig. III-14b

Fig. III-14 : Histogrammes des temps de retard pour un enregistrement à $Ra = 8.4 \cdot 10^7$, $Pr = 0.61$, $\Delta T = 890$ mK. Le temps d'échantillonnage est de 7.5 ms. Une fenêtre de 4000 points a été prise pour l'histogramme fig. III-14a tandis que fig. III-14b utilise une fenêtre de 100 points.

Sur la Fig. III-14 sont présentés deux histogrammes de temps de retard τ_{ret} obtenus chacun à partir d'une série temporelle de τ_{ret} . Les deux séries sont déduites d'un même enregistrement (réalisé à $Ra = 8.4 \cdot 10^7$) mais avec des fenêtres de points très différentes. Une première série est réalisée avec une fenêtre de 4000 points ; à aucun moment τ_{ret} ne diverge. L'histogramme-

me de la fig. III-14a correspond à cette série ; il se présente sous la forme d'un pic dissymétrique centré sur + 7 ms environ et de largeur à mi-hauteur 28 ms environ. La deuxième série est réalisée avec une fenêtre de 100 points. Pour obtenir l'histogramme de la fig. III-14-b, il a fallu tronquer cette série des points pour lesquels τ_{ret} divergent. Nous n'avons conservé que 85 000 points sur 3 000 000. L'histogramme se présente sous la forme de deux pics de part et d'autre de zéro. Le pic pour $\tau_{ret} < 0$ est centré sur $\tau_{ret} \approx - 50$ ms, il a une hauteur de 1000 pour une largeur à mi-hauteur d'environ 90 ms. Le deuxième pic est centré sur + 25 ms et a une hauteur de 1700. Sa largeur à mi-hauteur est de 60 ms environ.

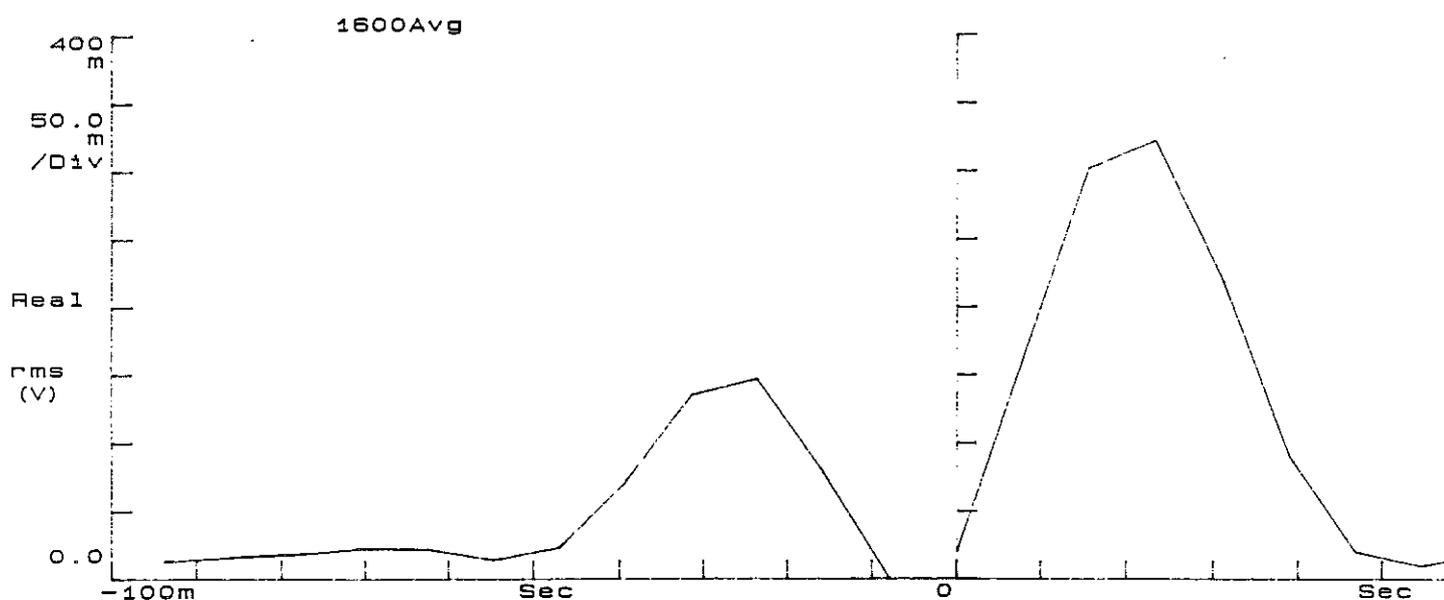


Fig. III-15 : Distribution des temps de retard pour la session $Ra = 8.4 \cdot 10^7$, obtenue à l'aide de l'analyseur. La forme de la distribution est assez proche de celle de l'histogramme de droite de la fig. III-13

Pour comparaison, sur la fig. III-15, est présentée la distribution de temps de retard $\mathcal{P}(\tau_{ret})$ obtenue par l'analyseur pour le même point de mesure. La forme de la distribution est très proche de celle obtenue avec une fenêtre de 100 points. Les valeurs de temps sont du même ordre de grandeur, cependant un peu plus faibles pour $\mathcal{P}(\tau_{ret})$ (largeur à mi-hauteur de l'ordre de 25 ms, centre des pics respectivement environ -25 et + 25 ms). La distribution est moins précise car la largeur des canaux est trop grande (de

l'ordre de 10 ms). La valeur de la fréquence caractéristique f_{90° est de 10.6 Hz, soit donc un temps de retard caractéristique de 95 ms. Ce temps coïncide avec la largeur sur laquelle les deux pics de la distribution fig. III-14 s'étendent.

Les deux pics de distribution des fig. III-14b et fig. III-15 sont la trace d'un retournement du sens de l'écoulement qui transporte les structures thermiques. Ce retournement est trop rapide pour être visible sur la fig. III-14a (les temps de retard pour cet histogramme sont obtenus en moyennant sur une taille de la fenêtre de 30 s contre 0.75 s pour les fig. III-14b) ; en moyennant, on compense les retournements et on obtient une distribution presque centrée.

Une caractéristique de l'écoulement autre que son retournement est sa variabilité : l'amplitude des fluctuations des τ_{ret} est du même ordre de grandeur que la valeur moyenne des pics sur les figures III-14b et III-15. Ces fluctuations sont encore visibles sur la fig. III-14a mais moins importantes. Elles sont donc rapides. La nature aléatoire de l'écoulement et donc des temps de vol explique pourquoi il est si difficile de déterminer les temps de retard avec cette méthode de mesure où l'on doit moyenner (moyenne sur les temps avec la fenêtre de points, moyenne spatiale avec la distance entre détecteurs).

La méthode de mesure de temps de vol s'apparente à la méthode utilisant deux faisceaux lasers incohérents pour mesurer une vitesse, par le temps de vol de billes microniques entre les deux faisceaux (cf. réf. I-18). A la place de billes, nous utilisons les structures thermiques de la convection. En réalité, nous avons utilisé tout le signal, ce qui peut expliquer les problèmes rencontrés. Une amélioration possible est de ne chercher le temps de vol que pour des événements thermiques intenses et visibles sur les signaux des deux détecteurs. On peut également chauffer un des deux détecteurs sur un temps très court pour produire un événement intense visible ensuite sur l'autre détecteur. Les détecteurs peuvent être aussi rapprochés des parois pour mesurer plus facilement des temps de retard moyens.

A cause de la lourdeur de la méthode et des problèmes de divergence de τ_{ret} nous n'avons pas pu faire d'études systématiques. Mais des améliorations de cette méthode sont possibles pour obtenir des informations sur la vitesse de l'écoulement en un point.

Partie IV

Une étude de la convection
dans la cellule de Rayleigh Bénard

Cette partie est consacrée à une étude de la convection dans la cellule à partir des valeurs des nombres sans dimension contenus dans le tableau de l'annexe C. La première analyse est celle de Re , obtenu par des mesures locales, en fonction du paramètre de contrôle de la convection i.e. Ra . Ensuite, une relation exacte, faisant intervenir tous les nombres sans dimension du système, est utilisée pour faire des déductions sur la nature de l'écoulement près des parois aux différents Ra . A partir des conclusions de cette analyse et de la connaissance du profil de température, nous allons déduire une loi pour le transfert de chaleur dans le cas des hauts Re (ou hauts Ra) ; c'est-à-dire une loi de Nu en fonction de Ra et de Pr qu'il sera intéressant de comparer avec ce que nous avons trouvé en fin de partie II.

A - ETUDE DE Re EN FONCTION DE Ra

Dans le tableau de l'annexe C, on note que Re varie de 200, pour $Ra = 10^7$ (la valeur la plus faible en Ra pour cette série de points) à 161 000 pour $Ra = 1.5 \cdot 10^{14}$. A Pr fixé Re augmente avec Ra . On remarque également, que pour un même Ra , la valeur de Re décroît quand Pr augmente. Nous allons essayer d'être plus systématique dans ce qui suit en déterminant une loi de puissance entre Re et Ra .

En l'absence de détecteurs, on aurait pu construire une vitesse caractéristique de l'écoulement en prenant la vitesse de chute libre V_{cl} :

$$V_{cl} = \sqrt{gh \alpha \Delta T}$$

$$\text{c'est-à-dire : } Re \text{ (chute libre)} = \sqrt{\frac{Ra}{Pr}} = Ra^{1/2} Pr^{-1/2}$$

Cette vitesse estimée est en fait au moins 20 fois plus élevée que nos valeurs de vitesse déterminée avec f_{90° pour chaque point (voir tableau en annexe C).

Les trois théories, décrites au § I-B-4, donnent également des lois pour Re , construit avec l'amplitude des fluctuations de vitesse au centre de la cellule -en fonction de Ra et de Pr :

$$Re \sim Ra^{4/9} Pr^{-2/3} \text{ (longueur de mélange)}$$

$$Re \sim Ra^{3/7} Pr^{-5/7} \text{ (couche de mélange)}$$

$$Re \sim Ra^{3/7} (\ln Re^*) Pr^{-5/7} \text{ (écoulement moyen)}$$

avec $Re^* = \frac{u^* h}{\nu}$ et u^* : vitesse caractéristique de frottement.

Les mesures expérimentales de fluctuations de vitesse en fonction de Ra (cf. tableau 1, partie I) ne départagent pas les différentes expressions théoriques ; l'exposant pour Ra varie de 0.42 à 0.49. Quant à l'influence de Pr, comme pour chaque expérience, sa valeur varie faiblement, elle est difficile à quantifier. Cependant, les mesures réalisées dans l'expérience de la réf. I-17, s'accordent bien avec la loi :

$$Re \approx 1.05 Ra^{0.43} Pr^{2/3}$$

Avec nos points de mesure, où la valeur de Pr varie sur plus d'une décade, nous allons également établir une relation en loi de puissance. Dans un premier temps, nous sélectionnons tous les points de notre étude dont le Pr est compris entre 0.63 et 0.73 (fig. IV-1) afin de n'examiner que la dépendance en Ra.

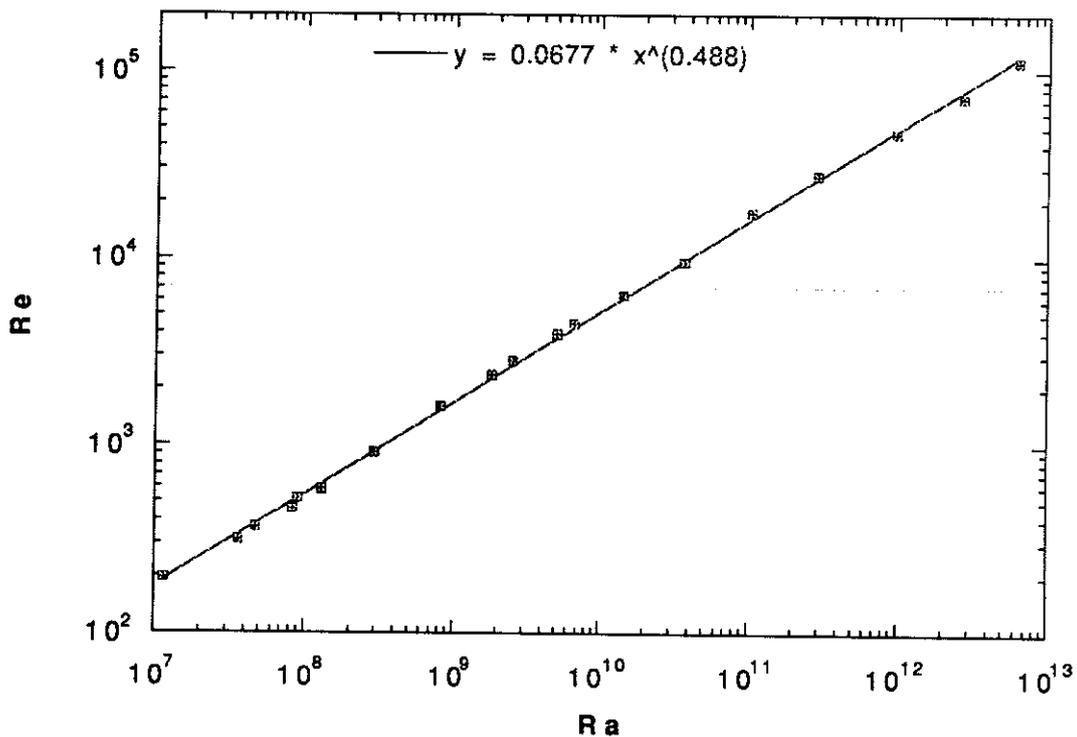


Fig. IV-1 : Re en fonction de Ra. Pr est compris entre 0.63 et 0.73 et les points respectent les critères de Boussinesq. Interpolation par une loi de puissance d'exposant 0.49.

Les points s'alignent suivant une loi de puissance d'exposant 0.49, proche de la valeur de 0.5 qu'on obtient dans le cas de la vitesse de chute libre. On note que pour $Ra > 2 \cdot 10^{11}$ ce comportement s'étend au-delà du régime 2/7.

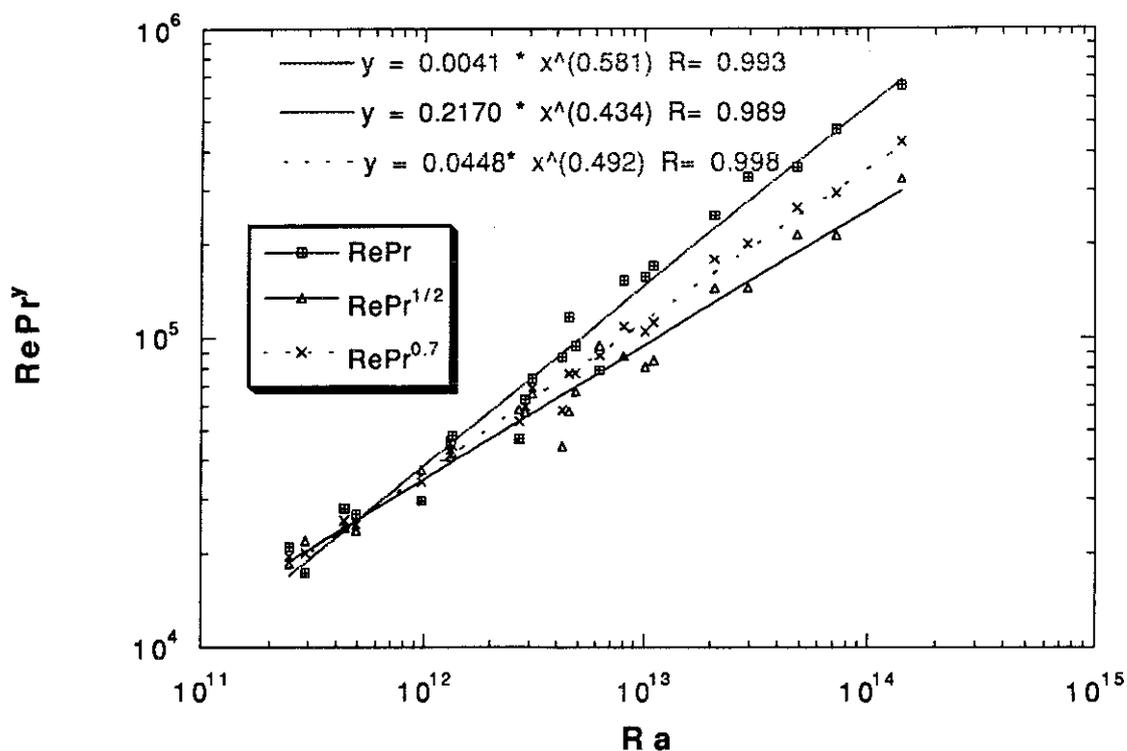


Fig. IV-2a : $RePr^y$ en fonction de Ra ; courbes de points pour $y = 1, 1/2$ et 0.70 . La courbe avec $y = 0.70$ présente le moins de dispersion.

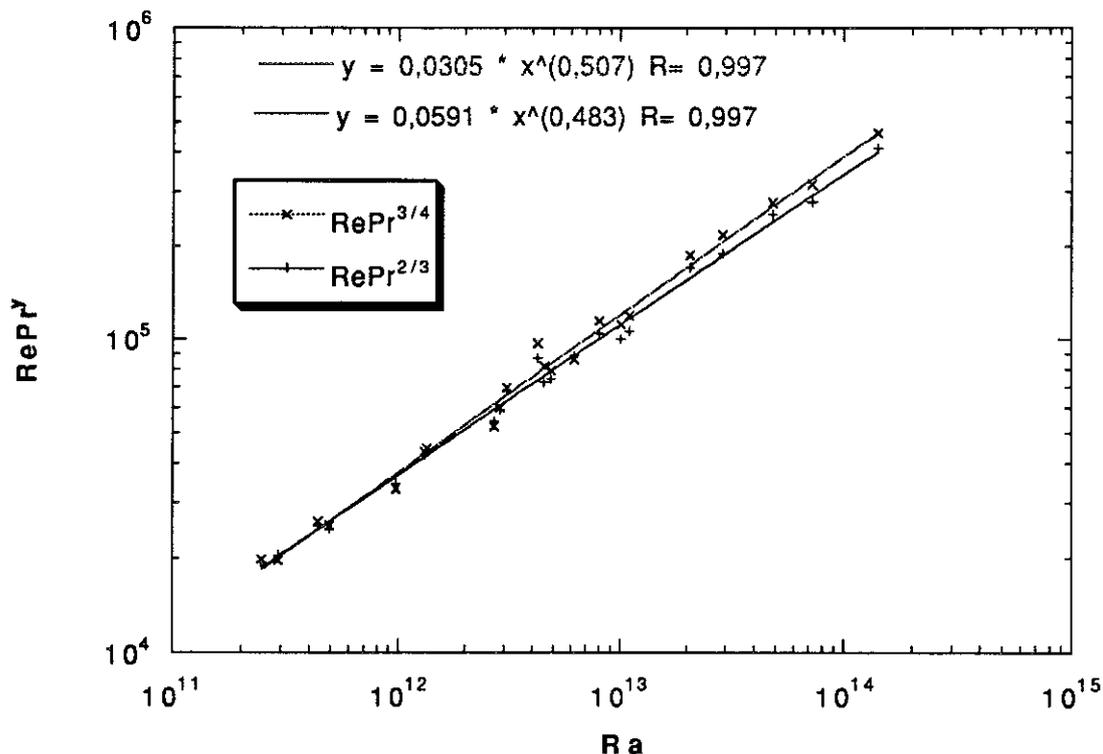


Fig. IV-2b : $RePr^y(Ra)$ pour $y = 3/4$ et $2/3$. Le critère de moindre dispersion est plus difficile à appliquer.

Fig. IV-2 : Détermination de y avec le critère de moindre dispersion. Les points correspondent à des mesures dans les conditions de Boussinesq avec $Ra > 2 \cdot 10^{11}$.

Nous allons maintenant étudier les points au-delà de $Ra = 2 \cdot 10^{11}$, c'est-à-dire ceux qui correspondent au nouveau régime. Pour ces points, il faut tenir compte de la dépendance de Re avec le Pr . Elle est mise sous forme de loi de puissance, comme il est souvent proposé. Une première façon de déterminer l'exposant y dans la formule $Re \propto Pr^y$ est de l'ajuster de façon à réduire la dispersion des points.

Sur la fig. IV-2a, on constate que les points présentent une plus faible dispersion pour $y = 0.70$ par rapport à $y = 1/2$ ou $y = 1$. R est le coefficient de corrélation habituellement donné dans les opérations de régression linéaire ; il peut être indicatif de la dispersion des points. Il est difficile de fixer y plus précisément dans un intervalle de ± 0.05 ainsi qu'on peut le voir sur la figure IV-2b : la dispersion des points pour $y = 3/4$ et $y = 2/3$ est à peine plus élevée que pour $y = 0.70$.

On peut fixer plus précisément l'exposant du Pr , y , en utilisant la valeur de l'exposant de Ra . Comme cet exposant est sensible à celui de Pr et réciproquement, on choisit y de façon à obtenir l'exposant de Ra proche de 0.49, la valeur obtenue sur la précédente figure. y vaut alors 0.70, en accord avec le critère de minimum de déviation et en assez bon accord avec les valeurs déterminées dans les différentes théories.

En portant tous les points Boussinesq depuis $Ra = 10^7$ jusqu'à $Ra = 2 \cdot 10^{14}$, notre limite expérimentale, et pour lesquels nous avons fait une mesure locale de température, et en prenant $y = 0.70$, on obtient la courbe de points de la fig. IV-3. Les points sont bien alignés suivant une loi de puissance d'exposant très proche de 0.49.

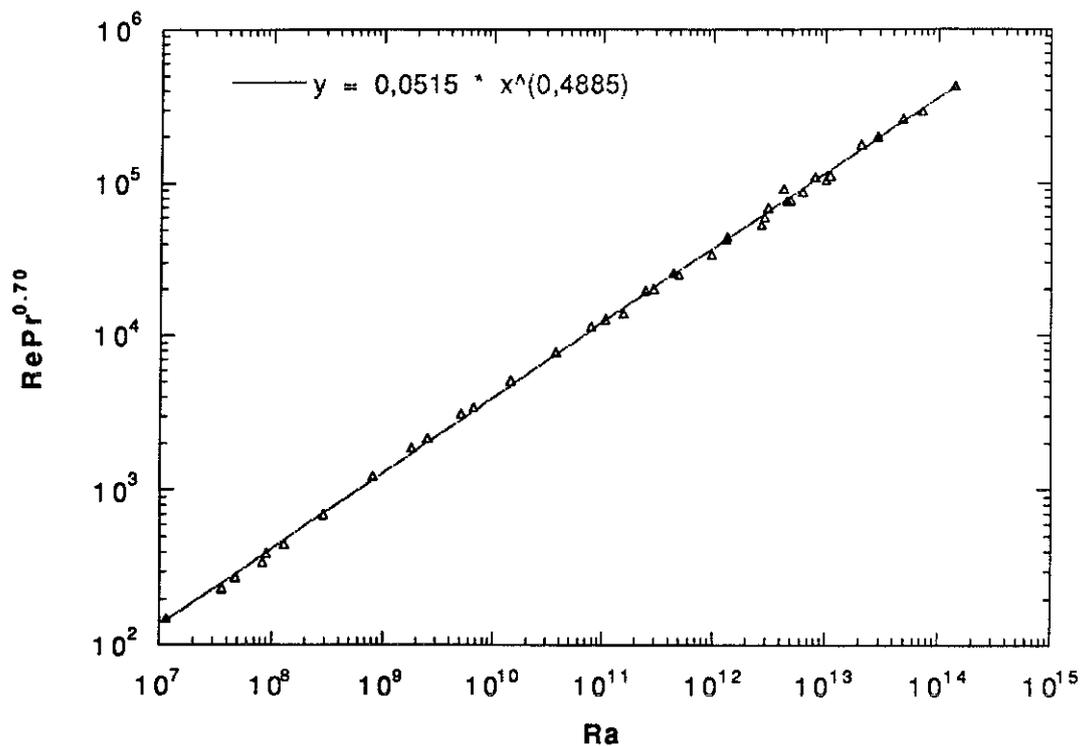


Fig. IV-3 : $RePr^{0.70}$ en fonction de Ra pour tous les points Boussinesq du tableau de l'annexe C

Avec les mêmes points, j'ai examiné les cas où l'exposant de Pr, y vaut $2/3$ et $3/4$. Pour $y = 2/3$, l'exposant de Ra vaut 0.485 tandis que pour $y = 3/4$, il vaut 0.494. La valeur de l'exposant de Ra reste proche de 0.49.

Le Re, déduit de la corrélation de deux thermomètres placés assez près du centre, est une caractéristique de l'écoulement au centre. Celui-ci, du moins pour les grandes échelles, ne reflète pas la modification observée sur la courbe $Nu(Ra)$ vers $Ra = 10^{11}$. Ceci confirme une nouvelle fois que l'évolution de Nu est imposée par le comportement de la couche limite thermique près des plaques du haut et du bas. Il est donc intéressant de connaître le comportement de l'écoulement au niveau des plaques. Une possibilité d'obtenir des informations sur la nature de l'écoulement près des parois de la cellule est d'étudier la dissipation visqueuse de l'écoulement dans la cellule. C'est l'enjeu du paragraphe suivant.

B - ETUDE DE LA DISSIPATION VISQUEUSE DE LA CONVECTION DANS LA CELLULE

B-1 - Introduction

Utilisons la relation exacte entre Nu et Ra du §-I-B-4, d'une part, et la puissance dissipée par viscosité dans le volume de la cellule, d'autre part :

$$(Nu-1) Ra = \left(\frac{h^2}{\kappa}\right)^2 < \sum_{i,j} (\nabla \mathbf{u})_{ij} (\nabla \mathbf{u})_{ij} > \quad (\text{eq. 3})$$

Le terme entre crochets représente, au facteur de la viscosité dynamique η près, la puissance volumique dissipée en moyenne dans la cellule. Le but de cette étude est d'exprimer le membre de droite en fonction de Pr et de Re. Pour mener cela, nous ferons des hypothèses sur la nature de l'écoulement dans la cellule. Ces hypothèses seront ensuite testées avec nos points de mesure.

L'étude est facilitée en établissant une relation entre la puissance dissipée dans la cellule et le coefficient de frottement sur les parois.

B-2 - Relation entre puissance dissipée et coefficient de frottement

Une part importante de dissipation dans la cellule est due au frottement de l'écoulement moyen sur les parois (il existe aussi une source de dissipation due au frottement des plumes entre elles ; elle est localisée au centre et nous supposons sa contribution négligeable).

Le calcul revient à évaluer la puissance dissipée par un écoulement extérieur uniforme de vitesse V sur une plaque plane lisse de surface S_{pl} . L'écoulement exerce sur la plaque une force de frottement F_S . On définit alors le coefficient de frottement C_f de la manière suivante :

$$F_S = C_f S_{pl} \left(\frac{1}{2} V^2 d\right)$$

(d est la densité du fluide)

Pour des raisons pratiques, C_f est très utilisé pour mesurer la relation entre la forme d'un objet et sa pénétration dans un fluide (il est facilement mesurable et permet une comparaison entre objets indépendamment du fluide et de la taille des objets).

La puissance nécessaire pour faire se déplacer la plaque à la vitesse V par rapport au fluide est :

$$P_S = F_S \cdot V$$

c'est aussi la puissance dissipée dans le fluide.

Dans notre problème de convection dans la cellule, et en supposant que la dissipation provient uniquement du frottement de l'écoulement moyen sur les parois, la puissance dissipée totale est :

$$P_S = \eta \left\langle \sum_{ij} (\nabla \mathbf{u})_{ij} (\nabla \mathbf{u})_{ij} \right\rangle \times (\text{volume de la cellule})$$

ou

$$P_S = \eta \text{Nu Ra} \left(\frac{\kappa^2}{h^4} \right) \times h \pi \left(\frac{h}{4} \right)^2$$

(on néglige 1 devant Nu dès que Ra supérieur à 10^7).

En égalant les deux relations ci-dessus et en introduisant C_f , on obtient :

$$C_f S_{pl} \frac{1}{2} d V^3 \sim \nu d \text{Nu Ra} \frac{\kappa^2}{h} \frac{\pi}{16}$$

En utilisant Re et Pr, on a :

$$C_f \frac{S_{pl}}{h^2} \frac{8}{\pi} \sim \frac{\text{Nu Ra}}{\text{Re}^3 \text{Pr}^2}$$

S_{pl} , surface de la cellule vaut :

$$S_{pl} = \frac{\pi h^2}{2} + \frac{\pi h^2}{8}$$

$$S_{pl} = \frac{5}{8} \pi h^2$$

d'où :

$$\frac{\text{Nu Ra}}{\text{Re}^3 \text{Pr}^2} \sim 5 C_f$$

(le préfacteur devant C_f n'est pas une valeur exacte mais un ordre de grandeur).

Nous obtenons une relation simple entre le coefficient de frottement de notre cellule et la puissance dissipée adimensionnée, exprimée à partir des nombres sans dimension de notre expérience. Cette relation est valable quelle que soit la nature de l'écoulement sur les parois.

Examinons les résultats obtenus pour C_f dans le cas d'une plaque plane.

B-3-Quelques résultats sur le coefficient de frottement pour une plaque plane

Sur la fig. IV-4 (tiré de la réf. 1, p. 662), sont représentées les courbes semi-empiriques de C_f en fonction de $R_x (= Re$ en prenant $x = h$).

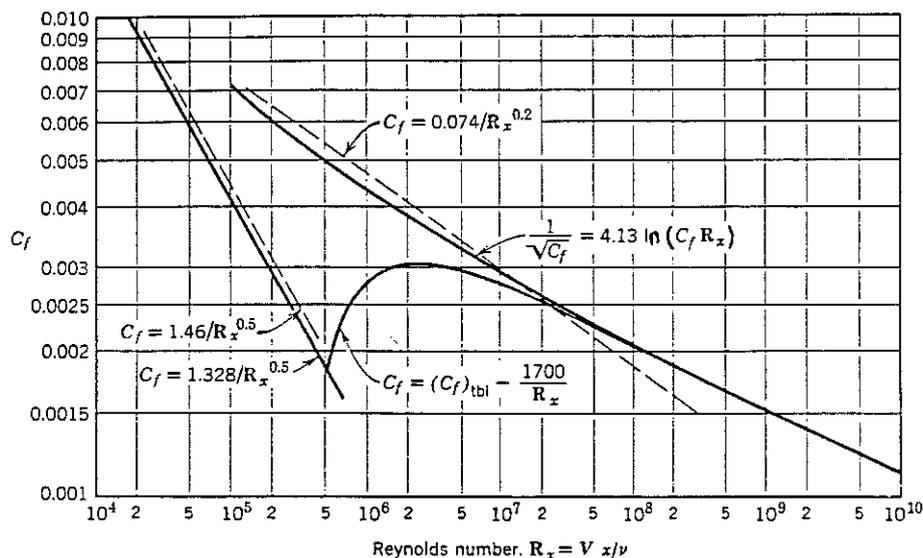


Fig. IV-4 : C_f en fonction de $R_x = Vx/\nu$ (plaque de longueur x , c'est-à-dire que x correspond à h). $(C_f)_{tbi}$ correspond à l'expression de C_f dans le cas complètement turbulent ($(C_f)_{tbi}$ est exprimée par une des deux lois proposées dans la figure au-dessus des courbes).

A partir des faibles Re , C_f évolue comme $\frac{1}{\sqrt{Re}}$. Ce régime correspond au développement sur la plaque d'une couche limite laminaire d'épaisseur δ_v . A la distance h du bord d'attaque de la plaque :

$$\delta_v(h) \sim \frac{h}{\sqrt{\frac{Vh}{\nu}}}$$

avec V la vitesse en dehors de la couche. Le profil de vitesse est linéaire dans la couche limite. La force de frottement F_s qui s'exerce à la paroi est alors :

$$F_S \sim \eta \frac{V}{h} \sqrt{Re}$$

par définition de C_f :

$$F_S = \frac{1}{2} C_f V^2 d$$

on obtient :

$$C_f \sim \frac{\sqrt{Re}}{\frac{Vh}{v}} = \frac{1}{\sqrt{Re}}$$

Le coefficient 1.33, qui apparaît sur la fig. IV-4 pour une des deux courbes en régime laminaire, est déterminé en prenant un profil de vitesse égal au profil de Blasius.

Pour Re supérieur à 500 000, la couche limite présente une transition laminaire turbulent. L'évolution au-delà de $Re \sim 2 \cdot 10^7$ correspond à une couche limite complètement turbulente. Les valeurs numériques données dans l'expression des lois sont obtenues en les ajustant aux données expérimentales.

La valeur critique de $Re = 500\ 000$ est assez sensible aux conditions expérimentales. Une analyse théorique de la stabilité d'une couche laminaire (réf. I-3, p. 240), fournit une valeur critique de Re de l'ordre de 60 000.

Une expérience d'écoulement sur plaque plane lisse présente le résultat suivant sur le coefficient de frottement (réf. 2).

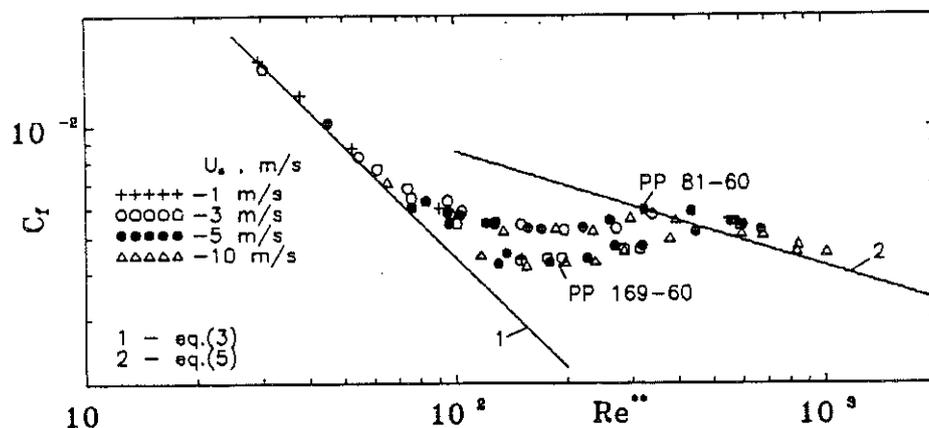


Fig. IV-5 : Coefficient de frottement en fonction de Re^{**} , Re^{**} est construit à l'aide de l'épaisseur de quantité de mouvement ; dans le cas laminaire $Re^{**} = 0.33 \sqrt{Re}$. Le segment de droite 1 a pour équation $C_f = \frac{1.33}{\sqrt{Re}}$

Dans cette expérience, le taux de turbulence de l'écoulement extérieur peut varier de 0 à 7 %. Les points de la série PP 169-60 correspondent à un taux d'environ 4 % tandis que ceux de la série PP 81-60 correspondent à un taux de 6 %. On note que pour les faibles Re , les points suivent bien la loi $1.33/\sqrt{Re}$ c'est-à-dire un comportement laminaire malgré la turbulence de l'écoulement extérieur. La transition turbulente a lieu pour une valeur de Re^{**} de 70 (i.e. $Re \sim 45\,000$). On observe que cette valeur dépend du taux de turbulence de l'écoulement extérieur : elle diminue quand ce taux augmente. On observe ensuite que C_f présente un plateau puis une légère décroissance pour des Re^{**} plus élevés (la correspondance avec Re n'est pas connue dans le régime turbulent, on peut seulement dire qu'elle est monotone croissante).

B-4 - Résultats dans notre cellule

Nous n'avons pas accès directement au coefficient de frottement mais à la valeur de $\frac{Nu Ra}{Re^3 Pr^2}$ pour chaque point de mesure. Nous obtenons la figure suivante :

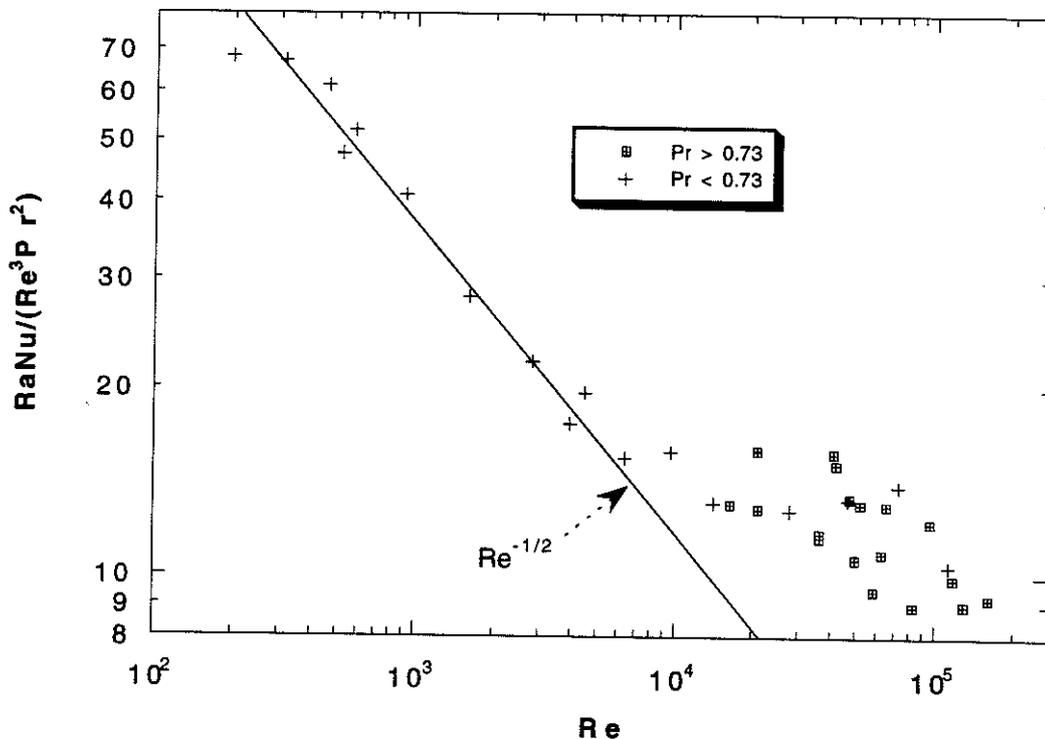


Fig. IV-6 : $RaNu/Re^3 Pr^2$ en fonction de Re avec les points de mesure respectant les conditions de Boussinesq. En-dessous de $Re \sim 7000-8000$, l'évolution est en accord avec une dissipation visqueuse localisée dans une couche laminaire; au-dessus de $Re \sim 7000$, le plateau suggère un régime turbulent.

Les conditions de Boussinesq sont celles définies au §-I-A-2 ; plus précisément, le critère appliqué est : $\Delta\alpha/\alpha < 40 \%$ (§-II-D-1-b). Entre $Re \sim 300$ et Re de l'ordre de 7 à 8000, $\frac{Nu Ra}{Re^3 Pr^2}$ suit bien une loi $Re^{-1/2}$. La loi représentée en trait plein sur la figure a pour équation :

$$\frac{Ra Nu}{Re^3 Pr^2} \sim \frac{1140}{\sqrt{Re}}$$

L'écoulement moyen présente un taux de turbulence non négligeable dans ce régime (il serait de 20 % environ près des parois d'après la réf. I-18).

Au-delà de Re de l'ordre de 7 à 8000, on observe un plateau puis une légère décroissance (vers $Re \sim 40\ 000 - 60\ 000$). Les points sont un peu plus dispersés que dans le régime précédent. Les valeurs de Ra correspondantes (voir fig. IV-1) sont respectivement de $3 \cdot 10^7$ ($Re \sim 300$), de $2 \cdot 10^{10}$ ($Re \sim 7000$) et de $7 \cdot 10^{11}$ ($Re \sim 40\ 000$) ; c'est-à-dire que le régime 2/7 correspond à une évolution de la dissipation en $\frac{1}{\sqrt{Re}}$ tandis que le nouveau régime coïncide avec l'évolution aux plus hauts Re .

Si on compare maintenant nos données avec les résultats sur C_f , nous constatons qualitativement la même évolution en fonction de Re . De façon quantitative pour le régime laminaire C_f évolue comme $1.33/\sqrt{Re}$ tandis que $NuRa/Re^3 Pr^2$ suit la loi $1140/\sqrt{Re}$. Même si le facteur 5 trouvé entre C_f et $NuRa/Re^3 Pr^2$ dans le §-IV-B-2 n'est pas exact, il ne peut être de l'ordre de 800 à 900. Une explication possible de cet écart est dû à une sous-estimation de notre valeur de Re déduite des mesures de fréquence f_{90° . Nous mesurons un écart type des fluctuations de vitesse assez loin des parois et non pas la vitesse V de l'écoulement moyen près des parois. Les mesures de la réf. I-18 et celles de Chicago (cf. réf. I-7, p. 116) nous amènent à la conclusion qu'il existe un facteur 3 à 5, constant avec Ra , entre V et l'écart type des fluctuations de vitesse. En effet, à Chicago les mesures de vitesse moyenne, à une distance plus proche de la paroi que dans notre cellule, donne le résultat suivant :

$$Re \approx 0.16 Pr^{-1} Ra^{0.49} \text{ avec } Pr \sim 0.8 \text{ (cf. tableau 1, § I-B)}$$

A comparer avec nos valeurs de Re :

$$Re \approx 0.052 Pr^{-0.7} Ra^{0.49}$$

ce qui donne un facteur 3 environ entre les deux valeurs de Re . Dans l'expérience I-18 à la position du maximum de vitesse, la vitesse V et l'écart type des fluctuations de vitesse varient tous les deux en $Ra^{0.5}$ mais le rapport entre les deux grandeurs est de l'ordre de 4 à 5 (cf. § I-B-4-f). Si on suppose que l'écart type des fluctuations reste constant quand on s'éloigne des parois, on aurait donc un rapport 4 à 5 entre V et nos valeurs de vitesse. Il est à noter que, dans l'expérience de la réf. I-18, la vitesse de chute libre est seulement 6 fois plus élevée que la vitesse maximale ($V_{cl} = 1.9 \cdot 10^{-4} Ra^{1/2}$ cm/s contre $V = (3.1 \pm 0.7) \cdot 10^{-5} Ra^{0.50}$ cm/s), ce qui est cohérent avec nos mesures et notre hypothèse d'un rapport 4 entre V et l'écart type des fluctuations de vitesse. Si on corrige Re d'un facteur 4, on retrouve un ordre de grandeur raisonnable entre C_f et $\frac{Nu Ra}{Re^3 Pr^2}$. Si on veut maintenant comparer la valeur de Re pour laquelle est observée la transition laminaire-turbulent, il nous faut le corriger de ce même facteur 4. Nous obtenons pour $Re \sim 7000$ la valeur d'environ 30 000 valeur assez proche de celle de l'expérience de la réf. 2 (cf. fig. IV-5) - $Re = 45\ 000$. Dans l'expérience de convection dans l'eau (réf. I-18) la valeur de Re , obtenue avec la vitesse maximale qui doit être celle de l'écoulement moyen, vaut en fonction de Ra :

$$Re \sim \frac{3.1 \cdot 10^{-8} \cdot 0.2}{10^{-6}} Ra^{0.5} = 0.062 Ra^{0.5}$$

$$Re = 30\ 000 \text{ est obtenu pour } Ra = 2.3 \cdot 10^{11} \text{ (}\Gamma = 1 \text{ et } Pr \sim 6)$$

Cette valeur de Ra est cohérente avec nos résultats.

Au-delà de la transition laminaire turbulent l'évolution de $\frac{Nu Ra}{Re^3 Pr^2}$ suit assez bien le comportement de C_f . L'hypothèse négligeant la dissipation due au frottement entre structures thermiques reste valable. Sur les parois de la cellule se développe alors une couche limite complètement turbulente.

B-5- Résumé de l'étude de la dissipation visqueuse

En supposant la puissance dissipée dans notre cellule égale à celle dissipée par l'écoulement sur les parois, nous avons obtenu une relation linéaire entre le coefficient de frottement C_f et $\frac{Nu Ra}{Re^3 Pr^2}$. Cette relation permet une interprétation de nos résultats à l'aide des résultats connus depuis longtemps sur le coefficient de frottement d'une plaque plane. En calculant

$\frac{Nu Ra}{Re^3 Pr^2}$ avec les valeurs déduites de nos mesures expérimentales, nous observons :

- * une évolution de $\frac{Nu Ra}{Re^3 Pr^2}$ de la forme $\frac{1}{\sqrt{Re}}$ qui correspond à la dissipation dans une couche laminaire. Cette évolution coïncide avec le régime 2/7 de la courbe Nu(Ra).
- * à partir de $Re \sim 7000 - 8000$ une transition laminaire turbulent de la couche limite qui correspond à la fin du régime 2/7 et à une zone intermédiaire sur la courbe Nu(Ra).
- * au-delà de Re de l'ordre de 40 000 un régime de turbulence de la couche limite qui coïncide avec le nouveau régime de la courbe Nu(Ra).

C - CONSEQUENCE SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR

A l'aide de Re déduit de mesures locales (cf. partie III), nous avons pu étudier l'écoulement près des parois de la cellule. Nous avons constaté qu'il est similaire à un écoulement sur une plaque plane. Cependant, pour la cellule de Rayleigh Bénard, nous sommes en présence d'un écoulement sur une plaque chauffée à la température T_b et sur une autre refroidie à la température T_h . Le but de cette analyse est de déterminer les lois de transferts de la chaleur lorsqu'on est en présence d'une couche limite turbulente de vitesse.

Nous allons tout d'abord déterminer le profil de température près des plaques.

C-1- Profil de température près des plaques dans le cas d'une couche limite turbulente

Dans le paragraphe IV-B, nous avons étudié la couche limite de vitesse sans nous préoccuper de la présence d'un gradient de température. Nous nous sommes implicitement placés dans la situation d'un transfert de chaleur par convection forcée, l'écoulement moyen jouant le rôle d'écoulement extérieur. Cette hypothèse n'ayant pas souffert de contradiction, nous allons continuer à l'appliquer. Pour un écoulement turbulent, le profil moyen de température est analogue au profil de vitesse car les mécanismes de transfert de la chaleur et de la quantité de mouvement sont identiques.

Pour une première lecture, la partie en italique qui suit peut être sautée.

Pour le flux de chaleur, on a la loi de variation :

$$Q/S \sim C_p d u_z \theta(z) \quad (\text{eq. 2, cf. § I-B-4-c})$$

en négligeant le terme diffusif.

Pour une couche de fluide, pas trop près de la plaque, donc pour laquelle les mécanismes de diffusion moléculaire n'interviennent pas, et d'épaisseur faible devant h , nous ne disposons que de u^* comme vitesse caractéristique et de z comme longueur caractéristique ; les fluctuations de température sont de l'ordre de la variation de la température moyenne sur la hauteur z . On obtient donc par analyse dimensionnelle :

$$u_z \theta(z) \sim u^* z \frac{\partial T}{\partial z}$$

d'où :

$$Q/S \sim \frac{\lambda}{\kappa} u^* z \frac{\partial T}{\partial z}$$

En remarquant que le flux de chaleur Q/S , comme le flux de quantité de mouvement $u^2 d$, est constant avec z , on obtient par intégration suivant z depuis la température T_b de la plaque du bas :

$$T_b - T(z) \sim \frac{k}{u^*} \frac{Q}{SI} \left(\ln \left(\frac{z}{z^*} \right) + \text{constante d'intégration} \right)$$

z^* est une épaisseur caractéristique de la sous couche visqueuse où interviennent les coefficients de transport moléculaire ν et κ .

La constante est une quantité sans dimension et ne doit dépendre que de nombres sans dimension. Le produit de cette constante par les termes devant la parenthèse donne la chute de température dans la sous-couche visqueuse. Cette constante ne dépend donc que des grandeurs caractéristiques de la sous couche visqueuse telles que u^* , C_p , d , ν , κ . Le seul nombre sans dimension que l'on peut construire avec ces grandeurs est Pr . Le profil de température est alors :

$$\frac{T_b - T(z)}{\Delta T} = \frac{Nu}{Pr Re^*} 2.25 \left(\ln \frac{z u^*}{\nu} + f(Pr) \right)$$

La valeur numérique est celle donnée dans la réf. I-3 (p. 301) et obtenue en ajustant la relation avec des données expérimentales.

$Re^* = \frac{u^* h}{\nu}$ est le nombre de Reynolds associé à la vitesse de frottement u^*

A partir du profil moyen de température en régime turbulent, déterminé de manière semi-empirique, on peut déduire la relation suivante entre Nu, Pr et Re^* :

$$\frac{Pr Re^*}{4.5 Nu} \sim \ln Re^* + f(Pr) \quad (\text{eq. 4})$$

Pour obtenir cette relation on a pris l'altitude z de l'ordre de $h/2$, $T_b - T(z)$ vaut alors $\Delta T/2$. Les constantes qui peuvent apparaître sont regroupées dans $f(Pr)$.

Rappelons que la fonction sans dimension $f(Pr)$ est reliée à la chute de température sur l'épaisseur de la sous-couche visqueuse. Cette chute de température dépend, entre autres, des coefficients de diffusion moléculaire ν et κ qui jouent un rôle non négligeable dans la sous-couche. C'est la raison pour laquelle la fonction f , qui ne peut dépendre que de nombres sans dimension, dépend de Pr.

D'autre part, le profil moyen de vitesse s'exprime suivant :

$$u_x(z) = u^* (2.5 \ln z/z^* + 5.1)$$

En prenant z de l'ordre de h , on a la relation suivante entre Re et Re^* :

$$Re = Re^* (2.5 \ln Re^* + 5.1) \quad (\text{eq. 5})$$

En utilisant (eq. 5) et nos données expérimentales, nous allons vérifier (eq. 4) et déterminer une fonction f qui ajuste nos points. Les valeurs de Re utilisées sont celles données en annexe C et correspondent au régime

turbulent ($Re > 30\ 000$). Elles sont multipliée par un facteur 4 puisque nous avons vu précédemment (§-IV-B-4) qu'il pouvait exister un tel facteur entre notre Re et le Re associé à l'écoulement moyen. Re^* est déduit par inversion (eq. 5), puis reporté dans (eq. 4). L'expression $\frac{PrRe^*}{4.5 Nu}$ est alors étudiée soit en fonction de Re^* (fig. IV-7), soit en fonction de Pr (fig. IV-8). En toute rigueur, il faudrait faire cette étude en travaillant respectivement à Pr et à Re^* constant. Nous ne disposons pas de suffisamment de points pour cela. Sur la figure IV-7, nous observons une dispersion aléatoire des points (cette dispersion est due à l'influence du Pr). En comparaison, les points de la figure IV-8 présentent une bien moindre dispersion et s'alignent assez bien suivant une loi de puissance (l'utilisation de cette loi plutôt qu'une autre nous est seulement suggérée par le travail de Landau, réf. I-3, p. 304).

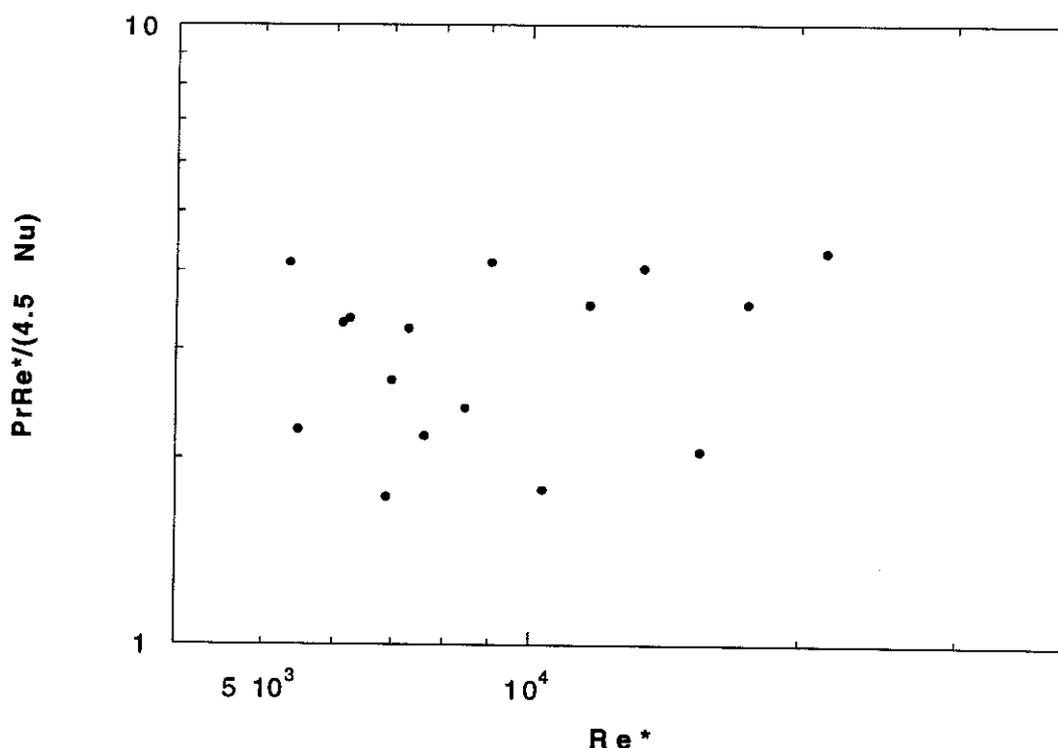


Fig. IV-7 : $\frac{PrRe^*}{4.5Nu}$ en fonction de Re^* . $Re > 30\ 000$.

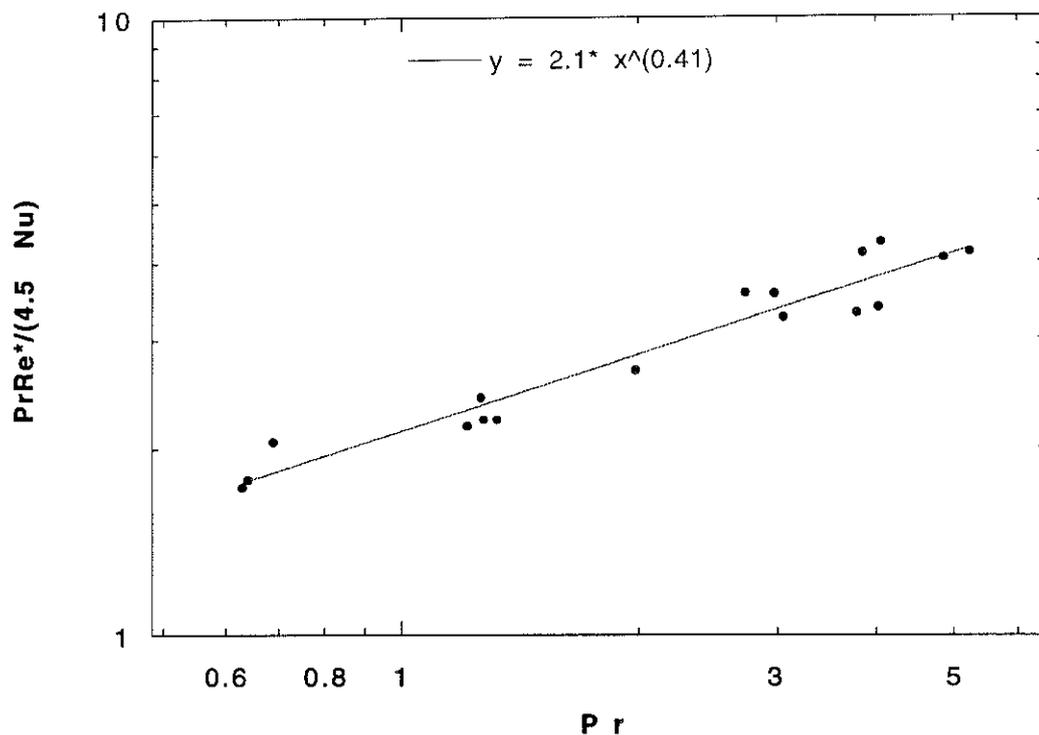


Fig. IV-8 : $\frac{PrRe^*}{4.5Nu}$ en fonction de Pr . Les points s'alignent assez bien selon une loi de puissance d'exposant 0.41. $Re > 30\ 000$.

Pour expliquer ces comportements, il nous faut admettre que le terme $\frac{PrRe^*}{Nu}$ est indépendant de Re^* et n'est fonction que de Pr dans le régime turbulent ($Re > 30\ 000$).

La signification physique de ce résultat est que la chute de température a lieu principalement dans la sous-couche visqueuse. Il faut remarquer que c'est exactement la situation envisagée par Siggia (cf. réf. I-22 et § I-B-4-f), mais pour décrire le régime 2/7!

En faisant un raisonnement suivant le même principe que Siggia, nous allons déterminer la relation entre Nu , Ra et Pr . Une comparaison est ensuite faite avec les résultats de la partie II sur les mesures calorimétriques.

C-2 - Nu en fonction de Ra aux hauts Ra à partir des mesures de Re

Pour obtenir cette loi, nous allons utiliser les relations entre Nu , Ra , Pr , Re et Re^* obtenues à l'aide des profils moyens de température et de vitesse près des plaques, et de l'expression de la dissipation visqueuse :

$$\frac{PrRe^*}{Nu} \sim 9.5 Pr^{0.4}$$

$$Re \sim Re^* (2.5 \ln Re^* + 5.1)$$

$$NuRa \sim 5 C_f Re^3 Pr^2$$

Par souci de simplification, nous allons prendre les préfacteurs égaux à 1. Nous sommes dans le régime de hauts Re , ce qui permet de négliger la constante 5.1 dans la relation entre Re et Re^* . C_f est supposé constant (ce qui survient aux hauts Re également).

On a donc :

$$\frac{Pr Re^*}{Nu} \sim Pr^{0.4}$$

$$Re \sim Re^* \ln Re^*$$

$$Nu Ra \sim Re^3 Pr^2$$

En éliminant Re^* entre les deux premières relations, on obtient :

$$Re \sim Pr^{-0.6} Nu \ln (Pr^{-0.6} Nu)$$

En reportant dans la 3e relation, on a :

$$Nu Ra \sim Pr^{0.2} Nu^3 \ln^3 (Pr^{-0.6} Nu)$$

d'où l'expression implicite de Nu :

$$Nu \sim \frac{Ra^{1/2} Pr^{-0.1}}{\ln^{3/2} (Pr^{-0.6} Nu)}$$

Dans le §-II-D-5, nous avons présenté nos résultats sur Nu en fonction de Ra sous forme de loi de puissance. Pour le régime à haut Ra (entre 10^{12} et 10^{14}), nous avons obtenu :

$$Nu \sim Ra^{0.39} Pr^{0.07}$$

On peut estimer l'exposant équivalent de Ra , x , pour la loi implicite semi-empirique :

$$x = \frac{d \ln Nu}{d \ln Ra} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{d \ln [\ln(\text{Pr}^{-0.6} \text{Nu})]}{d \ln Ra}$$

$$x = \frac{1/2}{\left(1 + \frac{3}{2 \ln(\text{Pr}^{-0.6} \text{Nu})}\right)}$$

En prenant $\text{Nu} = 1600$ ($\text{Ra} = 10^{13}$) et $\text{Pr} = 5$ qui représentent des valeurs types pour le nouveau régime, on a :

$$x \sim 0.405$$

L'exposant est un peu supérieur à celui, 0.39, déduit de nos mesures. En ce qui concerne l'exposant équivalent du Pr , x_{Pr} , on a :

$$x_{\text{Pr}} = \frac{d \ln Nu}{d \ln \text{Pr}} = -0.1 + \frac{3}{2} \frac{d \ln [\ln(\text{Pr}^{-0.6} \text{Nu})]}{d \ln \text{Pr}}$$

$$x_{\text{Pr}} = -0.1 - \frac{3}{2} \frac{x_{\text{Pr}} - 0.6}{\ln(\text{Pr}^{-0.6} \text{Nu})}$$

$$x_{\text{Pr}} = \frac{-0.1 + \frac{0.9}{\ln(\text{Pr}^{-0.6} \text{Nu})}}{1 + \frac{3}{2} \frac{1}{\ln(\text{Pr}^{-0.6} \text{Nu})}}$$

Avec les valeurs de $\text{Nu} = 1600$ ($\text{Ra} = 10^{13}$) et $\text{Pr} = 5$, on obtient un exposant x_{Pr} de + 0.03.

L'exposant est également un peu différent, 0.07, de celui déduit des mesures. Il est cependant plus proche de la valeur expérimentale que celui, -1/7, prévu par Kraichnan et Siggia pour le régime asymptotique (cf. § I-B-4-f). Les légers désaccords entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux peuvent s'expliquer par la façon de définir un régime de hauts Re (ou hauts Ra). Pour être expérimentalement dans la même situation, il faut se placer à des Ra sensiblement plus élevés que 10^{14} , ce qui n'est pas réalisable avec la cellule utilisée dans notre expérience.

Il est possible de contourner cette difficulté en utilisant des parois rugueuses. En effet, dans le cas où la hauteur des rugosités h_r est plus grande que z^* , l'épaisseur de la sous-couche visqueuse, le profil de vitesse s'écrit sous la forme :

$$u_x(z) = 2.5 u^* \ln \frac{z}{h_r}$$

c'est-à-dire que Re évolue comme Re^* sans correction logarithmique. Dans le même temps le coefficient de frottement reste constant avec Re . On obtient ainsi plus rapidement le régime asymptotique ($Ra \rightarrow \infty$ dans les conditions de parois lisses) pour lequel Nu doit évoluer comme $Ra^{1/2}$.

D - ETUDE DES POINTS NON BOUSSINESQ

Les études des paragraphes précédents ont été menées avec des points respectant le critère déterminé au § II-D-1-a ($\frac{\Delta\alpha}{\alpha} < 0.4$). Nous avons réalisé des mesures locales dans des conditions non Boussinesq pour une dizaine de points. Il est intéressant de voir comment se placent ces points par rapport aux points Boussinesq dans les courbes $Re(Ra)$ et $\frac{RaNu}{Re^3Pr^2}(Re)$.

D-1 - Re en fonction de Ra

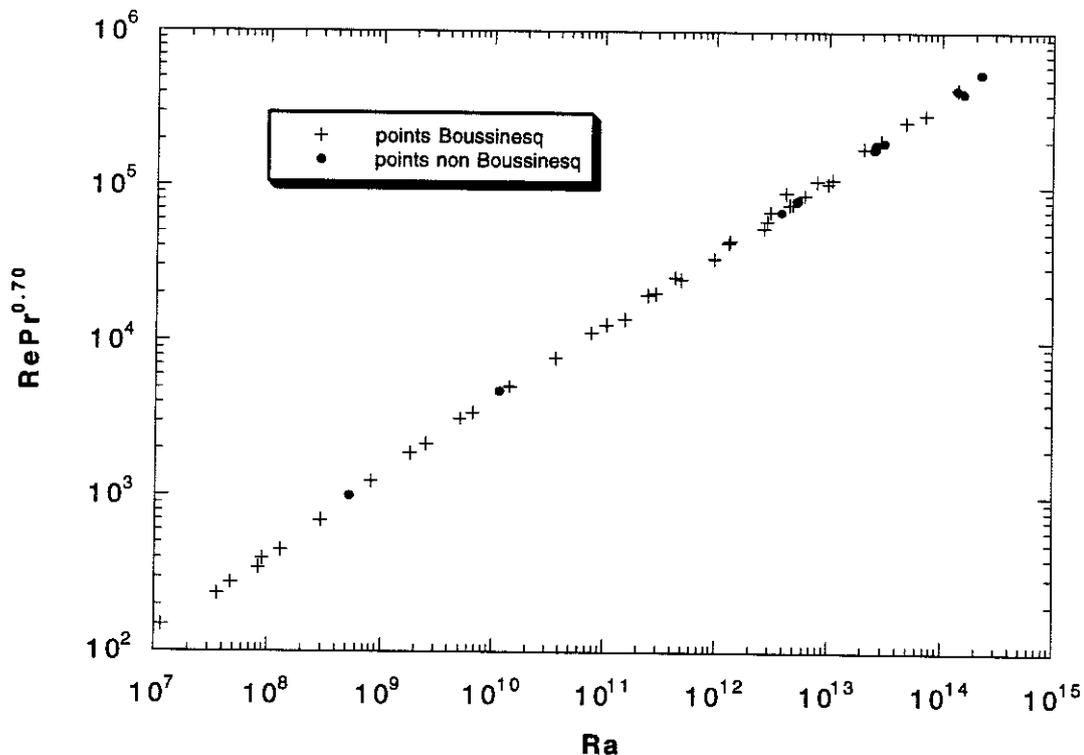


Fig. IV-9 : $RePr^{0.70}$ en fonction de Ra pour tous les points du tableau en annexe C. La distinction entre les points se fait sur le critère $\Delta\alpha/\alpha = 0.4$

On constate que sur le diagramme $RePr^{0.70}-Ra$ (fig. IV-9) les points non Boussinesq ne se distinguent absolument pas des autres points. Re est une grandeur caractéristique du centre. Il faut en déduire que les effets non Boussinesq se manifestent uniquement près des parois. Cela se voyait déjà avec la courbe $Nu(Ra)$ (§ II-D-1-b) qui caractérise l'épaisseur de la couche limite thermique. Le point à $Ra = 6.5 \cdot 10^{14}$, mentionné au §-II-B-2-a, présente une valeur de Re de $6 \cdot 10^5$ (en utilisant $\tau_{ret} = 25$ ms) alors que l'extrapolation à $Ra = 6.5 \cdot 10^{14}$ de la loi de puissance des points de la fig. IV-9, donne $1.1 \cdot 10^5$. Le facteur 6 entre les deux valeurs s'explique par le fait que la mesure de la vitesse à partir de la phase du spectre de corrélation se fait différemment et que la vitesse du point à $Ra = 6.5 \cdot 10^{14}$ s'interprète comme la vitesse moyenne et non pas comme les fluctuations de vitesse. Le fait que ce point présente un effet non Boussinesq n'est pas important puisque les points dans le même cas ne se distinguent pas des points Boussinesq.

D-2 - $\frac{RaNu}{Re^3 Pr^2}$ en fonction de Re

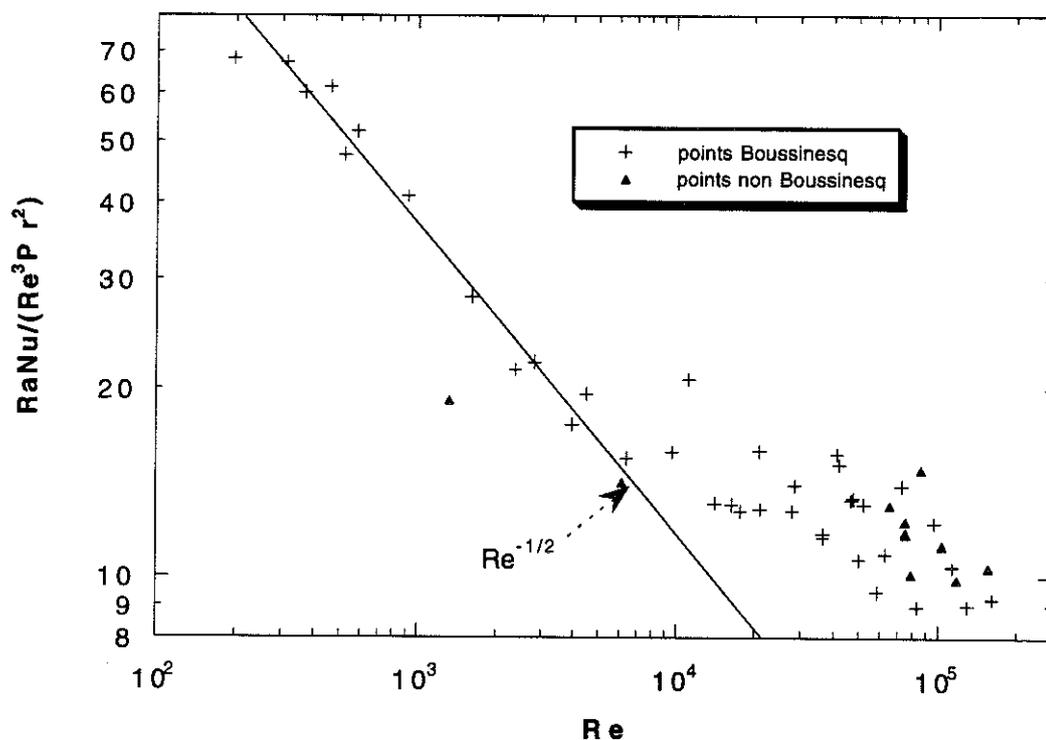


Fig. IV-10 : $\frac{RaNu}{Re^3 Pr^2}$ en fonction de Re .

Nous ne disposons pas de suffisamment de points dans le régime laminaire pour en tirer une conclusion ; les deux points dans cette région montrent un comportement opposé.

Pour le régime turbulent, les points s'alignent bien avec les points Boussinesq. Si on les examine sur la courbe $Nu(Ra)$ ils ne présentent pas non plus d'anomalies ; notre critère $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} < 0.4$ semble trop strict pour ces points. Dans le cas turbulent nous ne pouvons pas non plus conclure.

Conclusions

Perspectives

Durant cette thèse, nous avons étudié la convection de Rayleigh Bénard avec une cellule de rapport d'aspect 1/2 remplie d'He, soit gazeux, soit liquide. Nous avons travaillé depuis le régime conductif ($Ra = 10^3$) jusqu'à des valeurs de Ra de $2 \cdot 10^{14}$ dans les conditions de Boussinesq. Des mesures calorimétriques précises nous ont permis de mesurer des effets non Boussinesq : gradient thermique adiabatique (0.38 mK à 4.2 K pour l'He gazeux peu dense sur une hauteur de 20 cm), critère ($\Delta\alpha/\alpha < 0.4$) pour rester dans les conditions de Boussinesq. Les mesures calorimétriques ont surtout permis de mettre en évidence sur la courbe $Nu(Ra)$ un changement de régime de turbulence à partir de $Ra = 2 \cdot 10^{11}$ pour $Pr = 0.7$: le régime dit "2/7", établi à partir de $Ra = 3 \cdot 10^7$ disparaît au profit d'un nouveau régime, bien établi à partir de $Ra = 6 \cdot 10^{11}$ et caractérisé par un exposant de loi de puissance effectif de 0.39. On note également une faible dépendance positive en Pr de ce régime.

Nous avons également mené une étude locale à l'aide de thermomètres placés entre le centre et la paroi de la cellule, à mi-hauteur. De ces mesures, nous avons déduit une vitesse et donc un nombre de Reynolds caractéristique pour chaque point de mesure (Ra et Pr fixés). L'analyse de ce nombre en fonction de Ra nous a montré que l'écoulement au centre de la cellule ne présentait pas de modification claire de $Ra = 10^7$ à $Ra = 2 \cdot 10^{14}$. En utilisant Nu , Ra , Re et Pr , nous avons étudié le comportement de la dissipation due au frottement de l'écoulement sur les parois de la cellule. Nous avons mis en évidence une transition laminaire-turbulent de la couche limite de vitesse sur les parois qui coïncide avec le changement de régime observé sur la courbe $Nu(Ra)$.

Une étude des spectres de puissance des fluctuations de température près du centre de la cellule a été commencée afin d'étudier la turbulence de convection thermique.

Une étude des distributions des temps de retard entre signaux des deux thermomètres a été aussi entreprise afin d'obtenir des informations sur la vitesse locale.

Avec cette cellule, il n'est pas possible d'obtenir des Ra plus hauts que $2 \cdot 10^{14}$ à cause des inhomogénéités des propriétés de l'He sur la hauteur de la cellule qui surviennent à ces valeurs de Ra (proximité du point critique de

l'He). Pour obtenir des valeurs de Ra plus élevées, il faudrait mener le même travail avec une cellule plus grande comme se propose de faire une équipe américaine (1). Cette équipe projette de monter une cellule de 10 m de haut pour 5 de large. Aux mêmes conditions de température et de densité, on obtiendrait un Ra $(50)^3$ fois plus grand simplement à cause de la hauteur. Cependant, le gradient adiabatique sera 50 fois plus élevé et les temps de mise à l'équilibre thermique vont être augmentés proportionnellement au volume, sans compter les problèmes techniques, notamment cryogéniques liés au gigantisme de la cellule. Ce projet représente certainement un défi passionnant avec des perspectives énormes s'il est mené jusqu'au bout.

Avec la présente cellule, les perspectives sont nombreuses :

- * D'abord, continuer à dépouiller les données des deux thermomètres placés dans la cellule. Notamment des programmes informatiques ont été écrits pour déterminer les histogrammes des incréments de température, leurs moments afin d'étudier l'intermittence de la turbulence aux différentes échelles de l'écoulement. Il sera intéressant de comparer les résultats avec la turbulence classique où la poussée d'Archimède n'intervient pas (expérience de jet d'hélium par exemple).
- * Introduire des rugosités sur les parois de la cellule pour modifier l'écoulement en leur voisinage. Le transfert de chaleur serait également modifié pour atteindre plus vite le régime ultime prévu par les théories. Cela confirmerait que le nouveau régime correspond au régime ultime.
- * Mettre un détecteur constitué d'un film d'AuGe de petite dimension ($5 \mu\text{m}$) à l'intérieur de la cellule pour mesurer "simultanément" la vitesse et la température locale (à l'aide d'une commutation rapide par rapport aux temps caractéristiques de la convection de Rayleigh Bénard). Les possibilités d'analyse sont encore plus vastes qu'avec les détecteurs actuels. Les résultats entre ce détecteur et les détecteurs actuels seront naturellement comparés.

Ces perspectives (et d'autres qui peuvent surgir au hasard de la recherche) constituent amplement un autre travail de thèse. Je souhaite à mon successeur de mener à bien ce travail. J'espère avoir l'occasion de suivre ou de participer à ces futurs développements.

Références
bibliographiques

Ne sont cités ici que les articles, livres, ou rapports de thèses dont j'ai pu disposer et que j'ai consultés partiellement ou complètement. Dans ces documents le lecteur pourra trouver d'autres références complémentaires

REFERENCES (partie I)

- (1) R.G. Scurlock and G.K. Thanton (1977) "Pool heat transfer to liquid and supercritical helium in high centrifugal acceleration fields", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 20, pp. 31-40
- (2) P. Manneville, "Structures dissipatives, chaos et turbulence" (1990), Collection Alea Saclay
- (3) L. Landau, E. Lifchitz, "Mécanique des fluides", t6, Physique théorique, ed. Mir, 2e édition (1989)
- (4) D.J. Tritton "Physical Fluid Dynamics", 2nd édition (1988) Oxford University Press
- (5) D.C. Threlfall (1975), "Free convection in low temperature gaseous helium", J. Fluid Mech., vol. 67, pp. 17-28
- (6) P. Bergé, Y. Pomeau, C. Vidal, "L'ordre dans le chaos", ed. Hermann (1988)
- (7) X.Z. Wu, "Along a road to developed turbulence : free thermal convection in low temperature helium gas", PhD Thesis de l'université de Chicago (1991)
- (8) R.J. Goldstein, H. Chiang, D. See (1990), "High-Rayleigh-number convection in a horizontal enclosure", J. Fluid Mech., vol. 213, pp.-111-126
- (9) S. Cioni, S. Ciliberto, J. Sommeria (1996) "Experimental Study of high-Rayleigh-number convection in mercury and water", Dyn. Atmos. of Oceans, vol. 24 , pp. 117-127
- (10) T. Takeshita, T. Segaria, J.G. Glazier et M. Sano (1996) "Thermal Turbulence in Mercury", Phys. Rev. Lett., vol. 76, n° 9, pp. 1465-1468
- (11) R.J. Goldstein and T.Y. Chu (1969), "Thermal Convection in a horizontal layer of air", Prog. Heat Mass Transfer, vol. 2, pp. 55-75
- (12) D.E. Fitzjarrald (1976), "An experimental study of turbulent convection in air", J. Fluid Mech., vol. 73, part 4, pp. 693-719
- (13) A. Tilgner, A. Belmonte, and A. Libchaber (1994), "Temperature and velocity boundary layers in turbulent convection", Physical. Rev. E, vol. 50, n° 1, pp. 269-279

- (14) F. Chillá, S. Ciliberto, C. Innocenti, E. Pampaloni (1993) "Boundary layer and scaling properties in turbulent thermal convection", *Il Nuovo Cimento*, vol. 15D, pp. 1229-1249
- (15) A.M. Garon and R.J. Goldstein (1973), "Velocity and heat transfer measurements in thermal convection", *Phys. fluids*, vol. 16, n° 11, pp. 1818-1825
- (16) R.J. Goldstein and S. Tokuda (1979), "Heat transfer by thermal convection at high Rayleigh numbers", *Inst. J. Heat transfer*, vol. 23, pp. 738-740
- (17) H. Tanaka and H. Miyata (1980), "Turbulent natural convection in a horizontal water layer heated from below" *Int.J. Heat transfer*, vol. 23, pp. 1273-81
- (18) Y.B. Xin and K.Q. Xia, P. Tong (1996), "Measured velocity boundary layers in turbulent convection", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 1266-1269
- (19) Equipe du Centre d'Etude Nucléaire de Grenoble (CEA) constitués de L. Bernoz, Sheiler, Bonnet
- (20) T.H. Solomon and J.P. Gollub (1990), "Sheared boundary layers in turbulent Rayleigh Bénard convection", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, n° 20, pp. 2382-2385
- (21) B. Castaing, G. Gunaratne, F. Heslot, L. Kadanoff, A. Libchaber, S. Thomae, X.Z. Wu, S. Zaleski and G. Zanetti, (1989), "Scaling of hard thermal turbulence in Rayleigh Bénard Convection", *J. Fluid Mech.* vol. 204, pp. 1-30
- (22) E.D. Siggia (1994), "High Rayleigh number convection" *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, vol. 26, pp. 137-167
- (23) H. Tennekes and J.L. Lumley "A first course in turbulence" (1974), the MIT Press
- (24) S. Ciliberto, S. Cioni, C. Laroche (1996), "Layer-scale flow properties of turbulent thermal convection", *Phys. Rev. E*, vol. 54, n° 6, pp. 5901-4
- (25) G. Grötzbach (1983), "Spatial requirements for Direct Numerical Simulation of the Rayleigh Bénard convection", *J. Comput. Phys.*, vol. 49, pp. 241-264
- (26) M.R. Kerr (1996), "Rayleigh number scaling in numerical convection ", *J. Fluid Mech.*, vol. 310, pp. 139-179

- (27) S. Kenjeres and K. Hanjalic (1997), "Transient Reynolds-averaged Navier Stokes simulation of Rayleigh Bénard convection over flat and wavy walls", Proc. 2nd Int. Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Delft, pp. 591-6

REFERENCES (partie II)

- (1) H.A. Kierstead (1973), "PVT surface of He⁴ near its Critical Point" Physical Review A, vol. 7, pp. 242-251
- (2) R.D. McCarty (1973), J. Phys. Chem. Data vol 2, p 923
- (3) R.D. McCarty and V.P. Arp (1990), "A new wide range equations of state for helium" Advances in cryogenic Engineering, vol. 35, pp. 1465-75, Plenum Press
- (4) V.P. Arp and R.D. Mc Carty (1989), Technical Note 1334, NIST
- (5) B.A. Hands & V.P. Arp (1981), "A correlation of thermal conductivity data for helium", Cryogenics vol. 21, p. 692
- (6) R.L. Rusby (1990), "New vapor pressure equations for ⁴He and ³He, Physica B, vol 35, pp. 165-166
- (7) M. Durieu and R.L. Rusby (1983), "Helium vapor pressure equations on the EPT-76" Metrologia, vol 19, p 67
- (8) J. J. Niemla and R.J. Donnelly (1995), "Density and thermal expansion coefficient of Liquid Helium 4 from measurements of the dielectric constant" J. of Low Temp. Phys., vol. 98, pp. 1-16
- (9) Document du B.I.P.M. sur l'Echelle Provisoire de Température de 1976 entre 0.5 et 30 K
- (10) Handbook of Chemistry and Physics, 53^d cd, CRC press (1972-1973), The chemical Rubber Co pub, F-6
- (11) MKS Baraton 220 D jauge de pression différentielle capacitive
- (12) X. Chavanne, F. Chillà, B. Chabaud, B. Castaing, J. Chaussy and B. Hébral (1996), "High Rayleigh number convection with gaseous helium at low temperature", J. of Low Temp. Phys., vol. 104, pp. 109-129
- (13) I. Catton & P.K. Edwards (1967), "Effect of side walls on natural convection between horizontal plates heated from bellow", J. Heat Transfer, vol. 89, pp. 295-299

REFERENCES (partie III)

- (1) Nous remercions P. Tabeling, H. Willaime et A. Libchaber pour nous avoir fourni ces thermomètres.
- (2) A. Naert "Turbulence dans un jet d'hélium gazeux à basse température", thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble (1995)
- (3) H. Kahalerras "Etude expérimentale de la profondeur de la cascade de l'intermittence", thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble (1997).
- (4) L'vov V.S. (1991), "Spectra of velocity and temperature fluctuations with constant entropy flux of fully developed free convective turbulence", Phys. Rev. Lett., vol. 67, pp. 687-690

REFERENCES (partie IV)

- (1) J.K. Vennard & R.L. Street, "Elementary Fluid Mechanics", 5e ed (1975) par John Wiley & Sons, Inc.
- (2) E.Ya. Epik, T.T. Suprun, L.E. Yushynan (1997), "The influence of Turbulence on the Mechanism of Heat Transfer and Selective Properties of Bypass Transition", Proc. 2nd Int. Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Delft, pp. 243 - 252.

REFERENCE (conclusion)

- (1) "Cryogenic Helium gas convection research" a report to the Department of Energy from the Department of Physics, University of Oregon, Russel J. Donnelly, Editor (oct. 1994).

Annexe A

Programme pour le traitement des données
calorimétriques (partie II)



```

REAL P,lam,lamhaut,V,Q,ds,bv(9),n1(8),n2(4),n3(6),n4(3),n5(3),n6(2),ga,KaT
REAL m1(8),m2(4),m3(6),m4(3),m5(3),m6(2),gb,lambas
REAL*4 Nu,dt,dTad,Nucorr,Racorr
INTEGER Pb,He,dv2,ios,m,Qpar
CHARACTER fil*9,fil1*7,tet*3,tet1*7,tetg*12,pre*1,rep*2,reg*1,date*11

```

```

WRITE(*,*)'attention ce programme est prévu pour:'
WRITE(*,*)'régions liq & gaz pour 2<T en K<10 et région critique'
WRITE(*,*)'au delà nous déclinons toute responsabilité'
WRITE(*,*)'étalonnage du thermocouple (20/03/97), des résistances C (31/05/95), Ge (10/06/96)'
WRITE(*,*)'hauteur de cellule = 20 cm T en K NBS65'

```

5

c appel des fichiers de données brutes; création des fichiers des résultats

```

WRITE(*,*)'nombre de fichiers à appeler'
READ(*,*)m
DO 150 i=1,m
25  WRITE(*,*)'fichier n° ',i
    pre='r'
    DO 350 WHILE (NOT((pre='1').or.(pre='2')))
        WRITE(*,*)'en quelle unité a été mesurée la pression?'
        WRITE(*,*)'si en mm d huile taper 1'
        WRITE(*,*)'si en mbar taper 2'
        READ(*,*)pre
350  ENDDO
    SELECT CASE (pre)
        CASE ('2')
            Write(*,*)'pression en mbar:'
            READ(*,*)P
            i=INT(P)
            call confil('Pce',fil1,i)
            call confil('Nu',tet1,i)
            fil=fil1//'mb'
            tetg=tet1//'mb'
            P=P*10e-4
            Write(*,*)'pression en bar:',P
        CASE ('1')
            Write(*,*)'entrer la pression en mm d"huile'
            READ(*,*)P
            i=INT(P)
            call confil('Pce',fil1,i)
            call confil('Nu',tet1,i)
            fil=fil1//'mm'
            tetg=tet1//'mm'
            P=P*10.24e-5
            Write(*,*)'pression en bar:',P
    END SELECT

    OPEN(1,file=fil,status='old',err=25)
    READ(1,*)d
    OPEN(2,file=tetg,status='new')
    Write(*,*)'le nom du fichier où seront stockées les données Nu,Ra est:',tetg
    CALL titreNu(d,tetg)
    WRITE(2,78)'heure/jour ', DT/mK,' T(K) ','Pch(uW) ','aDT ','DK/K ','Da/a ','Racorr ',tetg,' Pr'
78  FORMAT(A11,A6,A6,A8,3A5,A11,A9,A3)
79  FORMAT(A11,F6.2,F6.3,F7.2,3I4,G11.4,F7.2,F6.2)

```

```

77          FORMAT(A11,F7.1,F6.3,F10.1,3I4,G11.4,F8.1,F7.2)

          j=0
          ios=0
          READ(1,*)
100        j=j+1
          READ(1,*,end=150)date,R1,R3,R5,R6,R7,dv1,dv2,V,He,Pb,Qpar
          WRITE(*,*)'point n° ',j
          dv=dv1-float(dv2)*1e-3
          CALL etal1(R1,T1)
          CALL etal3(R3,T3)
          CALL etal5(R5,T5)
          CALL etal6(R6,T6)
          IF(R7<5000)THEN
              CALL etalGeb3(R7,T7)
              Tm=T7-dv/260
              IF(Tm<4.3)THEN
                  dt=dv/(116.4+2.55*(Tm))
              ELSE
                  IF(Tm<5.1)THEN
                      dt=dv/(126.61+4.34*(Tm-4))
                  ELSE
                      dt=dv/(119.13+2.44*(Tm))
                  END IF
              END IF
          ELSE
              CALL etalGeb1(R7,T7)
              dt=dv/114
          END IF
          T=T7*1.002+.001-dt/2
          Th=T-dt/2
          WRITE(*,*)'temperature du haut, DT en mK',Th,dt*1000

c test de condensation ou d'évaporation
          IF (d<70) THEN
              CALL Tlim(T,d,Tsat,Pcel)
              P=Pcel*1e-3
              IF ((Th<Tsat).and.(Th<5.2014)) THEN
                  WRITE(*,*)'CONDENSATION sur la plaque du haut probable'
              END IF
          ELSE
              ds=d/4.0026
              CALL pres(ds,T,Patm)
              P=Patm*1.01325
              Write(*,*)'pression en bar:',P
              Tbas=T7+.006
              CALL presat1(Tbas,Psat)
              Write(*,*)'pression sat en mbar:',Psat
              IF (P<Psat/1000) THEN
                  WRITE(*,*)'VAPORISATION sur la plaque du bas probable'
              END IF
          END IF

c programme pour calculer Ra
          IF ((abs(d/69.58-1)<.2).and.(abs(t/5.1983-1)<.03)) THEN

```

iii

```
WRITE(*,*)'REGION CRITIQUE'
CALL pptecritique(d,t,lam,eta,alf,cp,Pcri)
IF (Pcri==1) THEN
GOTO 120
ENDIF
P=(Pcri+1)*2.274645
WRITE(*,*)'pression en bar',P
ELSE
CALL pptenormal(d,t,lam,eta,alf,cp)
ENDIF
h1=alf*dt/T
WRITE(*,*)'alfa à',d,'kg/m3 et',T,'K en 1/K est',alf/T
WRITE(*,*)'vitesse de chute libre en m/s est',sqrt(h1*9.82*.2)
WRITE(*,*)'le temps de chute libre sur 20 cm en s ',sqrt(.2/(h1*9.82))
IF (h1>.3) THEN
WRITE(*,*)'HYPOTHESE de Boussinesq aDT<<.38 dépassée',h1
ENDIF
dTad=alf*9.81*.2/cp
IF (d>1) THEN
Ra1=8*9.81e3*alf*cp*d**2/(T*eta*lam)
ELSE
c formule pour l'He gaz parfait
Ra1=1.1716e12*d**2/T**3.2
ENDIF
difth=lam/cp*d
Pr=eta/lam*cp*1e-6
WRITE(*,*)'Prandtl =',Pr
WRITE(*,*)'le gradient thermique adiabatique en mK est',dTad*1000
Ra=Ra1*dt
Racorr=Ra1*(dt-dTad)
WRITE(*,*)'Les RAYLEIGH sans et avec correction du gradient adiabatique valent',Ra,Racorr
c calcul du Nu;Q en microW
Q=V**2/90.8
c conductance thermique de l'He microW/K
GH=7854*5*lam
c conductance thermique des paroi microW/K
Gw=-30.504+64.051*T
c calcul du Nu brut
Nu=((Q+float(Qpar)*1e-3-.85*(T7-T5+.020))/dt-Gw)/GH
Nucorr=Nu*(dt-dTad/Nu)/(dt-dTad)
WRITE(*,*)'le Nombre de Nusselt avec correction du grad adiab vaut ',Nucorr

c test de conditions de Boussinesq
danch=d
dnvh=d
tbas=T+dt/2
CALL dichod(P,tbas,dnvh)
idh=0
Do 430 While (not((ABS(dnvh/danch-1)<5e-3).or.(idh=10)))
danch=dnvh
idh=idh+1
CALL dichod(P,tbas,dnvh)
430 End Do
dbas=dnvh
WRITE(*,*)'densité en bas',dbas
```

```

    danch=d
    dnv=d
    thaut=T-dt/2
    CALL dichod(P,thaut,dnv)
    id=0
Do 440 While (not((ABS(dnv/dancb-1)<5e-3).or.(id=10)))
    dancb=dnv
    id=id+1
    CALL dichod(P,thaut,dnv)
440 End Do
    dhaut=dnv
    WRITE(*,*)'densité en haut',dhaut
    IF ((abs(dbas/69.58-1)<.2).and.(abs(tbas/5.1983-1)<.03)) THEN
    CALL pptecritique(dbas,tbas,lambas,etabas,alfbas,cpbas,Pcri)
    ELSE
    CALL pptenormal(dbas,tbas,lambas,etabas,alfbas,cpbas)
    END IF
    difthbas=lambas/cpbas*dbas
    alfbas=alfbas/tbas
    IF ((abs(dhaut/69.58-1)<.2).and.(abs(thaut/5.1983-1)<.03)) THEN
    CALL pptecritique(dhaut,thaut,lamhaut,etahaut,alfhaut,cphaut,Pcri)
    ELSE
    CALL pptenormal(dhaut,thaut,lamhaut,etahaut,alfhaut,cphaut)
    END IF
    difthhaut=lamhaut/cphaut*dhaut
    alfhaut=alfhaut/thaut
    h2=abs(100*(difthbas-difth)/(difthbas+difth))+abs(100*(difth-difthhaut)/(difth+difthhaut))
    IF (h2>10) THEN
    WRITE(*,*)'HYPOTHESE de Boussinesq dlog(diffusivité thermique)<<10 dépassée',h2
    END IF
    alf=alf/T
    h3=abs(100*(alfhaut-alf)/(alfhaut+alf))+abs(100*(alfbas-alf)/(alfbas+alf))
    IF (h3>10) THEN
    WRITE(*,*)'HYPOTHESE de Boussinesq dlog(alf)<<10 dépassée',h3
    END IF

    IF ((dt <.01).and.(Nucorr<1000).and.(Q<1000)) THEN
    WRITE(2,79)date,dt*1000,T,Q,int(h1*100),int(h2),int(h3),Racorr,Nucorr,Pr
    ELSE
    WRITE(2,77)date,dt*1000,T,Q,int(h1*100),int(h2),int(h3),Racorr,Nucorr,Pr
END IF

120 IF (ios=0) THEN
    GOTO 100
    END IF
    CLOSE(1)
    CLOSE(2)

150 CONTINUE

10 WRITE(*,*)'un autre calcul? o/n'
    Read(*,*)rep
    If (rep='o') Then
    GOTO 5
    Else

```

V

```
      If (rep='n') Then
      continue
      Else
          Write(*,*)'répondre o/n'
          GOTO 10
      End If
      End If
STOP
      END
```

c calcul des pptes de l helium en unite SI dans la region critique

```
      SUBROUTINE pptecritique(d,T,lam,eta,alf,cp,Pcri)
      END
```

c calcul des pptes de l helium en unite SI hors de la region critique

```
      SUBROUTINE pptenormal(d,t,lam,eta,alf,cp)
      END
```

c calcul des derivees du 1er ordre de l'equation d'etat dans la region critique

```
      subroutine kierstead(d,T,derPvd,derPvT,Pcri,tcri,dcri)
      END
```

c calcul de la variable r

```
      subroutine calr(tcri,dcri,rcri)
      END
```

c calcul de la Pcri en fonction de rcri et de ocri (adim et reduite)

```
      subroutine calPcri(rcri,ocri,Pcri)
      END
```

c calcul de la derivee de ocri / dcri et /tcri (adim)

```
      subroutine caldovdvt(ocri,dcri,tcri,derovd,derovt)
      END
```

c calcul de la derivee de Pcri / rcri (adim)

```
      subroutine caldPvr(ocri,rcri,derPvr)
      END
```

c calcul de la derivee de Pcri / ocri (adim)

```
      subroutine caldPvo(ocri,rcri,derPvo)
      END
```

c calcul de la capacite calorifique à v cst J/K/kg dans la region critique

```
      subroutine calcapav(t,d,cpv)
      END
```

c calcul de Cp de l helium en unite SI dans la region critique

```
SUBROUTINE calcp2(d,T,derPvd,derPvT,cp)
  END
```

c calcul de la conductivité thermique en W/m/K à l'aide des formules de Hands&Arp
c lam= $\lambda_0(T)+\lambda_{ex}(d,T)+\lambda_{mc}(d,T)$

```
  subroutine condtherm(T,d,lam)
  END
```

c calcul du lamc en W/m/K dans la conductivité thermique

```
  subroutine lambdac(T,d,lamc)
  END
```

c calcul de la viscosité du gaz up to 5,5 K

```
  subroutine visco(d,T,eta)
  END
```

c calcul de la densité en kg/m³ par une courbe approximative des tables de McCarty
c valable pour $P < 1,4b$ et T entre 3,6 et 5,5

```
SUBROUTINE den(P,T,d)
  END
```

c calcul de d en kg/m³ par un programme de dichotomie et l'équation de McCarty
c Patm=f(den,T) avec den en mol/l; la valeur initiale est calculée par le fit précédent,
c d'où pb pour d proche de dc (PROBLEME SUR LES LIMITES s'affiche); le principal pb
c réside dans pres(d,T) de moins en moins valable dans la zone critique ($d > 56 \text{kg/m}^3$)
c P en bar

```
  subroutine dichod(P,T,d)
  END
```

c calcul de Patm en atm avec ds en mol/l et T en K (NBS65); P en bar
c valable pour T entre 2 et 10 K sauf pour Tc=5.2014

```
  subroutine presgen(ds,T,Patm)
  END
```

c calcul de Patm en atm avec ds en mol/l et T en K; P en bar
c valable pour $P < 2.271b$ T entre 2 et 10 K sauf pour Tc=5.2014 ($d < 50 \text{kg/m}^3$)

```
  subroutine pres1(ds,T,Patm)
  END
```

c calcul de Patm en atm avec ds en mol/l et T en K; P en bar
c valable pour $ds > 17.4 \text{mol/l}$ T entre 2 et 10 K sauf pour Tc=5.2014

```
  subroutine pres2(ds,T,Patm)
  END
```

vii

c eq de la densité du liq sous vap saturée;dsatl en mol/l,T NBS65 -> T90

```
subroutine densatliq(dsatl,T)
  END
```

c calcul de Patm en atm avec ds en mol/l et T en K (NBS65);P en bar
c valable pour T entre 2 et10 K sauf pour Tc=5.2014

```
subroutine pres(ds,T,Patm)
  END
```

c calcul de dP/dT a d fixé;P en atm, ds en mol/l

```
subroutine dervPdT1(ds,T,derPdT)
  END
```

c calcul de dP/dT a d fixé;P en atm, ds en mol/l

```
subroutine dervPdT2(ds,T,derPdT)
  END
```

c calcul de dP/dT a d fixé;P en atm, ds en mol/l

```
subroutine dervPdT(ds,T,derPdT)
  END
```

c calcul de la dérivée de P/d à T fixée;ds en mol/l;derPvd en atm/(mol/l)

```
subroutine dervPpd1(ds,T,derPvd)
  END
```

c calcul de la dérivée de P/d à T fixée;ds en mol/l;derPvd en atm/(mol/l)

```
subroutine dervPpd2(ds,T,derPvd)
  END
```

c calcul de la dérivée de P/d à T fixée;ds en mol/l;derPvd en atm/(mol/l)

```
subroutine dervPpd(ds,T,derPvd)
  END
```

c calcul de l'écart de cv de l'He par rapport à 3/2*R;T en K, ds en mol/l

```
subroutine capvex1(ds,T,cvex)
  END
```

c calcul de l'écart de cv de l'He par rapport à 3/2*R;T en K, ds en mol/l

```
subroutine capvex2(ds,T,cvex)
  END
```

c calcul de l'écart de cv de l'He par rapport à 3/2*RT en K, ds en mol/l

```
subroutine capvex(ds,T,cvex)
  END
```

viii

c calcul Psat et Tsat à partir de Tmoy et de la densité du gaz dans la cellule via Pcellule en mb
c T NBS65

SUBROUTINE Tlim(T,d,Tsat,Pcel)
END

c calcul la température d'He saturante pour une pression donnée entre 50 et 2270 mb;
c utilise une équation proposée par R Rusby en 1990;précis à +/- 1 mK;P en mb

SUBROUTINE tpsat1(P,Tcal)
END

c calcul la température d'He saturante pour une pression donnée entre 50 et qqes mb;
c utilise une équation proposée par R Rusby en 1990;précis à +/- 1 mK;P en mb

SUBROUTINE tpsat2(P,Tcal)
END

c calcul la pression d'He saturante pour une température donnée entre 2,17 et 5,2 K;
c utilise une équation proposée par R Rusby en 1984;précis à +/- 1 mK;Pcal en mb

subroutine presat1(T,Pcal)
END

C construction du nom des fichiers de sortie

SUBROUTINE Confil(fil,fln,j)
END

C construction du nom des densités

SUBROUTINE Confil1(fil,d)
END

SUBROUTINE Confil2(fil,d)
END

SUBROUTINE Confil3(fil3,d)
END

SUBROUTINE Confil0(fil,d)
END

SUBROUTINE titreNu(d,tetg)
END

c étalonnage des résistances de C du 30/05/95 cf brRB4 de 3 à 4,9K

SUBROUTINE etal5(R5,T5)
END

SUBROUTINE etal3(R3,T3)
END

SUBROUTINE etal6(R6,T6)

END

SUBROUTINE etal1(R1,T1)
END

c etalonnage de la résistance de Ge du 15/09/95 cf RB4 page85; 2(de 6.2 à 3 K) 1(de 6.2 à 1.8 K)

SUBROUTINE etalGeB1(RA,T)
END

SUBROUTINE etalGeB2(RA,T)
END

c etalonnage de de la résistance de Ge du 10/06/96 cf RB5 page100; 3(de 4.0 à 6.8 K)

SUBROUTINE etalGeB3(RA,T)
END

Version allégée du programme pour traiter les données des mesures calorimétriques. La version complète est disponible au CRTBT (unité du CNRS) Grenoble



Annexe B

Points de mesure Ra, Nu et Pr

Densité (kg/m ³)	Q (nW)	TNBS65 (K)	DT (mK)	aDT (x100)	Da/a (%)	DK/K (%)	Dd/daDT	Ra	Nu	Pr
0.760E-02	0.110E+06	4.3233	0.11E+03	2	1	0	1.00	0.716E+05	2.16	0.66
	0.540E+05	4.3041	75.	1	0	0	1.00	0.487E+05	1.36	0.66
	0.390E+05	4.2981	63.	1	0	0	1.00	0.410E+05	1.05	0.66
	0.991E+05	4.5138	0.44E+03	9	4	0	1.00	0.246E+06	5.77	0.67
	0.338E+05	4.2946	56.	1	0	0	1.00	0.363E+05	1.01	0.66
	0.199E+07	4.7576	0.72E+03	15	7	0	1.00	0.338E+06	6.93	0.67
	0.135E+07	4.6736	0.55E+03	11	5	0	1.00	0.274E+06	6.16	0.67
	0.688E+06	4.4698	0.35E+03	7	3	0	1.00	0.200E+06	5.06	0.67
	0.248E+06	4.3615	0.18E+03	4	2	0	1.00	0.114E+06	3.25	0.66
	0.956E+04	4.2769	16.	0	0	0	1.00	0.104E+05	1.00	0.66
	0.195E+05	4.2854	32.	0	0	0	1.00	0.211E+05	1.02	0.66
	0.486E+04	4.2731	8.2	0	0	0	1.00	0.521E+04	1.02	0.66
	0.175E+04	4.2705	3.1	0	0	0	1.00	0.179E+04	1.02	0.66
	759.	4.2698	1.4	0	0	0	1.00	708.	0.999	0.66
0.152E-01	0.298E+07	4.5956	0.66E+03	14	7	0	1.00	0.134E+07	12.4	0.67
	0.275E+07	4.5769	0.62E+03	13	6	0	1.00	0.128E+07	12.2	0.67
	0.233E+07	4.5404	0.54E+03	11	5	0	1.00	0.115E+07	11.8	0.67
	0.181E+07	4.4937	0.45E+03	9	4	0	1.00	0.982E+06	11.2	0.67
	0.190E+07	4.5092	0.46E+03	10	5	0	1.00	0.100E+07	11.4	0.67
0.915E-01	0.483E+04	4.2678	2.7	0	0	0	1.00	0.221E+06	5.44	0.66
	0.174E+04	4.2671	1.7	0	0	0	1.00	0.123E+06	3.05	0.66
	191.	4.2667	0.51	0	0	0	1.00	0.125E+05	1.38	0.66
	191.	4.2667	0.56	0	0	0	1.00	0.169E+05	0.935	0.66
	490.	4.2665	0.93	0	0	0	1.00	0.518E+05	1.43	0.66
	490.	4.2665	0.93	0	0	0	1.00	0.518E+05	1.43	0.66
	0.112E+04	4.2671	1.3	0	0	0	1.00	0.874E+05	2.63	0.66
	0.112E+04	4.2670	1.3	0	0	0	1.00	0.860E+05	2.55	0.66
	376.	4.2668	0.81	0	0	0	1.00	0.407E+05	0.980	0.66
	376.	4.2668	0.80	0	0	0	1.00	0.400E+05	1.02	0.66
	275.	4.2667	0.63	0	0	0	1.00	0.236E+05	1.04	0.66
	934.	4.2670	1.2	0	0	0	1.00	0.771E+05	2.24	0.66
	0.700E+04	4.2681	3.4	0	0	0	1.00	0.283E+06	6.28	0.66
	274.	4.2667	0.63	0	0	0	1.00	0.236E+05	1.01	0.66
	190.	4.2668	0.49	0	0	0	1.00	0.103E+05	0.984	0.66
0.108E+00	0.634E+06	4.3163	93.	2	1	0	1.00	0.117E+08	20.5	0.67
	0.275E+07	4.4229	0.31E+03	7	3	0	1.00	0.364E+08	25.9	0.67
	0.106E+08	4.7240	0.89E+03	18	9	0	1.00	0.841E+08	32.9	0.67
	0.318E+08	5.3512	0.20E+04	38	19	1	1.00	0.129E+09	38.6	0.69
	0.318E+08	5.3617	0.20E+04	37	19	1	1.00	0.128E+09	38.6	0.69
	0.282E+08	2.8841	0.21E+04	72	38	10	1.00	0.959E+09	62.5	0.65
	0.688E+08	4.5633	0.51E+04	111	61	7	1.00	0.536E+09	39.0	0.67
	0.583E+08	4.1864	0.44E+04	105	57	7	1.00	0.612E+09	41.4	0.66
	0.486E+08	3.8243	0.37E+04	97	52	7	1.00	0.691E+09	44.9	0.66
	0.398E+08	3.5036	0.31E+04	88	47	6	1.00	0.763E+09	48.2	0.65
0.128E+00	0.441E+06	4.2787	66.	1	0	0	1.00	0.119E+08	20.1	0.67
	0.176E+07	4.3488	0.20E+03	4	2	0	1.00	0.348E+08	26.1	0.67
	0.318E+04	4.2471	1.8	0	0	0	1.00	0.264E+06	6.05	0.66
	0.127E+05	4.2484	4.1	0	0	0	1.00	0.702E+06	9.74	0.66
	0.159E+06	4.2603	28.	0	0	0	1.00	0.502E+07	17.4	0.67
	0.705E+07	4.5700	0.59E+03	13	6	0	1.00	0.878E+08	33.8	0.67
	0.390E+05	4.2510	9.4	0	0	0	1.00	0.167E+07	12.8	0.66
	0.286E+05	4.2477	7.5	0	0	0	1.00	0.133E+07	11.8	0.66
0.605E+00	0.110E+06	4.2522	12.	0	0	0	1.00	0.480E+08	28.7	0.67
	0.248E+06	4.2574	22.	0	0	0	1.00	0.915E+08	34.3	0.67
	0.116E+07	4.2827	73.	1	0	0	1.00	0.296E+09	48.9	0.67
	0.480E+07	4.3791	0.22E+03	5	2	0	1.00	0.824E+09	66.2	0.68
	0.299E+08	4.7928	0.89E+03	19	9	0	1.00	0.254E+10	92.4	0.68
	0.744E+08	4.4118	0.18E+04	42	22	0	1.00	0.671E+10	123.	0.68
	0.233E+09	4.9763	0.46E+04	94	52	3	1.01	0.116E+11	135.	0.69

Densité (kg/m3)	Q (nW)	T (K)	DT (mK)	aDT (x100)	Da/a (%)	DK/K (%)	Dd/daDT (%)	Ra	Nu	Pr
0.155E+01	0.441E+08	4.8330	0.77E+03	16	9	0	1.00	0.152E+11	157.	0.70
	0.216E+08	4.5723	0.45E+03	10	5	0	1.00	0.105E+11	139.	0.69
	0.250E+07	4.2785	86.	2	1	0	1.00	0.252E+10	89.2	0.69
	0.324E+07	4.2935	0.10E+03	2	1	0	1.00	0.301E+10	94.9	0.69
	0.471E+07	4.3147	0.14E+03	3	1	0	1.00	0.399E+10	102.	0.69
	0.991E+06	4.2558	42.	1	0	0	1.00	0.124E+10	72.9	0.69
	0.176E+04	4.2296	0.68	0	0	0	1.00	0.863E+07	18.7	0.69
	0.398E+06	4.2403	21.	0	0	0	1.00	0.614E+09	60.0	0.69
	0.159E+06	4.2347	10.	0	0	0	1.00	0.301E+09	48.9	0.69
	0.110E+08	4.4122	0.27E+03	6	3	0	1.00	0.707E+10	123.	0.69
	0.700E+04	4.2251	1.2	0	0	0	1.00	0.257E+08	25.2	0.69
	0.193E+05	4.2255	2.4	0	0	0	1.00	0.604E+08	29.7	0.69
	0.396E+07	4.3069	0.12E+03	3	1	0	1.00	0.352E+10	98.2	0.69
	0.616E+05	4.2420	5.3	0	0	0	1.00	0.147E+09	38.6	0.69
0.324E+01	0.357E+06	4.2785	13.	0	0	0	1.00	0.183E+10	82.7	0.72
	0.135E+07	4.2914	37.	1	0	0	1.00	0.514E+10	110.	0.72
	0.540E+07	4.3495	0.11E+03	2	1	0	1.00	0.144E+11	149.	0.72
	0.216E+08	4.4921	0.31E+03	8	4	0	1.00	0.371E+11	201.	0.73
	0.863E+08	4.9628	0.90E+03	20	11	0	1.00	0.773E+11	253.	0.73
0.469E+01	0.688E+08	4.9640	0.62E+03	14	9	0	1.00	0.119E+12	293.	0.76
	0.248E+08	4.5517	0.29E+03	7	4	0	1.00	0.737E+11	248.	0.76
	0.973E+07	4.3942	0.14E+03	3	2	0	1.00	0.408E+11	206.	0.76
	0.370E+07	4.3573	67.	1	1	0	1.00	0.201E+11	165.	0.76
	0.143E+07	4.3390	32.	0	0	0	1.00	0.970E+10	134.	0.76
	0.558E+06	4.3358	16.	0	0	0	1.00	0.473E+10	108.	0.76
	0.216E+06	4.3426	8.2	0	0	0	1.00	0.236E+10	82.6	0.76
0.139E+02	0.110E+06	4.2332	2.6	0	0	0	1.00	0.135E+11	151.	1.10
	0.248E+06	4.2340	4.4	0	0	0	1.00	0.248E+11	184.	1.10
	0.634E+06	4.2360	8.4	0	0	0	1.00	0.501E+11	233.	1.10
	0.176E+07	4.2454	18.	0	0	0	1.00	0.109E+12	292.	1.10
	0.451E+07	4.2663	36.	1	1	0	1.00	0.217E+12	365.	1.09
	0.110E+08	4.3323	71.	3	3	0	1.00	0.396E+12	443.	1.08
	0.282E+08	4.4220	0.14E+03	6	6	1	1.00	0.714E+12	552.	1.06
	0.282E+08	4.4289	0.14E+03	6	6	1	1.00	0.718E+12	544.	1.06
	0.722E+08	4.6775	0.29E+03	12	11	1	1.00	0.110E+13	655.	1.02
	0.168E+05	4.2323	1.0	0	0	0	1.00	0.319E+10	96.7	1.10
	0.168E+05	4.2468	1.0	0	0	0	1.00	0.313E+10	96.3	1.10
	0.436E+05	4.2471	1.6	0	0	0	1.00	0.649E+10	121.	1.10
	0.110E+06	4.2476	2.6	0	0	0	1.00	0.131E+11	152.	1.10
	0.436E+05	4.2471	1.5	0	0	0	1.00	0.629E+10	124.	1.10
	0.458E+04	4.2467	0.72	0	0	0	1.00	0.120E+10	67.0	1.10
	0.722E+08	4.7020	0.29E+03	11	11	1	1.00	0.108E+13	648.	1.02
	0.722E+08	4.6899	0.29E+03	12	11	1	1.00	0.109E+13	650.	1.02
	0.722E+08	4.6770	0.29E+03	12	11	1	1.00	0.110E+13	653.	1.02
	0.176E+09	5.1874	0.59E+03	19	17	1	1.01	0.138E+13	714.	0.97
	0.176E+09	5.1847	0.60E+03	20	17	1	1.01	0.139E+13	708.	0.97
0.172E+02	0.275E+07	4.2776	20.	1	1	0	1.00	0.268E+12	395.	1.31
	0.275E+07	4.3339	20.	1	1	0	1.00	0.248E+12	385.	1.29
	0.705E+07	4.3431	41.	2	3	0	1.00	0.497E+12	485.	1.28
	0.282E+08	4.3771	0.11E+03	6	8	2	1.00	0.132E+13	689.	1.27
	0.113E+09	4.5577	0.32E+03	17	20	5	1.02	0.290E+13	934.	1.21
	0.688E+06	4.3017	7.3	0	0	0	1.00	0.895E+11	282.	1.30
	0.186E+06	4.2989	3.1	0	0	0	1.00	0.332E+11	207.	1.30
	0.135E+07	4.3030	12.	0	0	0	1.00	0.150E+12	329.	1.30
	0.465E+09	5.3414	0.10E+04	37	39	6	1.05	0.386E+13	0.106E+04	1.06
	0.772E+05	4.2987	1.8	0	0	0	1.00	0.171E+11	166.	1.30

Densité (kg/m3)	Q (nW)	T (K)	DT (mK)	aDT (x100)	Da/a (%)	DK/K (%)	Dd/daDT	Ra	Nu	Pr
0.190E+02	0.143E+07	4.5215	12.	0	0	0	1.00	0.155E+12	339.	1.34
	0.587E+07	4.5335	32.	2	2	0	1.00	0.440E+12	483.	1.33
	0.282E+08	4.5658	0.10E+03	6	8	2	1.00	0.135E+13	715.	1.32
	0.113E+09	4.7181	0.29E+03	16	20	5	1.02	0.310E+13	974.	1.26
	0.494E+09	5.2235	0.92E+03	38	46	10	1.07	0.539E+13	0.124E+04	1.14
0.379E+02	0.441E+08	5.1180	51.	8	20	11	1.02	0.102E+14	0.170E+04	3.14
	0.113E+09	5.1446	0.10E+03	16	42	23	1.07	0.188E+14	0.214E+04	3.03
	0.298E+09	5.7723	0.30E+03	22	33	10	1.04	0.131E+14	0.180E+04	1.90
	0.186E+08	5.0610	26.	4	12	7	1.01	0.636E+13	0.144E+04	3.40
	0.113E+07	5.0194	3.8	0	2	1	1.00	0.949E+12	697.	3.64
	0.172E+06	5.0141	1.5	0	0	0	1.00	0.246E+12	418.	3.67
	0.750E+09	7.0903	0.79E+03	28	27	1	1.02	0.784E+13	0.152E+04	1.38
	0.750E+07	5.0995	14.	2	6	3	1.00	0.296E+13	0.107E+04	3.22
	0.298E+07	5.0602	7.3	1	3	2	1.00	0.169E+13	867.	3.41
	0.441E+06	5.0232	2.3	0	1	0	1.00	0.483E+12	526.	3.62
	0.892E+05	5.0142	1.2	0	0	0	0.99	0.154E+12	346.	3.67
	0.248E+06	5.0143	1.8	0	1	0	1.00	0.327E+12	454.	3.67
	0.275E+05	5.0138	0.95	0	0	0	0.99	0.734E+11	220.	3.67
	0.172E+06	5.0141	1.5	0	0	0	1.00	0.246E+12	418.	3.67
	0.275E+09	5.3191	0.22E+03	27	64	34	1.16	0.246E+14	0.233E+04	2.52
0.405E+02	0.705E+07	5.1776	13.	2	6	3	1.00	0.352E+13	0.103E+04	3.51
	0.705E+07	5.0886	12.	2	8	4	1.00	0.458E+13	0.118E+04	4.09
	0.705E+07	5.0480	11.	2	9	5	1.00	0.527E+13	0.127E+04	4.46
	0.248E+08	5.0975	28.	6	18	11	1.02	0.110E+14	0.166E+04	4.02
	0.705E+07	5.0900	12.	2	7	4	1.00	0.455E+13	0.118E+04	4.08
	0.176E+07	5.0849	4.7	1	3	1	1.00	0.167E+13	826.	4.12
	0.441E+06	5.0833	2.2	0	1	0	1.00	0.625E+12	556.	4.14
	0.120E+09	5.1926	100.	18	52	31	1.11	0.261E+14	0.223E+04	3.43
	0.120E+09	5.1923	99.	18	52	31	1.11	0.259E+14	0.225E+04	3.43
	0.634E+08	5.8618	98.	7	10	2	1.00	0.487E+13	0.115E+04	1.98
	0.110E+08	5.8288	28.	2	3	0	1.00	0.144E+13	712.	2.01
	0.275E+07	5.8198	11.	0	1	0	1.00	0.538E+12	484.	2.02
	0.744E+06	5.8163	4.5	0	0	0	1.00	0.210E+12	337.	2.02
	0.120E+09	5.1915	100.	18	52	31	1.11	0.261E+14	0.224E+04	3.43
	0.110E+06	5.1432	1.4	0	0	0	1.01	0.220E+12	297.	3.71
	0.120E+09	5.1929	100.	18	52	31	1.11	0.261E+14	0.223E+04	3.43
0.559E+02	0.991E+06	5.2423	1.7	1	6	4	0.91	0.657E+13	0.149E+04	12.48
	0.396E+07	5.2432	3.4	2	10	7	0.75	0.173E+14	0.221E+04	12.35
	0.396E+09	5.6169	0.17E+03	31	36	8	1.02	0.658E+14	0.358E+04	3.75
	0.176E+09	5.4328	74.	21	35	14	1.03	0.678E+14	0.368E+04	5.31
	0.176E+09	5.2651	45.	31	45	26	1.37	0.190E+15	0.573E+04	9.79
	0.176E+09	5.6098	96.	18	22	6	1.01	0.376E+14	0.286E+04	3.79
	0.991E+08	5.5928	63.	12	15	4	1.00	0.262E+14	0.247E+04	3.89
	0.991E+08	5.4186	48.	14	25	11	1.02	0.480E+14	0.319E+04	5.50
	0.991E+08	5.3418	40.	15	41	29	1.23	0.453E+14	0.378E+04	5.03
	0.991E+08	5.2882	33.	18	63	36	1.18	0.899E+14	0.446E+04	7.86
	0.991E+08	5.2564	29.	21	77	45	1.37	0.144E+15	0.504E+04	10.69
	0.357E+08	5.3022	17.	8	24	17	0.89	0.359E+14	0.317E+04	6.95
	0.357E+08	5.5746	30.	5	7	2	1.00	0.132E+14	0.191E+04	4.00
	0.481E+08	5.2499	17.	13	59	41	0.92	0.964E+14	0.419E+04	11.47
	0.202E+08	5.5707	20.	4	5	1	1.00	0.884E+13	0.164E+04	4.02
	0.202E+08	5.4014	15.	4	9	4	1.00	0.164E+14	0.213E+04	5.76
	0.202E+08	5.2458	9.3	7	27	20	0.72	0.546E+14	0.339E+04	12.00
	0.110E+10	7.3093	0.74E+03	29	20	3	1.00	0.159E+14	0.210E+04	1.60
	0.396E+09	5.4071	0.13E+03	40	39	38	1.20	0.138E+15	0.478E+04	5.67
	0.705E+07	5.2435	4.8	4	14	10	0.71	0.269E+14	0.253E+04	12.31
	0.705E+07	5.5653	9.5	1	2	0	1.00	0.416E+13	0.124E+04	4.06

Densité (kg/m3)	Q (nW)	T (K)	DT (mK)	aDT (x100)	Da/a (%)	DK/K (%)	Dd/daDT	Ra	Nu	Pr
0.592E+02	0.540E+09	5.3486	0.13E+03	58	57	37	0.93	0.225E+15	0.608E+04	5.92
	0.135E+09	5.3009	38.	26	49	14	1.14	0.157E+15	0.504E+04	9.13
	0.135E+09	5.3009	38.	26	49	14	1.14	0.156E+15	0.505E+04	9.13
	0.357E+08	5.2880	14.	11	38	26	1.12	0.727E+14	0.371E+04	10.42
	0.705E+07	5.2833	4.8	3	14	9	1.08	0.239E+14	0.246E+04	10.97
	0.533E+08	5.4786	32.	9	12	3	1.00	0.292E+14	0.253E+04	5.22
	0.223E+09	5.5112	94.	24	27	6	1.01	0.726E+14	0.357E+04	4.85
	0.223E+09	5.5108	95.	24	28	6	1.01	0.730E+14	0.355E+04	4.85
	0.853E+09	5.6074	0.29E+03	58	30	35	0.94	0.141E+15	0.449E+04	4.05
	0.251E+09	5.8892	0.15E+03	18	16	1	1.00	0.298E+14	0.249E+04	2.90
	0.157E+09	5.8706	0.11E+03	13	11	0	1.00	0.218E+14	0.224E+04	2.95
	0.845E+08	5.8491	68.	8	7	0	1.00	0.146E+14	0.192E+04	3.01
	0.298E+09	5.4082	96.	35	38	14	1.02	0.141E+15	0.461E+04	6.33
	0.113E+09	5.3817	44.	18	28	11	1.01	0.800E+14	0.377E+04	6.92
	0.159E+08	5.3648	11.	4	8	3	1.00	0.214E+14	0.229E+04	7.36
	0.587E+09	5.9611	0.30E+03	33	25	5	1.00	0.485E+14	0.300E+04	2.73
	0.298E+09	5.4088	93.	34	38	13	1.02	0.137E+15	0.472E+04	6.32
	0.357E+08	5.8335	36.	4	4	0	1.00	0.804E+13	0.153E+04	3.05
	0.143E+09	5.8643	0.10E+03	12	11	0	1.00	0.208E+14	0.217E+04	2.97
0.603E+02	0.275E+09	5.2714	52.	53	86	79	0.84	0.495E+15	0.727E+04	13.68
	0.243E+09	5.2436	40.	61	104	99	0.70	0.849E+15	0.804E+04	20.21
	0.243E+09	5.2323	37.	70	115	110	0.62	0.118E+16	0.845E+04	24.57
	0.396E+09	5.6470	0.16E+03	30	25	6	1.00	0.701E+14	0.374E+04	3.87
0.660E+02	0.705E+09	5.8268	0.27E+03	37	14	15	0.96	0.769E+14	0.383E+04	3.21
	0.396E+09	5.2775	65.	93	118	96	0.49	0.126E+16	0.753E+04	17.70
	0.396E+09	5.3938	95.	43	50	46	0.93	0.241E+15	0.574E+04	7.61
	0.159E+09	5.2557	25.	52	95	87	0.69	0.100E+16	0.772E+04	25.38
	0.159E+09	5.3651	43.	22	23	35	1.19	0.144E+15	0.507E+04	8.61
	0.159E+09	5.5988	72.	15	9	3	0.99	0.478E+14	0.320E+04	4.40
	0.583E+08	5.5788	34.	8	5	0	1.00	0.250E+14	0.246E+04	4.57
	0.583E+08	5.4068	24.	10	8	1	0.99	0.525E+14	0.346E+04	7.23
	0.583E+08	5.3205	17.	14	16	10	1.06	0.105E+15	0.462E+04	10.37
	0.583E+08	5.2475	10.	26	46	45	0.89	0.558E+15	0.704E+04	29.95
	0.216E+08	5.2447	5.1	13	22	16	0.99	0.288E+15	0.570E+04	31.84
	0.216E+08	5.5699	17.	4	2	0	1.00	0.125E+14	0.190E+04	4.65
	0.216E+08	5.4007	12.	5	4	0	1.00	0.266E+14	0.266E+04	7.40
	0.216E+08	5.3160	8.5	7	10	4	1.08	0.544E+14	0.365E+04	10.90
	0.540E+09	5.3493	0.11E+03	68	78	47	0.71	0.393E+15	0.655E+04	7.79
	0.540E+09	5.3252	0.10E+03	80	96	67	0.62	0.597E+15	0.685E+04	9.87
	0.540E+09	5.3054	96.	93	110	83	0.54	0.866E+15	0.726E+04	12.29
	0.705E+09	5.4318	0.17E+03	63	63	54	0.78	0.306E+15	0.586E+04	6.62
	0.834E+07	5.5657	8.7	2	1	0	1.00	0.633E+13	0.148E+04	4.69
	0.834E+07	5.3976	6.2	2	2	0	0.99	0.135E+14	0.207E+04	7.49
	0.834E+07	5.2935	4.2	4	7	3	1.07	0.411E+14	0.314E+04	14.22
	0.834E+07	5.2434	2.9	8	16	7	1.02	0.148E+15	0.457E+04	32.83
	0.333E+07	5.2429	1.9	5	12	5	1.02	0.779E+14	0.353E+04	33.18
	0.333E+07	5.5639	4.9	1	0	0	1.00	0.332E+13	0.114E+04	4.71
0.693E+02	0.517E+09	5.9470	0.23E+03	27	8	13	0.98	0.502E+14	0.319E+04	2.87
	0.208E+09	5.4861	70.	21	11	13	0.97	0.914E+14	0.416E+04	5.68
	0.208E+09	5.3696	53.	27	39	43	1.07	0.184E+15	0.529E+04	8.58
	0.208E+09	5.3154	42.	37	59	52	0.85	0.331E+15	0.632E+04	11.22
	0.208E+09	5.2586	32.	66	119	100	0.58	0.133E+16	0.771E+04	25.03
	0.208E+09	5.2374	27.	97	142	122	0.41	0.315E+16	0.844E+04	40.44
	0.208E+09	5.2158	22.	217	***	***	***	0.164E+17	0.880E+04	94.46
	0.803E+08	5.5236	38.	10	3	5	1.00	0.395E+14	0.297E+04	5.17
	0.803E+08	5.4104	29.	12	5	7	0.99	0.677E+14	0.377E+04	7.22
	0.803E+08	5.3014	19.	20	26	24	0.97	0.206E+15	0.539E+04	13.21
	0.803E+08	5.2280	10.	52	111	95	0.58	0.215E+16	0.857E+04	54.24
	0.223E+07	5.4499	3.2	1	0	0	1.02	0.424E+13	0.123E+04	6.30
	0.223E+07	5.3228	2.4	1	0	1	1.09	0.101E+14	0.189E+04	10.36
	0.540E+09	5.2573	80.	172	150	125	0.31	0.357E+16	0.779E+04	25.63

Densité (kg/m3)	Q (nW)	T (K)	DT (mK)	aDT (x100)	Da/a (%)	DK/K (%)	Dd/daDT	Ra	Nu	Pr
0.705E+02										
	0.110E+08	5.2020	1.4	82	165	150	0.29	0.137E+17	0.124E+05	442.84
	0.110E+08	5.2057	1.6	41	127	108	0.51	0.385E+16	0.102E+05	212.64
	0.110E+08	5.2105	1.9	26	87	72	0.69	0.168E+16	0.859E+04	128.78
	0.120E+09	5.2643	21.	37	70	58	0.78	0.654E+15	0.691E+04	21.79
	0.318E+08	5.2373	5.8	20	42	34	0.88	0.565E+15	0.666E+04	38.70
	0.318E+08	5.2570	7.3	15	22	20	0.96	0.280E+15	0.556E+04	24.83
	0.318E+08	5.2181	4.2	33	91	74	0.68	0.179E+16	0.862E+04	78.31
	0.318E+08	5.3166	11.	9	6	9	1.06	0.760E+14	0.394E+04	10.82
	0.318E+08	5.3880	15.	6	2	5	1.00	0.403E+14	0.301E+04	7.78
0.784E+02										
	0.135E+09	5.3862	45.	15	26	32	1.00	0.787E+14	0.378E+04	5.86
	0.135E+09	5.2799	31.	24	52	56	0.98	0.224E+15	0.517E+04	10.26
	0.135E+09	5.2180	20.	43	95	59	0.89	0.998E+15	0.725E+04	25.47
	0.357E+08	5.3180	14.	7	20	21	1.08	0.476E+14	0.321E+04	7.25
	0.357E+08	5.2191	7.3	15	83	86	1.42	0.319E+15	0.571E+04	24.84
0.135E+03										
	0.213E+07	3.6292	12.	0	0	0	1.00	0.106E+12	259.	0.60
	0.185E+09	3.9938	0.30E+03	3	13	9	1.00	0.273E+13	819.	0.64
	0.441E+08	3.8944	0.11E+03	1	4	3	1.00	0.983E+12	552.	0.63
	0.151E+07	3.8447	8.9	0	0	0	1.11	0.799E+11	235.	0.62
	0.223E+07	3.8462	12.	0	0	0	1.05	0.106E+12	262.	0.62
	0.441E+06	3.8420	3.5	0	0	0	1.06	0.301E+11	182.	0.62
	0.872E+07	3.8565	32.	0	1	1	1.02	0.294E+12	368.	0.63
	0.687E+09	4.4795	0.72E+03	8	27	21	1.04	0.628E+13	0.115E+04	0.69
	0.688E+06	3.8424	4.8	0	0	0	0.89	0.421E+11	203.	0.62
	0.509E+07	3.8514	21.	0	1	0	1.02	0.195E+12	324.	0.63
	0.318E+08	3.8817	83.	0	3	2	1.00	0.763E+12	515.	0.63
	0.201E+08	3.9421	59.	0	2	1	1.00	0.540E+12	453.	0.64

a : coefficient de dilatation thermique de l'He

DT : le gradient de température entre les 2 plaques de la cellule

Da/a : variation relative du coefficient de dilatation thermique de l'He

DK/K : variation relative de la diffusivité thermique de l'He

Dd/daDT : rapport de la variation relative de la densité d par aDT

Annexe C

Points de mesure Ra, Nu, Pr et Re

Densité (kg/m3)	Q (uW)	TNBS65 (K)	DT (mK)	Da/a (%)	Ra	Nu	Pr	u cm/s	Vcl cm/s	Re
0.108E+00	634.	4.3162	92.5	1	0.117E+08	20.5	0.67	0.96	20.6	195
	0.275E+04	4.4226	311.1	3	0.364E+08	25.9	0.67	1.57	37.3	311
	0.106E+05	4.7231	887.3	9	0.842E+08	32.9	0.67	2.48	60.9	458
	0.318E+05	5.3465	2038.4	19	0.130E+09	38.5	0.69	3.62	86.7	583
	0.688E+05	4.5582	5056.8	61	0.538E+09	39.0	0.67	6.93	147.9	1332
0.605E+00	110.	4.2522	11.9	0	0.480E+08	28.7	0.67	0.32	7.5	365
	248.	4.2574	22.4	0	0.915E+08	34.3	0.67	0.45	10.3	520
	0.116E+04	4.2826	73.0	0	0.296E+09	48.9	0.67	0.80	18.5	913
	0.480E+04	4.3789	217.4	2	0.824E+09	66.3	0.68	1.44	31.6	1613
	0.299E+05	4.7919	893.8	9	0.254E+10	92.4	0.68	2.78	61.2	2826
	0.744E+05	4.4100	1810.0	22	0.672E+10	123.1	0.68	4.05	91.0	4502
	0.233E+06	4.9717	4615.8	53	0.117E+11	134.8	0.69	6.32	136.6	6159
0.325E+01	357.	4.2785	13.5	0	0.184E+10	82.7	0.72	0.39	8.5	2373
	0.135E+04	4.2914	37.5	0	0.517E+10	110.2	0.72	0.66	14.1	3942
	0.540E+04	4.3494	108.9	1	0.145E+11	148.9	0.72	1.08	23.9	6408
	0.216E+05	4.4918	312.5	4	0.373E+11	201.0	0.73	1.68	39.7	9639
	0.863E+05	4.9619	904.2	11	0.778E+11	253.1	0.73	2.75	63.7	14103
0.173E+02	0.275E+04	4.3339	20.3	1	0.248E+12	384.5	1.29	0.58	15.9	16406
	0.705E+04	4.3431	40.5	3	0.497E+12	484.8	1.28	0.75	22.4	20950
	0.282E+05	4.3770	112.3	8	0.132E+13	688.9	1.27	1.31	36.9	36350
	0.113E+06	4.5573	317.8	20	0.290E+13	934.1	1.21	1.97	58.5	52166
	0.465E+06	5.3404	1000.4	39	0.386E+13	1060.6	1.06	2.92	85.4	65450
0.190E+02	0.143E+04	4.5215	11.5	0	0.155E+12	339.5	1.34	0.39	12.0	11235
	0.587E+04	4.5335	32.2	2	0.440E+12	482.7	1.33	0.73	20.0	21047
	0.282E+05	4.5657	102.6	8	0.135E+13	714.9	1.32	1.26	35.3	36381
	0.113E+06	4.7178	291.1	20	0.310E+13	974.0	1.26	2.11	56.5	58516
	0.494E+06	5.2226	916.4	47	0.540E+13	1237.4	1.14	3.01	87.5	74922
0.390E+02	0.705E+04	5.0470	12.9	8	0.425E+13	1099.0	3.84	0.77	23.6	35434
	0.247E+05	5.0548	30.9	19	0.101E+14	1559.5	3.78	0.90	36.2	41274
	0.120E+06	5.1337	105.5	57	0.254E+14	2163.1	3.33	1.66	61.4	74914
	0.396E+06	5.4212	308.0	85	0.310E+14	2382.1	2.44	2.42	83.6	103298
0.405E+02	0.248E+05	5.0975	28.4	18	0.110E+14	1660.3	4.02	0.90	35.9	42075
	0.705E+04	5.0900	11.8	7	0.455E+13	1184.7	4.08	0.61	23.3	28457
	0.120E+06	5.1925	99.8	52	0.261E+14	2231.3	3.43	1.72	60.5	78821
	0.634E+05	5.8617	98.0	10	0.487E+13	1145.7	1.98	1.17	38.8	47448
	0.120E+06	5.1928	99.9	52	0.261E+14	2229.6	3.43	1.64	60.5	75064
0.592E+02	0.540E+06	5.3484	128.5	57	0.226E+15	6082.9	5.93	2.69	107.1	155641
	0.135E+06	5.3007	38.3	49	0.157E+15	5051.2	9.15	1.47	71.8	86005
	0.533E+05	5.4786	32.1	12	0.292E+14	2531.3	5.22	1.11	42.4	62947
	0.223E+06	5.5111	94.3	27	0.727E+14	3566.2	4.85	1.72	69.2	96646
	0.853E+06	5.6071	287.3	30	0.141E+15	4494.5	4.06	2.91	106.9	161018
	0.587E+06	5.9608	298.5	25	0.485E+14	2995.4	2.73	2.48	81.0	129324
	0.298E+06	5.4087	93.3	38	0.137E+15	4723.0	6.32	2.06	81.8	117818
	0.357E+05	5.8335	36.2	4	0.804E+13	1527.8	3.05	0.94	30.8	49814
	0.143E+06	5.8642	100.8	11	0.208E+14	2167.5	2.97	1.57	50.3	83023
0.135E+03	0.185E+06	3.9935	297.7	13	0.273E+13	818.8	0.64	0.92	26.1	72876
	0.441E+05	3.8942	107.3	5	0.983E+12	551.9	0.63	0.58	15.6	46827
	0.223E+04	3.8462	11.8	0	0.106E+12	262.2	0.62	0.22	5.2	17716
	0.872E+04	3.8565	32.3	1	0.294E+12	367.8	0.63	0.35	8.6	27857
	0.687E+06	4.4788	719.6	27	0.628E+13	1154.2	0.69	1.52	40.5	113414

Vcl : vitesse de chute libre

Da/a : variation relative du coefficient de dilatation thermique de l'He

