

T H E S E

présentée par

**Michel MARTIN**

pour obtenir le grade de DOCTEUR

de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : Energétique physique

Etude expérimentale de bolomètres rapides à jonctions  
tunnel Métal normal-Isolant-Supraconducteur.

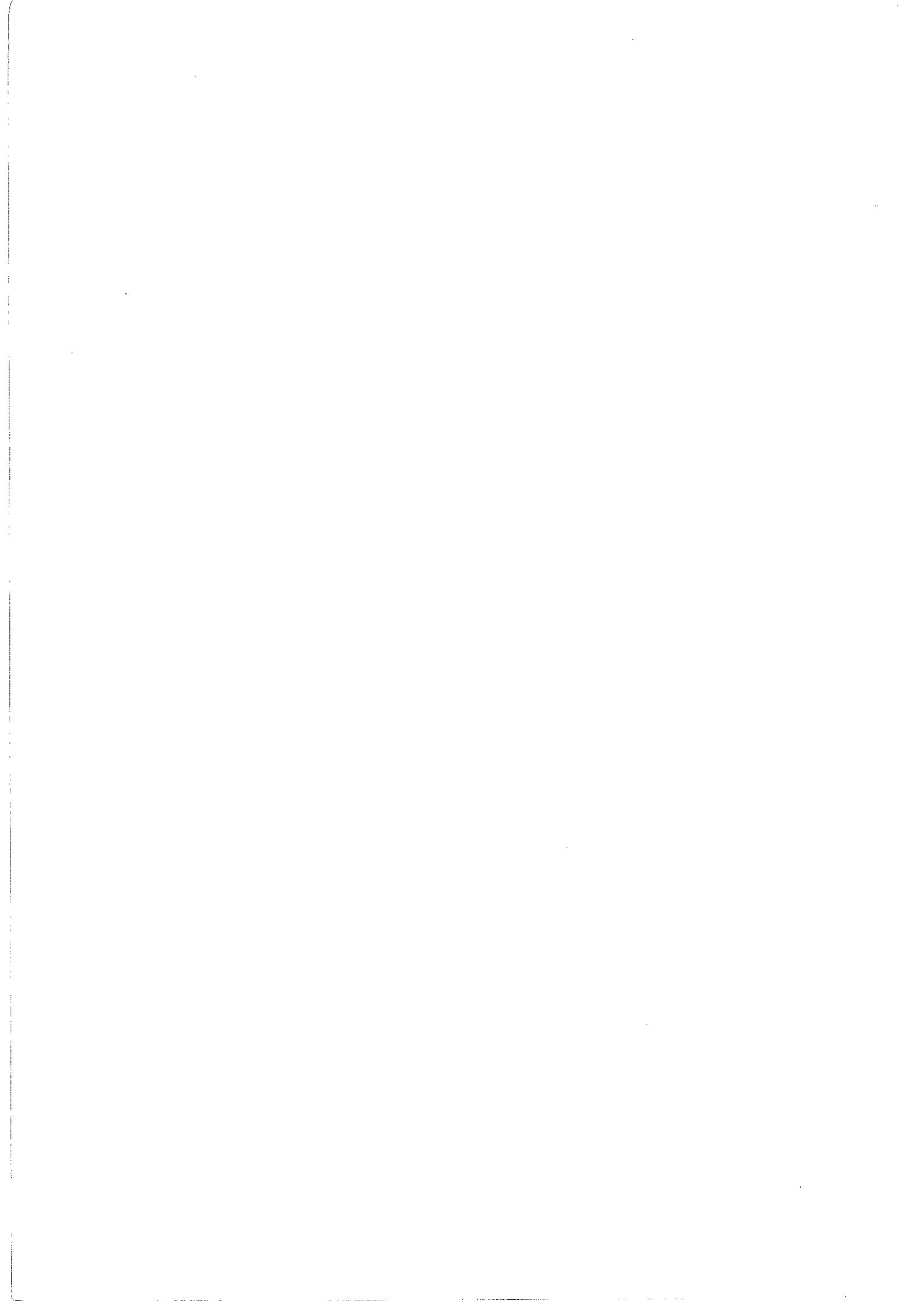
Date de soutenance: 18 Décembre 1996

Composition du Jury:

**Président: R. Madar.**

**A. Benoit, A. Castet, P. Feautrier, G. Waysand.**

Thèse préparée au sein du laboratoire de recherches sur les très basses  
températures (CRTBT/CNRS Grenoble)



## Introduction

Dès que l'on a laissé à l'homme le droit de penser presque librement, il n'a cessé de cultiver sa curiosité. Réfléchir et comprendre pour le plaisir ou l'utile sont les moteurs de son évolution. La matière n'a pas échappé à cet effet "tour de Babel" nommé pour la cause Sciences Physiques.

De cette science a émergé deux caractéristiques principales, les objets massiques (atomes, matière) et les objets sans masse (ébranlements de l'espace, ou ondes). Finalement, la mécanique quantique a fait voler en éclats cette barrière qui se ramène maintenant à des effets de tailles macroscopiques ou microscopiques.

Les interactions entre la matière et les radiations ont joué un grand rôle dans cette construction et continuent à le faire actuellement. Le modèle planétaire de l'atome, établi en 1911 par Rutherford, provient d'une étude de Geiger sur l'interaction de rayonnement alpha (ion hélium) sur une mince cible en or.

L'utilisation de calorimètres pour l'étude des interactions entre un cristal et un rayonnement de photons ou de particules n'a pas échappé aux physiciens. En 1903, Curie et Laborde [1] utilisèrent un calorimètre pour vérifier que la chaleur produite par des substances radioactives provenait bien de leurs rayonnements. Kapitza [2] en 1924 utilisa un calorimètre pour mesurer le pouvoir d'arrêt du rayonnement alpha dans la matière.

La mesure de la chaleur produite lors des interactions matière-rayonnement a donné naissance en 1881, aux détecteurs thermiques refroidis, les bolomètres (Langley [3] ). L'origine du mot ne trompe pas, il provient du grec bolê, qui veut dire trait (rayonnement par extension) et mestron, mesure. Le refroidissement de ces détecteurs augmente leurs performances par une amélioration des caractéristiques thermodynamiques des matériaux à basse température.

Ce n'est pas là, la seule technique de mesure efficace pour ces études. On peut aussi créer des excitations athermiques dans un détecteur, telle que la création de paires électron-trou et mesurer un courant plutôt qu'une température. Cependant, ces processus se terminent toujours par la transformation de l'énergie en chaleur, en dehors des dépôts en énergie potentielle tels les défauts cristallins. Grâce à l'utilisation de plus en plus courante et facile des très basses températures, les bolomètres

permettent d'atteindre une résolution pour la mesure de l'énergie qui les font s'imposer dans le milieu des détecteurs. On remarquera tout de même qu'actuellement, le choix s'oriente autant sur les détecteurs à très basses températures en général (Jonctions tunnel Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur) que sur les bolomètres précisément.

La connaissance du milieu atomique est un outil précieux pour le développement technologique. Les principales caractéristiques d'un matériaux proviennent en effet du mélange au niveau atomique et la connaissance de la composition d'un matériau est importante. Si l'on peut connaître facilement la composition moyenne par un bilan de masse des produits élémentaires mis en jeu, la composition au niveau atomique est beaucoup plus difficile à mesurer. Une telle mesure directe avec une résolution en profondeur d'une monocouche atomique serait un atout pour la physique et la géologie. Le champ d'application irait de l'étude de diffusion superficielle (géologie, électronique), à l'étude des premiers stades de formation d'un alliage.

Il existe une méthode, la rétrodiffusion Rutherford, qui permet d'analyser la composition d'un matériau en profondeur. La résolution de cette méthode est étroitement liée à la résolution de mesure de l'énergie d'une particule. C'est ce que le projet BOLOBISTRO se propose d'atteindre : Permettre une analyse de la composition d'un matériau par rétrodiffusion Rutherford avec une grande rapidité (1000 coups par seconde), tout en améliorant la résolution pour atteindre une analyse en profondeur de l'ordre de la monocouche atomique.

BOLOBISTRO est l'amalgame de deux mots. BOLO pour bolomètre, et BISTRO signifiant "vite" en russe.

Ce projet propose l'étude et la mise en oeuvre de détecteurs à haute résolution d'énergie (1 à 2 KeV pour une énergie de 1 MeV) et à taux de comptage élevés (1000 coups par seconde) pour une application aux techniques d'analyse par faisceau d'ions. Le projet BOLOBISTRO réunit plusieurs laboratoires pour la mise en oeuvre du projet.

Ces laboratoires, ainsi que les chercheurs et étudiants inscrits dans le projet sont :

- Groupe de Physique des Solides (GPS) de l'université de Paris VII (SPM), comprenant P. Perrier, G. Marie-Magdeleine, A. Broniatowski, G. Waysand, V. Jeudy, D. Limagne, J. Moulin, C. Cohen.

- Centre de Spectrométrie Nucléaire de Masse (IN2P3) comprenant L. Bergé et L. Dumoulin.
- Laboratoire de Physique Corpusculaire du Collège de France (IN2P3) comprenant R. Bruère-Dawson et P. Bonièrbale.
- Centre de Recherche sur les Très Basses Températures (SPM/ CNRS/CRTBT) comprenant A. Benoit, B. Pannetier et M. Martin.

Le dispositif expérimental se compose essentiellement d'une chambre sous ultravide (conditions nécessaire à l'étude de surface propres) en ligne sur l'accélérateur Van de Graaf du GPS. L'enceinte renferme l'échantillon soumis au faisceau d'ions ainsi que le détecteur, monté sur la boîte de mélange d'un cryostat à dilution. La chaîne de mesure électronique est également étudiée pour permettre une acquisition rapide à bas bruit, adaptée aux différents détecteurs. L'ensemble de ce dispositif, à l'exception de l'accélérateur, a dû être construit pour l'expérience. Le besoin d'une grande résolution en énergie des ions rétrodiffusés et d'un taux de comptage élevé a nécessité l'étude et la mise en oeuvre de plusieurs types de détecteurs originaux. Les principaux sont les semi-conducteurs dopés dont on veut essayer d'améliorer la rapidité, les rubans supraconducteurs épais et les bolomètres à jonctions tunnel métal-isolant-supraconducteur.

Mon travail de thèse s'inscrit dans ce projet, au niveau du développement de la thermométrie rapide basée sur les jonctions tunnel Métal-Isolant-Supraconducteur, permettant la réalisation de bolomètres présentant à la fois une bonne résolution et un taux de comptage élevé. J'ai réalisé la fabrication, la mise au point, les mesures et l'étude des caractéristiques de ces détecteurs. Ce travail a été réalisé sous la direction d'Alain Benoit et de Bernard Panetier au CRTBT de Grenoble.

L'étude a porté sur la compréhension de l'effet des différents paramètres agissant sur les jonctions, en vue de son application à la bolométrie. En effet, il est essentiel, avant l'application aux mesures finales, de savoir ce que l'on mesure exactement. Ce travail n'est pas seulement un travail de mise au point technologique, mais c'est aussi un travail d'étude fondamentale expérimental.

## Chapitre I - Rétrodiffusion Rutherford et bolométrie

Ce chapitre introduit la rétrodiffusion Rutherford ainsi que quelques relations simples permettant de déterminer les critères pour améliorer la précision d'analyse de la composition d'un matériau. On se concentre ensuite plus particulièrement sur le détecteur, et l'on propose l'emploi d'un bolomètre dont on définit les grandes lignes de ses spécificités pour son application à la rétrodiffusion Rutherford.

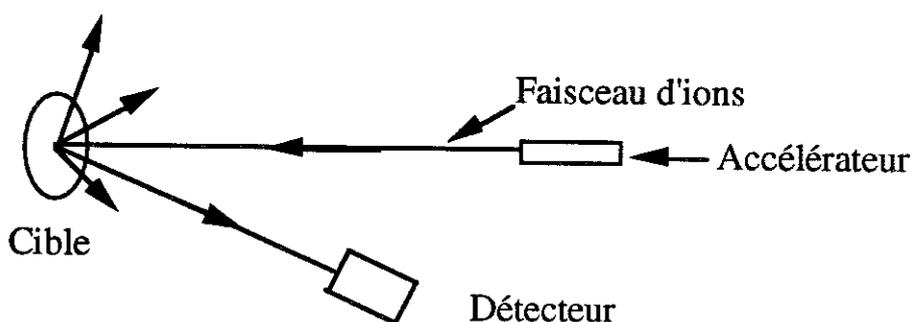
### 1) Rétrodiffusion Rutherford

La rétrodiffusion Rutherford est introduite puis l'on examine la résolution en masse en fonction de ses paramètres (nature et énergie des atomes incidents, résolution du détecteur). On définit ainsi les critères nécessaires pour obtenir une résolution d'analyse en profondeur de l'ordre de la monocouche atomique.

Ce chapitre est largement inspiré d'une communication d'Alex Broniatowski.

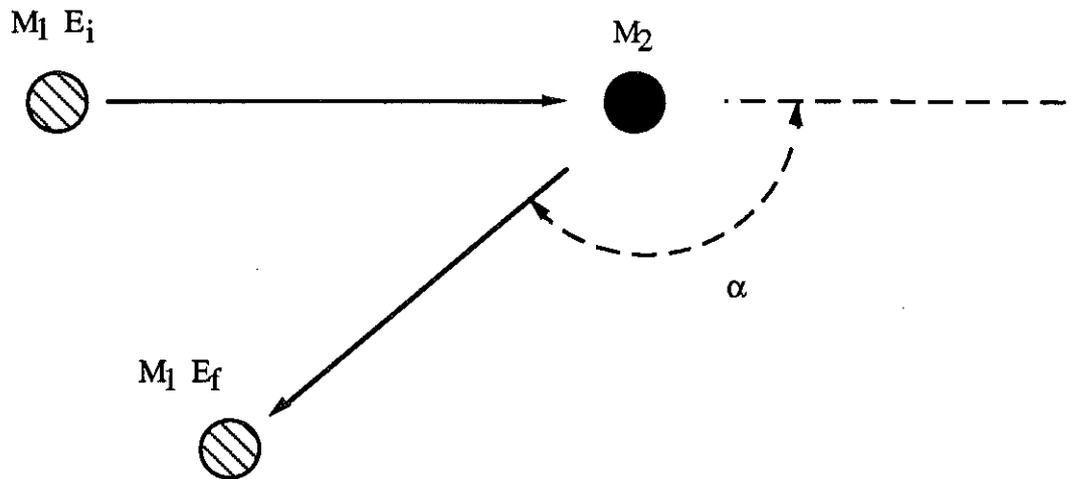
#### a) Principe de la rétrodiffusion Rutherford.

Le principe de la rétrodiffusion Rutherford repose sur l'échange de la quantité de mouvement lors d'un choc entre deux particules. On utilise pour cela un faisceau d'ions incidents et on analyse les particules rétrodiffusées par les atomes d'une cible suivant une direction donnée (voir figure I.1).



**Figure I.1** Principe de l'analyse par rétrodiffusion Rutherford

Soit donc un ion de masse  $M_1$  sortant d'un accélérateur avec une énergie  $E_i$ . Celui-ci rencontre un atome de masse  $M_2$  initialement au repos. On se place dans un repère lié au laboratoire (voir figure I.2).



**Figure I.2** Exemple de collision entre un atome de masse  $M_1$  et un atome de masse  $M_2$  au repos. L'atome  $M_1$  cède une énergie  $E_i - E_f$ .

L'application des lois des chocs fournit une relation entre les énergies initiales et finale, telle que [4]:

$$E_f = E_i \left[ \frac{\sqrt{M_2^2 - M_1^2 \sin^2 \alpha} + M_1 \cos \alpha}{M_1 + M_2} \right]^2 \quad (\text{I.1})$$

A partir de cette relation, il est aisé d'examiner les critères qui permettent de déterminer la résolution d'une mesure en utilisant un détecteur de résolution en énergie donnée  $\Delta E$ .

Les tableaux suivants illustrent la capacité à différencier deux masses atomiques voisines pour l'atome  $M_2$ , en fonction des paramètres libres comme la masse de l'atome incident, son énergie, l'angle  $\alpha$  de positionnement du détecteur et sa résolution.

Masse $M_1$ (u.m.a)	Masse maximale de $M_2$ (u.m.a) pour pouvoir une résolution de 1 u.m.a.
1 (proton)	19 (Fluor)
4 (hélium)	35 (Chlore)
11 (Bore)	49 (Titane)
12 (Carbone)	50 (Vanadium)
14 (Oxygène)	50

**Tableau I.1** Masse maximale de l'atome  $M_2$  pour avoir une résolution de 1 u.m.a. en fonction de la masse de  $M_1$ , pour une énergie  $E_i = 2$  MeV, un angle  $\alpha$  de  $170^\circ$ , un détecteur ayant comme résolution  $\Delta E = 15$  KeV. Pour des atomes plus lourds que  $M_2$  dans le tableau, la différence entre deux u.m.a est inférieure à 15 keV.

Angle $\alpha$ de rétrodiffusion	Masse maximale de $M_2$ (u.m.a) pour pouvoir une résolution de 1 u.m.a.
170	50
160	50
150	50
120	48
100	47

**Tableau I.2** Masse maximale de l'atome  $M_2$  pour avoir une résolution de 1 u.m.a. en fonction de l'angle de rétrodiffusion  $\alpha$  pour un ion carbone, d'énergie  $E_i = 2$  MeV, et un détecteur ayant comme résolution  $\Delta E = 15$  KeV. Pour des atomes plus lourds que  $M_2$  dans le tableau, la différence entre deux u.m.a consécutives est inférieure à 15 keV.

Energie $E_i$ (MeV)	Masse maximale de $M_2$ (u.m.a) pour pouvoir une résolution de 1 u.m.a.	Ordre de grandeur de $E_f$ (MeV)
2	50	0,8
2,5	60 (Ni)	1
3	69 (Zn)	1,5

**Tableau I.3** Masse maximale de l'atome  $M_2$  pour avoir une résolution de 1 u.m.a. en fonction de l'énergie initiale  $E_i$ , pour un atome de carbone, un angle de rétrodiffusion  $\alpha$  de  $170^\circ$  et un détecteur ayant comme résolution  $\Delta E = 15\text{KeV}$ . Pour des atomes plus lourds que  $M_2$  dans le tableau, la différence entre deux u.m.a consécutives est inférieure à 15 keV.

$\Delta E$ du détecteur (KeV)	Masse maximale de $M_2$ (u.m.a) pour pouvoir une résolution de 1 u.m.a.	Ordre de grandeur de $E_f$ (MeV) pour $M_2$
15	50	
10	69	
8	81 (Br)	1,4
4	127 (Sb)	
3	152 (Eu)	1,5
2	192 (Os)	1,6
1	> 210 (Po)	1,6

**Tableau I.4** Masse maximale de l'atome  $M_2$  permettant une résolution de 1 u.m.a. en fonction de la résolution  $\Delta E$  du détecteur, pour un atome de carbone d'énergie  $E_i = 2\text{ MeV}$  et un angle de rétrodiffusion  $\alpha$  de  $170^\circ$ .

De l'ensemble de ces tableaux, on retient que pour obtenir une résolution de 1 u.m.a sur les atomes lourds, il faut améliorer la résolution du détecteur et augmenter la masse de l'atome incident.

Un autre facteur agit sur la qualité de la mesure, c'est le rendement de rétrodiffusion, fonction de la section efficace différentielle de rétrodiffusion. Plus ce rendement est élevé, moins il est nécessaire d'envoyer d'ions sur la cible pour en détecter un même nombre. Ce rendement (I.2) est directement lié à la masse de l'atome cible par la section efficace (I.3)

$$Y = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Omega Q N_s \quad (I.2)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[ \frac{Z_i Z_2 e^2}{4 E_{CM}} \right]^2 \frac{1}{\sin^4(\alpha/2)} \quad (I.3)$$

où  $\Omega$  est l'angle solide sous-tendu par le détecteur,  $Q$  la dose d'ions incidents,  $N_s$  est le nombre d'atomes cible par unité de surface,  $Z_i$  et  $Z_2$  sont les charges respectives de l'ion incident et du noyau de l'atome cible.  $E_{CM}$  est l'énergie de l'atome rétrodiffusé dans le repère du centre de masse. On remarque ici aussi, l'avantage des atomes lourds pour obtenir un meilleur rendement.

Comparons maintenant l'énergie d'un ion rétrodiffusé par un atome situé dans la masse de la cible, comparé celle d'un ion rétrodiffusé par un atome identique mais situé à la surface de la cible. L'ion incident et rétrodiffusé subit un ralentissement par le nuage électronique en pénétrant dans la cible (figure I.3).

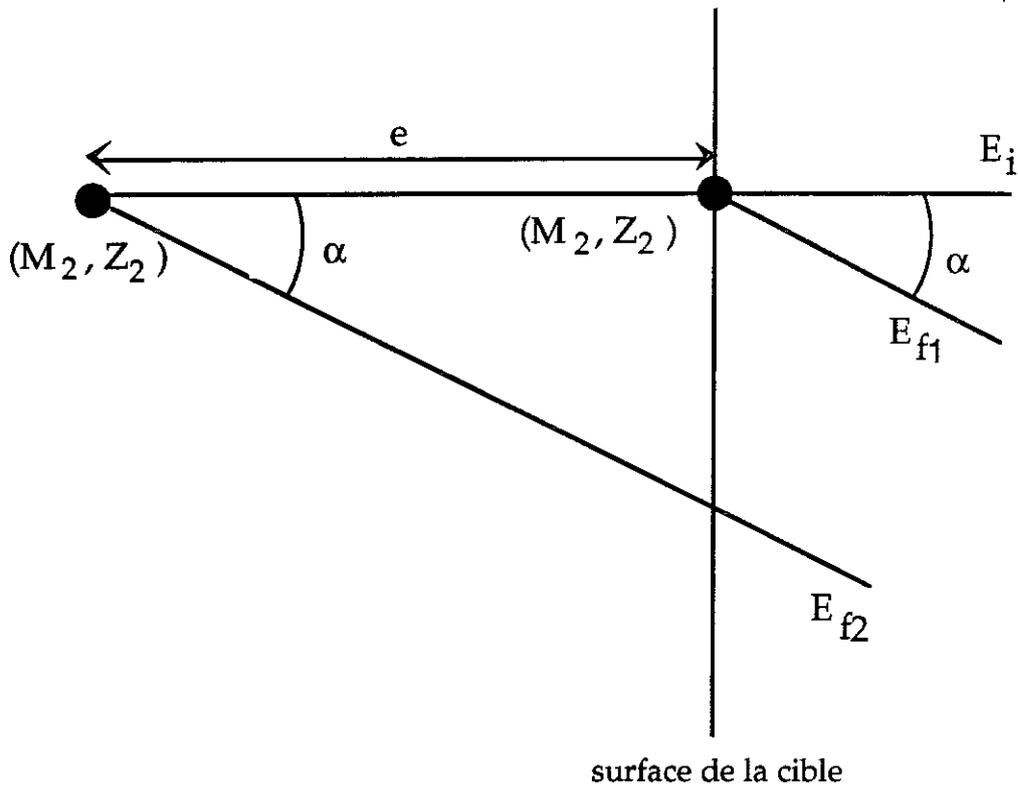
Ce dernier est donné par le pouvoir d'arrêt: 
$$P = \frac{dE}{dx} \quad (I.4)$$

Soit  $K$  le facteur de rétrodiffusion défini par: 
$$K = \frac{E_f}{E_i} \quad (I.5)$$

L'énergie de retour de l'ion rétrodiffusé en surface est: 
$$E_{f1} = K E_i. \quad (I.6)$$

L'énergie de retour de l'ion rétrodiffusé sur une profondeur  $e$  est donné par:

$$E_{f2} = (E_i - p e) K - \frac{p e}{\cos \alpha} \quad (I.7)$$



**Figure I.3** Exemple de rétrodiffusion par deux atomes identiques à des profondeurs différentes dans la cible.

La différence entre les deux énergies de retour est alors:

$$\Delta E = E_{f1} - E_{f2} = e S \quad \text{avec} \quad S = K p + \frac{p}{\cos \alpha} \quad (\text{I.8})$$

La mesure de la profondeur par une analyse fine de l'énergie est donc limitée par la résolution du détecteur. Cette résolution spatiale est donnée par:

$$\Delta e = \frac{\Delta E_{\text{détecteur}}}{S} \quad (\text{I.9})$$

Pour des ions suffisamment énergétique, la formule de Bethe permet de connaître le pouvoir d'arrêt  $p$  :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2 \pi Z_i^2 Z_2 e^4 N_2}{m V^2} \ln \left( \frac{2 m V^2}{I} \right) \quad (\text{I.10})$$

où  $N_2$  est la densité d'atomes dans la cible,  $m$  la masse de l'électron,  $V$  la vitesse de l'ion incident et  $I$  le potentiel moyen d'ionisation de l'atome cible.

Cette relation est un résultat approché, mais qui montre bien l'influence des numéros atomiques. On remarquera encore ici, l'intérêt d'utiliser des ions incident plus lourd.

### **b) Résolution nécessaire.**

L'analyse de la composition d'un matériau demande un grand nombre de rétrodiffusions. Cela nécessite, si l'on veut garder un temps d'analyse raisonnable, un taux de comptage élevé, de l'ordre de 1000 détections par seconde. Pour garder une bonne résolution en énergie avec de tels taux de comptage, il faut un détecteur rapide.

Les détecteurs utilisés généralement sont des semi-conducteurs soumis à un champ électrique. L'absorption de l'ion rétrodiffusé provoque la création de paires électrons-trous qui sont accélérées dans un champ électrique et l'on mesure directement le courant induit par ces paires. Cette technique permet d'atteindre des taux de comptage de plus de mille événements par seconde. Ces détecteurs fonctionnent à une température de l'ordre de 77 Kelvins (température de liquéfaction de l'azote). Leur résolution en énergie est limitée essentiellement par la fluctuation du dépôt d'énergie entre la création de paires et le dépôt de chaleur ou d'énergie potentielle dans le cristal semi-conducteur [4].

En pratique, avec les détecteurs polarisés, on utilise des ions hydrogène ou hélium. L'utilisation d'ions plus lourds tel le carbone ou l'azote provoque une dégradation de la résolution des détecteurs qui n'est pas compensée par la plus grande différence d'énergie obtenue lors d'un choc. Typiquement, la résolution de ces détecteurs qui est de 11 à 12 KeV pour des ions d'hélium de 1 MeV, se dégrade vers 50 KeV pour des ions carbone[4].

Calculons maintenant la résolution en énergie nécessaire pour obtenir le positionnement à une monocouche dans une cible en or et pour des ions carbone incidents de 1 MeV. Le pouvoir d'arrêt est alors [5] :  $dE/dx = 170 \text{ eV}/\text{Å}$ . Avec un paramètre cristallin de 4,1 Angströms pour l'or à température ambiante, l'énergie perdue pour une monocouche est:  $\Delta E = 170 * (4,1+4,1) = 1,4 \text{ KeV}$ . Ainsi, il faudrait utiliser des détecteurs avec une résolution de l'ordre du KeV.

En fait, il est possible d'atteindre cette résolution en utilisant un déflecteur électrostatique avant le détecteur. La courbure de la trajectoire sera fonction de la vitesse de l'ion, donc de son énergie. Cette méthode nécessite de travailler avec des ions rétrodiffusés allant dans une direction bien précise, et de charge bien définie, pas nécessairement représentatif de l'ensemble des processus. Pour cela, on place avant le déflecteur deux diaphragmes pour collimater les ions. Ceci entraîne bien sur une diminution de l'angle solide sous lequel le détecteur voit l'échantillon, d'où un taux d'irradiation plus important qui risque de dégrader l'échantillon [4].

Pour atteindre une telle résolution tout en conservant le taux de comptage, il faut utiliser un autre type de détecteur. Nous allons discuter maintenant la possibilité d'utiliser des bolomètres, les deux paramètres importants étant la résolution en énergie et la rapidité nécessaire à l'obtention d'un fort taux de comptage.

## 2) Principe de la bolométrie.

Pour mesurer l'énergie d'une particule, il suffit de l'arrêter dans un capteur puis de transformer l'énergie absorbée en une variation d'une caractéristique physique mesurable. Il est donc impératif de transformer cette énergie de façon la plus efficace possible. Le cas idéal où toute l'énergie est transformée d'une seule manière n'existe pas. Par exemple, dans le cas des détecteurs classiques à semi-conducteurs polarisés, une partie de l'énergie seulement sert à créer des paires, le reste étant dissipée dans des défauts créés ou par création de phonons (dégagement de chaleur).

La thermodynamique nous dit qu'il existe pourtant une forme d'énergie qui finit toujours la chaîne de transformation: c'est la chaleur. L'énergie thermique est quelque chose qui se retrouve toujours à la fin d'un processus physique, en négligeant bien sur les transformations en énergie potentielle ( défauts, processus chimique, etc..). Donc, une idée simple et qui paraît efficace à première vue, est d'essayer de minimiser tous les phénomènes parasites et de mesurer de variation de température du système. On peut espérer ainsi obtenir bonne efficacité et mesurer toute l'énergie déposée.

Mesurer cette variation thermique n'est pas directe. On ne mesure pas la température directement mais seulement ses effets sur le matériau comme par exemple, une variation de résistivité ou une dilatation. Ceci nous fait revenir sur nos pas, car il nous faut ici, transformer l'énergie thermique en une variation de caractéristique, qui doit être maximale. Il faut que les différentes contributions non mesurées ou non mesurables qui absorbent de la chaleur soient négligeables devant la variation de la grandeur mesurée.

A priori, on pourrait conclure que ceci n'est pas grave si, à une énergie donnée, la répartition se fait d'une seule manière. En réalité, les interactions entre les différents "lieux" de répartition de la chaleur provoquent des fluctuations statistiques qui peuvent fortement dégrader la précision de la mesure.

Un tel détecteur doit donc être constitué par une cible, où l'énergie sera déposée en chaleur, et un thermomètre permettant de mesurer cette variation de température. Ces détecteurs thermiques ou bolomètres ont permis à l'origine la mesure de puissances radiatives dans l'infrarouge à l'aide d'une bande métallique de platine noircie. La grandeur mesurée était ici une variation de la résistance électrique.

Un bolomètre mesurant l'échauffement provoqué par une quantité donnée d'énergie sera d'autant plus sensible que sa chaleur spécifique sera faible. La thermodynamique nous dit qu'à basse température, la chaleur spécifique tend vers zéro, indépendamment du matériau (voir annexe 1). Cette caractéristique est importante pour mesurer des énergies faibles tout en gardant un détecteur de taille macroscopique. En cas de recherche d'événements rares, ceci permet d'obtenir des taux d'événements raisonnables (cible de grande dimension), tout en conservant une variation de température suffisamment importante [6].

Classiquement, les bolomètres sont constitués d'un absorbeur de très faible capacité calorifique (isolant), couplé à un thermomètre de petite taille qui est un semi-conducteur, dont la résistance varie très fortement avec la température entre 10 mK et 1 K. Ce type de bolomètre est très sensible et la résolution en énergie peut atteindre un pour mille [7].

### 3) Bolomètre pour la Rétrodiffusion Rutherford.

Bolobistro se propose donc d'associer les performances des bolomètres avec la technique de la rétrodiffusion Rutherford pour effectuer l'analyse de matériaux avec une résolution en profondeur de l'ordre de la couche atomique. Des détecteurs polarisés, on souhaite conserver la rapidité de comptage (environ 1000 événements par seconde) tandis que l'on souhaite obtenir la résolution de un pour mille des détecteurs bolométriques.

Les bolomètres à semi-conducteurs ont du mal à atteindre des taux de comptage élevés. En effet, basés sur des isolants, les constantes de temps thermiques sont longues (de quelques millisecondes, pouvant atteindre la seconde) [7]. Pour le taux de comptage souhaité et compte tenu des fluctuations statistiques d'arrivée des ions, on souhaite obtenir des constantes de temps de l'ordre de 50  $\mu$ s pour éviter les erreurs d'empilement. De telles constantes de temps d'écoulement de la chaleur nécessitent l'emploi de détecteurs de dimensions réduites ou fabriqués à partir de matériaux conduisant bien la chaleur. Les meilleurs matériaux solides conducteur de chaleur sont les métaux. A basses températures leur conductivité thermique est linéaire en température, comme la chaleur spécifique. Les excitations thermiques sont dominées par les électrons, porteurs principaux de la chaleur[8].

La constante de temps thermique est proportionnelle au rapport de la conductivité thermique sur la chaleur spécifique, et dépend de la géométrie (voir chapitre II.4). Les métaux permettent ainsi d'obtenir une constante de temps indépendante de la température. Comme la chaleur spécifique est d'autant plus faible que la température l'est, l'augmentation de température sera d'autant plus grande pour une même énergie absorbée. On peut donc, en théorie, travailler à des températures aussi basses que voulues tout en gardant une réponse rapide.

Le problème est maintenant de mesurer directement la température électronique d'un métal avec suffisamment de précision. L'emploi d'une jonction tunnel métal-isolant-supraconducteur permet d'y parvenir. On peut mesurer simplement la température du métal normal de la jonction par mesure de la tension aux bornes de la jonction en la polarisant à courant continu. Mais avant d'étudier plus en avant de façon expérimentale ces jonctions tunnel, il nous faut établir certains outils mathématiques.

## Chapitre II - Bolomètres à jonctions tunnel.

### Etude théorique .

Après une brève introduction d'éléments de physique du solide, ce chapitre étudie l'effet tunnel et l'on examine trois types de jonctions tunnel à base de métaux normaux et de supraconducteurs. On se concentre sur leur caractéristique électrique en fonction de la température. On montre ainsi qu'une jonction métal normal-insolant-supraconducteur (jonctions NIS) peut être utilisé comme bolomètre.

On étudie ensuite plus précisément les jonction NIS, puis l'on regarde l'écoulement de chaleur à travers un métal normal. On détermine ensuite les performances théoriques que l'on peut espérer avec nos moyens de mesures en utilisant un bolomètre basé sur une jonction tunnel NIS.

### 1) Eléments de base de physique du solide dans les métaux.

Nous allons nous intéresser ici principalement aux électrons et aux phonons, les deux principaux porteurs de la chaleur dans un métal. J'utilise pour cela, des modèles simples tels la théorie des électrons libres de Fermi et la théorie de Debye, ces résultats ayant prouvés leur capacité à décrire convenablement la physique qui nous intéresse, à savoir les caractéristiques thermiques et électriques des métaux[8].

Le détail des calculs est présenté en annexe 2. Les résultats les plus remarquables sont résumés ci-dessous:

#### - Chaleur spécifique et conduction thermiques dues aux électrons.

La densité d'état pour les électrons dans un cube de coté A est donnée par:

$$D(E) = \frac{A^3}{2\pi^2} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E} \quad (\text{II.1.1})$$

La distribution statistique à une température  $T$  est donnée par la fonction de Fermi-Dirac ou l'énergie de Fermi  $E_f$  correspond au potentiel chimique:

$$F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{k_B T}\right)} \quad (\text{II.1.2})$$

Le calcul de la chaleur spécifique électronique, par dérivation de l'énergie interne, nous donne:

$$C_{el} = \frac{1}{\rho} \frac{3}{4} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} k_B^2 \sqrt{E_f} T \quad (\text{II.1.3})$$

Elle ne dépend donc que des propriétés fondamentales du métal et varie linéairement avec la température.

La conductivité thermique électronique est donnée par:

$$K_{el} = 3 \frac{m}{h^3} k_B^2 E_f T l \quad (\text{II.1.4})$$

Elle varie aussi linéairement avec la température mais dépend du libre parcourt moyen  $l$  qui lui, dépend fortement de la pureté du cristal ou des dimensions caractéristiques de celui-ci. Il est ainsi, à basses températures, nécessaire de mesurer cette grandeur pour la connaître avec précision.

#### - Chaleur spécifique et conduction thermiques dues aux phonons.

En ce qui concerne les excitations thermiques par les phonons, vibrations parcourant le cristal, on montre que la chaleur spécifique dépend de la température de Debye  $\theta_D$  et qu'elle est donnée par:

$$C_{ph} = 234 k_B N_A \left[ \frac{T}{\theta_D} \right]^3 \quad (\text{II.1.5})$$

Elle est donc proportionnelle au cube de la température.

La conductivité thermique varie comme la chaleur spécifique à basses températures, lorsque seuls les modes de vibrations de grandes longueurs d'ondes sont excités. Les effets liés à la taille de l'échantillon deviennent alors prédominants.

- Comparaison entre les effets liés aux électrons et aux phonons.

La chaleur spécifique liée aux phonons est proportionnelle au cube de la température et deviendra négligeable par rapport à la chaleur spécifique électronique à très basses températures. En effet, leur rapport s'écrit:

$$\frac{C_{el}}{C_{ph}} = \frac{\pi^2}{468} \frac{\theta_D^3}{T_f} \frac{1}{T^2} \quad (\text{II.1.6})$$

Pour l'or, ce rapport vaut 1 à une température voisine de 1,2 Kelvins ( $\theta_D = 165 \text{ K}$ ,  $T_f = 63900 \text{ K}$  [8]). Aux températures qui nous intéressent, vers 100 mK, ce rapport est plus de 140 fois supérieur, augmentant comme l'inverse du carré de la température.

Pour un type de porteur donné, la conductivité thermique à basses températures peut être reliée à la chaleur spécifique par l'expression  $K \approx C v D$ , où  $C$  est la chaleur spécifique du porteur considéré,  $v$  sa vitesse (quelques kilomètres seconde pour les phonons et quelques milliers de kilomètres seconde pour les électrons), et  $D$  est une distance représentative de l'échantillon. A ces températures, pour une couche mince, cette distance peut être évaluée au maximum comme l'épaisseur de l'échantillon. Ce sera donc la même distance pour les électrons et pour les phonons. Les différences entre les vitesses et les chaleurs spécifiques suffit à rendre la conductivité par les phonons complètement négligeables dans un métal à basses températures.

- Constante de temps thermique.

Comme la constante de temps thermique est proportionnelle au rapport entre la chaleur spécifique et la conductivité thermique, elle devrait être indépendante de la température. Cette relation est vraie pour les électrons, mais dans le cas des phonons les défauts du cristal et les impuretés permettent d'avoir des phonons de faible longueurs d'ondes, donc énergétiques, peu couplés avec les phonons à l'équilibre thermique. La relaxation de ces phonons peut influencer grandement les caractéristiques thermiques et augmenter fortement les constantes de temps.

## **2) Effet tunnel à travers une jonction isolante.**

Ca chapitre étudie les jonctions tunnel, basées sur la propriété qu'à une particule de traverser une barrière de potentiel.

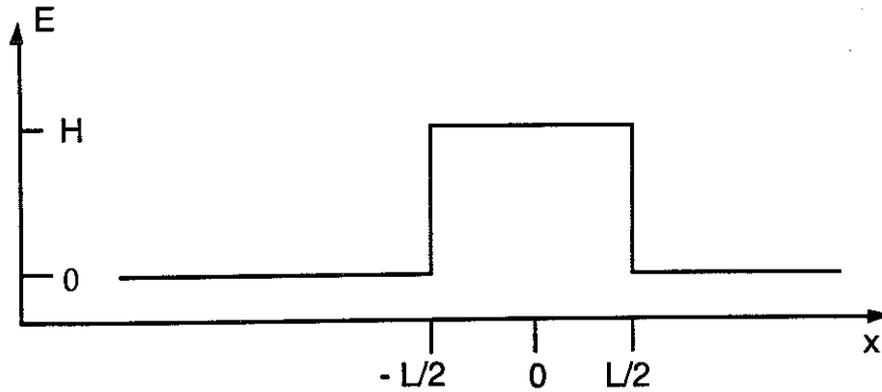
L' annexe 4 introduit la notion de fonction d'onde et montre l'existence d'un effet tunnel possible à travers une barrière de potentielle. Mathématiquement, ceci se traduit par le fait que la fonction d'onde d'une particule n'est pas nulle de l'autre coté de la barrière. Le passage par effet tunnel est un phénomène probabiliste, indépendant du temps. La probabilité de passage dépend de la barrière de potentiel (largeur et "hauteur"), ainsi que de l'énergie de la particule.

Une jonction tunnel est un sandwich formé de deux conducteurs séparés par une bande isolante. Dans notre cas, les conducteurs sont des métaux. On verra que l'état du métal, supraconducteur ou normal, a une grande importance sur les caractéristiques de fonctionnement. On distinguera ici trois types de jonctions:

- Les jonctions NIN (métal Normal- Isolant - métal Normal) où les deux métaux sont normaux.
- Les jonctions SIS (Supraconducteur - Isolant - Supraconducteur) où les deux métaux sont des supraconducteurs.
- Les jonctions NIS (métal Normal - Isolant - Supraconducteur) où seul l'un des métaux est supraconducteur.

### **a) Calcul du courant tunnel dans une jonction.**

Considérons deux conducteurs séparés par une barrière isolante. La barrière est un plan perpendiculaire à l'axe des  $x$  (voir figure II.1).



**Figure II.1** Schématisation sur un diagramme espace-énergie d'une barrière tunnel d'épaisseur  $L$  et de "hauteur"  $H$ .

Calculons le nombre d'électrons partant des abscisses négatives et traversant la barrière pendant un temps  $dt$  (courant de gauche à droite). Pour un niveau d'énergie donnée, ce nombre est égal au nombre d'électrons présents du côté gauche qui rencontrent la barrière, multiplié par la probabilité de passage par effet tunnel et multiplié par le nombre de places vacantes du côté droit. Les relations ci-dessous énumèrent ces diverses contributions.

Pour un électron d'énergie  $E_x$  projetée suivant l'axe des  $x$ , la probabilité de passage par effet tunnel à travers une barrière de largeur  $L$  et de "hauteur"  $H$  est donnée par (voir annexe 4, A4.43):

$$P_t(E_x) = \exp\left(\frac{-4\pi L}{h} \sqrt{m(H - E_x)}\right) \quad (\text{A4.43})$$

La densité de probabilité de trouver un électron d'énergie  $E$  avec une énergie  $E_x$  sur l'axe des  $x$  est (voir annexe 5, A5.9) :

$$dP(E_x) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{(E - E_x)}} dE_x \quad (\text{A5.9})$$

La probabilité de trouver un électron à une énergie donnée est, d'après (II.1.2) :

$$F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{k_B T}\right)} \quad (\text{II.1.2})$$

La densité d'état des électrons dans un métal est, d'après (II.1.1) :

$$D(E) = \frac{A^3}{2 \pi^2} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E} \quad (\text{II.1.1})$$

Ainsi, la densité d'électrons présent à une énergie donnée est  $D(E) F(E)$ .

La densité de places vacantes est donc  $D(E) [1 - F(E)]$ .

Le nombre d'électrons arrivant sur la barrière pendant un intervalle de temps  $dt$  est l'ensemble des électrons distant de la barrière d'une distance comprise entre 0 et  $v_x dt$ . Introduisant l'énergie dans le terme de vitesse, ceci représente, par unité de surface de barrière, un volume  $V_{\text{vol}}$  tel que :

$$V_{\text{vol}} = \sqrt{\frac{2 E_x}{m}} \quad (\text{II.2.1})$$

J'indice par G tout ce qui se rapporte au coté gauche et par D se qui se rapporte au coté droit de la jonction.

Le nombre de particules possédant une énergie E avec une énergie projetée sur l'axe x  $E_x$  traversant la barrière de gauche à droite pendant  $dt$  par unité de surface est donc:

$$d^3 N_t = D_G(E) F_G(E) D_D(E) [1 - F_D(E)] P_t(E_x) dP(E_x) V_{\text{vol}} dt \quad (\text{II.2.2})$$

La densité de courant par unité de surface est le nombre d'électrons par unité de temps traversant la barrière de gauche à droite multiplié par e, charge de l'électron :

$$i_{G \rightarrow D} = -e \left\{ \int_0^{\infty} D_G(E) F_G(E) D_D(E) [1 - F_D(E)] \int_0^E P_t(E_x) V_{\text{vol}} dP(E_x) dE \right\} \quad (\text{II.2.3})$$

Le signe moins devant la charge de l'électron permet de se mettre en accord avec la norme du sens du courant.

Le courant global au niveau de la jonction, c'est à dire le courant que l'on peut mesurer, est la somme algébrique des courants qui traversent dans les deux sens:

$$i = i_{G \rightarrow D} - i_{D \rightarrow G} = -e \left\{ \int_0^{\infty} D_G(E) D_D(E) [F_G(E) - F_D(E)] \int_0^E P_t(E_x) V_{vol} dP(E_x) \right\} dE \quad (\text{II.2.4})$$

Posons :

$$P(E) = \int_0^E P_t(E_x) V_{vol} dP(E_x) \quad (\text{II.2.5})$$

(II.2.5) représente la probabilité totale d'un passage par effet tunnel, que l'on explicite :

$$P(E) = \int_0^E \frac{1}{4} \exp \left[ \frac{-4 \pi L}{h} \sqrt{2 m (H - E_x)} \right] \sqrt{\frac{2 E_x}{m}} \sqrt{\frac{1}{(E - E_x)}} dE_x \quad (\text{II.2.6})$$

Une simplification donne:

$$P(E) = \sqrt{\frac{2}{m E}} \frac{1}{4} \int_0^E \exp \left( \frac{-4 \pi L}{h} \sqrt{2 m (H - E_x)} \right) dE_x \quad (\text{II.2.7})$$

L' intégrale se calcule relativement facilement (voir annexe 11) , ce qui donne :

$$P(E) = \frac{1}{2\alpha^2} \sqrt{\frac{2}{m E}} \left\{ (\alpha \sqrt{(H-E)} + 1) \exp(-\alpha \sqrt{(H-E)}) - (\alpha \sqrt{H} + 1) \exp(-\alpha \sqrt{H}) \right\} \quad (\text{II.2.8})$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{4 \pi L}{h} \sqrt{2 m}$$

(II.2.4) se ramène donc à

$$i = -e \left\{ \int_0^{\infty} D_G(E) D_D(E) [F_G(E) - F_D(E)] P(E) dE \right\} \quad (\text{II.2.9})$$

Cette relation nous donne la densité de courant d'électrons libres par unité de surface entre deux conducteurs séparés par une barrière isolante. Elle n'est pas calculable directement avec des fonctions simples. On peut néanmoins la simplifier en examinant les ordres de grandeur:

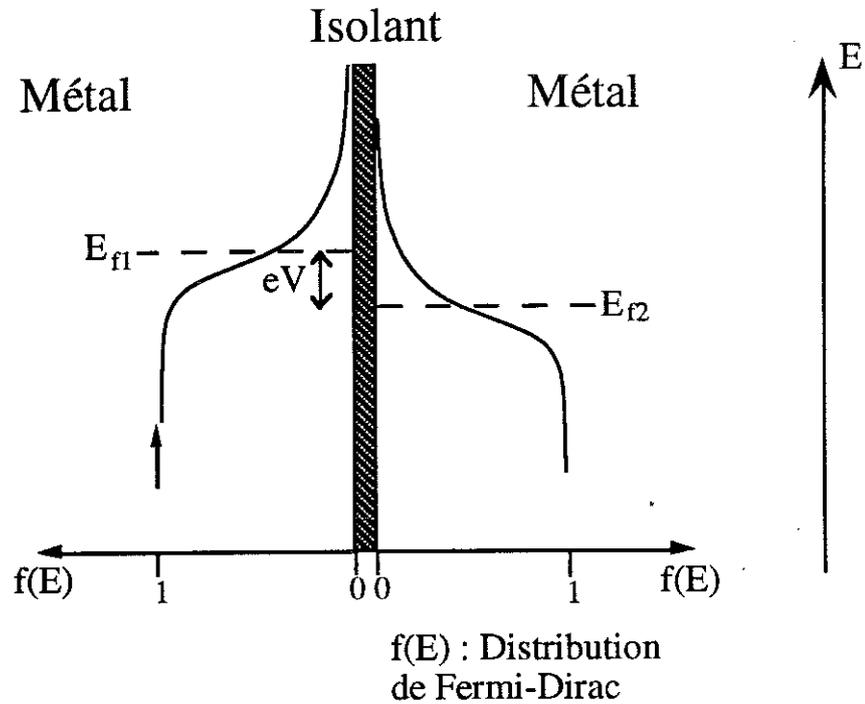
La fonction de Fermi-Dirac n'a de dérivées importante que près de l'énergie de Fermi, autour d'une variation de quelques  $kT$ . Le courant tunnel dépend fortement de la différence entre ces deux distributions, que l'on peut décaler l'une de l'autre d'une valeur  $eV$  en appliquant une différence de potentiel  $V$ . A basse température ( $T < 1K$ ),  $kT$  est inférieur à  $8 \cdot 10^{-5}$  eV, valeur négligeable devant l'énergie de Fermi qui représente quelques eV [8]. Les valeurs de tension que nous appliquerons seront typiquement de l'ordre du dixième de millivolts (voir le chapitre IV). L'intégrale ne dépendant que d'une petite fraction d'énergie autour de l'énergie de Fermi, on peut donc remplacer les termes de densité d'états et d'effet tunnel par leur valeur à l'énergie de Fermi.

La relation (II.2.9) se ramène donc à :

$$i = -e D_G(E_f) D_D(E_f) P(E_f) \left\{ \int_0^{\infty} (F_G(E) - F_D(E)) dE \right\} \quad (\text{II.2.10})$$

### b) Jonctions Normal-Isolant-Normal.

Une jonction tunnel NIN est un sandwich composé d'une barrière isolante entre deux métaux normaux (non supraconducteurs).



**Figure II.2** Schématisation d'une jonction tunnel NIN avec les distributions électroniques respectives.

Posons:

$$\mu = D_G(E_f) D_D(E_f) P(E_f) \quad (\text{II.2.11})$$

A partir de la relation (II.2.10) le courant tunnel s'écrit:

$$I = -e \mu S \int_0^{\infty} (F_G(E) - F_D(E)) dE \quad (\text{II.2.12})$$

où  $S$  est la surface du plan de la jonction.

On provoque une différence de potentiel  $V$  entre les bornes de la jonction, ce qui revient à décaler une des fonctions de Fermi-Dirac de  $eV$  en énergie. La relation (II.2.12) devient :

$$I = -e \mu S \int_0^{\infty} [F_G(E - eV) - F_D(E)] dE \quad (\text{II.2.13})$$

Un changement de variable judicieux consiste à prendre comme origine l'énergie de Fermi. Ce qui revient, dans l'intégrale, à intégrer entre  $-E_f$  et  $+\infty$ .

$$I = -e \mu S \int_{-E_f}^{\infty} \left[ \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - eV}{kT}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E}{kT}\right)} \right] dE \quad (\text{II.2.14})$$

Cette relation s'intègre sans difficultés, ce qui donne :

$$I = e \mu S k T \operatorname{Ln} \left[ \frac{1 + \exp\left(\frac{E_f + eV}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E_f}{kT}\right)} \right] \quad (\text{II.2.15})$$

Conformément à nos hypothèses pour établir (II.2.10), on sait que la valeur de l'exponentielle est grande devant 1. (II.2.15) se ramène donc à :

$$I = \mu S e V \quad (\text{II.2.16})$$

Cette relation montre une dépendance linéaire entre la tension et le courant. La température n'intervient pas dans cette relation. Ainsi, ce type de jonction ne peut être utilisée pour une application à la bolométrie. Apparemment, une jonction NIN se comporte comme une résistance  $R_{nin}$ , telle que :

$$R_{nin} = \frac{1}{\mu S e} \quad (\text{II.2.17})$$

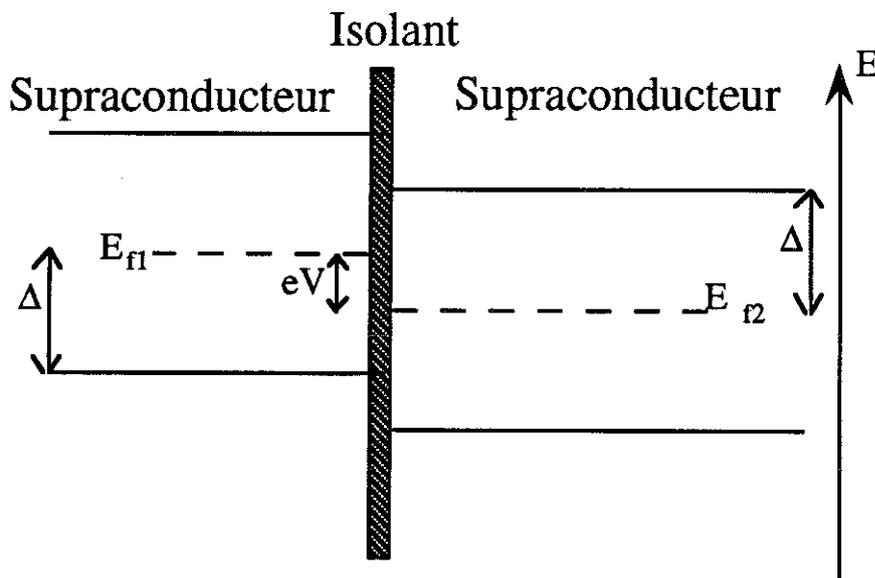
Une résistance classique provoque une dissipation sous forme de chaleur (effet Joule) par une limitation du libre parcours moyen des électrons. Au fur et à mesure de leur parcours dans la résistance, les électrons perdent en moyenne leur énergie potentielle (la tension). Dans le cas d'un passage par effet tunnel, les électrons ne

perdent pas leur énergie. Le passage se fait sans dissipation d'énergie, donc sans effet joule. Si classiquement, la puissance dissipée  $P$  est égale à  $UI$ , cette relation n'est plus valable pour une jonction tunnel. Les électrons qui traversent par effet tunnel ne participent pas à la tension aux bornes de la jonction.

Ce paradoxe sur la conservation de l'énergie est résolu lorsqu'on se place loin de la barrière. Dans ce cas, les électrons ont perdu la mémoire de leur passage par effet tunnel. Les multiples interactions avec les autres électrons et le réseau les ramènent à leur état d'électrons indifférenciés. En fait, si la puissance par effet joule n'est pas dissipée au niveau de la jonction, elle se dissipe sur une plus grande longueur, environ le libre parcours moyen inélastique des électrons.

Cette propriété est importante, surtout dans le cas où il y aura un supraconducteur, dont le libre parcours des quasiparticules peut être beaucoup plus important que celui des électrons dans un métal [9].

### c) Jonctions Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur.



**Figure II.3** Schéma d'une jonction SIS.  $\Delta$  représente le gap du supraconducteur.

Une jonction SIS est un sandwich Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur. Un supraconducteur se différencie notamment d'un métal par la présence d'une bande d'énergie interdite centrée sur le niveau de Fermi. Cette bande d'énergie, appelée gap, porte son nom du fait de l'interdiction aux électrons libres d'y être présents. Cette bande est peuplée d'électrons supraconducteurs, paires d'électrons liés

ensemble par le réseau et dont l'énergie est voisine du niveau de Fermi. Ce lien permet à ces paires de circuler dans le métal sans interactions. Elles ne transportent pas d'entropie.

Dans le cas d'un supraconducteur, la densité d'état des électrons libres devient :

$$D_s(E) = \frac{|E - E_f|}{\sqrt{(E - E_f)^2 - \Delta^2}} D(E) \quad (\text{II.2.18})$$

où  $D(E)$  est la densité d'état à l'état normal.  $\Delta$  est la valeur de la demi bande d'énergie interdite.

Le courant peut circuler à travers ce type de jonctions soit sous la forme d'un courants d'électrons libres, soit sous la forme d'un courant de paires de Cooper, chacun dans leur bande d'énergie permise.

Le courant tunnel des électrons libres est proportionnel à l'intégrale de la différence des distributions de Fermi-Dirac. Pour de telles jonctions les électrons libres ne sont présent qu'au dessus et qu'au dessous du gap. La probabilité de trouver un électron au dessus du gap est :

$$f = \exp(\Delta/kT) \quad (\text{II.2.19})$$

Cette distribution devient rapidement très faible à basses température, en dessous de  $T_c$ . En effet la valeur du gap  $\Delta$  est environ égale à  $3,2 k T_c$ , où  $T_c$  est la température de transition supraconductrice selon la théorie BCS pour un supraconducteur de type I [8]. On trouvera ainsi très peu d'électrons, soit un courant quasiment nul, décroissant exponentiellement avec la température.

Pour les électrons situés au dessous du gap, la probabilité minimale sera:

$$f = \exp(-\Delta/kT) \quad (\text{II.2.20})$$

Soit pour les mêmes raisons, quasiment égale à 1. La différence entre les deux distributions de chaque coté sera nulle. On ne peut donc pas mesurer la température d'un supraconducteur de cette façon à basse température, les courants étant trop faibles.

Si la tension atteint et dépasse une valeur  $eV = \Delta_1 + \Delta_2$ , somme des deux gaps, le courant d'électrons libres ne dépendra de la tension que d'une façon ohmique, comme pour une jonction NIN.

Le courant tunnel des paires de Cooper est quelque chose de tout à fait différent. Ces courants sont appelés courants Josephson. Deux courants peuvent être mis en évidence:

-Un courant continu qui franchit la barrière même en l'absence d'une tension, fonction de la différence de phase entre les fonctions d'ondes de probabilité de présence des paires entre les deux cotés de la jonction.

-Si une tension continue est appliquée aux bornes de la jonction, un courant alternatif s'ajoute au courant continu, oscillant avec une fréquence  $4 e V \pi / h$ . Une tension de  $1 \mu\text{V}$  produit une fréquence de 483,6 MHz. Ces courants ne permettent pas non plus de mesurer une température.

De part l'influence du champ magnétique sur les paires de Cooper, on peut annuler ces courants en envoyant un champ parallèle au plan de la jonction tunnel.

L'utilisation de détecteur basés sur des jonctions SIS, peut être vu comme l'utilisation des semi-conducteurs, où la création d'une paire électron-trou est de l'ordre de 1 eV [4]. Dans le cas des jonctions SIS, l'absorption d'une particule énergétique provoque la création d'un point chaud. L'ensemble de la cascade énergétique aboutit à créer des électrons chauds au dessus du gap par brisure de paires de Cooper. Le reste se perd au niveau de phonons ayant une énergie inférieure au gap (en valeur absolue).

Ces électrons chauds sont appelés quasiparticules, car elles ne sont pas thermalisées avec leur milieu. Les quasiparticules créées ont une énergie proche de celle du gap. En fait, les quasiparticules plus énergétiques ont tendance à perdre rapidement leur énergie par émission de phonons jusqu'à atteindre l'énergie du gap [9]. Ces quasiparticules ont l'avantage d'avoir une durée de vie importante pouvant atteindre la milliseconde à basse température ( $T \ll T_c$ ). Ainsi, à tension constante, la création de quasiparticules d'un côté provoque un courant à travers la jonction. Ce n'est pas là un bolomètre en soi, car on ne mesure pas la température du milieu mais un courant de particules non thermalisées.

La création d'une paire nécessite une énergie d'environ  $1,7 \Delta$  [10], soit de l'ordre du MeV. Une énergie de 1 KeV peut produire en théorie environ  $10^6$  quasiparticules. La résolution d'un tel détecteur n'est basé en théorie que sur les fluctuations

statistiques de création de quasiparticules, et l'on peut s'attendre à obtenir une résolution de 5 eV pour un photon de 6 KeV [10]. Un des problèmes pour atteindre cette résolution est la durée de vie des quasiparticules. Celles-ci ont tendance à se recombiner en paires, d'où une perte de courant et donc de résolution.

Les premières études ont utilisé du niobium comme supraconducteur, celui-ci ayant l'avantage d'avoir une transition à 9K. Ces jonctions fonctionnent donc convenablement à la température de l'hélium liquide. Un des inconvénients du niobium est que son oxyde est aussi supraconducteur, mais à une température plus faible que le niobium pur et donc avec un gap plus faible. Les quasiparticules arrivant dans ces zones (surfaces extérieures du détecteur) ont tendance à perdre rapidement leur énergie pour se placer au niveau de ce nouveau gap. À ce moment là, elles restent prisonnières du volume de niobium oxydé, jusqu'à leur condensation en paires. Cet effet produit également une perte de sensibilité.

Certaines études essaient de produire en surface du nitrure de niobium avant la formation d'oxyde, le nitrure de niobium ayant une température critique plus élevée (16K), d'où l'avantage de ne plus avoir de piège à quasiparticules [11].

Plus généralement, on dépose sur la surface de la jonction une épaisseur typique de 80 Angströms d'aluminium que l'on oxyde en surface. Par effet de proximité, l'ensemble est supraconducteur à 4K [12].

L'utilisation de cette propriété de piégeage est mise en oeuvre actuellement, en utilisant des jonctions SIS de petites tailles, basées sur l'aluminium ( $T_c=1,2K$ ), avec un absorbeur en niobium. On tente ainsi de capturer les quasiparticules pour les garder près de la jonction (jonction Nb-Al-Al<sub>10x</sub>-Al-Nb), et donc leur donner plus de chance de traverser avant une recombinaison. Les résolutions actuelles atteignent 36 eV pour un photon de 6 KeV [13].

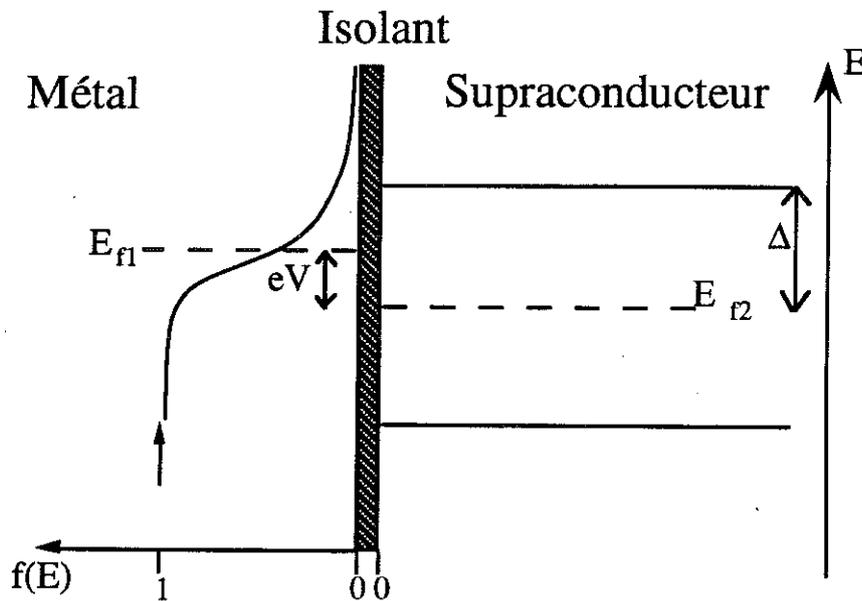
Les travaux sur ce type de jonctions portent beaucoup maintenant sur la durée de vie des quasiparticules, les processus de recombinaison, et les effets de position d'absorption de la particule par rapport au détecteur [14].

Ce type de détecteur possède des constantes de temps de l'ordre de 5 $\mu$ s, voire inférieure à la microseconde [32], il est donc extrêmement rapide et permet d'atteindre des taux de comptages élevés. Utilisant des particules non thermalisées, on s'attend à un effet faible de la température sur le détecteur. En fait, il semblerait que la température agit directement sur la durée de vie des quasiparticules de façon exponentielle [9].

Atteindre des températures très basses est nécessaire si l'on veut augmenter la résolution de ces jonctions, car elle permet d'utiliser des supraconducteurs de meilleure qualité, notamment l'aluminium ou le zinc qui sont de très bons matériaux pour leur longues durées de vie des quasiparticules (La durée de vie des quasiparticules est 100 fois plus grande dans l'aluminium par rapport au niobium) [9].

#### d) Jonctions Normal-Isolant-Supraconducteur.

Les jonctions NIS sont composées d'une barrière isolante entre deux conducteurs, dont l'un est supraconducteur et l'autre un métal normal.



**Figure II.4** Schéma d'une jonction NIS.

On peut considérer deux courants différents au sein de la jonction : Le courant en dehors du gap qui est un courant d'électrons libres, et le courant dans le gap qui correspond à un courant de paires.

##### Courant de paires.

Le courant dans le gap est un peu plus délicat à représenter. Les électrons normaux seuls ne peuvent pénétrer dans le gap, car la bande d'énergie est réservée aux paires supraconductrices.

De même, les paires supraconductrices ne peuvent passer dans le métal. Dans le cas d'une liaison directe entre un métal et un supraconducteur, sans isolant, le passage du courant se réalise par réflexion d'Andreev, car le passage d'une paire d'électrons

dans le métal normal, au même instant (ce qui permet de faire une paire supraconductrice en cédant un phonon), équivaut à obtenir en même temps le passage d'un électron et la sortie d'un trou. On peut donc évaluer la probabilité tunnel comme étant la probabilité d'avoir deux électrons pénétrant sous le gap au même instant, avec chacun un spin différent ( Une paire de Cooper est constituée d'un électron de spin  $+1/2$  et d'un électron de spin  $-1/2$ ).

Evaluons quantitativement un tel courant, en le comparant à une jonction NIN. Une jonction NIN est équivalente à une résistance  $R_{\text{nin}}$  donnée par II.2.17:

$$R_{\text{nin}} = \frac{1}{\mu S e} \quad (\text{II.2.17})$$

$$\text{avec } \mu = D_{\text{C}}(E_f) D_{\text{D}}(E_f) P(E_f) \quad (\text{II.2.11})$$

Calculons le courant provoqué par un passage simultané de deux électrons en même temps, et de spin différents. On aura donc une résistance du type

$$R_{\text{nin.paire}} = \frac{1}{\mu_{\text{p}} S e} \quad (\text{II.2.21})$$

$$\text{avec } \mu_{\text{p}} = D_{\text{C}}(E_f) D_{\text{D}}(E_f) P^2(E_f) / 2$$

Le rapport des deux résistances est donc:

$$\frac{R_{\text{nin.paire}}}{R_{\text{nin}}} = \frac{2}{P(E_f)} \quad (\text{II.2.22})$$

$P(E_f)$  est facilement calculable (voie annexe 11) à partir de (A4.42). En prenant comme barrière isolante typique de l'alumine d'épaisseur 20 Angströms, on trouve ainsi comme valeur approchée:

$$\frac{R_{\text{nin.paire}}}{R_{\text{nin}}} = 2 \cdot 10^9 \quad (\text{II.2.23})$$

Comme  $R_{\text{nin}}$  est mesurable avant la température de transition du supraconducteur, on obtient ainsi un ordre de grandeur nous permettant d'évaluer le courant sous le gap. La mesure de  $R_{\text{nin.paire}}$ , dans un cas parfait peut être mesurée à basse température et à très faible courant de polarisation pour rendre négligeable le courant d'électrons libres.

Les travaux récents ont montré que cette contribution est très fortement augmentée par le désordre dans l'électrode métallique. Toutefois, cette contribution reste faible pour nos échantillons ( rapport de  $10^7$  environ). Aussi, nous n'en tiendrons pas compte [15].

### Courant d'électrons libres.

Le courant en dehors du gap n'est autre qu'un courant d'électrons libres qui peut être calculé avec la relation (II.2.9). Un changement de l'expression de la densité d'état permet de tenir compte de l'effet du supraconducteur.

Le calcul du courant par effet tunnel des électrons libres pour une jonction NIS nous donne, en rapport avec la figure II.4 et la relation (II.2.10) :

$$\begin{aligned}
 I = & -\mu e S \int_{-E_f}^{-\Delta} \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - eV}{kT}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E}{kT}\right)} \right) dE \\
 & - \mu e S \int_{+\Delta}^{+\infty} \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - eV}{kT}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E}{kT}\right)} \right) dE
 \end{aligned}
 \tag{II.2.24}$$

Cette expression se simplifie en effectuant un changement de variable sur la première intégrale et en remplaçant  $-E_f$  par  $-\infty$ , ce qui n'entraîne pas d'erreur conformément à notre discussion en a).

On effectue le changement de variable  $E \rightarrow -E$ . On remarque également que :

$$f(-E) = 1 - f(E) \tag{II.2.25}$$

On obtient alors:

$$I = -\mu e S \int_{+\Delta}^{+\infty} \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - eV}{kT}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E + eV}{kT}\right)} \right) dE
 \tag{II.2.26}$$

A partir de la relation (II.2.17), on introduit  $R_{\text{nin}}$ , résistance de la jonction lorsque le supraconducteur est à l'état normal. Le signe moins devant la partie droite de l'égalité peut être abandonné car il ne dépend que d'une convention de signe. On décide, pour plus de simplicité, de travailler avec des valeurs absolues :

$$I = \frac{1}{R_{\text{nin}}} \int_{+\Delta}^{+\infty} \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - eV}{kT}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E + eV}{kT}\right)} \right) dE \quad (\text{II.2.27})$$

Cette relation n'est pas calculable directement à partir de fonctions simples, ce qui n'empêche pas de l'étudier pour examiner de plus près ses caractéristiques.

### 3) Caractéristiques des jonctions NIS.

Cette partie du chapitre se décompose en deux sous parties dédiées à l'étude de la relation (II.2.27). La première partie présente un calcul numérique et la seconde propose une simplification qui permettra d'obtenir une relation simple et fiable des caractéristiques courant-température-tension d'une jonction NIS.

#### a) Résolution numérique.

L'équation (II.2.27) peut se calculer numériquement, pour se faire une idée de la variation des caractéristiques d'une telle jonction. Mais avant cela, il nous faut faire deux choses : La première est de rendre la relation sans dimension pour qu'elle ne dépende que de paramètres valables pour toutes jonctions NIS. La seconde est un problème de calcul numérique. Il est plus simple de transformer la relation pour éliminer la divergence de la densité d'état due au supraconducteur.

Posons  $i$ ,  $e'$ ,  $t$  et  $v$  tels que :

$$I = (\Delta / (e R_{nin})) i, \quad E = \Delta e', \quad T = (\Delta/k) t, \quad V = (\Delta/e) v$$

(II.2.27) se transforme en :

$$i = \int_{+1}^{+\infty} \frac{|e'|}{\sqrt{e'^2 - 1}} \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{e' - v}{t}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{e' + v}{t}\right)} \right) de' \quad (\text{II.2.28})$$

Une intégration par partie permet d'éliminer la divergence, soit :

$$i = \int_{+1}^{+\infty} \sqrt{e'^2 - 1} \frac{1}{t} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{e' - v}{t}\right)}{\left(1 + \exp\left(\frac{e' - v}{t}\right)\right)^2} - \frac{\exp\left(\frac{e' + v}{t}\right)}{\left(1 + \exp\left(\frac{e' + v}{t}\right)\right)^2} \right\} de' \quad (\text{II.3.1})$$

Cette relation se simplifie en introduisant les fonctions hyperboliques:

$$i = \frac{1}{4t} \int_{+1}^{+\infty} \sqrt{e'^2 - 1} \left( \operatorname{th}^2\left(\frac{e' + v}{t}\right) - \operatorname{th}^2\left(\frac{e' - v}{t}\right) \right) de' \quad (\text{II.3.2})$$

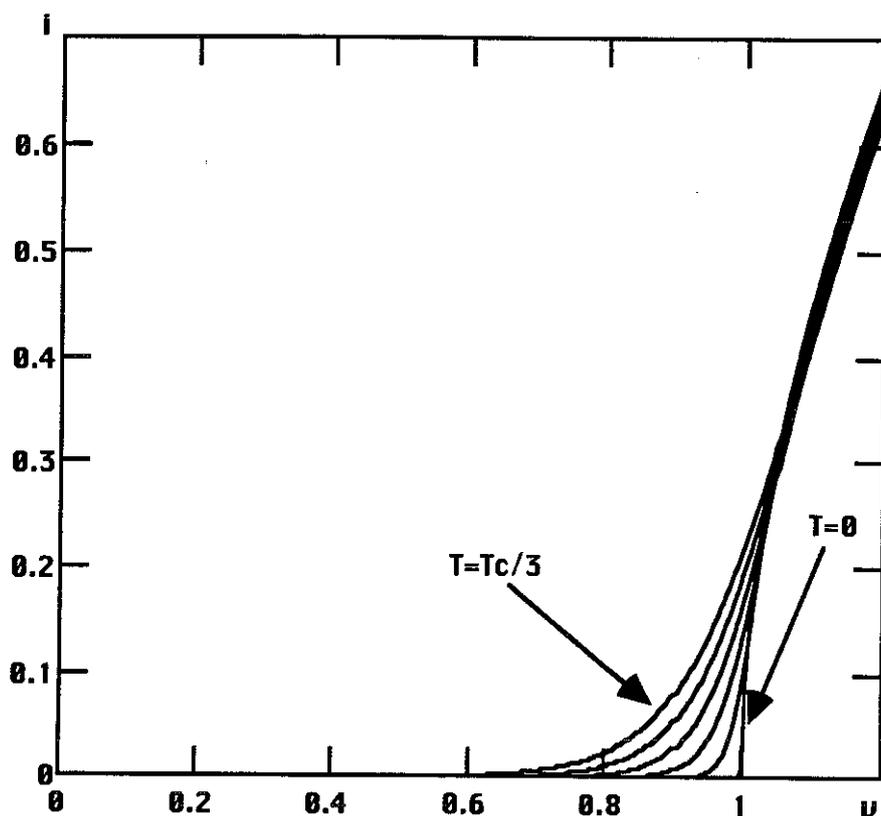
l'équation (II.3.2) n'a pas de divergence numérique, il est aisé de la mettre en oeuvre pour un calcul numérique.

Nous allons utiliser de l'aluminium, pour des raisons qui seront explicitées plus loin, dont la valeur du gap est environ  $180\mu\text{V}$ , soit 2K en température pour une température de transition de 1,2K. Ceci nous donne pour  $v$  des valeurs comprises entre 0 et 2.

Pour  $t$ , des valeurs entre 0 et 0,25 (environ 500 mK) sont convenables.

Le courant est calculé d'après la relation (II.3.2), il dépend des caractéristiques géométriques de la jonction.  $i=1$  correspond au courant qui traverserait la jonction à une température au dessus de  $T_c$  telle que la tension soit égale à  $\Delta$ .

Les courbes suivantes illustrent, en données adimensionnelles, le calcul du courant tunnel en fonction de la tension, pour diverses isothermes. Les valeurs des isothermes sont données en valeur relative à la température de transition  $T_c$ . Les différences entre deux isothermes sont linéaires.

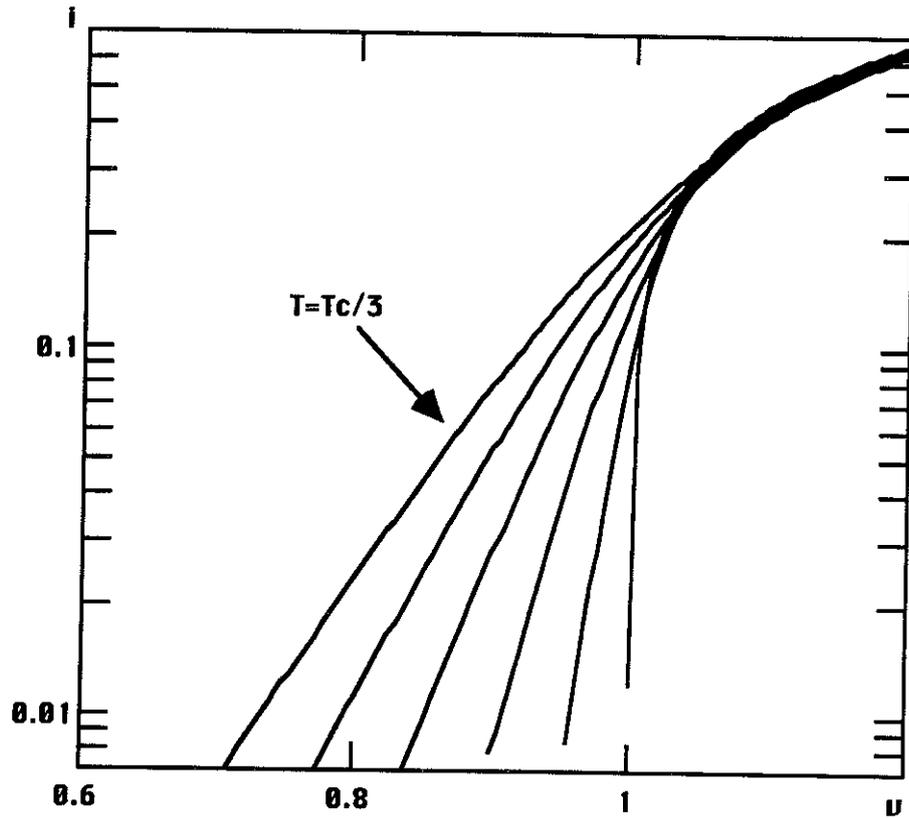


**Figure II.5** Calcul du courant tunnel d'une jonction NIS en fonction de la tension à différentes isothermes. L'écart entre deux isothermes est linéaire.

On remarque sur cette courbe la montée rapide du courant à partir d'une certaine valeur dépendant de la température de base.

Pour des tensions supérieures à la valeur du gap ( $v > 1$ ), nous obtenons une caractéristique quasi-ohmique. Cet effet est attendu, car il représente des tensions telle que la distribution de Fermi-Dirac est complètement au dessus du gap. Dans ce cas, chaque accroissement d'une tension  $dv$  entraîne une augmentation de la quantité d'électrons libre au dessus du gap toujours la même.

On notera pour certaines plages de tension, une variation du courant en fonction de la température, ce qui signifie que ce type de jonction permet de mesurer la température. Ces courbes sont plus parlantes lorsqu'on présente le courant sous une échelle logarithmique :



**Figure II.6** Calcul numérique du courant traversant une jonction NIS en fonction de la tension, pour diverses isothermes. L'écart entre deux isothermes est linéaire.

Cette présentation permet de se rendre compte de deux propriétés importantes des jonctions NIS. Pour des tensions légèrement inférieures au gap, à température constante, on remarque une forte linéarité de la tension en fonction du logarithme du courant. De plus, à courant constant, si celui-ci n'est pas trop important, l'écart de tension entre deux isothermes semble indépendant de la température, ce qui signifie une dépendance linéaire de la tension en fonction de la température. Il est donc tentant de vouloir simplifier la relation courant-température-tension des jonctions NIS pour obtenir une équation plus simple à manier qui reflètent ces caractéristiques dans ce domaine de tension qui présente une grande sensibilité à la température.

### b) Expressions approchées.

Reprenons la relation (II.2.28) :

$$i = \int_{+1}^{+\infty} \frac{|e'|}{\sqrt{e'^2 - 1}} \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{e' - v}{t}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{e' + v}{t}\right)} \right) de' \quad (\text{II.2.28})$$

Pour détecter des particules, on va se placer à très basses températures. Dans ce cas, la distribution de Fermi-Dirac au dessus de l'énergie de Fermi peut se simplifier par la distribution de Planck. On s'intéresse aussi uniquement aux tensions inférieures à la valeur du gap, ce qui traduit le fait que le niveau de Fermi du métal normal restera toujours sous le gap. Dans le cas contraire, le courant devient important et indépendant de la température.

Dans le supraconducteur, le nombre d'électrons au dessus du gap est très faible si la température est faible devant l'énergie du gap (comme dans le cas des Jonction SIS). De même, les niveaux sous le gap sont tous pleins. Cela nous permet d'éliminer la seconde fonction de Fermi-Dirac. Ceci montre immédiatement que la température mesurée est celle du métal normal, celle du supraconducteur n'intervenant plus.

Ainsi, d'après ces hypothèses physiquement justifiées, l'expression (II.2.28) peut se mettre sous la forme :

$$i = \int_{+1}^{+\infty} \frac{|e'|}{\sqrt{e'^2 - 1}} \exp\left(\frac{-e' + v}{t}\right) de' \quad (\text{II.3.3})$$

On extrait la tension de l'intégrale:

$$i = \exp\left(\frac{v}{t}\right) \int_{+1}^{+\infty} \frac{|e'|}{\sqrt{e'^2 - 1}} \exp\left(\frac{-e'}{t}\right) de' \quad (\text{II.3.4})$$

Une intégration par partie donne :

$$i = \exp\left(\frac{v}{t}\right) \int_{+1}^{+\infty} \sqrt{e'^2 - 1} \frac{1}{t} \exp\left(\frac{-e'}{t}\right) de' \quad (\text{II.3.5})$$

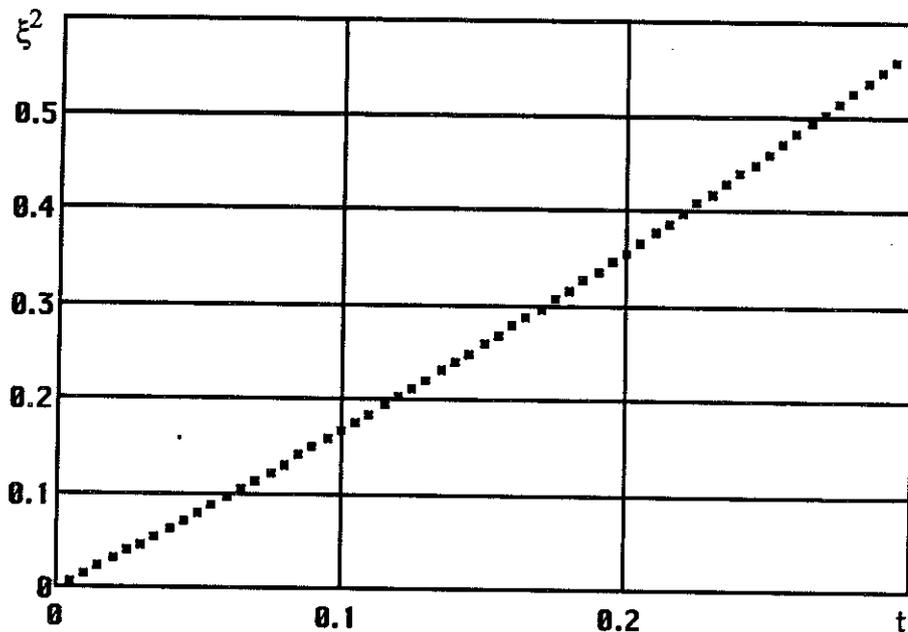
On préfère réécrire (II.3.5) sous la forme:

$$i = \exp\left(\frac{v-1}{t}\right) \int_{+1}^{+\infty} \sqrt{e'^2 - 1} \frac{1}{t} \exp\left(\frac{1-e'}{t}\right) de' \quad (\text{II.3.6})$$

Posons maintenant:

$$\xi(t) = \int_{+1}^{+\infty} \sqrt{x-1} \frac{1}{t} \exp\left(\frac{1-x}{t}\right) dx \quad (\text{II.3.7})$$

Un calcul numérique de cette intégrale montre que  $\xi^2$  est quasiment linéaire en fonction de  $t$  :



**Figure II.7** Courbe du coefficient  $\xi^2$  en fonction de la température  $t$  sans dimension (voir le texte pour la significations de  $\xi$ )

D'après la figure II.7, on fait l'approximation  $\xi^2 = 1,8 t$ , soit  $\xi = 1,34 \sqrt{t}$

Le courant et la tension sont alors donnés par:

$$i = 1,34 \sqrt{t} \exp\left(\frac{v-1}{t}\right) \quad (\text{II.3.8})$$

$$v = 1 + t \operatorname{Ln}\left(\frac{i}{1,34 \sqrt{t}}\right) \quad (\text{II.3.9})$$

En changeant les variables par leur valeur, on arrive à l'expression:

$$eV = \Delta + kT \operatorname{Ln}\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{II.3.10})$$

avec

$$I_0 = \frac{\Delta}{e R_{\text{nin}}} \frac{1}{1,34 \sqrt{kT/\Delta}} \quad (\text{II.3.11})$$

Examinons la valeur du logarithme de (II.3.9), que l'on peut réécrire sous la forme:

$$\operatorname{Ln}\left(\frac{i}{1,34 \sqrt{t}}\right) = \operatorname{Ln}(i) - \operatorname{Ln}(i_t) \quad (\text{II.3.12})$$

avec

$$i_t = 1,34 \sqrt{t} \quad (\text{II.3.13})$$

D'après la figure II.6, on sait que l'on va travailler avec des valeurs de  $i$  inférieures à 0,1 pour conserver une bonne sensibilité en température.

Examinons maintenant l'influence de  $i_t$  qui représente l'influence de la température dans le logarithme. Je cherche les valeurs de  $i_t$  telle que  $\operatorname{Ln}(i)$  est prépondérant devant  $\operatorname{Ln}(i_t)$ , disons :

$$|\operatorname{Ln}(i_t)| < |0,1 \operatorname{Ln}(i)| \quad (\text{II.3.14})$$

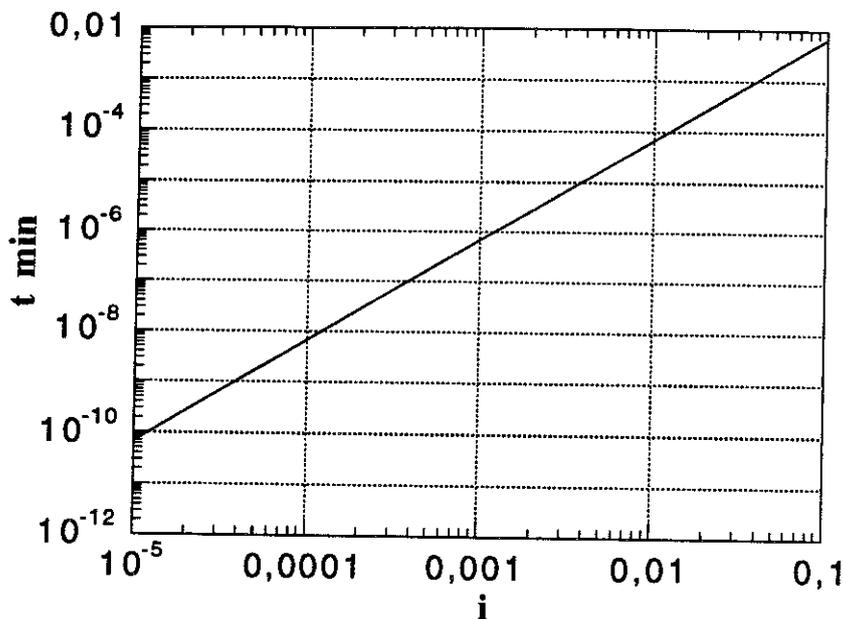
Tous calculs fait, il nous faut vérifier

$$t > [i \exp(0,1) / 1,34]^2 \quad (\text{II.3.15})$$

On pose :

$$t_{\min} = [i \exp(0,1) / 1,34]^2 \quad (\text{II.3.16})$$

La figure suivante illustre la courbe  $t_{\min} = f(i)$



**Figure II.8** Température minimale  $t$  en fonction du courant  $i$  de la jonction (voir le texte pour les valeurs de  $t$  et  $i$ ).

Pour se mettre des ordres de grandeurs à l'esprit, prenons l'exemple de l'aluminium comme supraconducteur.

Un courant  $i = 10^{-1}$  traduit un  $t_{\min}$  de 13mK, température trop faible pour mon cryostat. On peut donc éliminer sans erreur l'influence de  $t$  dans le logarithme. Il faudra garder en tête que pour  $i=0,3$  cette température minimale monte à 122 mK, puis 340mK pour  $i=0,5$ .

(II.3.10) peut donc s'écrire sous la forme :

$$eV = \Delta + k T \text{Ln}\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{II.3.17})$$

avec

$$I_0 = \frac{\Delta}{e R_{nin}} \quad (\text{II.3.18})$$

La première chose importante qui se dégage de cette relation est la linéarité de la dépendance en température de la caractéristique tension-courant, et la dépendance logarithmique de la tension en fonction du courant. La linéarité en température est agréable car la relation, connaissant la tension, est facilement inversible.

A partir de (II.3.17), on calcule facilement l'impédance d'une jonction tunnel NIS. La relation  $V(I)$  n'étant pas linéaire, nous avons à faire à une impédance dynamique. Ce facteur est important pour l'adaptation d'amplificateurs.

$$\frac{dV}{dI} = \frac{k T}{e} \frac{1}{I} \quad (\text{II.3.19})$$

$$\frac{dV}{dI} = 8,6 \text{ } \Omega \cdot \mu\text{A à } 100 \text{ mK}$$

L'impédance dynamique ne dépend pas des caractéristiques géométriques de la jonction. Elle varie comme l'inverse du courant, ce qui permet de l'ajuster facilement à une valeur voulue, et ceci sans influencer grandement sur la sensibilité  $dV/dT$  qui dépend du logarithme du courant :

$$\frac{dV}{dT} = \frac{k}{e} \text{Ln}\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{II.3.20})$$

$$\frac{dV}{dT} = 0,4 \text{ } \mu\text{V/mK pour } \frac{I}{I_0} = 10^{-2}$$

Une jonction tunnel NIS est ainsi un système très souple du point de vue électrique.

Cette souplesse ainsi que la possibilité de mesurer la température électronique d'un métal justifie donc de tester ses capacités d'utilisation comme bolomètre. Mais un bolomètre est un ensemble composé d'une cible d'absorption et d'un thermomètre, examinons maintenant les effets du transport de chaleur dans un métal.

#### **4) Transferts thermiques.**

Dans un bolomètre, l'absorption d'une particule provoque un accroissement de la température qui va mettre un certain temps à s'homogénéiser dans la cible. La température diminue ensuite, la chaleur absorbée s'écoulant vers le cryostat par les différentes fuites thermiques du système. On observe donc un pulse de température dont la forme et la durée dépend des écoulements de chaleur dans le bolomètre.

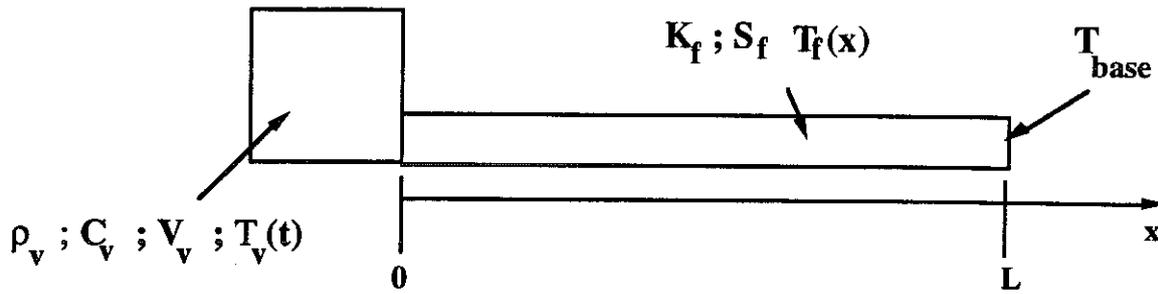
Tous les calculs détaillés sont présentés dans l'annexe 6. Ces calculs sont basés sur les écoulements de chaleur par conduction dans un métal, en partant de l'équation de la chaleur.

On étudie ainsi le cas d'un refroidissement d'une cible métallique à travers une fuite métallique, où vers un autre volume de métal. Je présente enfin une méthode de mesure de la conductivité thermique, réalisable simplement et rapidement en utilisant les propriétés des jonctions tunnels NIS.

##### **a) Relaxation thermique.**

Soit le système suivant (voir figure II.9): Un plot de métal de volume  $V$  est en contact avec un film métallique mince, reliée par son autre extrémité à une masse thermique que l'on supposera isotherme. On considère ici que la température est homogène dans le plot métallique et que la chaleur spécifique du film est négligeable. Ceci sous-entend que le plot métallique a une masse importante devant le film. Ainsi, le flux de chaleur au sein du film est à tout instant, indépendant de la position.

A l'origine des temps le plot est à une température  $T_V(0) > T_{base}$ .



**Figure II.9** Schéma d'un volume métallique (indice p) connecté à un bain thermique par un film mince métallique (indice f).

Les notations sont les suivantes :

$T$  est la température.

$\rho$  est la masse volumique.

$C$  est la chaleur massique du plot métallique, telle que  $C_v = A_v T$

$V_v$  est le volume du plot métallique

$K_f$  est la conductivité thermique du film métallique, telle que  $K_f = B_f T$

$S_f$  est la surface normale à l'écoulement de la chaleur dans le film.

$L$  est la longueur du film.

L'évolution de la température du plot, lors du refroidissement est donné par les relations (A6.8) et (A6.9) (voir annexe 6) :

$$T_v^2(t) - T_{\text{base}}^2 = (T_v^2(0) - T_{\text{base}}^2) \exp\left(\frac{-t}{\alpha_{\text{th}}}\right) \quad (\text{II.4.1})$$

Dans le cas d'une faible variation de température devant la température de base, on peut écrire :

$$T_v^2(t) = (T_{\text{base}} + \Delta T_v(t))^2 \approx T_{\text{base}}^2 + 2 \Delta T_v(t) T_{\text{base}} \quad (\text{II.4.2})$$

On néglige le terme du second ordre de  $\Delta T_v(t)$ , où  $\Delta T_v(t)$  représente la différence de température du volume par rapport à la température de base.

La relation se simplifie donc en:

$$\Delta T_v(t) = \Delta T_v(0) \exp\left(\frac{-t}{\alpha_{\text{th}}}\right) \quad (\text{II.4.3})$$

Où  $\alpha_{\text{th}}$  est la constante de temps thermique définie par:

$$\alpha_{th} = \frac{L \rho_V A_V V_V}{B_f S_f} \quad (\text{II.4.4})$$

En cas de faibles variations de température, on retrouve une exponentielle classique de relaxation thermique que l'on obtient directement lorsque l'on considère comme constantes les caractéristiques thermique d'un matériau.

#### b) Constante de temps thermique de l'absorbeur.

L'absorbeur, le plot métallique dans le sous-chapitre précédent, à sa propre constante de temps thermique que l'on peut évaluer à partir de la relation (II.4.4). C'est un volume de surface  $S$  et d'épaisseur  $e$ . Soit  $L$  une dimension caractéristique (le diamètre pour un cylindre plat, le côté pour un cube plat), la constante de temps thermique devient ainsi :

$$\alpha_{th} = \frac{\rho C_p L S e}{K L e} \quad (\text{II.4.5})$$

soit :

$$\alpha_{th} = \frac{\rho C_p S}{K} \quad (\text{II.4.6})$$

La constante de temps thermique ne dépend alors en dimensions que de la surface de la cible dans le cas d'une cible plate, c'est à dire dont l'épaisseur est faible devant les autres dimensions.

#### c) Réponse à une excitation sinusoïdale.

L'examen de cet effet permettra, par la suite, de fournir une méthode simple de la mesure de la conductivité thermique d'une bande métallique à partir de la mesure de température par plusieurs jonctions tunnel NIS.

Le principe repose sur le dépôt d'une puissance thermique avec une modulation sinusoïdale sur une extrémité de la bande métallique. Cette puissance provoque une variation de température au sein de la bande. On considère un écoulement monodimensionnel de la chaleur. Le calcul détaillé est présenté dans l'annexe 10.

Soit  $\omega$  la pulsation de la puissance injecté à une abscisse  $x=0$  prise comme origine. On en déduit la variation de température à cette abscisse :

$$T(x=0 ; t) = T_b + A e^{i(\omega t)} \quad (\text{II.4.7})$$

où  $T_b$  est la température de base, et  $A$  représente une variable fonction de l'amplitude de la puissance injectée.

On pose comme solution pour toute abscisse  $x$ , la solution de la forme:

$$T(x ; t) = T_b + A e^{i(\omega t - \alpha x)} \quad (\text{II.4.8})$$

La solution est donnée par:

$$T(x ; t) = T_b + A e^{-ax} e^{i(\omega t - ax)} \quad (\text{II.4.9})$$

avec 
$$a = \sqrt{\frac{\omega \rho C}{2k}} \quad (\text{II.4.10})$$

Où  $k$  et  $C$  sont les pentes des variations linéaires de la conductivité thermique et la chaleur spécifique (où leur valeur à 1 Kelvin). La variation de la phase en fonction de la position et de la fréquence d'excitation nous permettra de calculer la valeur de la conductivité thermique.

## 5) Performances théoriques d'un bolomètre à jonction NIS.

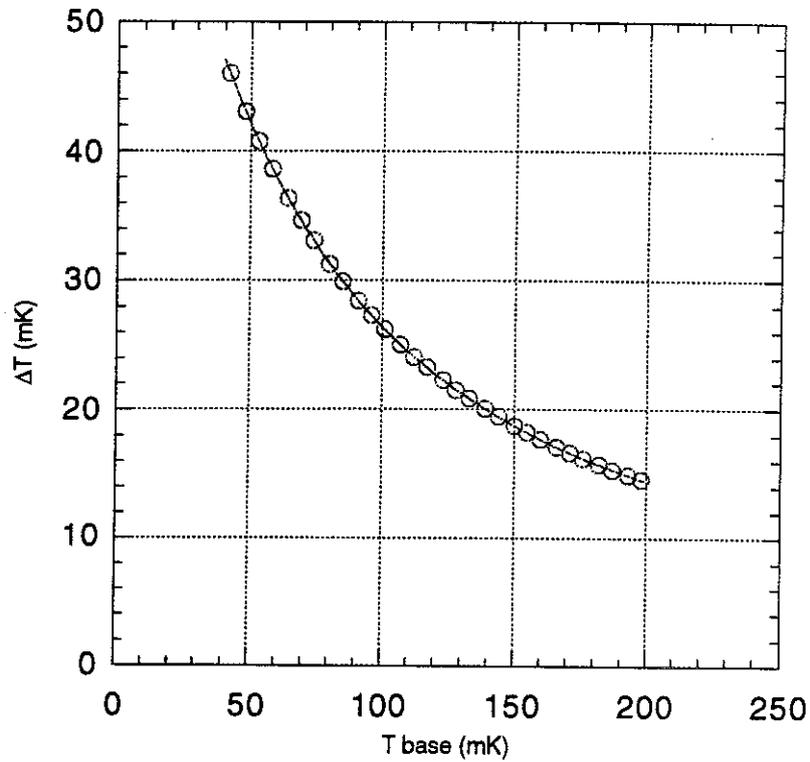
Nous voulons réaliser des bolomètres basés sur des jonctions tunnels NIS, en vue de leur application à l'analyse de matériau par rétrodiffusion Rutherford. Les conditions initiales du projet Bolobistro impose des critères sur la cible d'absorption des ions rétrodiffusés. Pour des raisons d'angle solide et de taux de comptage (1000 cps/sec) on demande une surface de l'ordre de 0,25 mm<sup>2</sup>.

Le pouvoir d'arrêt  $\frac{dE}{dx}$  de l'or pour un ion carbone de 1 MeV est de 170 eV par Angströms [5]. L'épaisseur nécessaire pour qu'un ion carbone de 1MeV dépose son énergie est de 3 $\mu$ m.

Connaissant la valeur de la chaleur spécifique de l'or soit  $C_p=3,7 \cdot 10^{-3} \text{ T (J/Kg K)}$  [8], on peut déterminer la différence de température maximale pour une énergie de 1MeV, en fonction de la température de base de la cible. Ce calcul se réalise simplement par un bilan énergétique :

$$\Delta E = \int_{T_{\text{base}}}^{T_{\text{finale}}} m C_p dT \quad (\text{II.5.1})$$

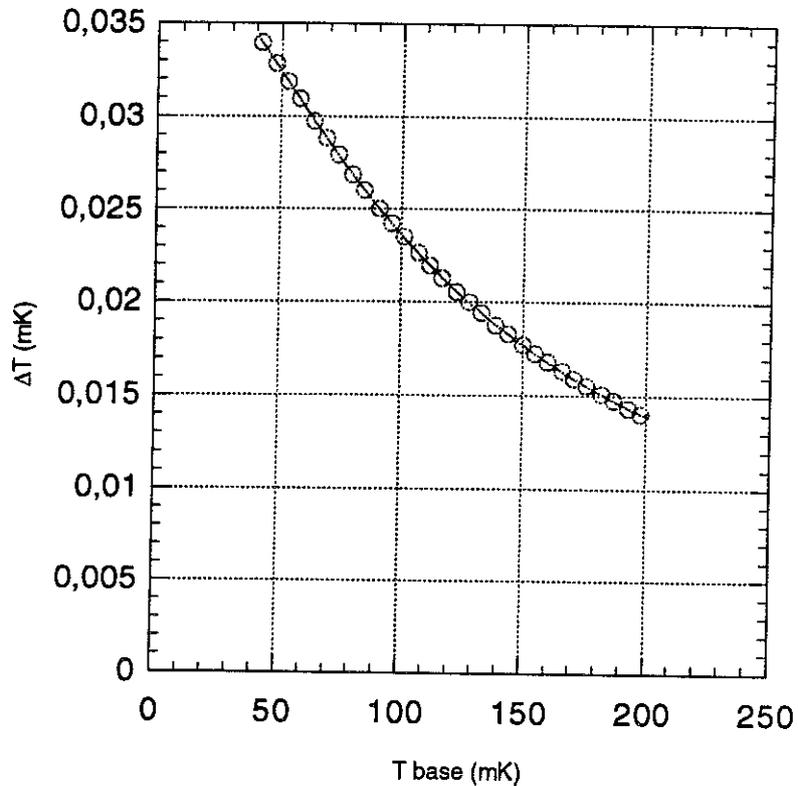
La courbe suivante illustre ce calcul :



**Figure II.10** Augmentation de température en fonction de la température de base pour un dépôt d'énergie de 1MeV. Le dépôt se fait sur une cible en or de  $3\mu\text{m}$  d'épaisseur, et d'une surface de  $0,25\text{ mm}^2$ .

On remarque l'intérêt direct de travailler à des températures de base les plus faibles possibles.

Un autre facteur important est la différence de température entre deux énergies voisines. La courbes ci-dessous illustre le calcul pour une différence d'énergie de 1 KeV entre deux particules d'énergie 1MeV, suivant la température de base de la cible d'or.



**Figure II.11** Différence d'augmentation de température de la cible d'or pour deux particules de 1MeV et 1,001 MeV en fonction de la température initiale de la cible.

La différence d'augmentation de température pour une différence de 1 KeV est faible. Il faut la comparer avec le bruit thermodynamique de la cible, qui est relié au bain par la fuite thermique. La relation donnant ce bruit, valeur maximale de la résolution pouvant être atteinte, est un résultat de la thermodynamique statistique. Sa valeur efficace est

$$\Delta U_{\text{rms}} = \sqrt{kT^2 C_m(T)} \quad (\text{II.5.2})$$

Dans notre cas, cela représente en énergie, une variation allant de 1,36 à 15,2 eV. Ces valeurs sont bien plus faible que le KeV de résolution souhaité.

Nous avons donc en théorie la possibilité par la mesure, d'atteindre la précision de demandé.

La sensibilité en température d'une jonction NIS est typiquement de  $0,8\mu\text{V}/\text{mK}$ . Nous devons donc être capable de mesurer une variation de tension d'environ  $0,025\text{mK} \cdot 0,8\mu\text{V}/\text{mK} = 20\text{ nV}$  (température de base de 90 mK environ).

J'ai deux amplificateurs à ma disposition pour les mesures :

- Un amplificateur de bande passante 1MHz, d'impédance d'entrée élevée (de l'ordre du  $\text{M}\Omega$ ), avec un bruit de  $1,25\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Il permet des mesures en continu.

- Un amplificateur bas bruit de  $210\text{ pV}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour une bande passante de 40MHz avec une impédance d'entrée de quelques centaines d'Ohms. La fréquence de coupure basse est de 100 Hz environ.

Une jonction tunnel à une impédance variable, mais de l'ordre de l'Ohm en utilisation bolométrique. On peut donc lui associer un transformateur à froid pour amplifier le signal en tension (réduire le bruit à l'entrée) si l'on utilise un amplificateur à suffisamment haute impédance d'entrée.

Avec des constantes de temps de l'ordre de 10  $\mu\text{s}$ , la résolution est donnée en prenant le bruit dans une bande de 100 kHz.

	Amplificateur $\Delta F=40\text{MHz}$	Amplificateur $\Delta F=1\text{MHz}$	Amplificateur $\Delta F=1\text{MHz}$ + transfo rapport 50.
Bruit à l'entrée	0,210 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	1,25nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	25 pV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Bruit sur $\Delta F=100\text{kHz}$	66,4 nV	395,3 nV	7,9 nV
Résolution sur $\Delta F=100\text{kHz}$	3,3 keV	20 keV	0,4 keV

**Tableau II.1** Précision de mesure théorique en fonction de la méthode d'amplification pour 1MeV sur une cible d'or de  $0,25\text{mm}^2 \cdot 3\mu\text{m}$ , à 90 mK environ.

On voit qu'il est donc en théorie possible d'atteindre la précision souhaitée en utilisant un transformateur.

La constante de temps thermique interne d'une telle cible peut être évaluée par la relation (II.4.4). La résistivité de l'or à 300 K est de  $2,2 \cdot 10^{-8} \Omega.m$ . Il est raisonnable de considérer un rapport de résistivité entre l'ambiante et à froid de l'ordre de 10. La loi de Wiedmann-Franz [8] nous donne alors une valeur de conductivité thermique de l'ordre de  $10 \text{ T W/K.m}$ . On évalue alors la constante de temps à environ  $1,8 \mu s$ . Le temps d'homogénéisation de la température à mieux que  $1/1000$  sera donc de l'ordre de  $7 \cdot 1,8 \mu s = 12,5 \mu s$ . Une telle constante de temps nous amènera à réfléchir sur les problèmes de mesure du signal et de la position relative de l'absorbeur et du thermomètre.

On peut également évaluer la durée de vie d'un tel détecteur. L'absorbeur en or est au fur et à mesure du temps, pollué par les ions absorbés. L'absorbeur en or est composé d'environ  $4,5 \cdot 10^{16}$  atomes. Si l'on accepte un taux de pollution maximale de 1ppM (parties par millions), le temps nécessaire au taux de 1000 ions absorbés par seconde est d'environ 515 jours. On voit qu'un détecteur de ce type à une durée de vie grande.

## Chapitre III - Techniques expérimentales.

Ce chapitre décrit les méthodes et les problèmes rencontrés lors de la fabrication des jonctions tunnel NIS et des bolomètres. Certains problèmes sont résolus tandis que j'évoque quelques voies possible pour résoudre ceux qui persistent.

J'introduit ensuite les moyens de mesures que j'ai utilisé pendant ce travail.

### 1) Fabrication des échantillons.

Pour la fabrication des jonctions tunnel et des bolomètres j'utilise principalement la technique de dépôt par évaporation sous vide. Le métal à déposer est placé dans un creuset puis chauffé jusqu'à la fusion par un courant électrique. Les vapeurs métalliques viennent se déposer sur l'échantillon et sur les parois froide du bâti. En présence d'un vide poussé (de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar) le libre parcours moyen est très grand et la trajectoire des atomes est pratiquement rectiligne.

On dépose ainsi facilement des épaisseurs de l'ordre du dixième de micromètre. Un quartz vibrant permet de contrôler les épaisseurs déposées et la vitesse de dépôt.

Il est facile avec cette méthode, en utilisant un masque coulissant mécanique, de réaliser de multiples dépôts de métaux ou isolants différents avec des formes diverses.

En théorie, le dépôt de n'importe quel épaisseur peut se réaliser, moyennant le temps et la quantité nécessaire. Le dépôt de trois micromètres d'or pour l'absorbeur aurait pu être réalisé en utilisant plusieurs creusets, mais la quantité d'or à utiliser aurait été très importante. Pour un dépôt épais, la méthode de dépôt électrolytique en solution est mieux adaptée.

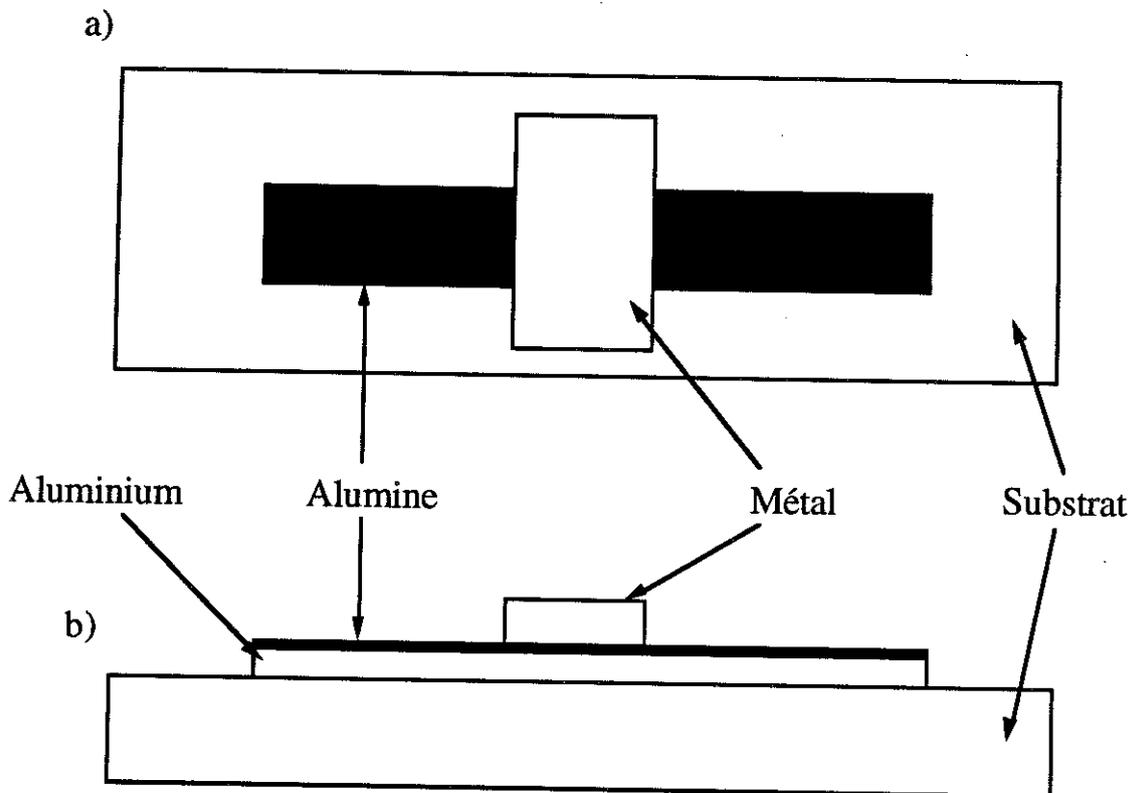
#### **a) Fabrication des jonctions tunnel**

Une jonction tunnel est constituée de deux conducteurs séparés par une barrière isolante. La barrière isolante doit avoir une épaisseur d'environ une dizaine d'Angströms, soit quelques couches atomiques. La "hauteur" de la barrière est au maximum de l'ordre de l'eV, qui est le potentiel d'ionisation des métaux, ce qui représente en température au dessus du niveau de Fermi des métaux, environ 10000 Kelvins.

Réaliser une couche homogène de quelques Angströms n'est pas facile. La solution la plus couramment utilisée est l'oxydation en surface d'une couche métallique. L'aluminium est dans ce cas le métal le plus pratique pour nous. En effet, il devient supraconducteur à 1,2 Kelvins, d'autre part il s'oxyde facilement à température ambiante sous oxygène. L'épaisseur d'oxyde se formant atteignant rapidement des valeurs de l'ordre de la dizaine d'angströms pour se stabiliser vers une trentaine d'angströms [19]. Cet oxyde est isolant et forme une couche dure et homogène à la surface du métal. Cette couche d'oxyde tend à empêcher la diffusion de l'oxygène dans le métal, ce qui en limite l'épaisseur. On peut facilement augmenter l'oxydation de l'aluminium par une anodisation forcée dans un bain de  $\text{NH}_4\text{OH}$  avec 3% en poids d'acide tartrique [16].

Le dépôt des métaux se fait sur un substrat de silicium, dans l'ordre suivant:

- Dépôt d'une couche d'aluminium d'une épaisseur typique de 100nm
- Oxydation superficielle de l'aluminium sous oxygène (1mb pendant 10 minutes).
- Dépôt du métal normal (or, cuivre ou argent) pour réaliser la partie métallique normale de la jonction. La bande métallique est déposée perpendiculairement à la bande d'aluminium.



**Figure III.1** Schéma d'une jonction tunnel NIS : a) vue de dessus. b) vue de profil. Les échelles relatives ne sont pas respectées.

La qualité de l'oxydation est très importante, car il faut éviter les trous dans la couche d'oxyde qui conduisent à des contacts direct entre les deux métaux. Ces contacts provoquent des courts-circuits, équivalent à des résistances en parallèle (résistances de fuite) qui absorbent une partie du courant injecté dans la jonction. Leur caractéristique électrique est indépendante de la température.

J'ai rencontré des problèmes de fabrication durant mon travail quelques problèmes d'oxydation. Des nombreuses jonctions fabriquées, les effets de la pression d'oxydation, de la composition du gaz ( Oxygène pur, Air, Oxygène humide) et de la température n'ont pas été réellement aperçus. Néanmoins, quelques solutions ont été dégagées :

### **i) Effet du substrat sur la qualité des jonctions.**

J'ai réalisé en même temps deux échantillons identiques, chacun sur son propre substrat, possédant trois et quatre jonctions tunnel. Les conditions d'oxydations sont une pression D'oxygène pur de 1 mbar pendant 10 minutes à une température de 100°C.

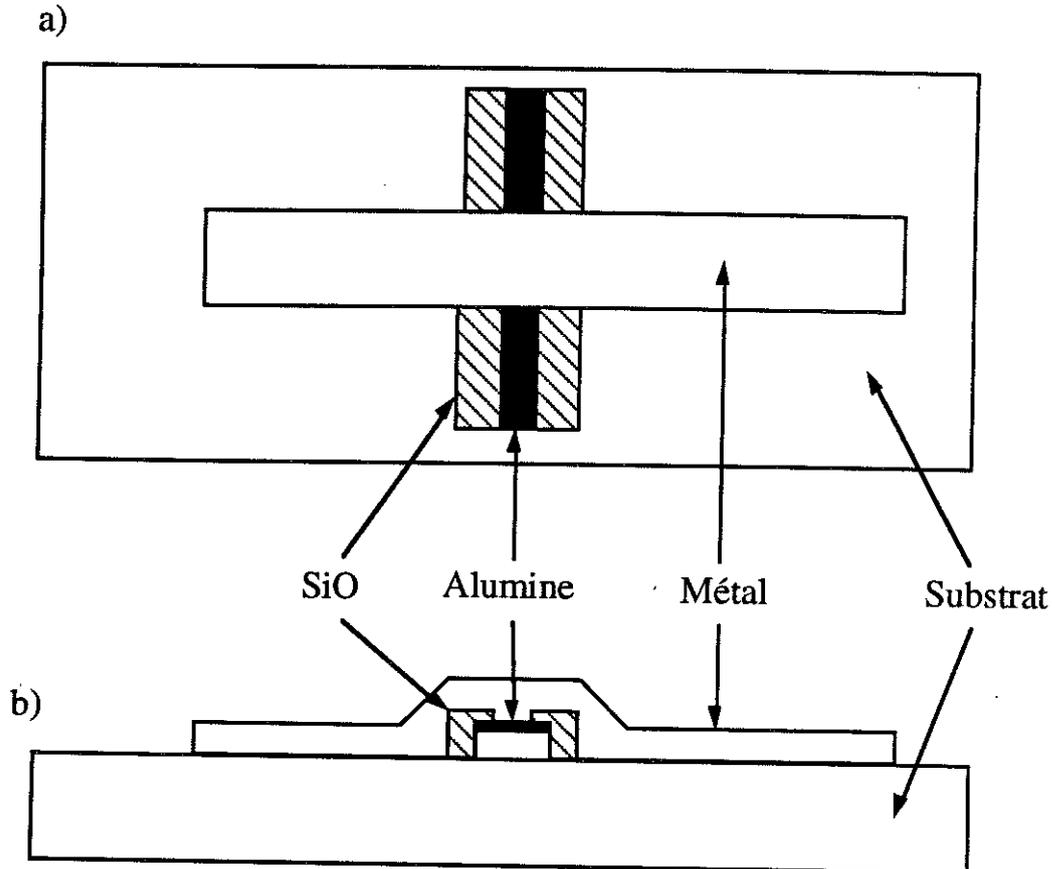
-Le premier substrat était du silicium. Les résistances normales étaient de 30mΩ sans corrections (voir annexe 8), pour des résistances de fuites de 131, 95 et 121 Ohms.

-Le second substrat était du silicium oxydé en surface (SiO<sub>2</sub> sur 3000 Angströms). Les résistances normales était de l'ordre de 25 mΩ sans corrections, avec des résistances de fuites de 412, 441, 0,67 (défauts important au niveau de cette jonction) et 363 Ohms.

La différence entre les résistances de fuite est nette. Dans ce cas, la qualité de l'oxyde ne peut être mise en doute car la fabrication a eut lieu en même temps. Cette expérience montre clairement l'influence du substrat sur la qualité de fabrication des jonctions.

Une partie au moins des contacts directs entre les deux métaux provient donc des bords de la jonctions, là où les deux métaux et le substrat se rencontrent. on peut supposer raisonnablement qu'il doit y avoir soit de légères diffusions des métaux à ce niveau, ou du moins des effets de bords . Je n'ai pas eut le temps d'effectuer des essais pour regarder si, sur un même échantillon, on peut corrélérer la longueur de contact entre l'aluminium, le métal et le substrat et la résistance de fuite. Il serait intéressant d'effectuer ces mesures dans le futur.

La solution à ce problème est facile à mettre en oeuvre. Au niveau où le métal passe par dessus l'aluminium, il suffit de déposer par évaporation une couche d'oxyde de silicium [17]:



**Figure III.2** Schéma d'une jonction tunnel réalisée avec une couche protectrice de SiO sur les frontières substrat-métal-Aluminium.

J'ai réalisé un échantillon avec cette géométrie. Quatre jonctions sont réalisées simultanément. Une jonction ne possède que l'une de ses frontières protégée avec une couche de SiO.

L'oxydation est réalisée pendant 20 minutes sous 3 mbar d'oxygène et 1 mbar de vapeur d'eau, à température ambiante.

Les résistances normales sont de l'ordre de 55 m $\Omega$  sans corrections. Les résistances de fuites sont de 114, 140 et 135 Ohms pour les jonctions possédant leurs deux frontières en SiO. Celle n'en possédant qu'une a une résistance de fuite de 50  $\Omega$ .

On remarque bien par comparaison l'influence des bords sur la résistance de fuite. Comparée à des dépôts réalisés dans les mêmes conditions mais sans SiO, on gagne un facteur 10 environ sur les résistances de fuites.

Nous ne pouvons, dans le bâti d'évaporation que j'ai utilisé, uniquement déposer que trois matériaux différents. La bande métallique est constitué d'or. Afin que l'or accroche sur le substrat, on dépose quelques nanomètres de titane avant. En plus de l'aluminium et du SiO, je réalise quatre dépôts. Les raisons de l'utilisation du titane et de l'or seront explicitées dans le chapitre suivant.

Après le dépôt d'aluminium, j'introduit l'oxygène et la vapeur d'eau comme décrit précédemment. Après cette oxydation, j'ouvre le bâti à l'air pour changer le creuset de SiO avec le creuset d'aluminium. Il faut noter que le fait d'ouvrir le bâti et d'exposer l'échantillon à l'air peut entraîner des problèmes de reproductibilité voire même de qualité de fabrication.

### **ii ) Barrière tunnel en titane.**

J'ai également réalisé deux essais en essayant de fabriquer de l'oxyde de titane comme barrière tunnel. L'oxyde de titane est un semi-conducteur.

Ma motivation pour ces essais est que le titane est très réactif après un dépôt sous vide. J'espérais donc pouvoir faire facilement une couche d'oxyde homogène.

J'ai réalisé ces deux échantillons en déposant de l'aluminium, puis une fine couche de titane (10nm). J'ai introduit ensuite de l'oxygène pendant 10 minutes sous 1mb. Après repompage, j'ai redéposé une couche de titane puis enfin une couche d'or.

Les résistances de fuites mesurées étaient de l'ordre de l'Ohm.

On peut envisager plusieurs hypothèses pour expliquer ces résultats mais sans preuves tangibles (réactivité avec l'aluminium, couche d'oxyde poreuses...).

Il faudrait peut-être explorer un peu plus loin cette voie.

### **iii) Cas particulier :**

J'ai réalisé quelques jonctions à base de cuivre et d'or comme métal normal avec des résistances de fuites de grandes valeurs ( supérieure à  $1K\Omega$  ).

Ces résultats sont à relier avec une légère fuite d'eau de refroidissement des électrodes du bâti. Ces électrodes amènent le courant au creuset et sont refroidies par

une circulation d'eau industrielle. La fuite ramenait la pression du bâti était vers  $10^{-5}$  mbar au lieu de  $10^{-6}$  atteint normalement.

Ces très bons résultats ont cessé lorsque la fuite a été réparé. Malgré des essais ultérieurs avec une oxydation sous oxygène et vapeur d'eau, je n'ai jamais réussi à refaire de telles jonctions.

#### **iv) Réactions chimiques dans les bâtis.**

Pierre Charlat à réalisé dernièrement (septembre 1996) au laboratoire des mesures de composition des gaz dans un bâti sous vide pendant une oxydation. Il a montré que des réactions chimiques ont lieu, et notamment qu'une partie de l'oxygène sert à oxyder du carbone sous sa forme CO et CO<sub>2</sub>.

J'ai donc réalisé un échantillon avec un débit d'oxygène et de vapeur d'eau introduit continuellement dans le bâti. La pompe primaire permet de conserver une pression constante.

J'ai atteint des résistances de fuites d'environ  $320\Omega$ , en utilisant une fabrication identique à la figure III.2 Ce premier essai est très encourageant

#### **v) Mesure de l'épaisseur d'oxyde**

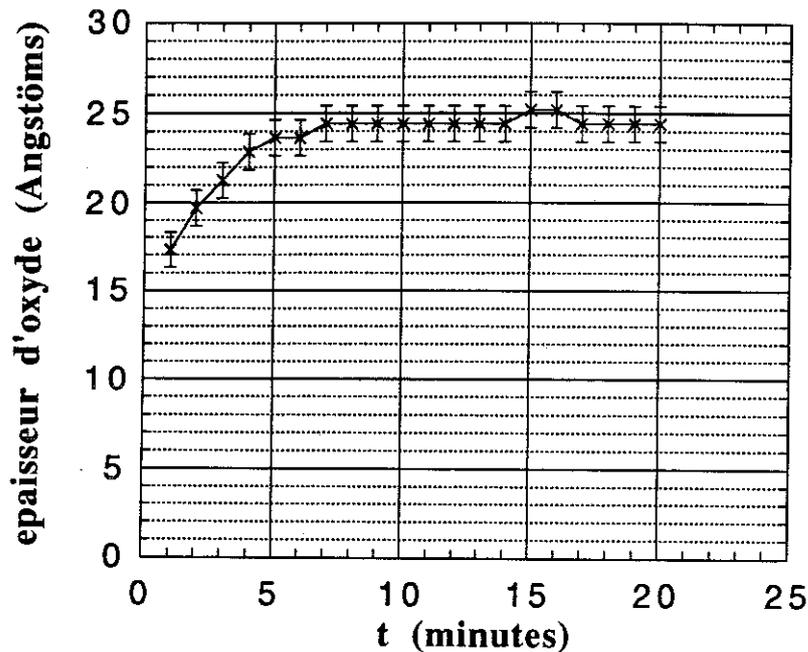
On peut évaluer l'épaisseur moyenne d'oxyde crée par la mesure [18]. Pour contrôler l'épaisseur des métaux déposés, on utilise un quartz vibrant. Ce quartz permet de régler la densité est le facteur de position, suivant que l'échantillon est placé à une distance plus ou moins grande des creusets. On règle ici le facteur à 100%, la mesure est alors directement l'épaisseur déposée sur le quartz. Ceci est important car l'oxydation ne dépend pas d'une distance. La surface du quartz est de quelques centimètres carrés, on mesure donc une valeur moyenne.

Après un dépôt d'aluminium, on règle la densité du quartz sur  $d=1$ . On introduit ensuite l'oxygène dans le vide du bâti. La mesure sur le quartz monte rapidement vers 30 Angströms, puis continue de monter doucement vers 38 Angströms au bout de dix minutes. La variation semble apparemment de type exponentielle décroissante. Cette variation provient de la différence de densité entre l'aluminium ( $d=2,7$ ) et l'alumine ( $d=3,97$ ). Ainsi, pour une mesure de  $n$  Angströms, on détermine l'épaisseur moyenne d'oxydation  $e$  telle que:

$$3,97 e - 2,7 e = n$$

(III.1.1)

Pour une mesure de 30 Angströms et 40 Angströms, on trouve respectivement 23,6 et 31,5 Angströms. Ceci permet de se donner une idée de l'épaisseur, qui est tout a fait en concordance avec les valeurs données dans la littérature [19]. Ces mesures sont fortement dépendantes de la température du cristal vibrant et il faut veiller à ce que celle-ci reste constante pendant le temps de mesure.



**Figure III.3** Exemple de mesure de l'épaisseur d'oxyde en fonction du temps (données corrigées) pour une oxydation sous 2mb d'oxygène et 1mb de vapeur d'eau.

#### b) dépôt de l'absorbeur de particule.

##### i) méthode de fabrication.

L'absorbeur est une pastille d'or d'épaisseur  $3\mu\text{m}$  pour les ions carbone de 1MeV. Nous avons choisi la technique de dépôts électrolytique car c'est la technique employée par le L2M (Bagnoux) pour réaliser les masques en or pour la lithographie à rayons X.

Le dépôt s'effectue dans un bain électrolytique à base de cyanure de Potassium (Aurocyanure 683, commercialisé par CLAL, Paris dilué à 20 g/l dans).

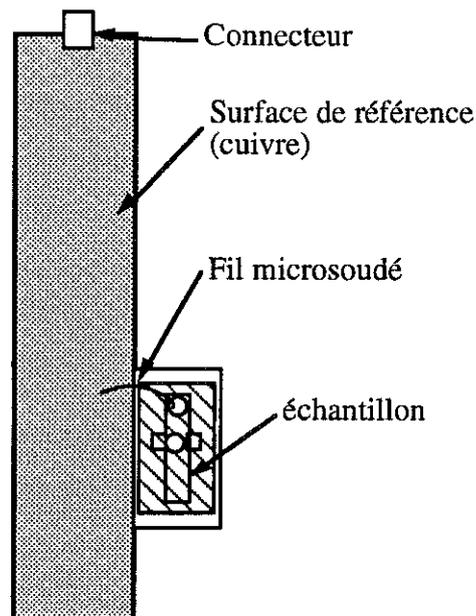
Pour réaliser les dépôts uniquement sur les parties du métal normal qui nous intéressent, j'effectue d'abord un travail de lithographie optique. Je commence par déposer de la résine UV-sensible sur l'ensemble de l'échantillon. Le dépôt se fait à partir d'une goutte de résine S1818, l'échantillon étant placé sur une "tournette" à 2000 tours par minutes pendant 30 secondes. La couche de résine a une épaisseur de  $5\mu\text{m}$ .

Après un léger recuit de 1 minute à  $115\text{ }^{\circ}\text{C}$ , on insole la résine aux ultraviolets, sous microscope (2min 15 sec sous un grossissement de 16 et 17 secondes sous un grossissement de 80 avec la lampe UV du microscope au laboratoire). Pour des raisons de facilité au départ des essais, je n'utilise pas de masque, l'insolation est donc circulaire.

On développe ensuite la résine dans un révélateur (MF 319 pur) pendant 1,5 minutes. La résine insolée se dissout dans le révélateur. On met ainsi à nu une partie de l'échantillon. On réalise un recuit final pour durcir la résine à  $130^{\circ}\text{C}$  pendant 5 minutes.

Les parties à nues ont un diamètre de  $0,8\text{ mm}$  pour un grossissement de 16 et un diamètre de  $0,18\text{ mm}$  pour un grossissement de 80. Ces surfaces sont plus grandes ou plus petites que les  $25\text{ mm}^2$  demandé pour le projet Bolobistro. Je les utilise pour des raisons de rapidité, la surface de dépôt n'est pas importante pour des premiers essais de fabrication.

L'échantillon est ensuite collé sur un support, qui sert aussi de surface de référence. L'échantillon est connecté électriquement à ce support par un fil microsoudé. La réalisation d'une belle cible oblige à réaliser au moins deux emplacements libre de résine, l'un des deux servant pour la connectique :



**Figure III.4** Schéma du dispositif de montage pour le dépôt électrolytique des pastilles d'or

Le dépôt se fait avec un courant de  $2,5 \text{ mA/cm}^2$ , la température du bain étant maintenue à 40 degrés centigrades. La surface de référence permet d'obtenir facilement et avec précision la densité de courant souhaitée. L'ensemble sert d'électrode, la seconde électrode est constituée d'une bande de platine. La vitesse de dépôt est de  $0,25 \mu\text{m}/\text{min}$ .

### **ii) contraintes techniques**

Lors de mes premiers dépôts, j'ai connu quelques problèmes thermoélectriques et de tenue des métaux sur le substrat.

Les effets thermoélectriques se présentait lorsque je commençais à chauffer le bain, puis je plongeais l'ensemble sans y faire passer de courant. Les différences de températures entraînaient un dépôt d'or sur une des parties libres de la jonction, l'autre se retrouvant à nu, par disparition du métal.

Pour remédier à ces effets, j'ai réalisé un nouveau dispositif (voir figure III.4) qui permet de plonger une partie de la surface de référence tout en ayant la jonction au sec. J'évite ainsi les sauts brusques de densité de courant et je fait passer tout d'abord un petit courant avant de plonger l'ensemble. Ce courant permet d'annuler les effets thermoélectriques des premiers instants.

La tenue des métaux sur le substrat a été le plus important problème que j'ai rencontré avec cette méthode de dépôt.

Nos premières jonctions utilisaient l'argent comme métal normal. Après l'électrolyse, la dissolution de la résine dans l'acétone entraînait le décollement de l'argent tandis que l'aluminium tenait parfaitement.

Sur les conseils de Bernard Pannetier, nous avons changé l'argent pour du cuivre, matériau ayant une meilleure tenue sur les substrats. Les premiers essais ont montré une nette amélioration de la tenue du cuivre mais le test final à froid n'a jamais pu nous montrer des jonctions de bonne qualité. Toutes celles que j'ai mesuré équivalaient simplement à de faibles résistances. J'avais pris soin, bien sur, de vérifier le bon fonctionnement des jonctions à froid avant d'effectuer l'électrolyse.

Pour cette raison, nous avons opté pour une inversion du processus de fabrication. Je commençais d'abord par déposer une petite surface de cuivre sur le substrat, sur laquelle je venais faire le dépôt électrolytique. L'ensemble était ensuite bien nettoyé par des bains successifs de trichloroéthylène, acétone, alcool et eau déionisée. Pour finir, je venais déposer mes jonctions à coté de la pastille d'or, la bande de métal normal des jonctions servant de lien thermique avec la cible.

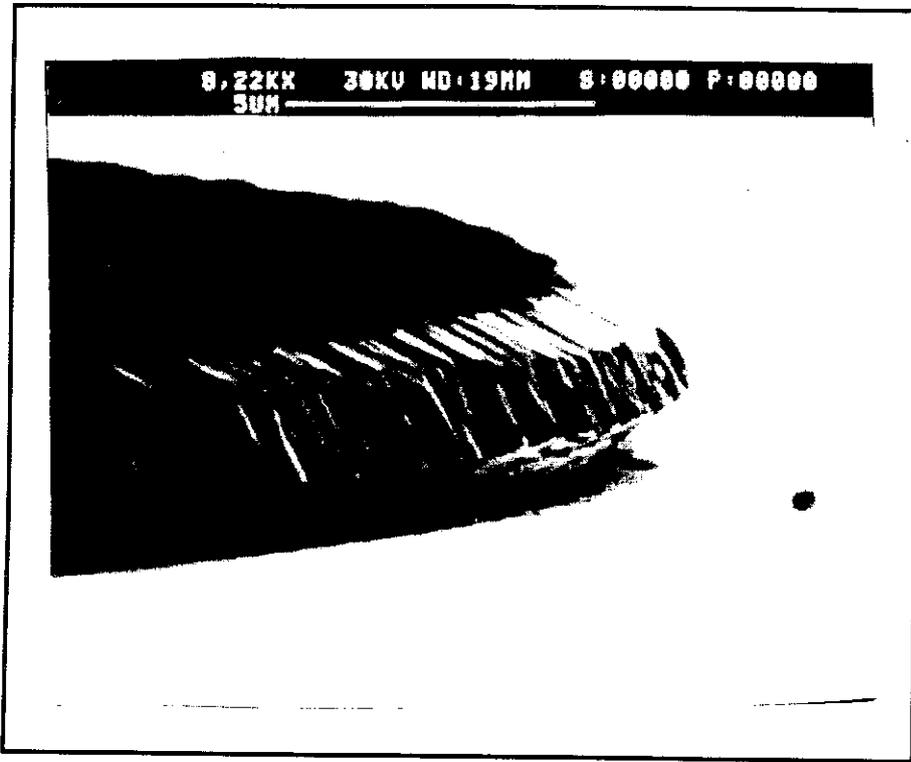
Cette méthode donna de bons résultats, et j'ai pu ainsi réaliser des premières mesures avec une source radioactive de photons X de 88 KeV. Cependant cette méthode ne permet pas d'obtenir le maximum de signal car il est difficile de déposer la jonction tunnel très près de la cible tout en évitant les courts-circuits entre le métal normal précédemment déposé pour la cible d'or et l'aluminium.

La solution se présenta lorsqu'avec un étudiant de Licence de Physique, Emmanuel Bois, nous avons essayé de comprendre les raisons de ce problème.

D'un échantillon qui ne fonctionnait pas, mais qui avait une pastille d'or électrolysé, nous l'avons plongé directement dans le bain électrolytique, sans résine, ni électricité. Au bout d'une trentaine de minutes, nous avons vu que la bande de cuivre commençait à se décoller du substrat par morceaux, jusqu'à décollement complet. En agitant un peu, et en insistant beaucoup, l'aluminium à aussi fini par se décoller, mais avec bien plus de difficultés. Finalement, la pastille d'or est restée fermement accroché au substrat.

De cette simple expérience, nous en avons donc déduit que l'or semblait être le métal idéal. Nous avons donc réalisé des échantillons en remplaçant le cuivre par de l'or. L'or n'accroche pas bien sur un substrat de silicium, aussi on dépose pour cela quelques nanomètres de titane avant. Le titane est très réactif, et sert de couche d'accrochage entre le substrat et l'or. Nous avons testé nos jonctions à froid, puis nous

avons réalisé l'électrolyse directement sur les jonctions. Lors de la mise en froid, les jonctions n'avaient pas changées, leurs caractéristiques étaient toujours aussi bonne.



**Figure III.5** Détail d'une pastille d'or déposée par électrolyse sur une bande de métal.

### c) Bolomètres

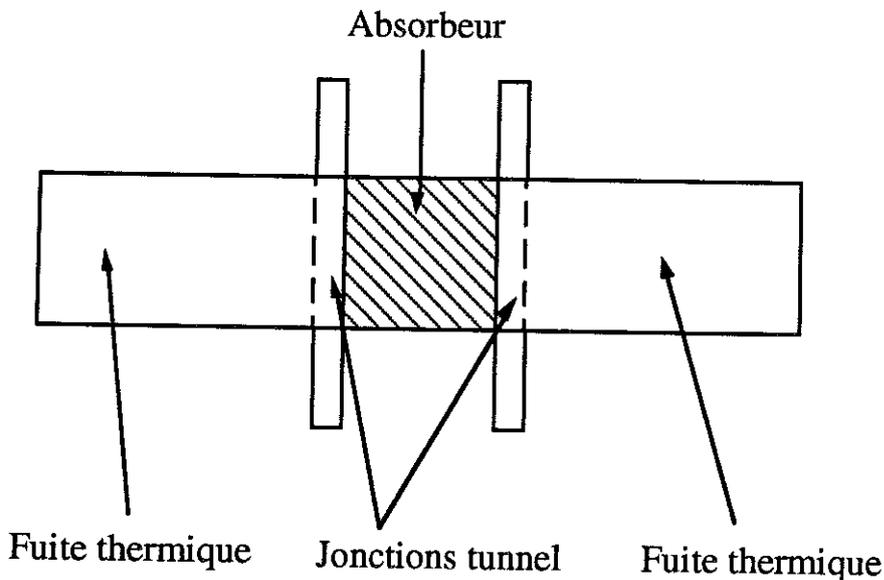
Notre bolomètre est une jonction tunnel couplée thermiquement à l'absorbeur, notre pastille d'or. Sur les bolomètres classiques à semi-conducteurs, l'absorbeur est un cristal de saphir ( $Al_2O_3$ ) ou de diamant sur lequel on vient coller un thermomètre [7]. La fuite de chaleur est tout naturellement installée au niveau du thermomètre, on mesure ainsi un flux de chaleur. Ceci permet de s'affranchir autant que possible des effets de position d'absorption. La position d'absorption est importante car la forme de la fonction  $M$ , où  $M(t)$  est la mesure, dépend dans les premiers temps (6 fois la constante de temps interne de l'absorbeur) de la température locale de l'absorbeur au niveau du thermomètre.

Dans le cas des jonctions NIS, l'absorbeur peut très bien être la partie de métal normal de la jonction tunnel, de même que la fuite. La jonction peut être de même

taille, de plus petite taille, ou plus grande que la surface de l'absorbeur. Contrairement aux bolomètres classiques, nous avons la liberté de choisir la géométrie et les positions respectives.

Le problème se pose pour savoir qu'elle est la position la plus adaptée pour la jonction par rapport à l'absorbeur. La jonction peut être placée sous la pastille, avec une taille plus ou moins grande (intégration du signal aux premiers instants), et peut être aussi placée sur la fuite thermique, à côté de la pastille.

On sait que le point le plus chaud du bolomètre sera la pastille. On sait également, que la constante de temps de la pastille (environ  $1,7\mu\text{s}$ ) entraînera une distribution de la température en son sein pendant environ  $12\mu\text{s}$ . Pendant ces  $12\mu\text{s}$ , si l'on veut garder une précision de mesure de 1 pour mille en énergie, il ne faut pas que la différence entre la chaleur partie suivant la position d'absorption soit supérieure à ce facteur. Où alors, il faut pouvoir détecter la position d'absorption et pouvoir effectuer des mesures de calibration, dans l'idée de Friedrich et al [14]. On peut ainsi envisager une configuration basées sur deux jonctions tunnel comme le dessin ci dessous le montre :



**Figure III.6** Schéma d'un dispositif bolométrique à base de deux jonctions tunnel pour une résolution spatiale.

Ces premières  $12\mu\text{s}$  peuvent entraîner, si la jonction est sous la pastille, une différence de signal suivant la position d'absorption. De plus, comme le montre l'annexe 7, la mesure de température par une jonction tunnel n'est pas possible si la température n'est pas homogène. Néanmoins, une jonction placée sous la pastille et

de même surface permettrait de connaître l'instant d'absorption, avec précision (voir chapitre IV-3-c ).

On peut également envisager la possibilité de placer notre jonction comme pour les bolomètres classiques, où le thermomètre est placé près de l'absorbeur, sur la fuite thermique. On mesure ainsi le flux de chaleur qui traverse la fuite, et l'on limite les effets dus à la position d'absorption de la particule. Mais dans ce cas, il faut que cette fuite thermique soit beaucoup plus grande que les autres, notamment les pertes par phonons entre la cible et le substrat. Dans notre cas, l'absorbeur doit être mis sur une membrane pour éviter ces pertes (voir chapitre IV.2) [17].

Avec une bonne connaissance du fonctionnement des jonctions NIS, un programme de simulation informatique devrait permettre de trouver la meilleure configuration.

## 2) Cryogénie

La mesure reste la partie la plus importante d'une expérimentation. Pour nos bolomètres, il nous faut atteindre des températures de l'ordre de 50 à 100 mK. Pour cela, on utilise un cryostat à dilution.

Sans rentrer dans le détail, le principe de la dilution repose sur le mélange des isotopes 3 et 4 de l'hélium. On peut en donner une explication relativement simple: à basse température, l'hélium est un fluide quantique. L'atome d'hélium 3 se comporte comme un fermion, tandis que celui d'hélium 4 est un boson. Le fait de diluer l'hélium 3 dans l'hélium 4 diminue sa densité et éloigne les atomes d'<sup>3</sup>He entre eux. Cela diminue l'énergie de Fermi et, de ce fait, la densité d'état à l'énergie de Fermi augmente, ce qui a pour effet d'augmenter la chaleur spécifique et donc l'enthalpie du système. Si l'ensemble est isolé la température diminue pour garder l'enthalpie constante. C'est le principe de la dilution.

Pour réaliser cette dilution, on introduit dans une boîte de mélange de l'hélium 3 et de l'hélium 4. L'hélium 3 n'est pas soluble en toute proportion et le mélange se sépare en deux phases: une phase contenant environ 6% d'hélium 3 et une phase d'hélium 3 presque pur, moins dense, qui se place au dessus. Pour faire une dilution, donc une puissance frigorifique, en continu, il faut extraire l'hélium 3 du mélange. Ceci est réalisé grâce à un bouilleur, plus chaud que la boîte de mélange, d'où l'on extrait l'hélium 3 par ébullition. Le circuit de pompage et de circulation permet ensuite de réinjecter l'hélium 3 dans la boîte de mélange. Les puissances frigorifiques mises en jeu sont de l'ordre de quelques microwatts à 100 mK. On montre que la puissance frigorifique d'une dilution s'écrit:

$$P = 85 n T^2 \quad (\text{III.2.1})$$

où  $n$  est le débit d'hélium 3 (en moles/s) et  $T$  est la température de la boîte de mélange.

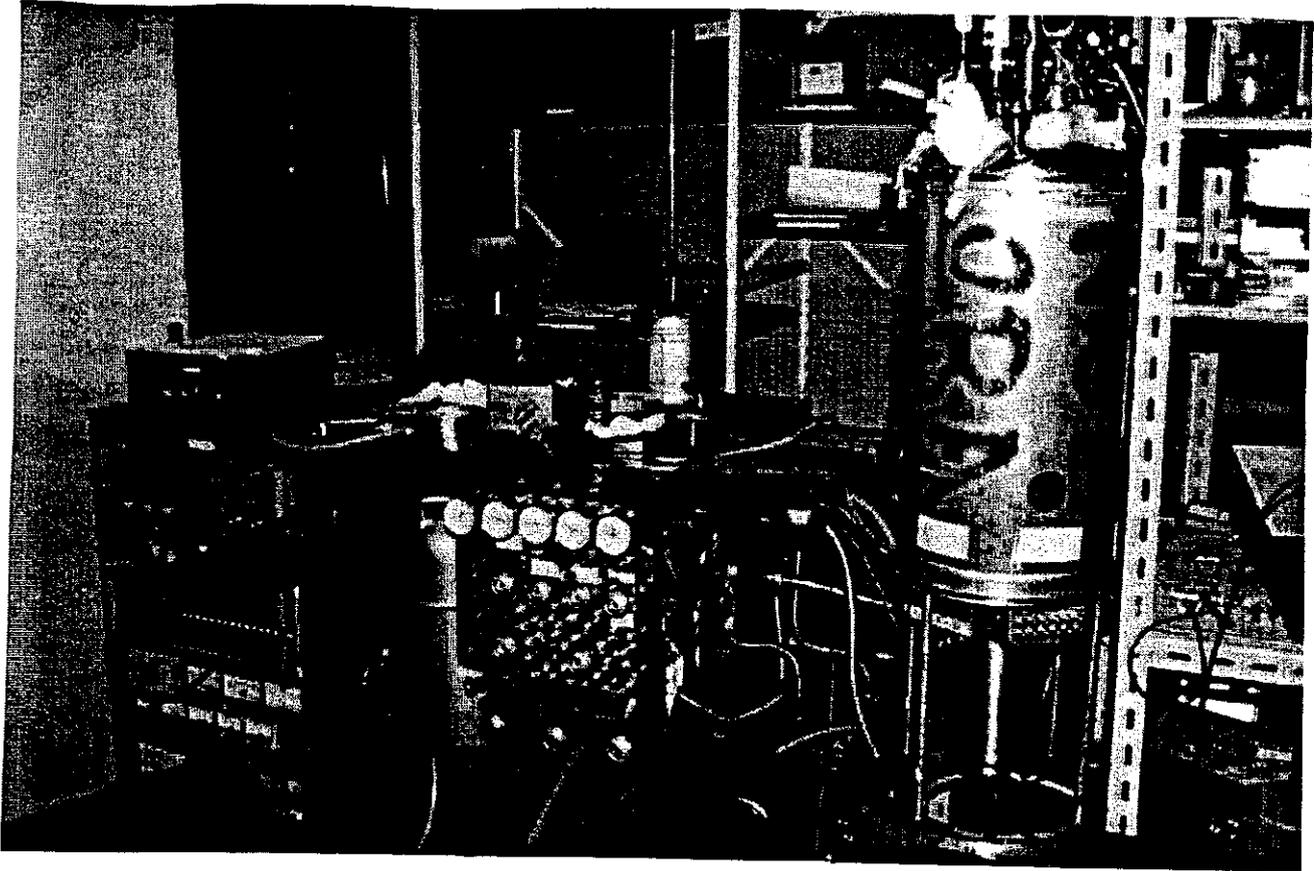
A débit de fluide constant, la variation de la puissance frigorifique en  $T^2$  limite l'obtention des températures très basses.

Pour mes mesures, j'ai eu l'occasion d'utiliser deux cryostats. Le principe de dilution est le même, comprenant deux bouilleurs et un circuit de prérefroidissement à 4K rapide. Le premier est une dilution de type Sionludi, qui a la particularité de

travailler avec le point froid en hauteur avec une technologie double bouilleur. Il descend à 4 K en une heure, plus trois heures pour atteindre 100 mK (ce temps comprend le temps nécessaire à condenser le mélange). Ce cryostat était déjà équipé pour les mesures et il m'a permis d'effectuer mes premiers tests.

A cause de l'indisponibilité de ce cryostat, nous avons adapté un ancien cryostat permettant un refroidissement rapide ( de 300 K à 4 K en 40 minutes, environ 3 heures pour atteindre 100 mK). Nous avons ensuite récupéré un bâti de pompage (bâti comprenant les vannes, les circuits de circulation à chauds des gaz, la pompe et le compresseur, ainsi que le piège à azote).

Nous avons modifié ce cryostat pour augmenter le volume de travail utilisable et faciliter la connectique (fils de mesure, diode infrarouge). Le plus gros problème rencontré fut le réglage en proportion du mélange. Il m'a fallu quelques temps pour trouver la composition correcte du mélange. Ce mélange contient d'ailleurs un peu d'hydrogène, car il m'arrive de boucher les capillaires d'injection quand la réserve de liquide hélium 4 est vide. Le réchauffage de la partie dilution finit par provoquer un retour de la circulation, pour des températures bien inférieures à l'azote liquide.



**Figure III.7** Photo du cryostat (à droite) et de son bâti de circulation (à gauche)

### **3) Techniques de mesure.**

Après fabrication, l'échantillon est collé sur un porte échantillon. Cette colle doit avoir une bonne tenue à froid, mais elle doit aussi se dissoudre facilement pour décoller l'échantillon. Une colle utilisée couramment est le PMMA mais diverses compositions existent et n'ont pas toutes une très bonne tenue en froid. Finalement, après plusieurs essais infructueux, j'ai choisi le vernis Général Electric, vernis de couleur brune que l'on retrouve sur l'isolation des fils de cuivre. Sa tenue est relativement bonne, son principal inconvénient étant son temps de séchage un peu long (une heure environ).

Une fois collée, j'effectue des microsoudures entre les points de connexion du porte échantillon et l'échantillon lui même à l'aide de fils d'aluminium d'un diamètre de  $33\mu\text{m}$ , soudés par ultrasons.

Les mesures effectuées peuvent se réaliser de différentes façons, suivant les besoins et les possibilités.

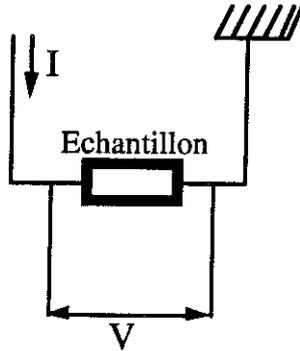
#### **a) Mesure d'une tension.**

On injecte un courant à travers la jonction et l'on mesure la tension à ses bornes. En fait, on applique une tension sur une résistance de grande valeur devant le reste du circuit, ce qui est équivalent à une source de courant.

Bien sur, comme pour toute mesure de tension, il faut veiller à ce que l'impédance d'entrée du voltmètre soit bien supérieure à l'impédance de l'échantillon mesuré.

i) Mesure en quatre fils.

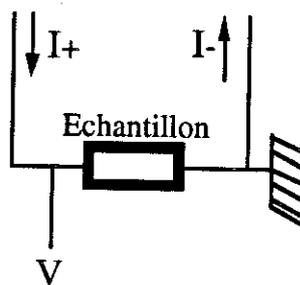
C'est la mesure la plus courante, pratique et qui permet de s'affranchir de la résistances des fils de mesures. On peut ainsi mesurer une caractéristique courant-tension avec précision en courant continu (DC) ou en courant alternatif (AC).



**Figure III.8** Principe de la mesure de tension en quatre fils.

ii) Variante de la mesure en quatre fils.

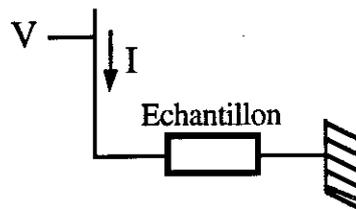
C'est une mesure avec une source de courant flottante. Elle permet de faire la mesure avec un amplificateur non différentiel (avec une seule entrée) tout en la gardant indépendante de la résistance des fils de mesure. Les mesures sont possibles en AC et DC et avec l'une des bornes de l'échantillon à la masse.



**Figure III.9** Principe de la mesure avec une source de courant flottante.

iii) Mesure en deux fils avec un fil à la masse.

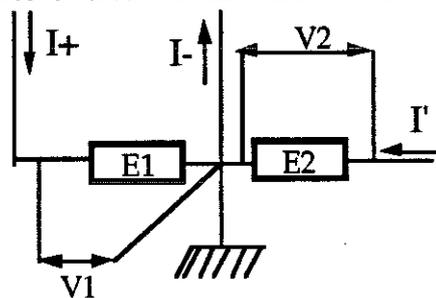
Une des bornes de l'échantillon est directement reliée à la masse, et un fil sert à mesurer la tension ainsi qu'à fournir le courant. On mesure ainsi la résistance des fils en plus de celle de l'échantillon. Il est alors possible d'utiliser un amplificateur non différentiel. Le fait d'amener un seul fil permet aussi de diminuer les bruits d'origine extérieure. Mais le système nécessite une ligne de mesure dont la résistance ne varie pas, pour que les variations de tensions mesurées soient dues exclusivement à l'échantillon.



**Figure III.10** Principe de la mesure de tension en deux fils, avec un fil à la masse.

iiii) Mesures multiples sur le même échantillon.

L'idée est de mesurer plusieurs échantillons en même temps, chacun avec son propre courant, et connectés électriquement entre eux. Le principe est d'utiliser des courants flottants pour une ou chacune des mesures. Il faut faire attention aux courants de fuites possibles entre les amenées de courant.



**Figure III.11** Principe de mesures multiples. E1 est alimenté par un courant  $I+$ , différent du courant  $I'$  d'alimentation de E2.

### b) Mesure des caractéristiques à l'équilibre thermique.

Les mesures à l'équilibre thermique permettent de caractériser les jonctions tunnel par les mesures de courbes courant-tension. Les signaux mesurés ont des valeurs typique de plusieurs dizaine de microvolts, avec une précision nécessaire inférieure au microvolt. Les signaux sont amplifiés à la sortie du cryostat par un préamplificateur différentiel et un amplificateur de gain réglable entre 0 et 80 dB. Les mesures sont possible en courant continu et en courant alternatif. La bande passante est de 1MHz, pour un bruit de  $1,25\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Pour tracer globalement la caractéristique courant-tension d'une jonction, afin de contrôler ses caractéristiques, on utilise un générateur basse fréquence pour générer des rampes de tension. L'échantillon est alimenté par l'intermédiaire d'une résistance de forte valeur et la mesure en quatre fils est lue directement par une table traçante ou un oscilloscope en mode X,Y.

Pour une mesure plus précise, j'utilise une détection synchrone, dont la fréquence d'utilisation peut varier de 0,5 Hz à 200 kHz. La détection synchrone permet de mesurer précisément la tension créée par un signal de modulation sinusoïdale envoyé sur l'échantillon à une fréquence connue. En cas de non linéarité de la caractéristique courant-tension de l'échantillon, comme c'est le cas pour une jonction tunnel, il est nécessaire de travailler avec des signaux carrés.

### c) Mesure en impulsions

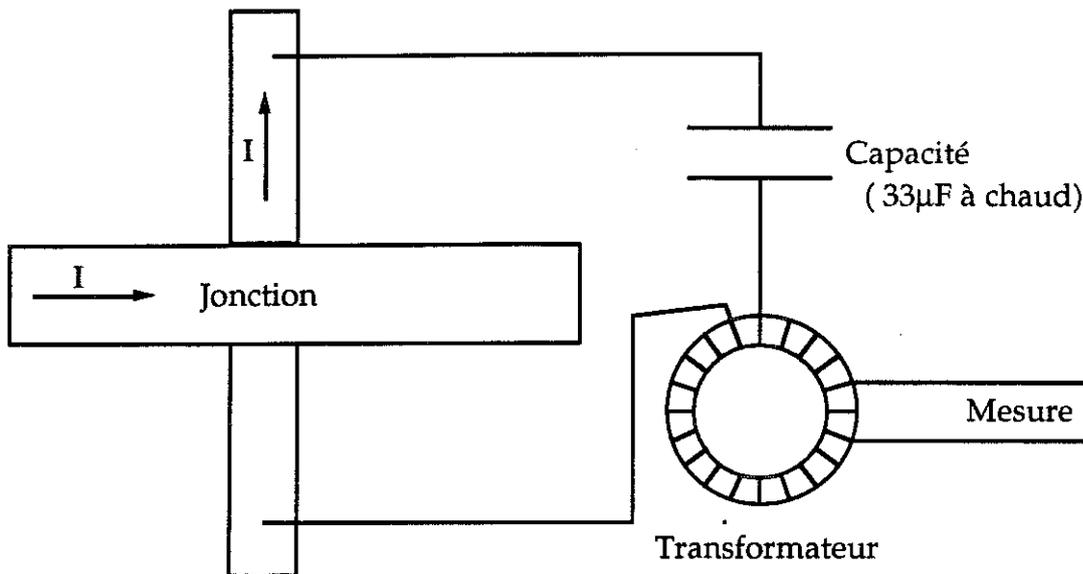
Les mesures en impulsions, lorsque la température varie en fonction du temps, se réalisent à courant constant. On mesure ainsi la variation de tension aux bornes de l'échantillon. L'acquisition de ces variations peut se faire avec un oscilloscope. J'ai également utilisé un numériseur de signaux permettant l'acquisition en 12 bits avec une fréquence maximale de 4MHz, relié à un ordinateur permettant de stocker les pulses. Un programme permet de traiter ces données.

L'amplification peut être réaliser par l'amplificateur différentiel de bande passante 1Mhz où un amplificateur une voie, de bande passante comprise entre 300 Hz et 40 Mhz, pour un bruit de mesure de  $210\text{pV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

#### Transformateur à froid :

Le transformateur à froid est basé sur un petit anneau de matériau amorphe de grande perméabilité à très basses températures. Autour, de cet anneau, j'ai enroulé environ 280 spires de fil de cuivre pour le secondaire, et environ 4 spires pour le

primaire. L'ensemble à un gain en tension de 70. Ce transformateur est utilisable pour nos jonctions car la résistance dynamique est de l'ordre de l'Ohm ( $8,6\Omega \cdot \mu\text{A}$  à  $100\text{mK}$ ). Le primaire du transformateur se place entre les deux bornes de la jonction. Pour pouvoir alimenter la jonction en courant, on place en série avec le transformateur un condensateur. On ne peut alors voir que les variations rapides, la bande passante allant de  $40\text{ kHz}$  à plus d'un MégaHertz.



**Figure III.12** Schéma de branchement du transformateur sur la jonction tunnel.

## Chapitre IV - Résultats expérimentaux

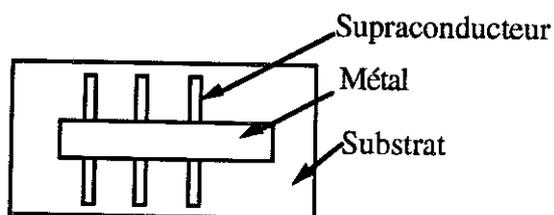
Ce chapitre présente les différents résultats expérimentaux obtenus sur des jonction NIS. On mesure les caractéristiques électro-thermiques de telles jonctions. On montre l'influence des paramètres tels que le champ magnétique ambiant, la résistance de fuite, la capacité, la résistivité du métal normal sur une mesure de tension à température constante.

L'écoulement de chaleur est mesurée et l'on sépare les contributions dues au substrat et au métal par deux méthodes de déterminations de la conductivité thermique.

On étudie les effets de la capacité électrique et de la résistance de fuite en mode de détection de particules (dynamique en température).

Enfin, on présente une première mesure de détection de photons X par un bolomètre à jonction tunnel NIS.

Voici un exemple typique d'échantillon qui m'a servi pour les mesures. La géométrie de l'ensemble est simple, ce qui fut mon critère de choix. Les jonctions tunnel se trouvent sur l'intersection des bandes métalliques. La largeur typique des bandes est de 0,2 à 1mm. Les longueurs sont de l'ordre du centimètre et les épaisseurs d'environ 100 nm.



**Figure IV.1** Schéma représentatif d'un échantillon.

L'effet de la température sur la tension aux bornes d'une jonction pour un courant de polarisation fixé révèle immédiatement la possibilité d'utilisation des jonction NIS pour la bolométrie. Durant mon travail, je ne me suis pas seulement limité à mettre au point un bolomètre pour atteindre une précision de mesure acceptable. J'ai également passé beaucoup de temps à regarder l'influence des diverses variables pouvant intervenir dans les mesures, afin d'avoir une bonne compréhension de ce que je mesurais. Ce chapitre présente les résultats de mes expériences et les conclusions qui en découlent.

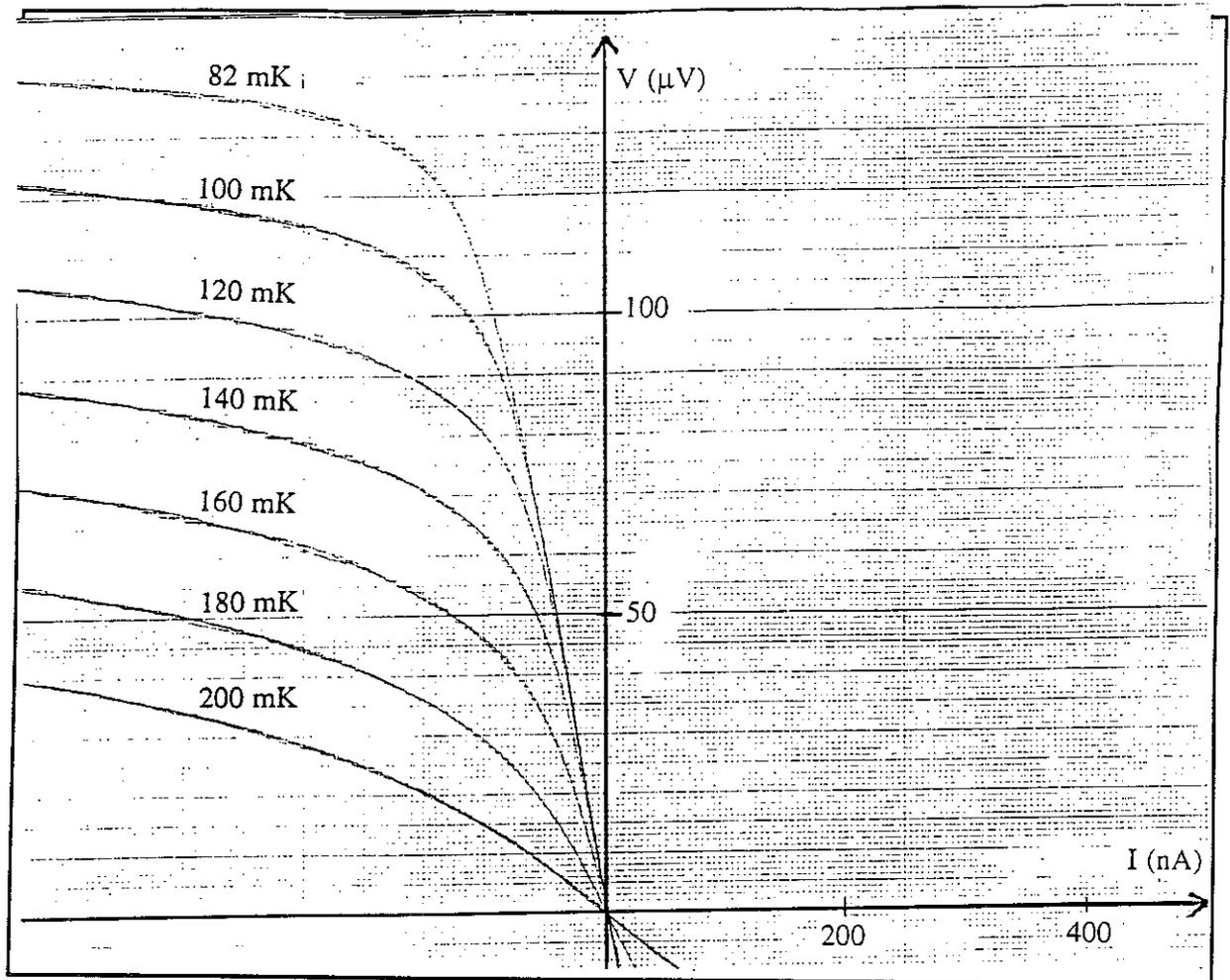
## **1) Caractéristiques électriques des jonctions NIS.**

Ce chapitre expose les différentes caractéristiques électriques des jonctions tunnel NIS à température constante. On montre ainsi qu'une jonction tunnel n'est pas seulement un système avec une caractéristique tension-courant-température, mais un système complexe fonction du champ magnétique ambiant, de la résistivité du métal normal, possédant une capacité électrique non négligeable et pouvant être influencé par le chauffage du au courant de polarisation. Chaque paramètre influe ainsi sur le fonctionnement des jonctions.

### **a) Mesure des caractéristiques courant-tension**

Cette première mesure va nous servir à visualiser le fonctionnement de nos jonctions tunnel, et à les comparer qualitativement avec la théorie.

La jonction est branchée en quatre fils. La tension aux bornes de la jonction est mesurée à partir d'un amplificateur différentiel. Courant et tension sont ensuite envoyés sur une table traçante. Les mesures sont réalisées à fréquence très faible ( de l'ordre du millihertz). Je réalise une caractéristique  $V(I)$  pour plusieurs températures.



**Figure IV.2** Caractéristiques Tension-Courant à diverses températures pour une jonction NIS. Le signe du courant et de la tension dépend uniquement de la mesure (différences).

Le point important qui se dégage de ces mesures est la forte influence de la température pour une grande gamme de courants. La jonction tunnel NIS permet donc bien de mesurer une température.

Plusieurs autres points importants peuvent être dégagés :

-Le premier est la saturation de la tension à fort courant, fonction de la température. Le modèle ( III.17) prévoit une variation en fonction du logarithme du courant, ce qu'infirmes la forme des courbes.

-On s'attend à une variation linéaire en fonction de la température. Cette variation linéaire de la tension se remarque sur les courbes si l'on se place à courant constant.

-Le troisième point est la forme des courbes à faibles courant. On sait que notre modèle simplifié ne peut rendre compte de cette partie des courbes, néanmoins on peut se donner une idée qualitative du résultat escompté à basses températures. Que devrions nous donc voir ?

A basses températures, les électrons libres sont bloqués par le gap. Pour passer le courant nécessaire, il faut monter rapidement en tension, ce que les courbes font.

A plus haute température, une partie de la distribution des électrons se situe au dessus du gap. On s'attend dans ce cas à avoir une influence de la température même aux courants les plus faibles. Qualitativement, nos courbes y ressemblent.

On sait que plus il y aura d'électrons au dessus du gap, plus le courant sera élevé. En fait, le courant d'électrons libres traversant la jonction est approximativement la somme des électrons au dessus du gap. La distribution de Fermi-Dirac n'étant pas linéaire, on s'attend donc à des courbes non linéaires.

Pour les températures inférieures à 160 mK, les courbes tendent vers une asymptote linéaire à faible courant.

La linéarité des courbes  $V(I)$  à faible courant, indépendant de la température, provient donc d'un autre effet que l'effet tunnel des électrons libres.

Deux suppositions s'offrent alors à nous: Un courant de paires supraconductrices ou une résistance parallèle court-circuitant l'effet tunnel à faible courant.

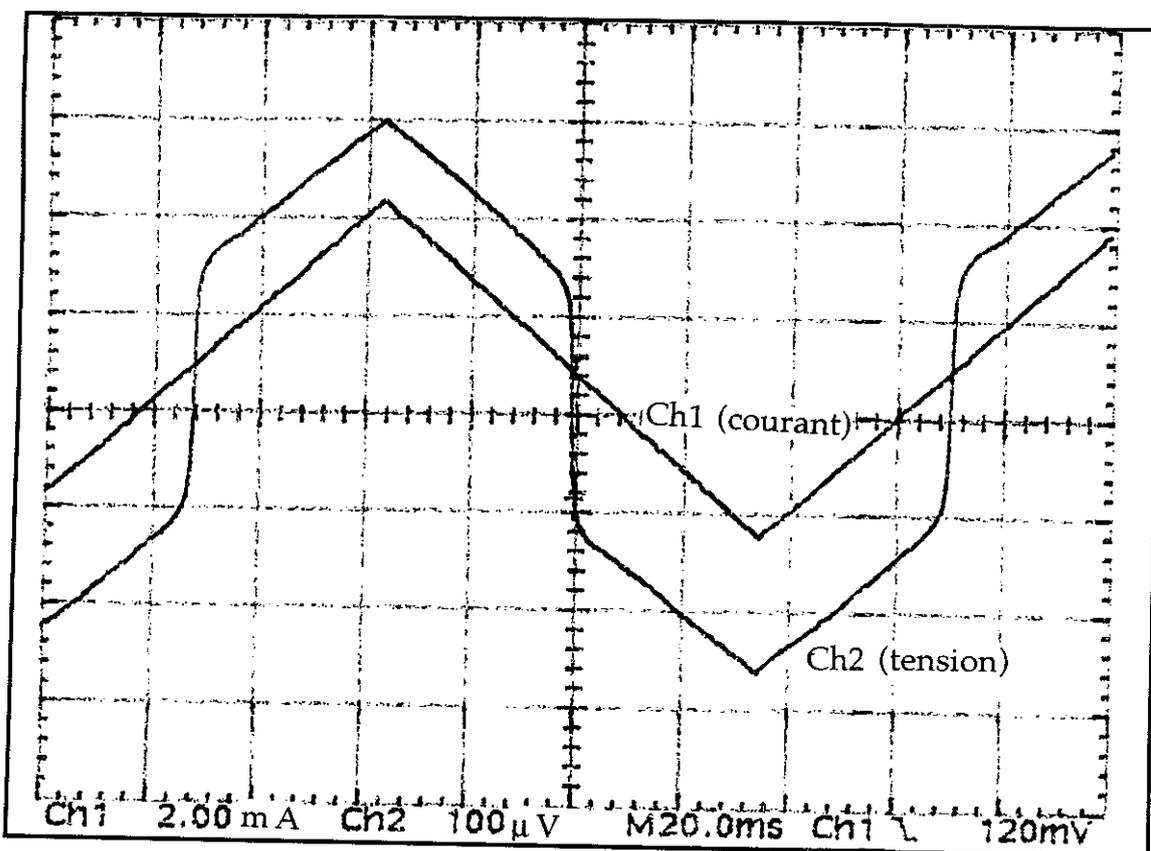
D'après le chapitre II, le rapport des résistances apparentes pour un courant de paires et un courant d'électrons est d'environ  $10^7$ . Je n'ai jamais mesuré de tels facteurs. Les meilleurs résultats ont été de l'ordre de  $3 \cdot 10^5$ , mais plus généralement  $5 \cdot 10^3$ , voire de l'ordre de 100 et moins.

Si la barrière d'oxyde n'est pas homogène, il peut y avoir des contacts directs entre le supraconducteur et le métal, formant une résistance en parallèle avec la jonction.

La présence de zones normales au sein du supraconducteur dû au champ magnétique ambiant influence aussi la résistance de fuite. Ces zones normales provoquent la mise en parallèle de jonctions NIN, moins résistives à faibles tensions que les jonction NIS. Nous examinerons cet effet plus précisément par la suite.

Par une mesure des caractéristiques  $V(I)$ , il est à noter que l'on peut également mesurer la résistance normale de la jonction avec un fort courant de polarisation. A basse température, on polarise la jonction à des tensions telles que la fonction de

Fermi-Dirac, dans sa partie qui dépend de la température, soit au dessus de la valeur du gap. Dans ce cas, un accroissement de tension  $\Delta V$  produira toujours un accroissement linéaire de courant, fonction de la transparence de la barrière, soit de sa résistance à l'état normal (on "rajoute" à chaque augmentation de tension un même nombre d'électrons au dessus du gap).



**Figure IV.3** Mesure sur oscilloscope de la résistance normale d'une jonction NIS par une polarisation telle que la tension soit bien supérieure à la valeur du gap.  $T=65\text{mK}$ . La valeur de la résistance normale est ici de  $45\text{ m}\Omega$ .

La simple mesure d'une caractéristique  $V(I)$  permet de déterminer rapidement les caractéristiques d'une jonction tunnel NIS. On détermine ainsi facilement la résistance de fuite, la résistance normale et la plage de fonctionnement adapté à la mesure de température.

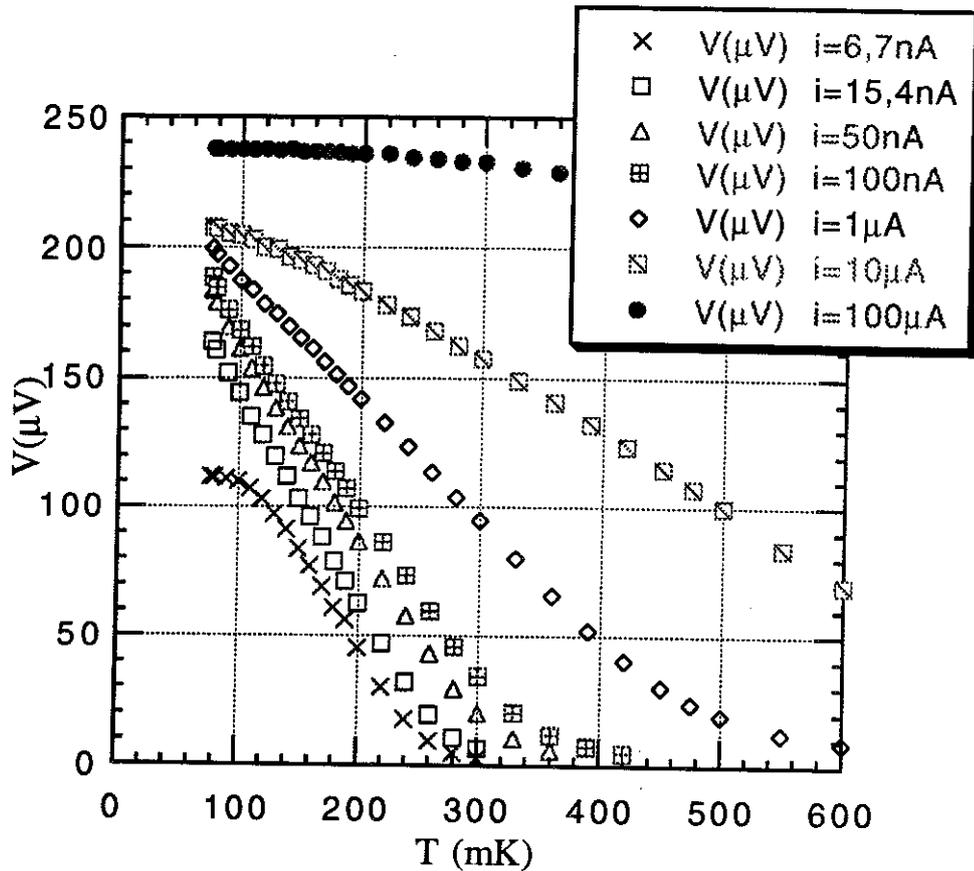
### **b) Mesure des courbes V(T) à courant constant**

Afin de mieux évaluer les effets de la température sur la jonction et de mieux comparer notre modèle, établissons maintenant les courbes de la tension aux bornes de la jonction en fonction de la température, à différents courant.

La mesure de tension est réalisée à partir d'une détection synchrone. Le générateur de courant, qui est un générateur de tension couplé en série avec une forte résistance, fournit des signaux carré. Des signaux sinusoïdaux ne peuvent être appliqué car la jonction n'a pas de comportement linéaire de type résistif. J'utilise ainsi des signaux carrés symétriques .

La mesure par la détection synchrone de tels signaux entraîne une erreur de mesure (voir annexe 12). Il nous faut multiplier les résultats par un facteur de 0,9 environ.

Les résultats présentés sur la courbe sont corrigés. Les mesures sont réalisées à une fréquence de 17,3 Hz, permettant de ne pas se trouver sur une fréquence proportionnelle au 50 Hz du courant EDF. Les mesures étant en signaux carrés, les valeurs déterminées ici prennent en compte un éventuel chauffage du au courant de mesure.



**Figure IV.4** Caractéristiques  $V = f(T)$  d'une jonction NIS, à différents courant de polarisation. La jonction est différente de celle utilisée pour les mesures de la figure IV.2.

On remarque bien par ces courbes la dépendance en température de la tension à courant constant.

Notre modèle simple prévoit une dépendance entre courant, tension et température suivant les relation (II.3.17) et (II.3.18) :

$$V = \frac{\Delta}{e} + \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{IV.1.1})$$

avec :

$$I_0 = \frac{\Delta}{R_{\text{nin}} e} \quad (\text{IV.1.2})$$

La partie linéaire des courbes suit qualitativement notre relation.

Vers les plus hautes températures, les courbes s'incurvent. Notre modèle, ne prenant en compte qu'une seule distribution de Fermi-Dirac, ne peut montrer les effets conjugués des deux distributions lorsque celle-ci n'est pas négligeable.

Les courbes, à basses températures, tendent vers une valeur proche de  $220\mu\text{V}$ , valeur comparable à la valeur du gap de l'aluminium qui est de  $175\mu\text{V}$ .

Pour le plus faible courant,  $6,7\text{ nA}$ , il y a une saturation de la courbe vers les températures les plus basses. Ceci est dû à la résistance de fuite. La valeur de cette résistance est de  $20,9\text{ k}\Omega$ , valeur proche de celle que l'on obtient en faisant le rapport de la tension mesurée sur le courant aux basses températures, soit  $14,7\text{ k}\Omega$ . La différence des deux valeurs provient de la tension ( $111,7\text{ }\mu\text{V}$ ) qui permet aux électrons les plus chauds de franchir la barrière par effet tunnel.

La variation linéaire en température et logarithmique en courant semble être bien représentée dans les mesures. On peut comparer, en interpolant les parties linéaires, le terme  $I_0$  à partir des valeurs de la résistance normale mesurée à chaud. Ce qui nous donne:

Courant	$\Delta$ en $\mu\text{V}$	$I_0$ calculé d'après les mesures (en $\mu\text{A}$ )
15,4 nA	225	145
50 nA	238	234
100 nA	238,6	234
1 $\mu\text{A}$	235	174
10 $\mu\text{A}$	245	218

**tableau IV.1** Valeur du gap et du courant  $I_0$  (voir le texte) d'après une interpolation des courbes expérimentales

La résistance normale mesurée au dessus de la transition est de  $449\text{ m}\Omega$ .

Cette valeur peut être aussi mesurée par la pente de la courbe  $V(I)$  pour des tensions au dessus du gap, soit environ  $595\text{ m}\Omega$ .

Ainsi, la valeur  $I_0$  théorique est de  $395\text{ }\mu\text{A}$  ou  $294\text{ }\mu\text{A}$ , pour un gap de  $175\text{ }\mu\text{V}$ . Ces valeurs restent proches de celles déterminées expérimentalement.

Notre modèle simple permet donc de bien décrire le fonctionnement d'une jonction NIS là où la sensibilité en température est la meilleure.

Comme on peut le voir sur la courbe, pour un courant de 6,7 nA, la résistance de fuite tend à réduire la sensibilité des jonctions tunnel lorsque la résistance tunnel apparente ( $V/I$ ) est de l'ordre de grandeur de la résistance de fuite.

Cette résistance de fuite est fortement dépendante du champ magnétique ambiant. Nous allons examiner cet effet de plus près.

### c) Effet du champ magnétique ambiant sur la résistance de fuite

Le champ magnétique terrestre suffit à dégrader considérablement la qualité des jonctions. Pour chaque expérience, il est nécessaire d'utiliser une bobine pour annuler le champ magnétique ambiant perpendiculaire au plan de la jonction.

Le champ magnétique sur l'aluminium ( supraconducteur) et génère des zones normales. On se retrouve ainsi en présence de jonctions NIN en parallèles avec notre jonction NIS.

Cet effet du champ magnétique provient de la géométrie de l'échantillon :

#### i) Supraconducteurs. Types I et II , type I en couche mince :

L'aluminium, supraconducteur que l'on utilise pour nos échantillons est à l'origine un supraconducteur de type I. Mais un supraconducteur de type I peut réagir dans certains cas de géométrie comme un supraconducteur de type II [20].

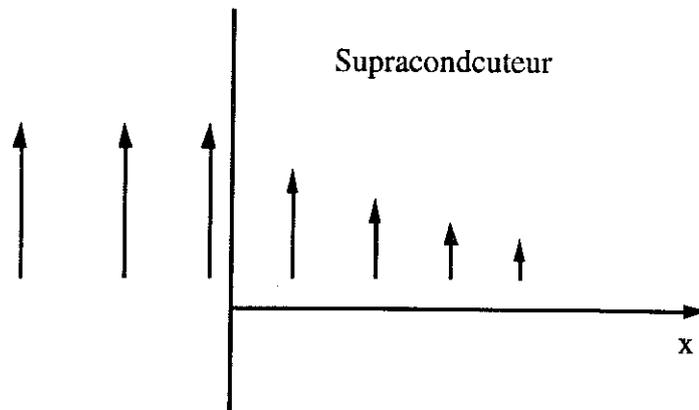
Massif, un supraconducteur de type I présente un effet Meissner parfait [8]. Il expulse le champ magnétique ambiant jusqu'à une valeur  $H_C$ . Ce champ critique est fonction de la température, maximal et quasiment constant pour  $T < T_C/3$  et qui s'annule à  $T=T_C$ , température de transition.

L'effet Meissner se traduit par l'apparition, sur la surface du supraconducteur, de courants créant un contre champ qui permet au volume intérieur de voir globalement un champ nul.

La théorie de la supraconductivité introduit deux longueurs différentes :

-La profondeur de pénétration  $l$  qui traduit la distance sur laquelle le champ magnétique ambiant pénètre dans un supraconducteur aux interfaces avec son milieu extérieur ( Interface supraconducteur-vide ou supraconducteur-zone normale). LA densité des courant d'écrantage supraconducteur sont proportionnel au potentiel

vecteur. En d'autres termes, cette distance interdit les discontinuités du champ magnétique.



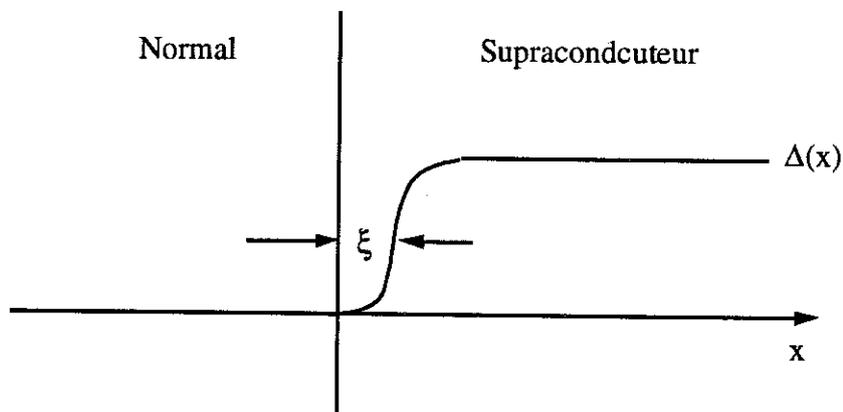
**Figure IV.5** Pénétration d'un champ magnétique dans un supraconducteur. La longueur des flèches est représentative de la valeur du champ absolu.

L'équation de London, dans le cas de la figure IV.4, montre que le champ à l'intérieur du supraconducteur est :

$$B(x) = B(0) \exp(-x/\lambda) \quad (\text{IV.1.3})$$

- La seconde longueur est la de cohérence du supraconducteur  $\xi$ .

A l'interface entre une zone normale et une zone supraconducteur, le paramètre d'ordre  $\psi$  ne varie pas brusquement à une valeur nulle.  $\psi$  est la fonction d'onde de paires supraconductrices. Le carré de son module représente la densité relative d'électrons supraconducteur, qui représente directement la valeur relative du gap. Le paramètre d'ordre à l'interface varie dans le supraconducteur sur la distance  $\xi$ .



**Figure IV.6** Variation du gap à l'interface métal-supraconducteur.  $\xi$  est la longueur de cohérence.

Conditions énergétiques :

On considère un volume  $V$  supraconducteur en contact avec un milieu métallique à l'état normal (causé par un champ magnétique extérieur). Soit  $S$  la surface de contact.

Soit  $H_C$  la valeur du champ critique thermodynamique. La différence d'énergie, en présence d'un champ nul entre un même volume  $V$  supraconducteur et normal est :

$$E_n - E_s = V H_C^2 / \mu_0 \quad (\text{IV.1.4})$$

En présence d'un champ magnétique extérieur moyen  $B_a$ , Le supraconducteur crée des courant d'écrantage pour expulser le flux. Il fournit un travail  $W$  :

$$W = V B_a^2 / \mu_0 \quad (\text{IV.1.5})$$

La pénétration du champ dans le supraconducteur à l'interface sur une distance  $\lambda$  diminue le travail d'écrantage d'une valeur  $W_\lambda$  :

$$W_\lambda = S \lambda B_a^2 / \mu_0 \quad (\text{IV.1.6})$$

La modification du paramètre d'ordre dans le supraconducteur d'une valeur  $x$  augmente l'énergie interne du supraconducteur d'une valeur  $E_\xi$  :

$$E_\xi = S \xi H_C^2 / \mu_0 \quad (\text{IV.1.7})$$

La condition de stabilité revient à minimiser l'énergie du supraconducteur. La présence de zones normales aux limites du supraconducteur sous entend que le champ à ses bords est égale à  $H_C$ . Minimiser l'énergie revient donc à minimiser :

$$E_\xi - W_\lambda \quad (\text{IV.1.8})$$

Cette différence est fonction de la différence :

$$\xi - \lambda \quad (IV.1.9)$$

D'où l'on en déduit que si  $\xi < \lambda$  alors le supraconducteur aura tout intérêt à maximiser la surface d'interface. Un tel supraconducteur est appelé supraconducteur de type II. Dans le cas contraire, la surface aura tout intérêt à rester aussi faible que possible, et l'on affaire à un supraconducteur de type I.

Le supraconducteur de type I est donc un supraconducteur qui refusera de se faire pénétrer par le champ magnétique autant que possible. S'il est massif, la transition vers un métal normal se fera à un champ critique  $H_C$ , avec une brusque modification dans l'ensemble du volume.

Le supraconducteur de type II se laisse pénétrer par le flux qui provoquent des zones normales sous la forme de vortex. Ce nom provient de la forme des courants supraconducteur à l'interface tournant autour du noyau normal. Les vortex sont quantifiés en flux magnétique, d'une valeur de  $2 \cdot 10^{-15} \text{ T.m}^2$ .

Un vortex est donc un noyau de métal normal s'étendant sur un rayon  $\xi$ , le champ magnétique s'étendant sur un rayon  $\lambda$ .

L'effet Meissner d'écrantage du flux dépend aussi des conditions géométriques de l'échantillon par un facteur démagnétisant  $D$ . L'expulsion du champ magnétique ambiant accroît le champ magnétique apparent sur les bords parallèle au champ du supraconducteur à une valeur [20]:

$$H_{\text{bords}} = H / (1 - D) \quad (IV.1.10)$$

Pour une plaque de faible épaisseur devant ces autres dimensions, le facteur  $D$  est égale à 1 pour un champ perpendiculaire au plan principal, et nul pour un champ parallèle à ce même plan.

Dans le cas d'un champ perpendiculaire, le supraconducteur ne peut expulser le champ (on atteint la valeur du courant critique rapidement) et des zones normales sont créés dans le supraconducteur. Ces zones sont des domaines de Landau dans le cas d'un supraconducteur de type I, et des domaine d'Abrikosov (vortex) dans le cas d'un supraconducteur de type II.

Un supraconducteur de type I de faible épaisseur peut se transformer en supraconducteur de type II en dessous d'une valeur  $d_c$  [20]. Les déterminations expérimentales de ces valeurs ( [21] et [22] ) montrent que cette valeur se situe entre 2 et 7  $\mu\text{m}$ .

Aussi, l' aluminium de nos jonctions (épaisseur de 0,1  $\mu\text{m}$  pour des surfaces de l'ordre de 1 cm par 1 mm) peut être considérée comme un supraconducteur de type II, avec un coefficient de démagnétisation proche de 1 pour des champs perpendiculaires au plan principal.

le champ magnétique ambiant (masses métalliques, champ terrestre) suffit à créer des zones normales dans les supraconducteurs. Ces zones normales provoquent des jonction NIN qui diminuent la résistance de fuite, donc la qualité des jonctions. Ce problème peut être résolu par l'application d'un contre champ magnétique par une bobine.

#### ii ) Détermination du champ nul.

l'effet du champ magnétique est important sur la résistance de fuite. L'ordre de grandeur de variation de celle-ci entre un champ ambiant naturel et un champ nul est environ de 10.

Le contre champ est réalisé à partir d'une bobine de cuivre à l'extérieur du cryostat alimentée en courant. Le champ émis est perpendiculaire au plan de la jonction.

La détermination du champ nul peut se réaliser de deux façons distinctes :

- La première consiste à changer le courant de la bobine, puis à réchauffer l'échantillon au dessus de la température de transition. La position de champ nul est atteint lorsque la résistance de fuite est maximale. cette méthode est possible mais nécessite une petite modification du dispositif expérimentale afin de ne réchauffer que l'échantillon. Réchauffer l'ensemble du cryostat prend une demi-heure pour chaque mesure. J'y reviendrais au prochain point.

- La seconde utilise la propriété du supraconducteur devant la direction du champ magnétique. Le supraconducteur réagit de même façon, indépendamment du sens du champ. On mesure la résistance de fuite pendant un balayage en champ à température

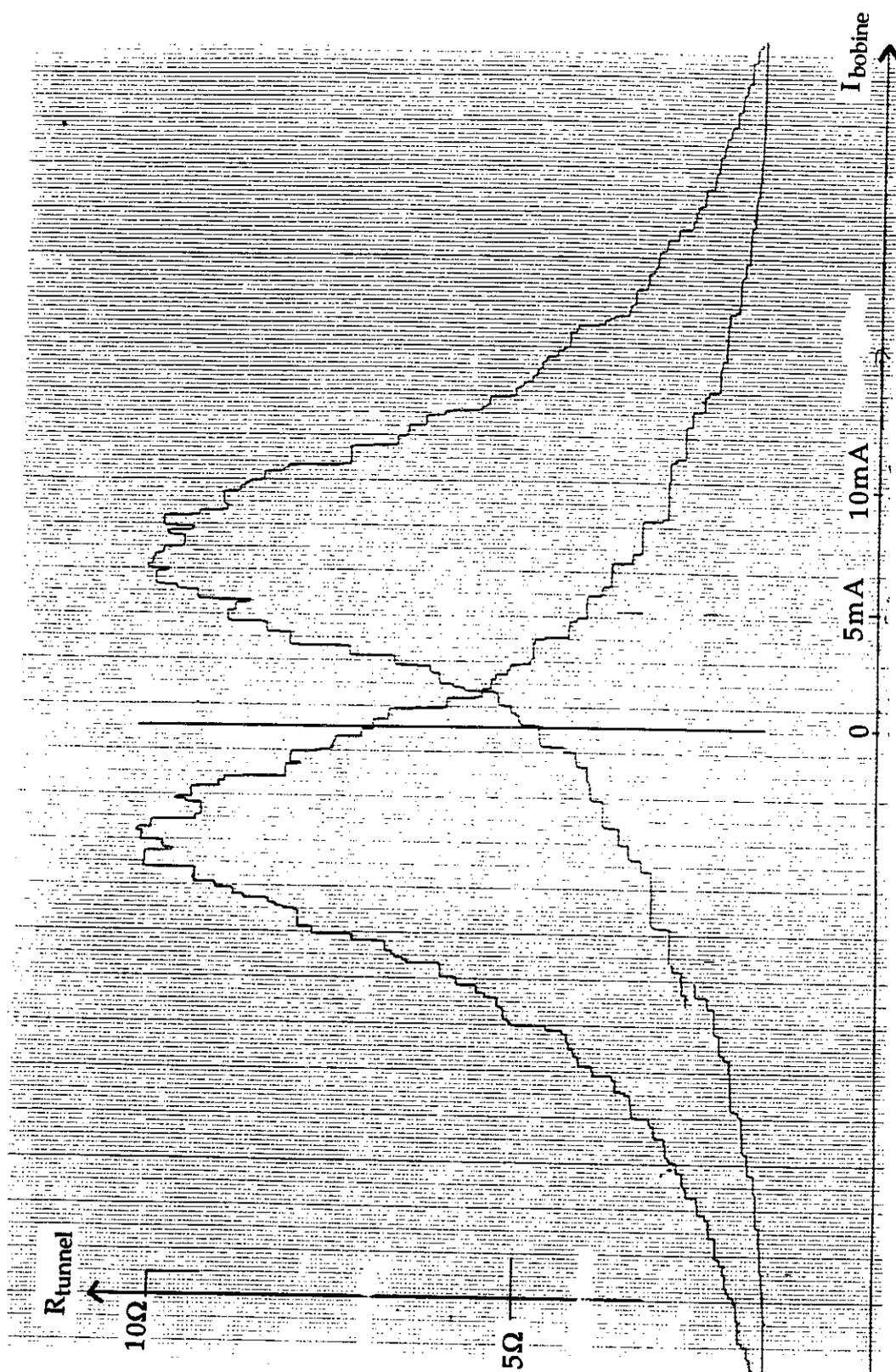
constante. On s'attend à obtenir une courbe symétrique par rapport au champ nul. Cette méthode est simple et rapide. Après la détermination du champ nul, on refait transiter l'ensemble de l'échantillon au dessus de la température de transition.

Le réchauffage de la jonction au dessus de la température de transition est nécessaire afin d'expulser les vortex piégés au sein du supraconducteur.

Les mesures sont réalisées de telle manière que la tension aux bornes de la jonction reste faible. Ceci permet d'éliminer le courant tunnel NIS.

### **iii ) Détermination du champ nul par balayage continu en champ.**

La bobine est alimentée avec un courant en triangle, symétrique par rapport à la masse. On mesure la résistance apparente de la jonction avec une détection synchrone. Le tout est transmis sur une table traçante, laquelle fournit un diagramme tel que le courant de la bobine est en ordonnée et la résistance de la jonction en abscisse. Un résultat typique est celui ci :



**Figure IV.7** Variation de la résistance de fuite en fonction du courant de la bobine lors d'un balayage continu en champ à une température de 100mK.

On remarque par cette courbe une forte dépendance en champ de la résistance de fuite. Notre supposition sur les zones normales induites par le champ magnétique est donc fondée.

Cette courbe est fortement hystérétique, dépendant du sens du balayage et du passé de la jonction. L'axe de symétrie à courant constant détermine le courant de la bobine pour annuler le champ magnétique au niveau de la jonction.

L'hystérésis de la courbe impose de travailler avec un balayage en champ nettement plus important que le champ nul pour obtenir une bonne symétrie, donc une bonne valeur du courant à imposer.

Cet hystérésis montre que l'on ne se trouve pas à l'équilibre thermodynamique. Le retard à l'équilibre est dû au piégeage du flux au sein de la couche supraconductrice. L'effet est provoqué par les défauts de la couche qui provoquent des puits de potentiel pour les vortex. On se situe dans un état métastable. Nous pensons que les sauts de résistance de fuite infirment cette supposition. De plus, lors d'un balayage sur plusieurs cycles, les sauts ne se réalisent pas de la même façon, en amplitude et en position.

La variation de la résistance de fuite est comprise entre 1 Ohm et 10 Ohms environ. La résistance de fuite à champ nul, après la transition est de 140 Ohms.

#### **iv ) Résistance de fuite en fonction du champ à l'équilibre thermodynamique.**

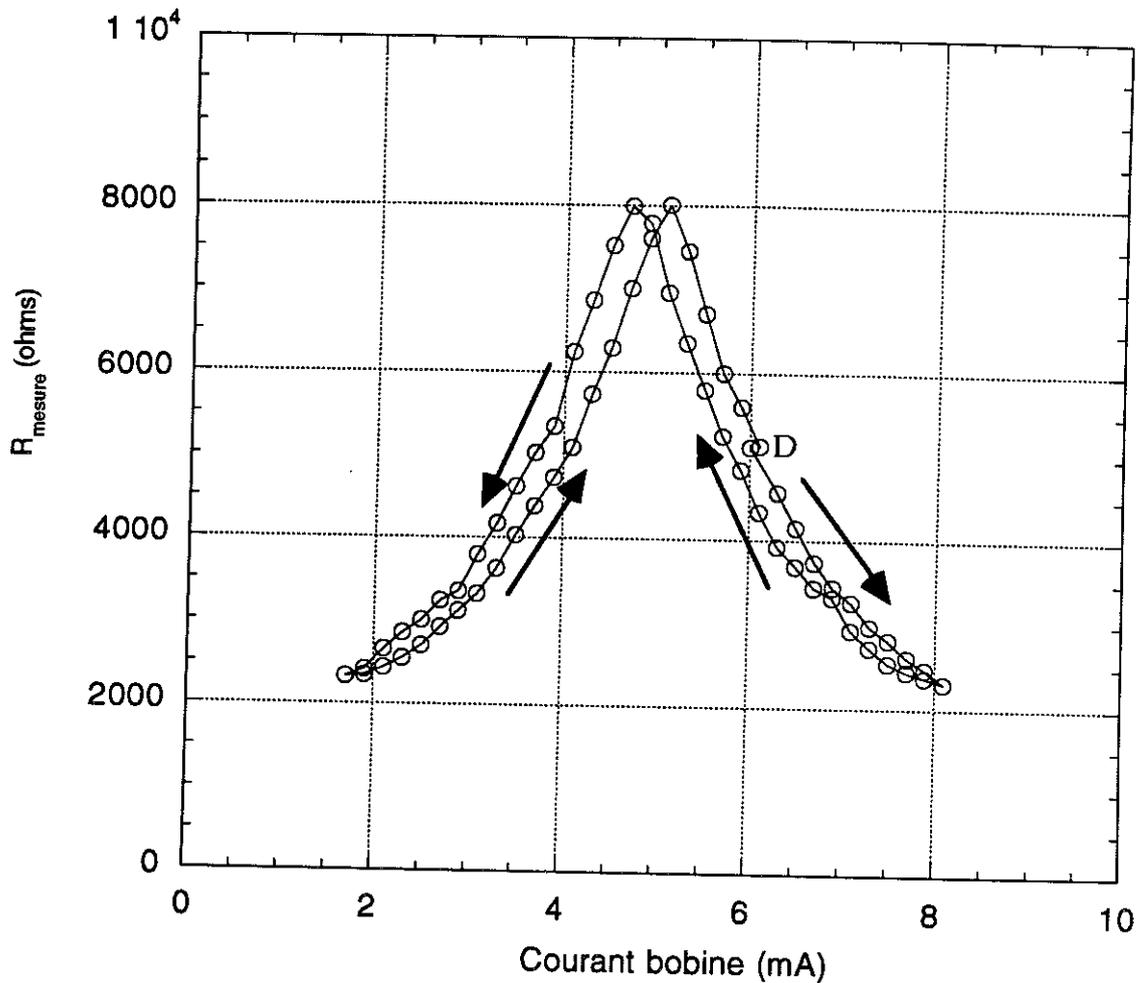
La seconde méthode de détermination du champ nul consiste à réaliser des expériences de refroidissement sous champ magnétique. On change le champ magnétique ambiant par le courant de la bobine, puis on réchauffe la jonction au dessus de la température de transition.

Pour éviter des mesures trop longues (réchauffage et refroidissement de toute la partie froide du cryostat), j'ai modifié quelque peu le dispositif de mesure :

J'ai relié thermiquement une résistance métal sur une plaque de cuivre. Cette plaque est collée au porte échantillon. On colle alors l'échantillon sur la plaque de cuivre. Les connections électriques avec les plots de contacts sont réalisés à la microsoudure. Ce dispositif permet de réchauffer la jonction avec un pulse de courant dans la résistance, en ne réchauffant que légèrement le cryostat.

La résistance de la résistance de fuite est mesuré avec une détection synchrone.

Les résultats présentés ici ont été réalisés sur un autre cryostat et une autre bobine de champ avec une jonction différente par rapport à la mesure de la figure IV.6.



**Figure IV.8** Résistance de fuite d'une jonction NIS en fonction du champ magnétique ambiant (courant dans la bobine de champ), à l'équilibre thermodynamique. les flèches indiquent le sens de balayage en champ. La lettre D indique le point de départ et d'arrivée du cycle de mesure.

Avec un refroidissement sous champ, on s'attend à obtenir une courbe sans hystérésis. En fait il persiste un certain hystérésis, malgré le chauffage. En fait, cet effet a aussi été remarqué par Wolfgang Wernsdorfer [23] lors de sa thèse, quand nous partagions le même cryostat. Ce faible hystérésis est dû aux parties supraconductrices du cryostat qui restent froide lors de la transition de notre échantillon ( soudure étain au niveau de la boîte de mélange qui forme un anneau supraconducteur).

On remarque bien la forte dépendance de la résistance de fuite en fonction du champ magnétique. Le point de champ nul est ici vers 4,8 mA.

Par curiosité, on peut essayer de modéliser quantitativement ces variations de résistance en fonction du champ magnétique ambiant :

Soit  $R_m$  la résistance de fuite mesurée.

Soit  $R_{nin}$  la résistance au dessus de la transition.

Soit  $R_f$  la résistance de fuite à champ nul.

Soit  $R_v$  la résistance de fuite due aux zones normales du supraconducteur.

On suppose que le coefficient de démagnétisation est strictement égale à 1. Le flux  $B_a S_p$  se retrouve entièrement sous forme de vortex.  $B_a$  est le champ ambiant et  $S_p$  est la surface du plan d'aluminium. On considère que l'effet est homogène sur la surface de la bande supraconductrice et l'on ne prend donc en compte que la surface de la jonction  $S_j$ . D'où l'on en déduit la relation :

$$B_a S_j = n \Phi_0 \quad (\text{IV.1.11})$$

où  $\Phi_0$  est le quantum de flux d'un vortex et  $n$  le nombre de vortex sur la surface de la jonction.

La mesure de la résistance est telle que :

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_v} \quad (\text{IV.1.12})$$

Soit  $S_v$  la surface à l'état normal d'un vortex.  $R_v$  suit les conditions :

Si  $n S_v = S_j$  alors  $R_v = R_{nin}$

Si  $n S_v = 0$  alors  $R_v = +\infty$

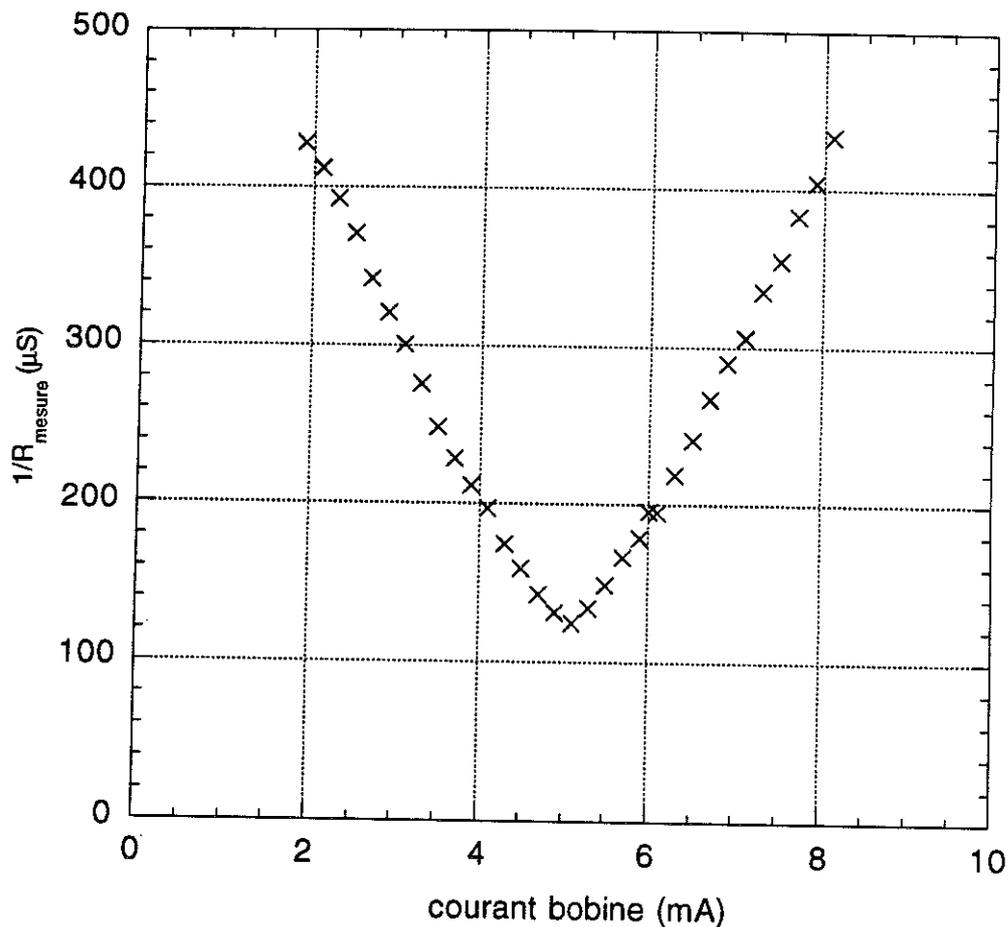
D'où l'on en déduit :

$$\frac{1}{R_v} = \frac{n S_v}{S_j R_{nin}} \quad (\text{IV.1.13})$$

En remplaçant la valeur de  $n$  de IV.1.11 dans IV.1.13 introduite dans IV.1.12, on obtient :

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_f} + \frac{Sv}{\Phi_0 R_{nin}} \quad \text{Ba} \quad (\text{IV.1.14})$$

On s'attend donc à une variation linéaire de la conductance mesurée en fonction du champ appliqué, avec un minimum pour  $R_m = R_f$ . Les mesures de la figure IV.7 présente l'inverse de la résistance de fuite en fonction du courant dans la bobine :



**Figure IV.9** Conductance de fuite mesurée en fonction du courant de la bobine à l'équilibre thermodynamique (refroidissement sous champ pour un cycle).

Les mesures reflètent bien qualitativement notre modèle.

Les fluctuations autour de la droite moyenne peuvent être dû à l'homogénéisation des vortex sur l'ensemble de la bande supraconductrice ( nous ne mesurons qu'une partie de la surface), ou bien à des fluctuations de pénétrations du flux dans la bande.

Une jonction NIS est donc capable de mesurer un champ magnétique. Avec une jonction de petite taille, il doit être possible de compter les vortex un à un lorsqu'il rentrent ou sortent au niveau de la jonction.

A chaque vortex est associé une surface normale  $S_V$ , laquelle peut être calculée connaissant le rapport de champ de la bobine,  $57 \cdot 10^{-4}$  T/A.

La pente de la courbe est évaluée à  $105 \mu\text{S}/\text{mA}$ , soit  $18,4$  S/T, qui est égale à la pente de notre modèle :

$$\frac{S_V}{\Phi_0 R_{\text{nin}}} = 18,4 \text{ S/T} \quad (\text{IV.1.15})$$

La résistance normale, mesurée à une température au dessus de la transition est de  $69$  mOhms. Cette valeur doit être corrigée en fonction de la résistance du métal normal ( voir f) de ce même chapitre). On évalue la résistance normale à  $250$  mOhms.

D'où l'on en déduit la surface d'un vortex :  $S_V = 9,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$

Cette surface équivaut à un rayon de  $540$  Angströms. La surface d'un vortex peut être évaluée comme un noyau de rayon  $\xi$ , longueur de cohérence du supraconducteur [8].

La valeur de la longueur de cohérence intrinsèque  $\xi_0$  de l'aluminium est de  $160 \cdot 10^{-8} \text{ m}$  [8].

Dans le cas où le supraconducteur à un faible libre parcours moyen, la relation suivante relie la longueur de cohérence avec la longueur de cohérence intrinsèque de Pippard :

$$\xi = (\xi_0 l)^{1/2} \quad (\text{IV. 1.16})$$

D'où l'on en déduit le libre parcours moyen  $l = 18$  Angströms.

Ce faible libre parcours moyen laisse supposer que l'aluminium s'est déposé sous forme de grains, mais la détermination de la valeur du gap par les courbes  $V(T)$  de la jonction n'infirmes pas cette supposition ( $\Delta$  de  $180 \mu\text{V}$ ).

La déduction de la résistance normale de la jonction joue un rôle important sur les mesures. Le travail sur des jonctions de petites tailles est nécessaire pour une confirmation de ces résultats.

### v) Conclusion sur les effets magnétiques.

Le champ magnétique influe grandement sur la qualité des jonctions tunnel NIS.

La présence du champ ambiant (champ terrestre) tend à diminuer la résistance de fuite d'un facteur dix. Il m'est arrivé souvent de mesurer une résistance de fuite de l'ordre de 10 ou 20 Ohms sous champ ambiant pour la voir augmenter vers 100 ou 300 Ohms après un réglage du champ. A ces valeurs de résistances de fuite, l'effet est encore plus important pour la jonction (voir g) de ce chapitre).

Les caractéristiques magnétiques d'un supraconducteur peuvent être mesurées avec une jonction NIS. En plus de la détermination du gap couramment réalisée avec des jonctions NIS, il est possible de déterminer la longueur de cohérence et la profondeur de pénétration du supraconducteur.

La déduction de la longueur de cohérence montre que le libre parcours moyen est faible, mais n'est pas confirmé par la valeur du gap. On peut supposer que cette longueur déduite est donc une longueur efficace. Après leur passage par effet tunnel dans les vortex, les électrons doivent se condenser en paires de Cooper pour pénétrer dans le supraconducteur par réflexion d'Andreev. Il est possible dans ce cas, que cette réflexion provoquent une accumulation de charges au niveau des vortex.

Des mesures complémentaires sont nécessaire pour examiner l'ensemble de ces effets.

Notamment, on peut imaginer plusieurs jonctions sur le même échantillon afin de différencier les effets de pénétration du flux aux bords du supraconducteur et les effets au centre [24].

De ces mesures, on remarquera donc l'importance des microscopes à effet tunnel pour l'étude des structures magnétiques dans un supraconducteur.

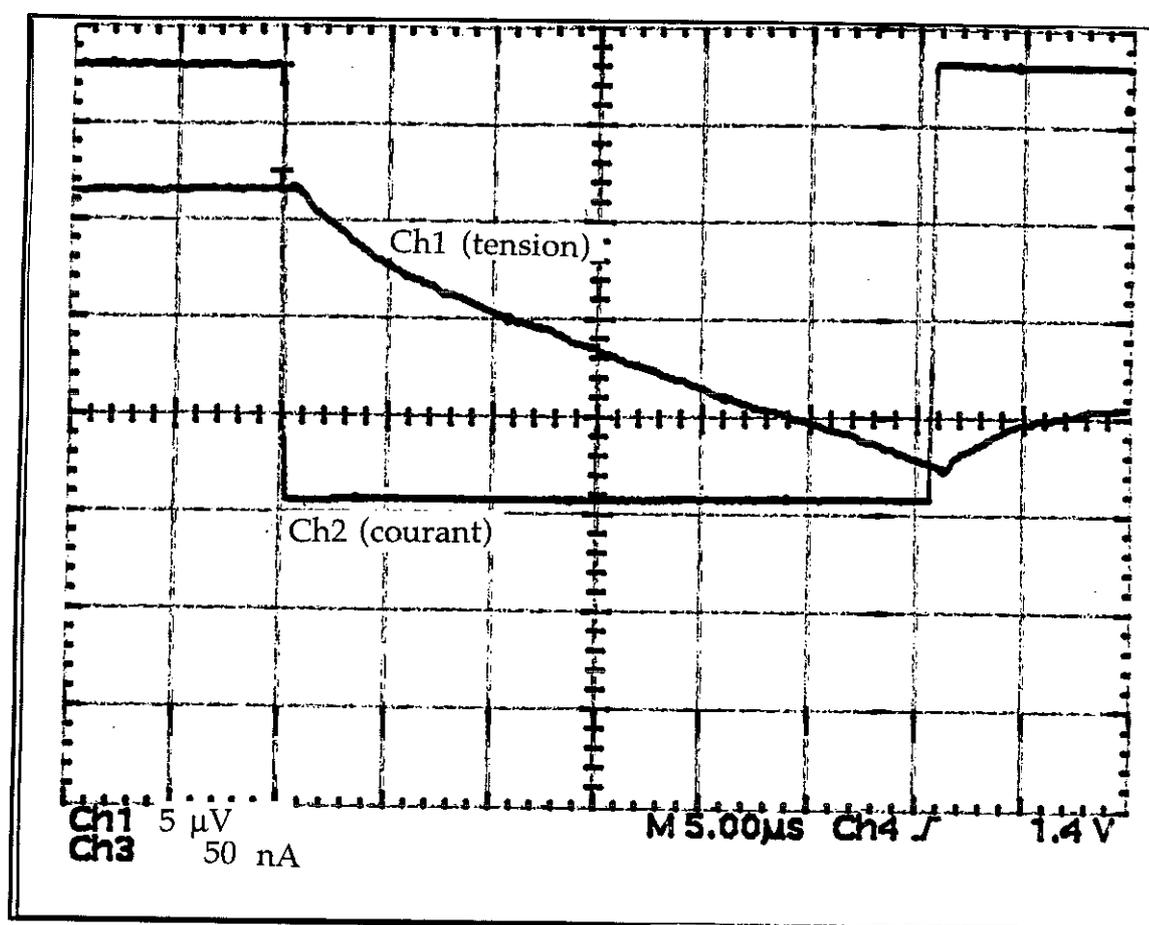
### **d) Mesure de la capacité électrique d'une jonction NIS.**

Une jonction tunnel étant deux conducteurs séparés par un isolant, elle peut être vu sous la forme d'une capacité électrique. La mesure de cette capacité, reliée avec la résistance dynamique de la jonction, est un élément important pour déterminer la constante de temps électrique d'une jonction, où encore sa capacité à mesurer une variation de température dans un temps donné.

A basses température et à faible tension, les électrons du métal normal sont bloqués par la gap du supraconducteur. Si on ne tient pas compte de la résistance de fuite, une faible tension ne produira pas de courant au sein de la jonction. On utilise cette propriété pour mesurer la capacité de la jonction.

Un saut de courant de faible valeur, pour que la tension demeure faible, permet à partir de la mesure de la réponse  $V(t)$  de la jonction, de calculer la capacité électrique par la formule simple :

$$I = C \, dV/dt \quad (\text{IV.1.17})$$



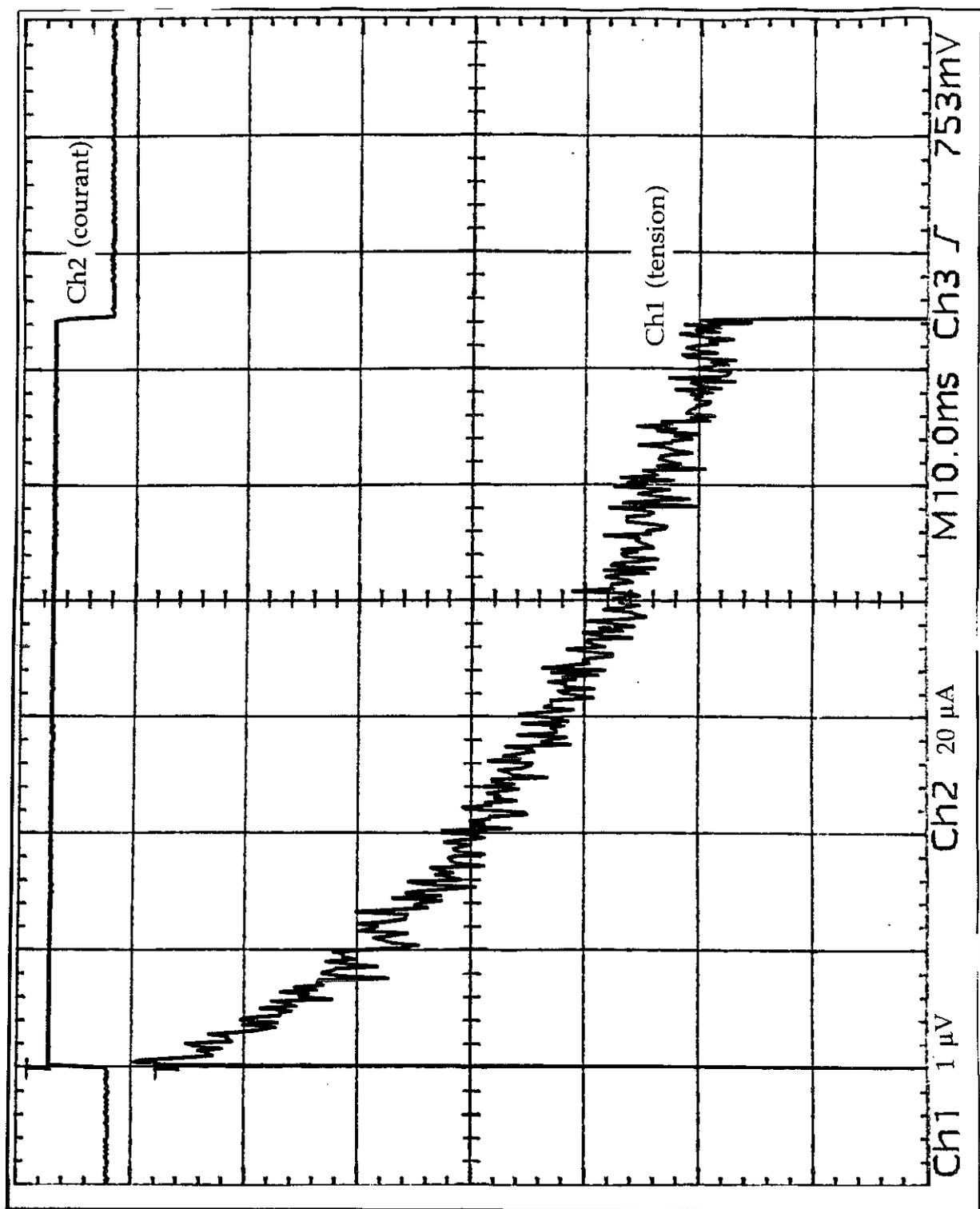
**Figure IV.10** Courbe de variation de la tension en fonction du temps pour un saut de courant faible. La linéarité de la courbe  $V(t)$  représente l'effet capacitif.

Sur l'exemple de la figure précédente, le courant de polarisation est de 220 nA. La pente de la droite est  $dV/dt = 0,36 \text{ V/s}$ . La capacité électrique de la jonction est donc ici de  $0,61 \mu\text{F}$ .

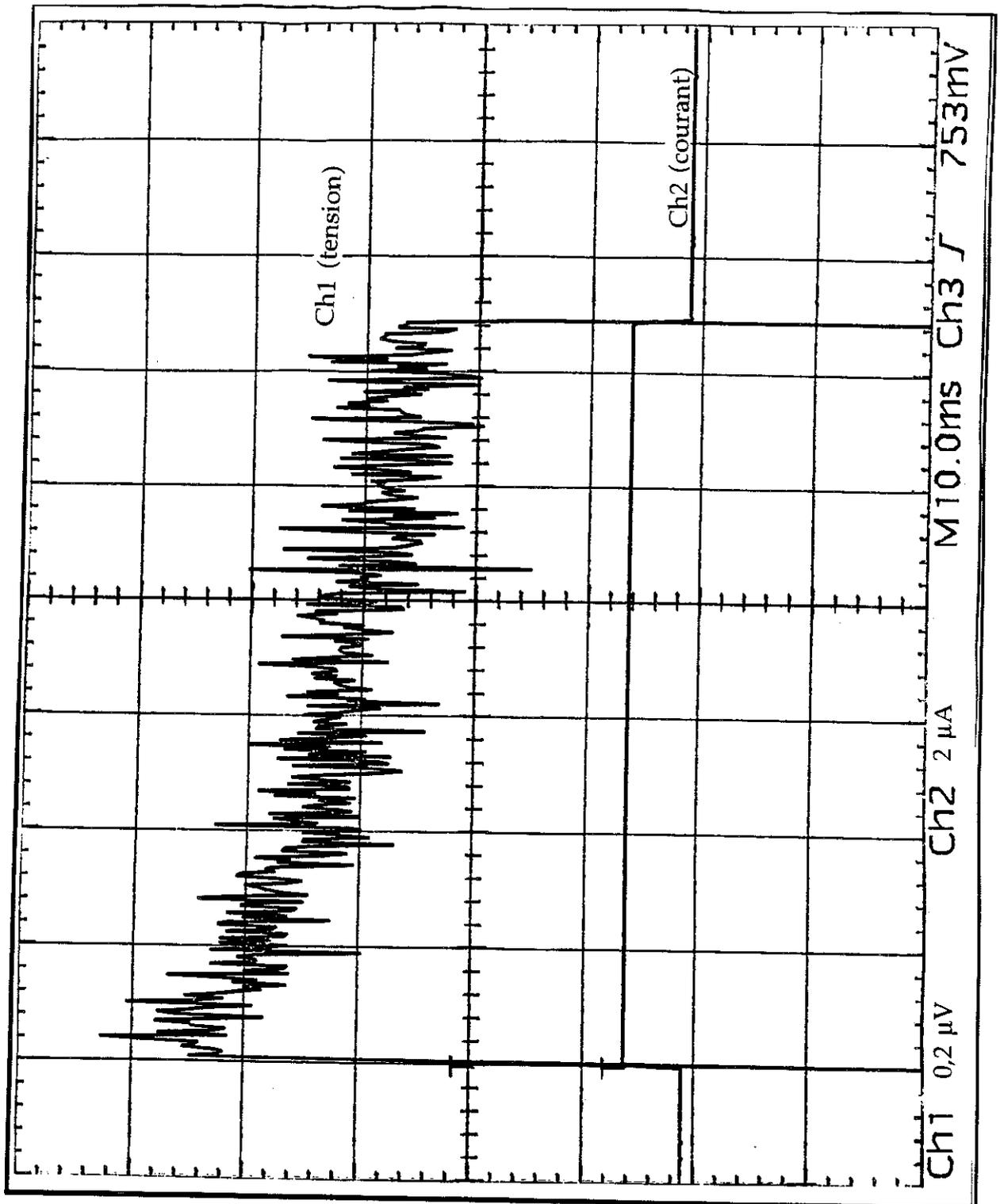
La capacité des fils d'amené de courant est de mesure est négligée, car de l'ordre de 100 pF.

**e) Mesure du chauffage résultant du courant de mesure.**

On a examiné dans le chapitre théorique les effets du passage par effet tunnel et de la tension mesurée. On en a conclu que la dissipation de chaleur  $P=UI$  du au courant injecté au sein de la jonction et à la tension résultante ne s'effectuait pas au niveau de la jonction elle-même, mais dépendait de la durée de vie des électrons ayant traversé avant leur thermalisation au milieu. Cet effet peut être visualisé sur une jonction tunnel, par un saut de courant lors d'une polarisation à tension importante, lorsque l'effet tunnel permet de mesurer une température. Sur les deux courbes suivantes, une baisse de la tension provoque une augmentation de la température.



**Figure IV.11** Variation de la tension en fonction du temps aux bornes d'une jonction pour un saut de courant de  $10\mu\text{A}$ , à  $T=76\text{mK}$ .



**Figure IV.12** Variation de la tension en fonction du temps pour un saut de courant de  $1\mu\text{A}$ .  $T=76\text{mK}$ . La jonction est la même que celle utilisée pour la figure précédente.

La diminution de la tension en fonction du temps est la signature d'un accroissement de la température. Les constantes de temps mises en jeu ici sont

importante de l'ordre de la milliseconde, car ce chauffage concerne l'ensemble de l'échantillon.

Entre les deux figures ci-dessus, l'affaiblissement de la tension est plus faible pour un courant de  $1\mu\text{A}$  que pour un courant de  $10\mu\text{A}$ . Il y a un facteur 10 de puissance dissipée car les tensions sont sensiblement identiques, de la valeur du gap.

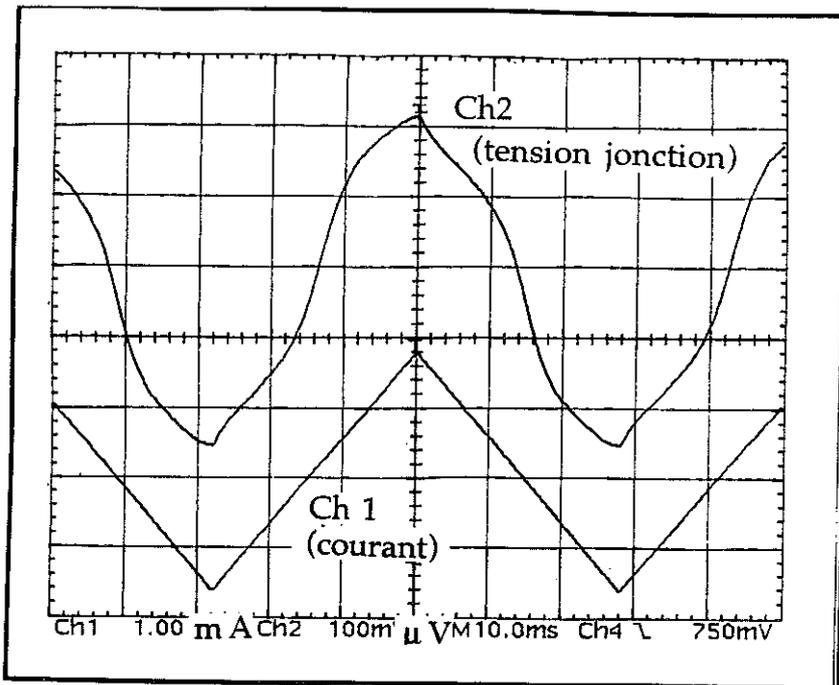
Pour ces mesures la jonction tunnel n'est thermalisée sur le cryostat que par les fils d'aluminium (supraconducteurs, donc peu conducteur de chaleur) et par le substrat de silicium, lui-même collé sur le porte échantillon. Cette constante de temps représente donc le chauffage de tout l'échantillon, jusqu'à l'équilibre thermique telle que la puissance électrique  $UI$  dissipée soit égale à la puissance thermique évacuée.

Cette constante de temps peut être dominée par l'échantillon où par la résistance de Kapitza due à la colle. En fait, on montre facilement que lors d'une thermalisation de la jonction (thermalisation du substrat et de la bande métallique normal de la jonction par de la laque argent), cette accroissement est bien plus faible, voire même inexistant. Ce qui prouve que c'est la frontière échantillon-colle-porte échantillon qui domine ici.

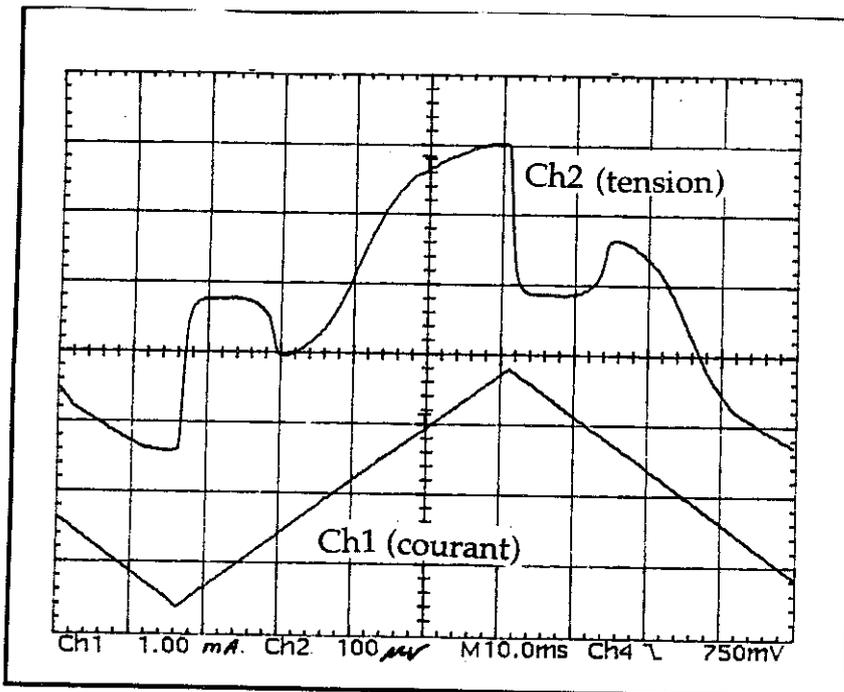
En réalisant une dissipation de chaleur par la bande métallique, sous la forme d'effet Joule, j'ai mesuré qu'à une même valeur  $UI$ , le chauffage est identique. Les quasiparticules se thermalisent ainsi sur une distance inférieure au centimètre.

Il est à noter que cette méthode pourrait servir à regarder les effets de recombinaison des quasiparticules dans un supraconducteur avec une disposition géométrique simple mais plus appropriée.

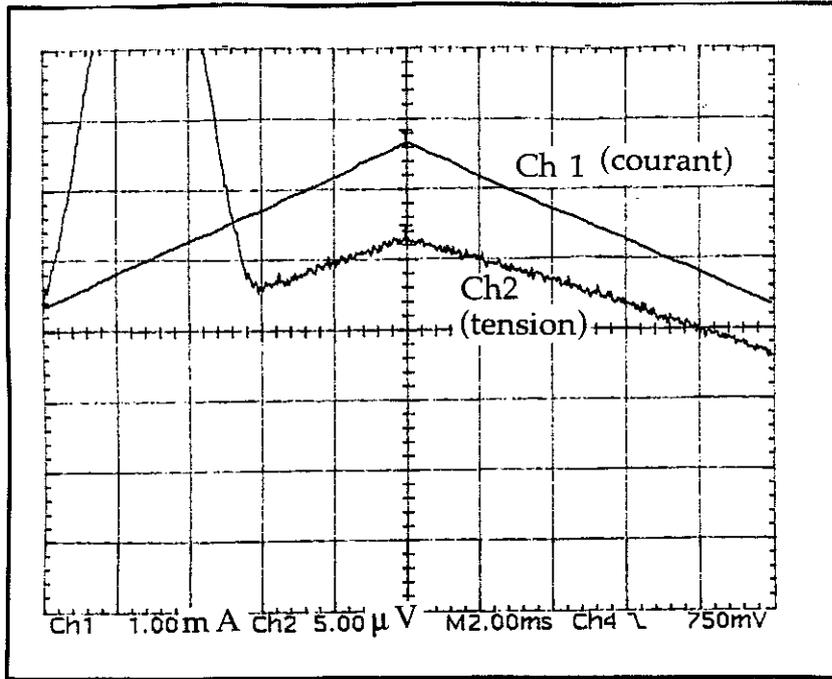
Ce chauffage peut être tel que la jonction atteint une température supérieure à la température critique de l'aluminium. Les courbes suivantes illustrent cet effet. Les mesures sont réalisées avec une jonction de faible résistance de fuite, différente de la jonction utilisée pour établir les courbes précédentes.



**Figure IV.13** Variation en fonction du courant de la tension aux bornes d'une jonction NIS.



**Figure IV.14** Pour la même jonction, aux mêmes courants que précédemment. La fréquence de balayage du courant est maintenant plus faible. La chute de tension représente la transition du supraconducteur (Aluminium).



**Figure IV.15** détail de la caractéristique de la tension après une chute de tension à fort courant. La réponse linéaire en fonction du courant illustre bien l'effet de la transition du supraconducteur. La jonction se transforme en jonction NIN.

De l'ensemble de ces figures, on remarque bien les effets extrêmes possible du chauffage par le courant de polarisation. On peut également remarquer un effet intéressant du à la fréquence nécessaire pour obtenir la transition. L'effet du chauffage n'est donc pas un effet local mais global, incluant l'ensemble de l'échantillon. On peut se ramener à deux hypothèses :

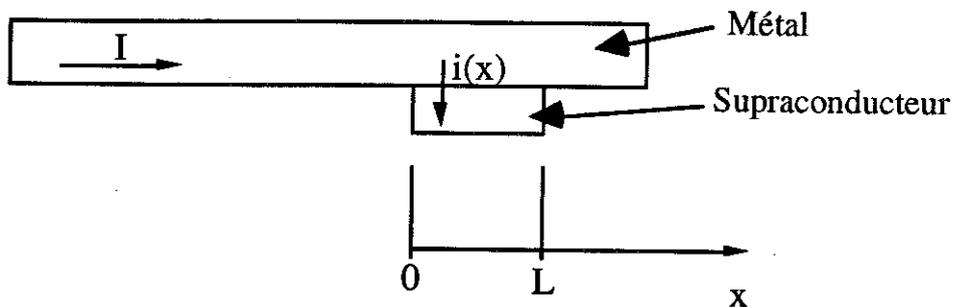
- Soit la chaleur est dissipée loin de la jonction, et il faut donc attendre un temps long de thermalisation,

- Soit la chaleur est dissipée localement, mais la liaison thermique entre la jonction et le substrat est importante, ce qui nécessite de chauffer l'ensemble de l'échantillon.

On verra au chapitre IV.2 que la seconde hypothèse est la bonne, à cause d'une bonne liaison thermique entre la jonction et le substrat.

### f) Effet du métal normal sur la mesure de tension

Je me pose la question suivante. Lors de la mesure de la tension aux bornes de la jonction, l'effet de la résistivité du métal normal influence t-elle la mesure? En effet, le courant arrive perpendiculairement au courant tunnel à travers la jonction, comme le décrit le schéma ci-dessous :



**Figure IV.16** Schéma de l'écoulement du courant dans la jonction.

Pour le supraconducteur, la question ne se pose pas. En effet, il n'y a pas de différence de tension en son sein, seule la bande métallique peut provoquer une distribution non uniforme de la tension.

L'annexe 8 présente le calcul détaillé du calcul de la différence de tension dans le métal normal entre les deux extrémités ( entre l'abscisse 0 et l'abscisse L).

La mesure de la tension, considérant le supraconducteur à la masse, nous donne la valeur :

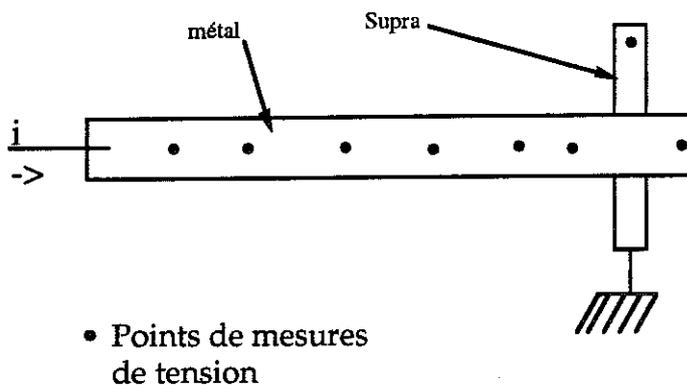
$$V(L) = I \sqrt{R_j R_m} \frac{1}{\text{Sh}\left(\sqrt{\frac{R_m}{R_j}}\right)} \quad (\text{A.8.15})$$

Où  $I$  est le courant d'alimentation,  $R_j$  est la résistance apparente de la jonction tunnel, et  $R_m$  la résistance parallèle à l'écoulement du courant dans le métal de la bande métallique sur une longueur égale à la longueur  $L$  de la jonction .

La différence de tension sur les bornes de la bande métallique est :

$$\Delta V = V(0) - V(L) = I \sqrt{R_j R_m} \frac{\text{Ch}\left(\sqrt{\frac{R_m}{R_j}}\right) - 1}{\text{Sh}\left(\sqrt{\frac{R_m}{R_j}}\right)} \quad (\text{A.8.16})$$

Une expérience simple permet de visualiser la variation de tension au sein de la jonction. Pour cela, on fabrique une jonction tunnel avec une bande métallique dépassant largement d'un côté de la jonction :

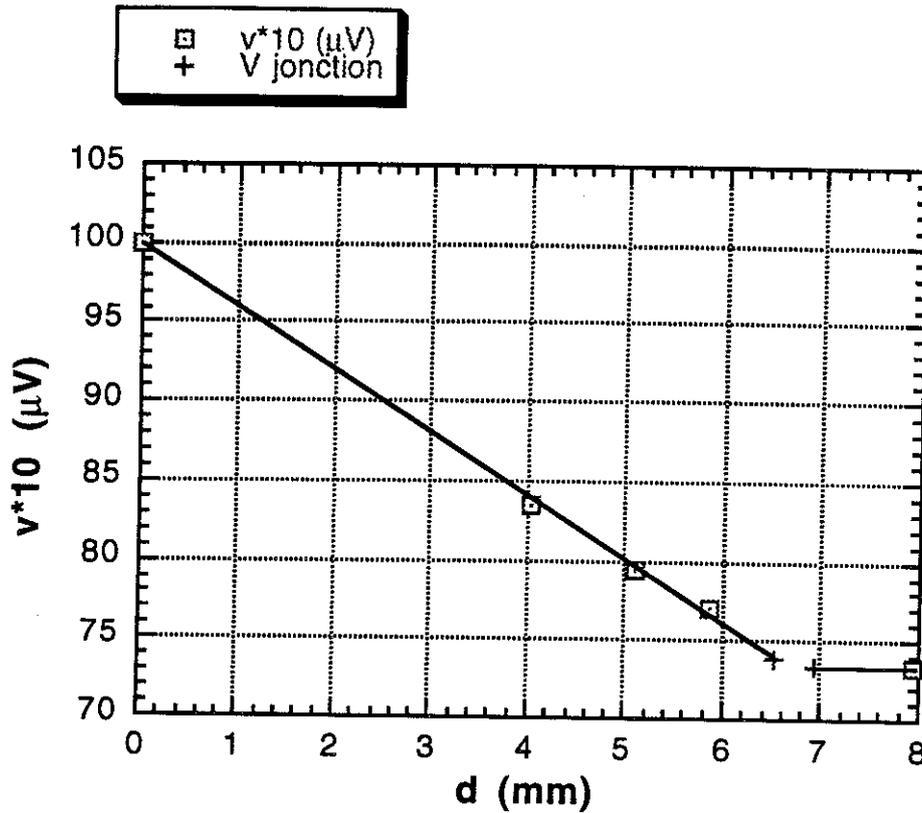


**Figure IV.17** Schéma de l'expérience de mesure de la différence de tension au sein d'une jonction tunnel NIS.

La bande de métal est en or (1000 Angströms), avec une couche d'accrochage de titane de 75 Angströms. Sur les points de mesures de tension, j'ai microsoudé des fils d'aluminium de 33 $\mu\text{m}$ . Les mesures sont réalisées en dessous de la température de transition de l'aluminium afin d'avoir une tension constante de ce côté ci de la jonction.

L'ensemble des points de mesures à gauche de la jonction permet de déterminer la tension sur sa borne gauche par extrapolation linéaire. Une expérience nous donne les résultats suivant :

Les mesures sont réalisées avec une détection synchrone, par mesures différentielle de tension entre deux points.



**Figure IV.18** Résultats expérimentaux de la mesure d'une tension en différents points de la bande métallique par rapport à une origine fixe. Courant d'alimentation :  $2\mu\text{A}$ . Température du cryostat: environ  $100\text{ mK}$ .

L'origine des abscisses a été choisie de telle façon que le premier point soit à  $10\mu\text{V}$ . Les croix de la figure IV.9 représentent les tensions aux extrémas de la partie métallique de la jonction, déduites des mesures.

La mesure de la tension aux bornes de la jonction est de  $34,2\mu\text{V}$ .

La différence de tension déduite des mesures est de  $0,0614\mu\text{V}$ , valeur faible devant  $34,2\mu\text{V}$ , que l'on peut comparer, en calculant la résistivité de la bande métallique et la résistance  $R_m$  de la jonction:

$$\rho_0 = 1,96 \cdot 10^{-8} \text{ Ohms.m (quasiment équivalente à l'ambiante).}$$

$$R_m = 0,0779 \text{ Ohms.}$$

$$\text{D'où, d'après (A.8.18)} \quad \Delta V = I \frac{R_m}{2} = 0,0779 \mu\text{V}$$

Cette valeur est très proche de celle déduite des mesures, ce qui montre que notre approximation est bonne.

D'une manière générale, il suffit que la longueur parallèle à l'écoulement du courant sur la partie normale soit faible devant sa longueur perpendiculaire pour ne pas avoir de différence de tension de l'ordre de la tension mesurée, même pour de faibles tensions.

Bien sur, il n'est pas possible de mesurer la résistivité de la bande métallique à chaque dépôt. Pour cela, considérant que la qualité de dépôt de l'or ne varie pas à chaque dépôt, j'ai réalisé sur un même échantillon quelques bandes d'or d'épaisseur variables pour avoir des ordres de grandeurs quelque soit l'épaisseur déposée (voir chapitre IV.2).

Le problème montré ici est donc la mesure de résistance tunnel faible, notamment près de la température de transition, lorsqu'on désire connaître la résistance normale de la jonction.

Prenons un exemple d'une résistance normale connue, que l'on pose égale à 100 mOhms. La jonction est supposée être une bande métallique de 1200 Angströms d'épaisseur, de largeur au sens du courant de 1mm, et de 0,2 mm de longueur.

On veut mesurer un signal d'environ  $10\mu\text{V}$  pour être précis dans la mesure. Ce qui conduit à prendre un courant d'alimentation de  $100\mu\text{A}$ .

La valeur lue sur la détection synchrone, avec un tel courant, sera de  $3,51\mu\text{V}$ . D'où l'on en déduira, si l'on ne fait pas attention, à une résistance normale de 35 mOhms, soit un facteur d'erreur de 2,8. Ceci induit les différences de détermination de la résistance normale, suivant les méthodes utilisées pour la mesure.

### g) Conclusion sur les caractéristiques statiques.

Une jonction tunnel NIS est donc un système permettant de mesurer une température électronique, fonction du courant et de la tension à ses bornes. C'est un système électronique non linéaire, dépendant de variables secondaires comme la résistivité, le champ magnétique, d'une résistance de fuite ou de sa capacité électrique.

L'influence de ces variables secondaires dépend de la qualité de fabrication de la jonction (capacité, résistance de fuite) ou de la mesure (résistivité). L'effet du champ magnétique peut être éliminé par annulation de celui-ci.

En dehors de ces effets, une jonction tunnel NIS est bien déterminée dans certaines plages de température par une relation simple, celle ci permet de dégager alors les caractéristiques principale pour un mode de fonctionnement en température variable :

Une jonction tunnel suit convenablement, dans certaines plages de températures et de courant, la relation simplifiée

$$eV = \Delta + kT \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{IV.1.18})$$

avec

$$I_0 = \Delta / (e R_{\text{nin}}) \quad (\text{IV.1.19})$$

De cette relation, on peut en déduire deux paramètres très important :  
Tout d'abord la sensibilité en température

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{k}{e} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{IV.1.20})$$

dépendant du rapport  $I/I_0 = I e R_{\text{nin}} / \Delta$

Pour la courbe présenté en d), nous avons  $\frac{\partial V}{\partial T} = -0,81\mu\text{V}/\text{mK}$  pour 15,4 nA jusqu'à  $0,47\mu\text{V}/\text{mK}$  pour 1 $\mu\text{A}$ . On remarquera que la sensibilité, grâce au logarithme, ne varie pas énormément avec le courant.

Ensuite la résistance dynamique, importante pour l'amplification du signal :

$$\frac{\partial V}{\partial I} = \frac{k T}{e} \frac{1}{I} \quad (\text{IV.1.21})$$

Il faut remarquer ici que cette valeur est indépendante des paramètres géométriques de la jonction. Cette valeur est égale à 8,6 Ohms. $\mu$ A à 100 mK. L'impédance de ce système est faible, on peut donc envisager l'utilisation d'amplificateurs bas bruit pour faibles impédances, ou encore installer un transformateur à froid.

A cela, il faut rajouter la capacité électrique de la jonction pour obtenir la constante de temps électrique

$$\tau_{\text{elec}} = C \frac{\partial V}{\partial I} = C \frac{k T}{e} \frac{1}{I} \quad (\text{IV.1.22})$$

Ainsi, une sensibilité meilleure sera atteinte avec des petits courant, mais ceci se fait au détriment de la vitesse de réaction de la jonction.

Obtenir une sensibilité élevée avec un courant de mesure élevé n'est possible que si l'on agit sur l'épaisseur d'oxyde. En effet, supposons une fabrication de jonction à épaisseur d'oxyde constante. On ne pouvant agir que sur la surface de la jonction.

$R_{\text{nin}}$  est la résistance tunnel, proportionnelle à l'inverse de la surface de la jonction, soit

$$R_{\text{nin}} = R_0 / S \quad (\text{IV.1.23})$$

où  $S$  est la surface de la jonction.

$C$  est la capacité de la jonction, proportionnelle à la surface de celle ci :

$$C = C_0 S \quad (\text{IV.1.24})$$

Se donner une constante de temps électrique  $\tau_{\text{elec}}$  à une température donnée, c'est ce donner une densité de courant tel que :

$$I/S = \frac{C_0 k T}{e \tau_{\text{elec}}} \quad (\text{IV.1.25})$$

La sensibilité est :

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{k}{e} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{k}{e} \ln(I e R_{nin} / \Delta) = \frac{k}{e} \ln(I/S e R_0 / \Delta) \quad (\text{IV.1.26})$$

La sensibilité est donc fixée, dans la limite où la valeur  $I/S$  et  $R_0 / \Delta$  reste dans les plages de variation linéaire (notamment,  $I/S$  et  $R_0 / \Delta \ll 1$ ).

Mais comme  $R_0$  est représentatif de la probabilité tunnel, elle varie de façon inverse à cette probabilité, elle est exponentiellement dépendante de l'épaisseur d'oxyde, tandis que la constante de temps électrique dépend de l'inverse de cette épaisseur. Ainsi, la maîtrise de la qualité de l'oxyde doit permettre d'augmenter la sensibilité en conservant une rapidité donnée.

La résistance de fuite agit comme un court-circuit à l'effet tunnel. Cet effet se traduit par une perte de sensibilité si le courant de fuite devient trop important. On peut définir grossièrement quel est le rapport de la résistance de fuite sur la résistance normale à atteindre pour obtenir une sensibilité correcte.

Soit  $x$  la sensibilité souhaitée en  $\mu\text{V}/\text{mK}$ . L'effet de la résistance de fuite sera nulle si le courant de polarisation est telle que

$$I = y \frac{\Delta}{e R_f} \quad (\text{IV.1.27})$$

où  $y$  représente le facteur de résistance entre l'effet tunnel et le courant de fuite (la tension aux bornes de la jonction est environ la tension du gap à froid). un  $y$  de 5 ou 10 représentera un courant de fuite de l'ordre du dixième ou du cinquième du courant de polarisation. D'après la relation (IV.1.15) et (IV.1.13), en faisant apparaître la résistance normale de la jonction, on obtient la condition

$$\frac{R_f}{R_{nin}} = y \exp(x \cdot 10^{-3} e/k) \quad (\text{IV.1.28})$$

Le tableau ci-dessous illustre les résultats de ce calcul pour diverses sensibilités voulues, pour une valeur de  $y = 5$ :

Sensibilité ( $\mu\text{V}/\text{mK}$ )	$R_f/R_{\text{nin}}$
0,5	$1,7 \cdot 10^3$
0,8	$54 \cdot 10^3$
1	$0,55 \cdot 10^6$
1,7	$1,9 \cdot 10^9$

**Tableau IV.1** Conditions à respecter sur le rapport des résistances normale et de fuite pour obtenir une sensibilité donnée, avec un courant de fuite égale au cinquième du courant de polarisation.

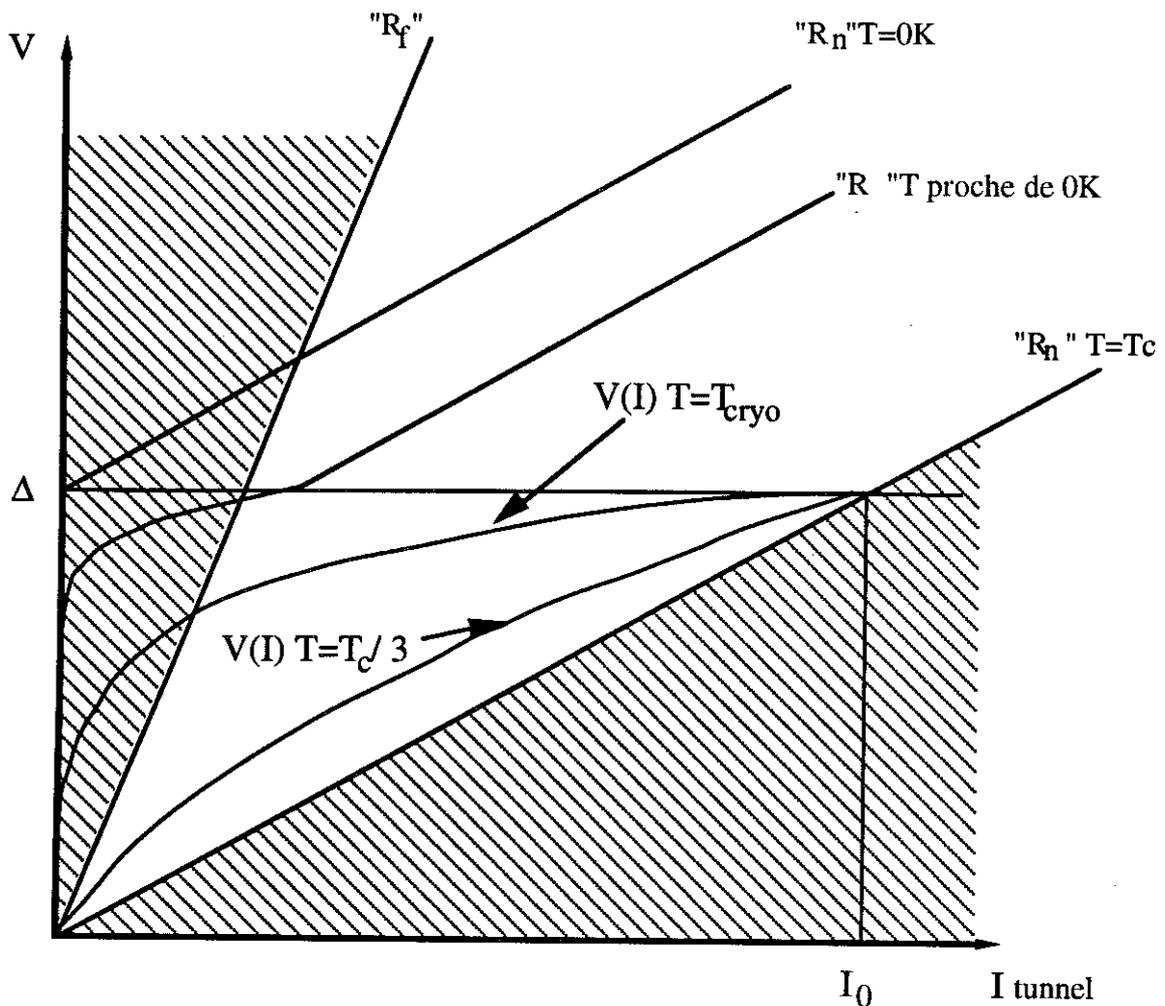
On remarque qu'il ne sera pas possible d'obtenir une sensibilité de  $2\mu\text{V}/\text{mK}$ , car le rapport des résistance de fuite ne pourra pas être supérieur à la condition du courant de paires, de l'ordre de  $10^7$ .

Néanmoins, rien n'empêche d'utiliser deux jonction NIS en série ayant la même partie normale, de façon à doubler la sensibilité. Dans ce cas, la résistance dynamique est doublée, mais la capacité est divisée par deux, d'où une constante de temps électrique inchangée. Cette possibilité doit être conservée à l'esprit car elle est très intéressante.

Il est ainsi possible de multiplier les jonctions en séries. Dans ce cas, on se trouve en présence de plusieurs parties normales non connectées électriquement entre-elles, donc faiblement connectées thermiquement. Il faut aussi remarquer que multiplier les jonctions en séries multiplie d'autant la puissance dissipée à un même courant. On remarque bien ici la manière de fonctionnement des jonctions NIS, laissant de grandes potentialités d'utilisation, mais toujours sous la menace d'un terme indésirable.

En dehors de ces critères de fabrication, le choix d'un courant de polarisation sera un compromis entre rapidité de mesure et précision, suivant les conditions voulues d'utilisation.

On peut tenter de résumer une jonction NIS par un schéma simple et descriptif : Ce schéma est présenté en deux dimensions, fonction en abscisse du courant tunnel, courant traversant la jonction par effet tunnel. L'ordonnée est la tension au bornes de la jonction (tension supposant les effet de la résistivité métallique comme négligeable).



**Figure IV.19** Schéma électrique global d'une jonction tunnel NIS.

Les courbes  $V(I)$  représentent la caractéristique de la jonction, considérant la résistance de fuite comme infinie.

Les températures respectives sont la température froide du cryostat ( $T_{\text{cryo}}$ ) et le tiers de la température de transition du supraconducteur ( $T_c/3$ ). Au dessus de cette température, le gap n'est plus constant en fonction de la température.

Au dessus de  $I=I_0$ , les caractéristiques sont linéaires et suivent la courbe " $R_n$ ", courbe représentant la caractéristique d'une résistance égale à la résistance normale de la jonction. Le courant minimum de changement de la caractéristique dépend fortement de la température quand celle ci tend vers zéro.

Les zones hachurées représentent des zones interdites des couples  $(I,V)$ .

Traçant les vraies caractéristiques sur un tel dessin, on peut facilement trouver le point où la sensibilité est maximale, et donc en déduire le courant d'alimentation de la jonction. Sur le dessin, c'est le courant tunnel qui est en abscisse. Pour connaître le

courant d'alimentation, il faut calculer, au courant  $I_t$  tunnel souhaité, la tension correspondante. Le courant d'alimentation sera donc :

$$I_a = I_t + V/R_f \quad (\text{IV.1.29})$$

Ainsi, la variation en température à courant d'alimentation constant ne sera pas une droite parallèle aux ordonnées, mais une courbe incurvée sur la droite, dépendant de la valeur de  $R_f$ .

Si l'on se donne une constante de temps maximale  $\tau_{el \max}$  à ne pas dépasser, on peut également calculer une portion de droite sur le graphique, telle que :

$$I_{\min} = C \frac{k T}{e \tau_{el \max}} \quad (\text{IV.1.30})$$

où  $I_{\min}$  représente la valeur minimale du courant de polarisation à la température  $T$ .

Expérimentalement, le tracé des courbes n'est pas difficile. Néanmoins, l'abscisse sera dans ce cas le courant d'alimentation. Le choix de placer ici le courant tunnel en abscisse permet ici de séparer les effets de chaque terme.

## 2) Mesures thermiques

Après la mesure de la température, l'écoulement de la chaleur est le second processus important d'un bolomètre. Pour l'application à la rétrodiffusion Rutherford, cet effet est important pour atteindre un taux de comptage de 1000 cps/sec.

L'utilisation d'un métal, bon conducteur de chaleur, laisse présager que ce taux peut être atteint sans difficultés. En fait, j'ai commencé mon travail sans vraiment me soucier de cet effet, ne pensant à tort que le transfert de chaleur se ferait bien plus rapidement à travers la bande métallique qu'à travers le substrat. Ce chapitre montre ainsi l'importance de l'écoulement de chaleur à travers le substrat dans les géométries que nous avons choisies au départ, à savoir des échelles de l'ordre du centimètre.

### a) Conductivité thermique et conductivité électrique.

#### i) Relation de Wiedemann-Franz.

Le calcul de la conductivité thermique à partir de la mesure de la conductivité électrique est basé sur la relation de Wiedemann-Franz. Dans un métal, la conductivité thermique liée aux électrons, qui dominent à basses température, est fonction du libre parcours moyen des électrons  $l$  par [8] :

$$K_{el} = \frac{\pi^2 n k_B^2 T l}{3 m v_f} \quad (\text{IV.2.1})$$

où  $n$  est la densité d'électrons,  $m$  leur masse et  $v_f$  la vitesse de Fermi.

De même, la conductivité électrique est relié à un libre parcours moyen  $l'$  tel que:

$$\sigma = \frac{n e^2 l'}{m v_f} \quad (\text{IV.2.2})$$

avec les mêmes notations.

Les porteurs étant identiques, on peut considérer à juste titre que les libres parcours moyens sont les mêmes. Le rapport de la conductivité thermique sur la conductivité électrique donne la loi de Wiedemann-Franz [8]:

$$\frac{\kappa}{\sigma} = L T \quad (\text{IV.2.3})$$

Où T est la température, et L le nombre de Lorentz  $L = \frac{\pi^2 k_B^2}{3 e} = 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\Omega/\text{K}$ .

Ainsi, une mesure de la résistivité électrique permet de connaître la conductivité thermique. En fait, pour les cristaux purs de grandes dimensions à froid, le nombre de Lorentz tend à diminuer, à cause du découplage des libres parcours moyens. Ceci n'est pas le cas pour les couches minces où le libre parcours moyen est souvent limité par les dimensions du système.

### ii) Mesure de résistivité.

À basses températures, le libre parcours moyen des électrons peut être fortement influencé dans les couches minces. Ce libre parcours influence sur la résistivité, il est donc nécessaire de la mesurer pour nos dépôts.

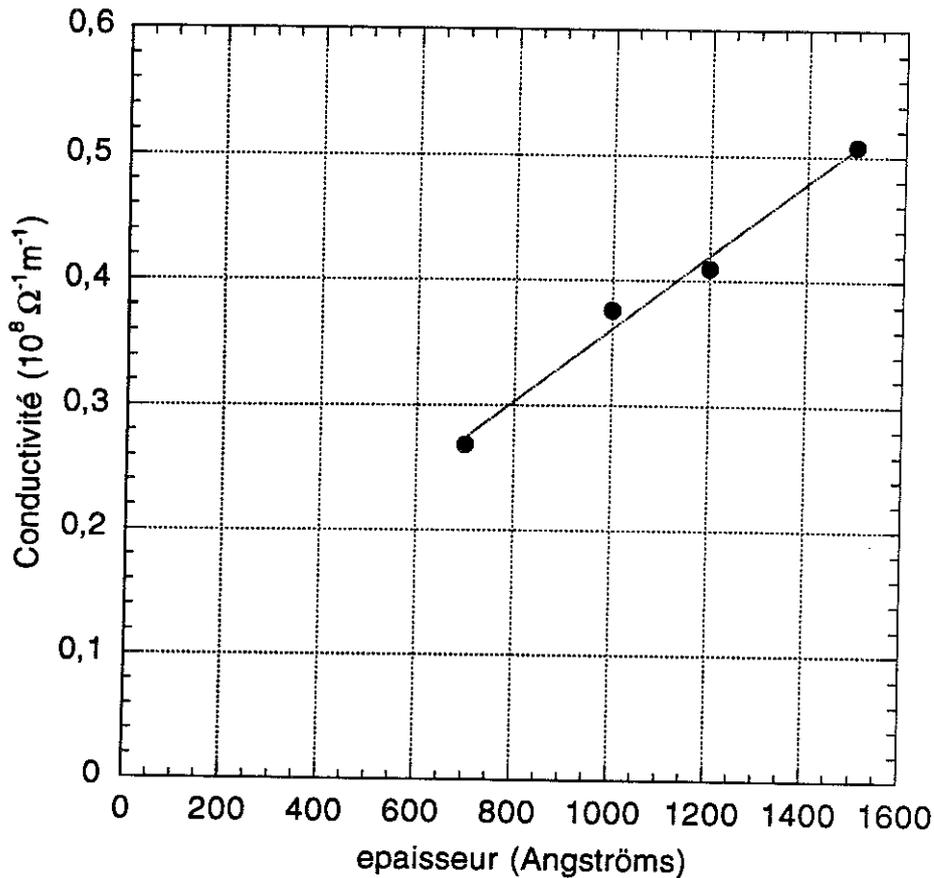
J'ai réalisé des bandes d'or d'épaisseurs variables (70, 100, 120 et 150 nm).

Les mesures sont réalisées en quatre fils à froid ( $T = 100\text{mK}$ ) à partir d'une détection synchrone. J'ai vérifié que la température n'influencait pas les mesures à froid.

La résistivité est calculée de manière classique, en partant de la relation (IV.2.4) :

$$R = \frac{\rho l}{S} \quad (\text{IV.2.4})$$

La figure suivante illustre les résultats obtenus de la conductivité électrique en fonction de l'épaisseur de la bande métallique.



**Figure IV.20** Conductivité électrique en fonction de l'épaisseur pour une bande métallique d'or déposé par évaporation (avec couche d'accroche de titane de 50 Angströms non comptée ici).

La variation de la conductivité électrique en fonction de l'épaisseur est bien visible. Le libre parcours moyen des électrons est donc fonction de cette épaisseur.

Ces valeurs sont dans l'ordre de grandeur de la conductivité électriques à l'ambiante pour de l'or ( $0,45 \cdot 10^8 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ) [25]. On considère donc que le nombre de Lorentz reste inchangé.

Les conductivités thermiques peuvent donc être évaluées pour ces valeurs par (IV.2.3). on obtient des valeurs comprises entre 0,6 T et 1,2 T (W/mK).

Il faut noter ici que pour nos constantes de temps thermiques, si ces valeurs s'avèrent vérifiées par la mesure, nous pourrions tout à loisir choisir la conductivité thermique pour le dimensionnement des bolomètres.

## b) Mesure de la conductivité thermique

### i) Excitation sinusoïdale de chaleur.

Pour mesurer la conductivité thermique du métal, on part de la relation de la distribution de température au sein du bande métallique, soumis une excitation sinusoïdale de chaleur de pulsation  $\omega$ . L'écoulement de chaleur est considéré comme monodimensionnel.

Les relations calculées sont (voir annexe 10) :

$$T(x; t) = T_b + A e^{-ax} e^{i(\omega t - ax)} \quad (\text{A10.10})$$

$$\text{avec} \quad a = \sqrt{\frac{\omega \rho C}{2k}} \quad (\text{A10.11})$$

$T_b$  est la température de base du cryostat,  $\rho$  est la masse volumique,  $C$  la chaleur massique du métal et  $k$  sa conductivité thermique.  $A$  est une constante dépendant de la puissance injectée.

La relation A10.10 montre une température qui dépend d'une phase fonction de la pulsation et de la position. Cette phase peut être mesurée à travers la relation linéaire reliant la tension et la température d'une jonction NIS (II.3.14).

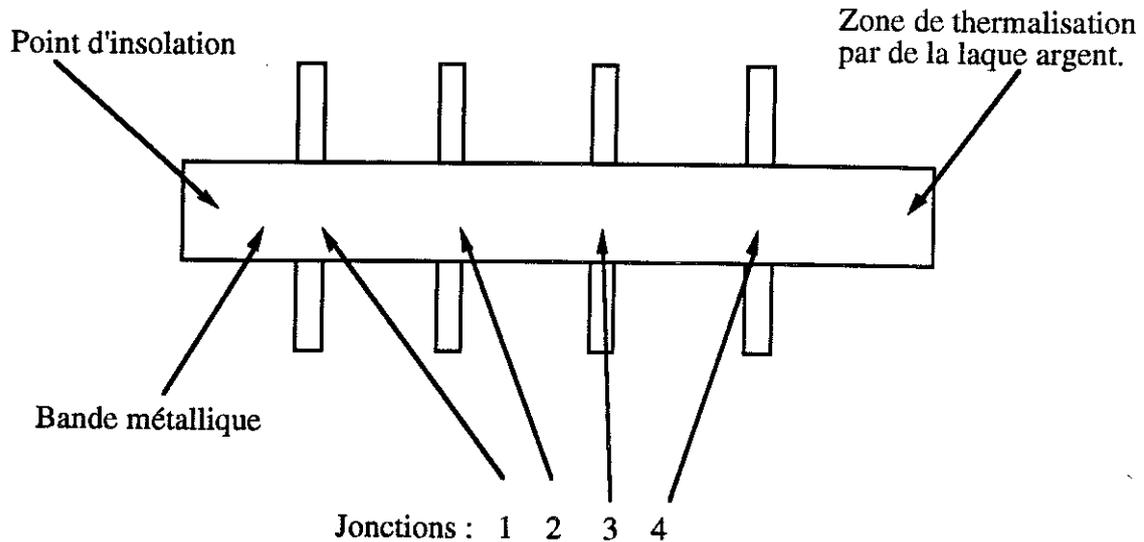
On pose  $\Phi$ , valeur du déphasage que l'on souhaite mesurer :

$$\Phi = - \sqrt{\frac{\omega \rho C}{2k}} x \quad (\text{IV.2.5})$$

L'avantage de s'intéresser au déphasage est la possibilité d'être mesurée facilement à partir d'une détection synchrone.

ii) mesure de la conductivité thermique.

Pour réaliser cette expérience, on dépose plusieurs jonctions dont la partie normale est en commun, comme sur le dessin suivant :



**Figure IV.21** Schéma d'un ensemble de jonction tunnel, vue de dessus, ayant en commun le métal normal.

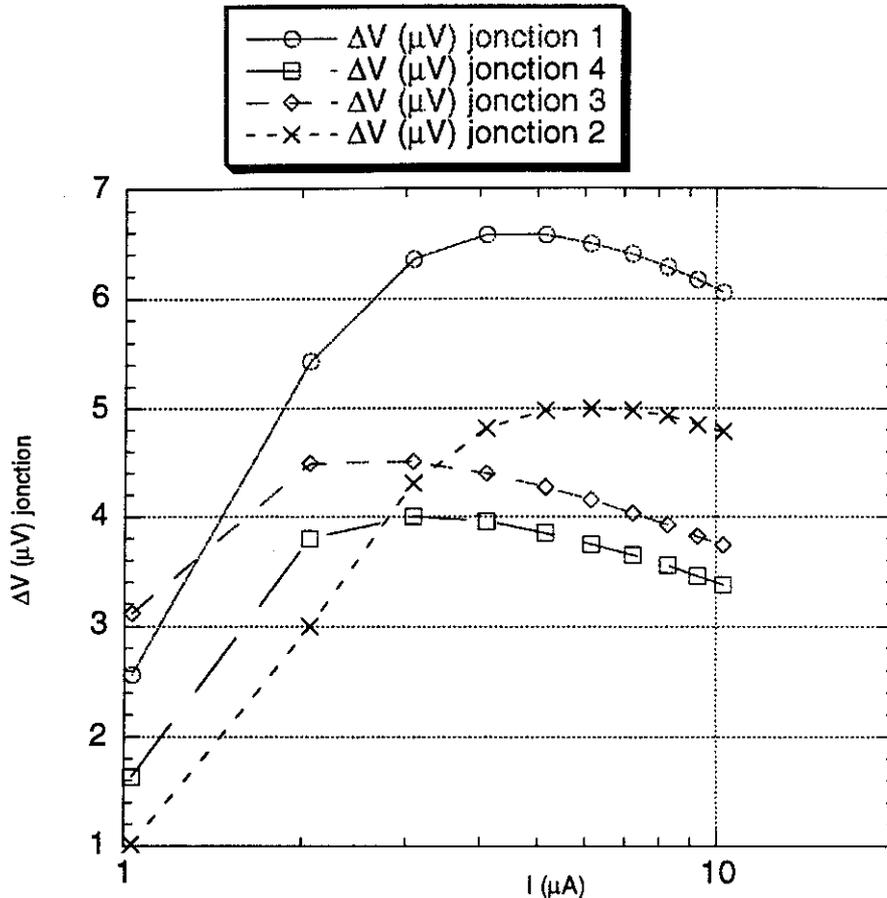
Sur une des extrémités de la bande métallique, on dispose la sortie de la fibre optique pour produire des ondes de chaleur de pulsation donnée. De l'autre extrémité, on thermalise la jonction au cryostat à partir de laque argent.

Pour l'expérience, notre bande métallique à une épaisseur de 1200 Angströms d'or, avec une couche d'accrochage de 50 Angströms de titane. La connaissance de cette épaisseur va nous permettre de comparer nos résultats à la formule de Wiedeman-Franz.

Après mise en froid et annulation du champ magnétique ambiant, on alimente la photodiode émettrice en tension sinusoïdale. A cette tension est ajoutée un offset de tension afin que la diode émette toujours des photons dans sa partie linéaire de puissance lumineuse.

On alimente les jonctions en courant continu. On vérifie sur un oscilloscope la forme de la variation de tension, que l'aspect de la courbe soit sinusoïdale, en fréquence avec l'alimentation de la diode.

Pour être certain de se situer sur la plage où la caractéristique de la tension est linéaire en température, on mesure l'amplitude de la variation de tension en fonction du courant d'alimentation :



**Figure IV.22** Variation de la tension aux bornes des jonctions en fonction du courant pour une excitation thermique donnée.

On remarquera ici des jonctions qui ne sont pas de très bonnes qualités. En effet, leur résistance de fuite varie de 32,6 Ohms pour la jonction 2 à 80,4 Ohms pour la jonction 3. Néanmoins, à 10 micro ampères, quelque soit la jonction, on se place sur la partie linéaire de réponse tension-température.

La pente de la jonction 2 est légèrement plus faible, ce qui ne fait que traduire la surface plus grande de celle-ci par rapport aux autres. Cette surface plus grande entraîne un courant  $I_0$  plus grand, d'où une pente légèrement plus faible à un courant identique (moins de sensibilité).

On remarquera aussi que l'amplitude des pulses suit la position des jonctions par rapport à la fibre optique. La plus proche est bien évidemment celle qui chauffe le plus.

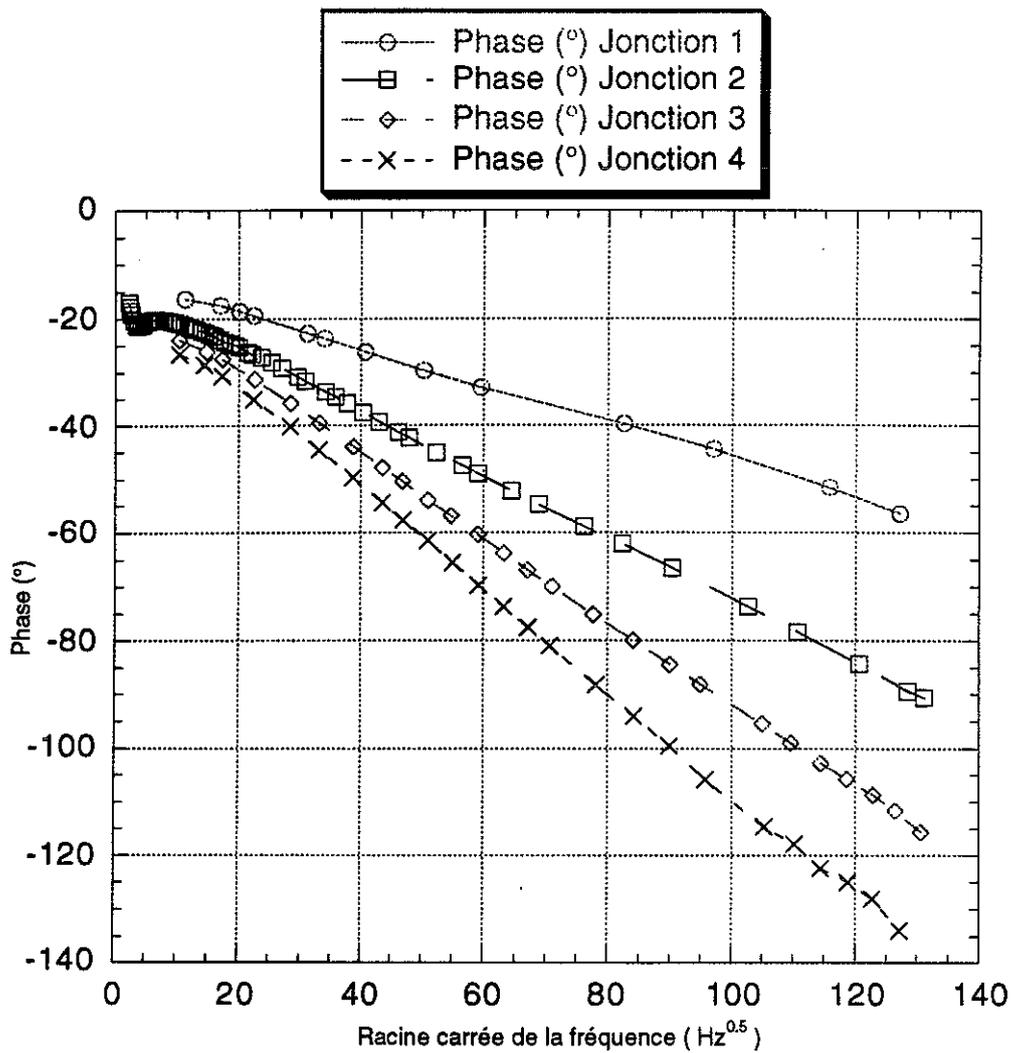
On prend soin, pour ces mesures, de vérifier qu'à fréquence donnée sur la diode, la phase sur la jonction ne change pas suivant le courant de polarisation. Ceci permet d'exclure l'hypothèse de phénomènes électriques au niveau de la jonction.

On règle donc la phase de la détection synchrone sur la phase du générateur de tension sinusoïdal par la sortie TTL de celui-ci.

On polarise à courant constant, ici 10 micro ampères, une jonction, et on fait varier la fréquence du générateur.

La détection synchrone permet de mesurer facilement et avec une bonne précision la phase (le déphasage) et l'amplitude de la variation de tension sur les jonctions.

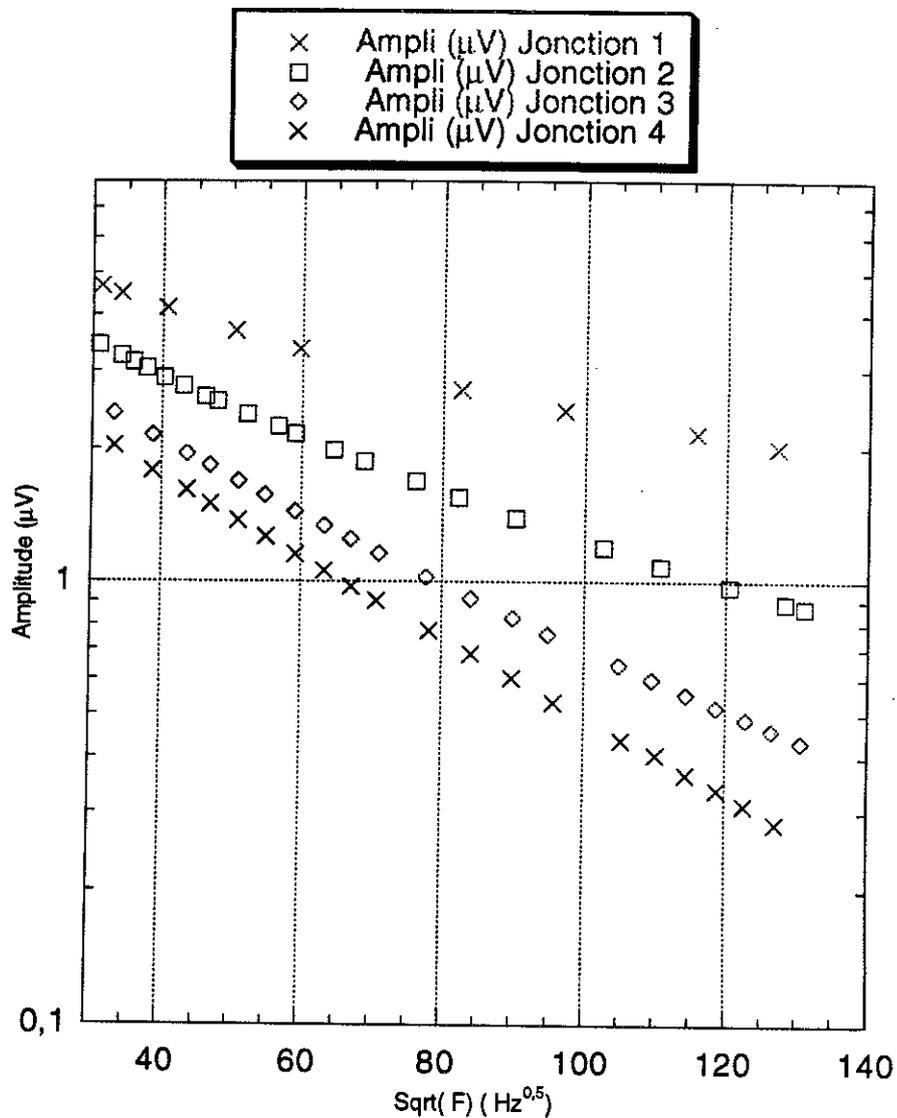
Le résultat des mesures est présenté sur le graphique suivant:



**Figure IV.23** Variation de la phase mesurée en fonction de la fréquence.

Sur la figure, on remarque la bonne linéarité des courbes en fonction de la racine carrée de la fréquence, comme attendue. De plus, la pente des droites, dépendante de la position, semble suivre convenablement le modèle (relation A10.10 et A10.11).

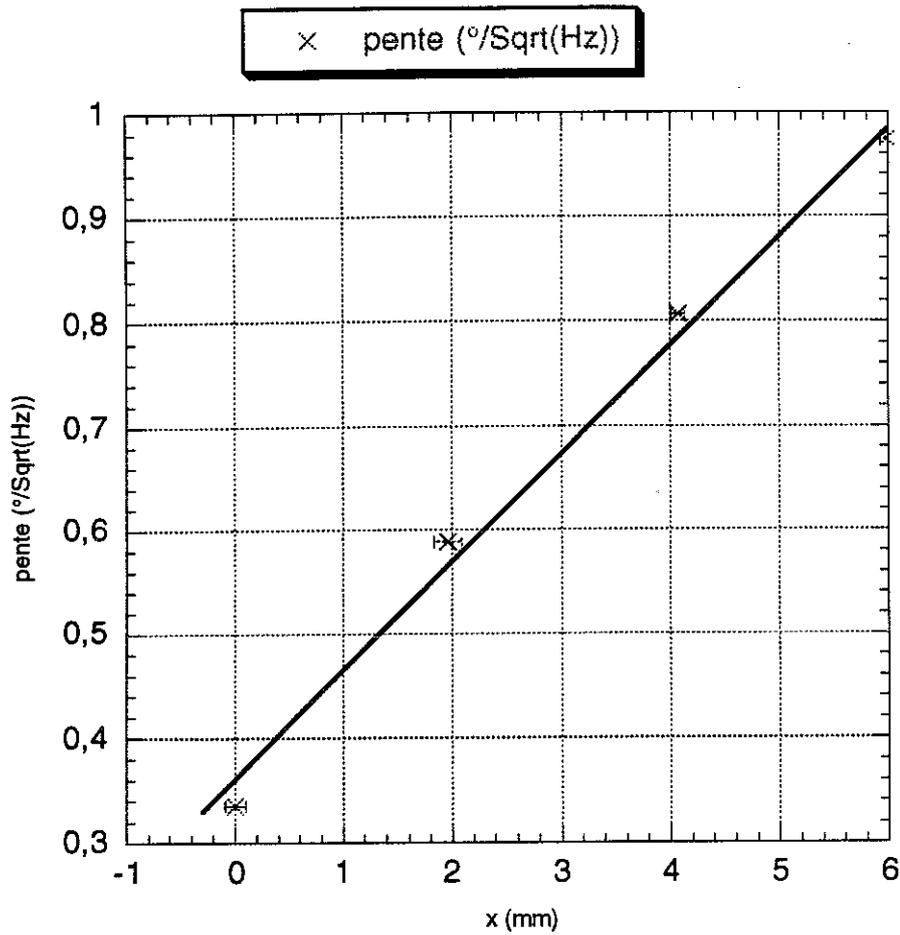
L'effet sur l'amplitude suit aussi qualitativement notre modèle :



**Figure IV.24** Variation de l'amplitude du signal en fonction de la fréquence.

On effectue donc une interpolation linéaire des courbes de phase en fonction de la fréquence (figure IV.23) pour obtenir la pente des droites ( $\frac{\delta\Phi}{\delta\omega^{0.5}}$ ).

On construit alors un graphique avec en abscisse la position des jonctions sur la bande métallique et en ordonnées la pente des courbes:



**Figure IV.25** Pente des interpolations linéaires en fonction de la position des jonctions. Les segments horizontaux illustrent la largeur des jonctions dans le sens d'écoulement de la chaleur. Les abscisses sont des valeurs relatives.

Une interpolation linéaire de ces points permet d'accéder au rapport

$$\frac{\delta}{\delta x} \left[ \frac{\delta \Phi}{\delta \omega^{0,5}} \right] = \sqrt{\frac{\rho C}{2k}} \quad (\text{IV.2.6})$$

C étant connu par les tables ( $C \approx 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ T J/Kg K}$  [25]), on en déduit rapidement la valeur de la conductivité thermique  $k$ .

Cette expérience fournie la valeur :  $k = 98 \text{ T (W/m K)}$

### iii) Comparaison.

Le calcul de la conductivité thermique par la relation de Wiedeman-Franz, nous propose comme valeur :  $k = 0,97 T$  (W/m K).

Le rapport entre les deux valeurs est d'un facteur 100.

Notre bande métallique n'est pas un cristal de grande taille. Le rapport de résistivité entre l'ambiante et à froid est d'environ de 2. On devrait donc trouver un chiffre proche de la valeur de Wiedmann-Franz.

La différence entre les déterminations peut provenir de la conduction à travers le substrat par les phonons. Ceci est tout à fait admissible car notre substrat à une épaisseur de  $300\mu\text{m}$ .

En effet, typiquement la bande métallique représente une surface de passage de  $1\text{mm}$  par  $0,1\mu\text{m}$ . La surface en contact avec le substrat pour une jonction de  $1\text{mm}^2$  est 10 000 fois plus importante, avec un rapport entre l'épaisseur de la bande métallique et le substrat est de 3000.

### **c) Conclusion à propos de la conductivité thermique.**

Nous avons déduit deux conductivités thermiques différentes, d'après la résistivité du métal et une mesure par excitation thermique. Les valeurs différent d'un facteur 100.

La différence se fait sans doute au niveau du transport de la chaleur, qui peut se faire par le métal ou le substrat. Si la bande métallique n'est pas en mesure de conduire suffisamment la chaleur, celle ci s'écoule dans le substrat.

Ainsi, si l'on prend l'expérience précédente, en considérant comme transporteur de chaleur le substrat, les valeurs sont dans les bons ordres de grandeur.

La chaleur spécifique est calculée par la formule (A2.26) avec une température de Debye de  $645\text{K}$ [8], soit  $C_p = 2,6 \cdot 10^{-4} T^3$  (J/Kg.K).

On en déduit alors une conductivité thermique  $K = 5,5 \cdot 10^{-1} T^3$  (W/K.m).

Cette valeur est tout à fait dans l'ordre de grandeur de la conductivité thermique de notre substrat ( $0,3 T^3$  W/K.m[26]). La mesure précédente se résumait donc à mesurer cette conductivité thermique.

La résistance de Kapitza entre le métal est donc faible. Celle-ci est aussi due en partie aux différences de passages.

#### Conditions géométriques à respecter sur la longueur de la fuite thermique métallique:

L'effet de conduction à travers la bande métallique est donc négligeable.

Pour examiner cela, calculons la longueur de la fuite thermique nécessaire pour obtenir une constante de temps de refroidissement rapide, de l'ordre de 50 $\mu$ s avec le métal.

On considère la cible en or comme est un carré de 0,25mm<sup>2</sup> de surface et d'épaisseur 3 $\mu$ m.

La conductivité thermique est prise en valeur moyenne comme 1,6 T W/m.K pour une épaisseur de 2000 Angströms.

La relation (II.4.4) permet de trouver le rapport  $\Delta x/S$  où  $\Delta x$  est la longueur de la fuite thermique, et S la surface de passage de la chaleur pour atteindre les 50 $\mu$ s de constantes de temps.

Le calcul fournit une valeur de  $\Delta x/S = 1,5 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ .

Si l'on prend maintenant l'épaisseur de la bande métallique (2000 Angströms) et une largeur de 0,5 mm (largeur de la cible), la longueur  $\Delta x$  devra être égale à 150 $\mu$ m.

Ce chiffre sous entend que si l'on veut conduire la chaleur rapidement à travers la fuite métallique, celle ci doit être courte, même si l'on peut toujours l'ajuster par l'épaisseur de la fuite thermique.

#### Conditions géométriques à respecter sur l'épaisseur du substrat:

On peut examiner l'ordre de grandeur qu'il faudrait pour obtenir une perte de chaleur faible par le substrat.

Si l'on veut une mesure de l'ordre du pour mille, il nous faut avoir une constante de temps par le substrat de l'ordre de 1000 fois la constante de temps par le métal.

On considère comme hypothèse de départ que le lien thermique est fort entre le substrat et la cible, ce qui fait que le volume chauffé représente la cible plus le volume de silicium pour la cible. La chaleur s'écoule à travers le métal par la fuite thermique

jusqu'à un bain à température constante. Elle s'écoule également à travers le substrat, sur cette même distance  $\Delta x$ .

Soit  $e_s$  l'épaisseur du substrat et  $e_m$  l'épaisseur de la fuite métallique, la relation :

$$\tau_{\text{substrat}} = 10^3 \tau_{\text{métal}} \quad (\text{IV.2.7})$$

vérifie l'égalité :

$$K_{\text{métal}} e_m a = 10^{-3} K_{\text{substrat}} 4 a e_s \quad (\text{IV.2.8})$$

où  $a$  est la longueur du côté de l'absorbeur. Le facteur 4 sur le membre de droite de l'égalité traduit le fait que la fuite de chaleur à travers le substrat s'écoule dans toutes les directions.

D'où l'on en déduit pour nos valeurs calculées :

$$e_m = 12 e_s \quad (\text{IV.2.9})$$

Il n'est pas envisageable de travailler avec des membranes qui auraient des épaisseurs de l'ordre de 200 Angströms.

Nous avons ici considéré une conductivité thermique du silicium identique à celle déduite précédemment. En fait, en prenant une membrane de  $3\mu\text{m}$ , qui ce réalise facilement par attaque chimique, la conductivité thermique du silicium va varier comme le libre parcours moyen des phonons.

En passant d'une épaisseur de  $300\mu\text{m}$  à  $3\mu\text{m}$ , on peut espérer une perte d'un facteur 100 sur la conductivité thermique, d'où des épaisseurs de métal nécessaire de l'ordre de 3000 Angströms.

En dopant le substrat, on peut rajouter du désordre, donc gagner encore sur la conductivité thermique. On peut également réaliser des membranes de nitrure de silicium, matériau amorphe, dont l'épaisseur peut atteindre les 500 Angströms[17].

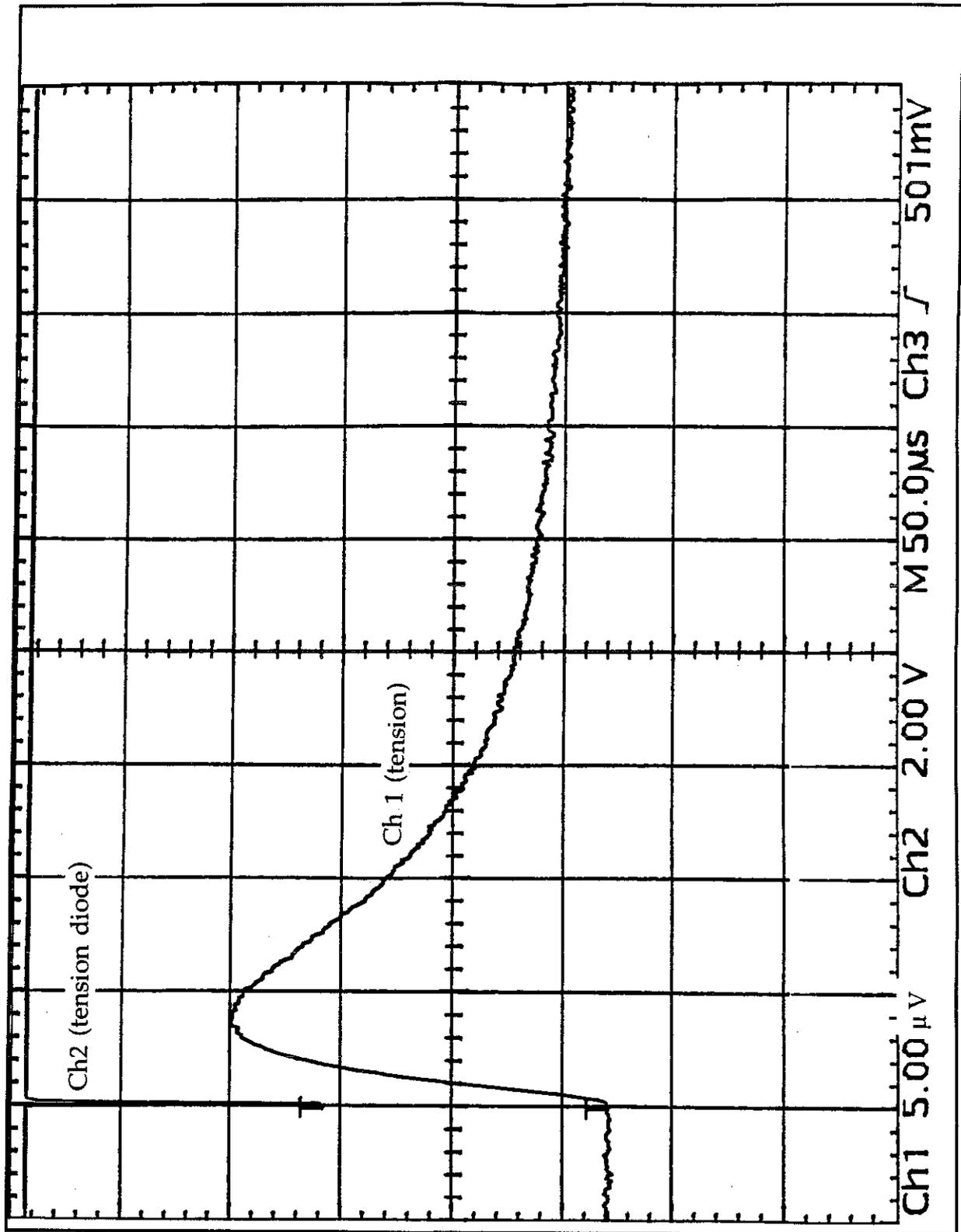
Nous avons donc plusieurs possibilités pour le futur, afin de limiter les pertes par le substrat à des valeurs très faibles.

Lors de mes expériences, j'ai toujours utilisé pour plus de facilité des distances de l'ordre du centimètre, ce qui fait que les résultats ne peuvent se considérer comme une conduite de chaleur par la fuite métallique. Ce n'est pas très grave dans le sens où nous savons comment réaliser des détecteurs adéquats. Je me suis plus concentré sur les mesures elles-mêmes que la résolution en énergie et le taux de comptage. De plus, la fabrication des jonctions n'étant pas encore maîtrisée, il était inutile de travailler avec des échantillons plus difficiles à mettre en oeuvre.

### **3) Mesures en impulsion.**

Examinons maintenant une première visualisation des capacités bolométriques d'une jonction NIS. Pour cela, nous disposons d'une diode émettrice dans l'infrarouge , à 300 K, couplée à une fibre optique qui descend le long du cryostat jusqu'au porte échantillon. Un système mécanique simple permet d'installer le bout de la fibre à une position donnée afin d'insoler la jonction de photons.

La figure suivante montre la réponse de notre jonction à un pulse de lumière. La jonction est alimentée en courant continu, et l'on mesure la variation de tension aux bornes de la jonction. La mesure est réalisée en quatre fils. La diode étant alimentée en courant, on prend soin de vérifier que les effets sur la jonction ne sont pas des effets électriques. Pour cela, il suffit de changer la polarisation de la jonction. La mesure doit représenter alors une courbe inversée.



**Figure IV.26** Variation de la tension en fonction du temps pour une jonction tunnel insolée sous infra-rouge (pulse de  $1\mu\text{s}$ ) à  $78\text{mK}$ . La jonction a une surface de  $1\text{mm}^2$ . Le courant de polarisation est de  $8\mu\text{A}$ . Il n'y a pas de pastille d'or sur la jonction.

Notre jonction réagit donc bien à une excitation thermique . Les constantes de temps de montée et de descente en tension sont de l'ordre de celle que l'on peut attendre. La queue du signal est ici le résultat du refroidissement de l'échantillon par les fils de mesures et les surfaces colle-substrat.

Mais avant de pousser plus en avant les possibilités de détection, il nous faut étudier l'effet des différents paramètres sur la dynamique en température, tels les effets de la capacité ou de la résistance de fuite sur la mesure de tension en pulse de chaleur.

#### a) Effets parasites sur la mesure de tension.

La résistance de fuite est une résistance parasite, en parallèle à la jonction, qui est fonction du champ magnétique ambiant et des défauts au niveau de la barrière d'oxyde. Cette résistance est indépendante de la température. Ces effets peuvent court-circuiter l'effet tunnel, donc limiter la sensibilité de la jonction. Soit  $R_f$  cette résistance, le courant  $I_f$  la traversant est donc :

$$I_f = \frac{V}{R_f} \quad (\text{IV.3.1})$$

La capacité de la jonction joue sur la vitesse de réponse de la jonction à un saut de température ou de courant par la constante électrique :

$$C \frac{dV}{dI} \quad (\text{IV.1.22})$$

où  $\frac{dV}{dI}$  est la résistance dynamique de la jonction.

Le courant de décharge de la capacité est :

$$I_c = - C \frac{dV}{dt} \quad (\text{IV.3.2})$$

Globalement, l'effet de la résistance de fuite et de la capacité électrique est tel que la mesure  $V(t)$  est donc égale à :

$$V(t) = \Delta + \frac{k T(t)}{e} \operatorname{Ln}\left(\frac{I - I_f + I_c}{I_0}\right) \quad (\text{IV.3.3})$$

Pour des analyses de mesures plus simples, il serait souhaitable de revenir à une tension  $V'(t)$  telle que :

$$V'(t) = \Delta + \frac{k T(t)}{e} \operatorname{Ln}\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{IV.3.4})$$

Pour cela, il suffit de remplacer le terme en  $T(t)$  de IV.3.4 par sa valeur dans la relation IV.3.3, d'où:

$$V'(t) = \Delta + (V(t) - \Delta) \frac{\operatorname{Ln}\left(\frac{I - \frac{V(t)}{R_f} - C \frac{dV(t)}{dt}}{I_0}\right)}{\operatorname{Ln}\left(\frac{I}{I_0}\right)} \quad (\text{IV.3.5})$$

IV.3.5 est alors la formule de compensation de la résistance de fuite et de la capacité électrique. Elle reste correcte dans le cas où  $I_f$  et  $I_c$  ne sont pas trop proches de  $I$ , sinon les valeurs numériques calculées sont limitées par la précision du calcul des machines et le résultat est incohérent.

Examinons de plus près l'effet de chaque terme, capacitif et résistif, sur la jonction et son mode de détection.

#### b) Effet de la résistance de fuite.

On considère que la capacité électrique à un rôle négligeable. Les relations analytiques dans ce cas sont :

$$V = R_f I_f \quad (\text{IV.3.6})$$

$$V = \Delta + \frac{k T}{e} \operatorname{Ln}\left(\frac{I_f}{I_0}\right) \quad (\text{IV.3.7})$$

$$I_a = I_f + I_t \quad (\text{IV.3.8})$$

où  $I_a$  est le courant de polarisation,  $I_f$  le courant de fuite et  $I_t$  le courant tunnel.

Pour s'abstenir de calculs trop complexes, on peut se contenter d'une expérience.

Pour cela, on réalise l'expérience à partir de la diode infrarouge couplée à sa fibre optique. La fibre permet d'insoler la jonction ou une partie de la bande métallique pour établir des pulses de chaleur.

Pour cette expérimentation les conditions sont les suivantes :

- Pulses de chaleur toujours identiques, d'une durée de l'ordre de la microseconde.
- Les mesures sont réalisées en quatre fils.
- La jonction est alimentée en courant continu que l'on fait varier.
- La résistance de fuite est ajustée par un champ magnétique.

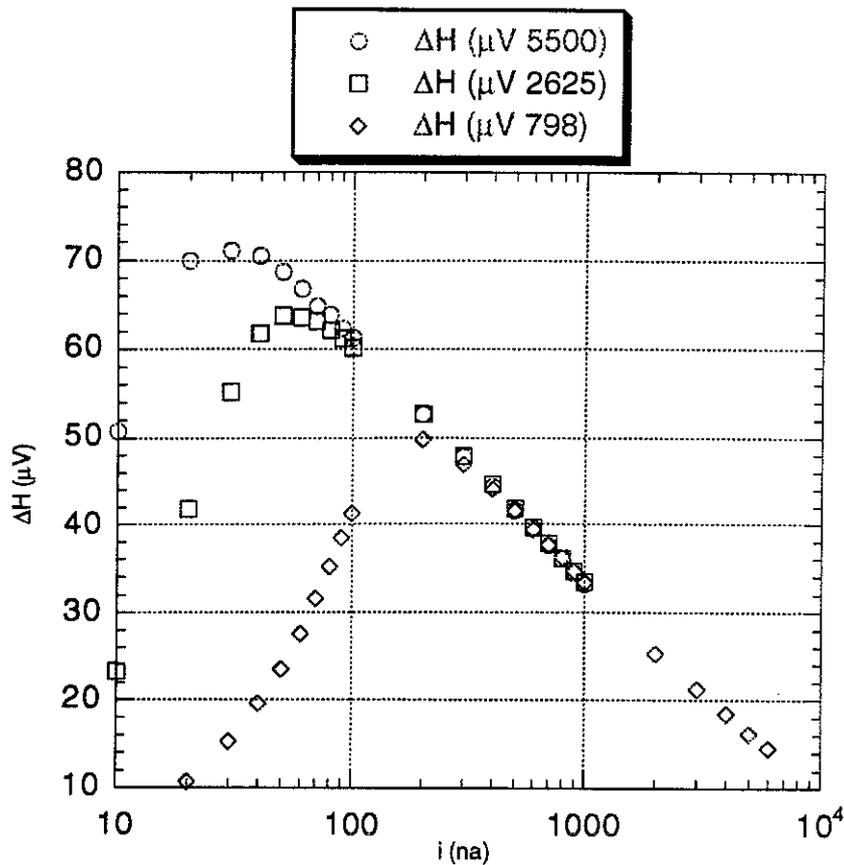
L' acquisition des pulses est réalisée par ordinateur, via un numériseur de fréquence d'échantillonnage de 4 MHz. Après chaque changement de valeur d'une variable, je réalise une acquisition de cent pulses. Ces pulses sont ensuite traités pour obtenir l'amplitude du signal, et l'on calcule leur moyenne.

Le résultat attendu, en cas d'absence d'effet de la capacité et de la résistance de fuite est une hauteur de pulse :

$$\Delta V = \frac{k \Delta T}{e} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{IV.3.9})$$

Le pulse étant toujours le même, on s'attend à obtenir une variation logarithmique de  $\Delta V$  en fonction du courant.

Les résultats sont présentés sur le graphique suivant :



**Figure IV.27** Courbes de variation de la hauteur  $\Delta H$  de la tension en réponse à un pulse de lumière en fonction du courant constant de polarisation  $I$  pour différentes résistances de fuites (ronds : 5500 $\Omega$  , carrés : 2625 $\Omega$  , losanges: 798 $\Omega$ ).

Pour les courants élevés, on remarque bien la dépendance logarithmique de la hauteur des pulses en fonction du courant.

La courbe à résistance de fuite de 5500 $\Omega$  permet de certifier que les effets sur la courbes à résistance de fuite de 798 $\Omega$  sont dues uniquement à cette différences, pour des courants supérieures à 30 nA

Les chutes de ces hauteurs à faible courant illustrent donc bien les effets de la résistance de fuite qui entraîne une perte de sensibilité.

En comparant les parties logarithmiques des courbes avec la relation IV.3.9, on détermine ainsi les coefficients  $I_0 = 16\mu A$  et  $\Delta T = 139,6$  mK.

Ces résultats permettent de faire coïncider les courbes expérimentales à partir du modèle prenant en compte la résistance de fuite. Pour cela, un calcul numérique est nécessaire, dépendant de la valeur du gap et de la température de base. Une bonne corrélation se situe pour une température de base de 150 mK et un gap de 175 $\mu$ V. La température de base est plus importante que celle relevée sur le cryostat (environ 110 mK). Cela n'a rien d'inquiétant en soit car le thermomètre n'était pas étalonné, je me servais d'une courbe typique de variation de la résistance en fonction de la température. L'ordre de grandeur étant respecté, le résultat peut être considéré comme valide.

### c) Effet de la capacité.

Intéressons nous au cas d'un saut en température sur une jonction NIS.

On suppose la jonction à une température initiale  $T_i$ . A l'instant  $t=0$ , la jonction passe à une température finale  $T_f$ . On se place sur la partie linéaire de la caractéristique  $V(T)$ , c'est à dire que l'on suppose que la résistance de fuite est suffisamment élevée pour ne pas intervenir ici.

Les relations de bases de notre problème sont :

$$V(t) = \Delta + \frac{k T_f}{e} \text{Ln}\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) \quad (\text{IV.3.10})$$

et

$$I(t) = I_a - C \frac{dV}{dt} \quad (\text{IV.3.11})$$

où  $I_a$  est le courant d'alimentation de la jonction.

La résolution de ces deux équations permet d'obtenir le résultat (voir annexe 9) :

$$V(t) = \Delta + \frac{k T_f}{e} \text{Ln}\left(\frac{I_a}{I_0}\right) - \frac{k T_f}{e} \text{Ln}\left(A \exp\left(\frac{-t}{\tau_{el}}\right) + 1\right) \quad (\text{A.9.17})$$

et

$$I(t) = \frac{I_a}{A \exp\left(\frac{-t}{\tau_{el}}\right) + 1} \quad (\text{A.9.11})$$

avec

$$A = \left(\frac{I_a}{I_0}\right)^{(1-\beta)} - 1 \quad (\text{A.9.16})$$

et

$$\beta = \frac{T_i}{T_f} \quad (\text{A.9.15})$$

$\tau_{el}$  est la constante de temps électrique définie en IV.1.22 par:

$$\tau_{el} = C \frac{\partial V}{\partial I} = C \frac{k T_f}{e} \frac{1}{I_a} \quad (\text{IV.1.22})$$

Ainsi, c'est bien la constante de temps électrique qui agit directement sur la vitesse de réponse de la jonction à une variation de température.

On peut remarquer qu'aux premiers instants, lorsque l'exponentielle n'est pas trop petite, on peut la simplifier avec le logarithme. Ainsi, on devrait obtenir une courbe linéaire pendant une partie du signal, produisant la signature de l'effet capacitif.

L'effet capacitif de la jonction sur la mesure en pulse doit être examiné sous deux angles. Le premier est lorsque la température s'accroît et le second est lorsque la température s'écoule à travers la fuite thermique :

- Montée en température rapide :

Lors d'une montée en température rapide, que ce soit par une particule ou un pulse de lumière, on crée au niveau de la jonction une zone chaude. Cette température engendre un grand décalage sur la fonction de Fermi-Dirac. Le courant devient alors si important que la capacité se "vide" à une grande vitesse. La jonction est ainsi capable de "suivre" la température.

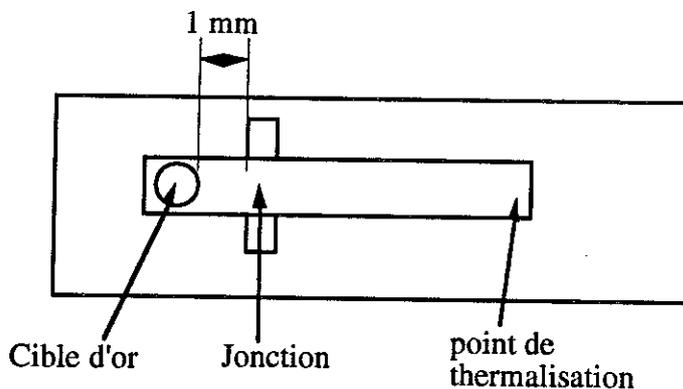
A la limite absolue, la constante de temps électrique ne peut être inférieure à la valeur  $\tau = R_{nin} C$  où  $R_{nin}$  est la résistance de la jonction à l'état normal.

- Relaxation thermique:

Une fois la chaleur homogénéisée dans la jonction, la fuite thermique peut être suffisamment rapide pour amener la distribution de Fermi-Dirac en dessous du gap. Ainsi, le courant d'alimentation ne sert pas à l'effet tunnel, mais seulement à remonter le niveau de Fermi-Dirac de façon capacitive, c'est à dire une croissance linéaire de la tension en fonction du temps.

Voici un exemple de données traitées sur une série de pulses, pour une jonction tunnel de capacité  $C = 1,26 \mu\text{F}$ , ayant une résistance normale de l'ordre de  $2,5 \Omega$  mesuré par la pente  $dV/dI$  au dessus du gap et de  $1,6\Omega$  par mesure de la résistance au dessus de la température de transition. La résistance de fuite est de  $16\text{k}\Omega$ .

Les mesures sont réalisées en quatre fils à partir de pulses infrarouge, tous identiques, insolant une pastille d'or de  $0,8\text{mm}$  de diamètre et de  $1\mu\text{m}$  d'épaisseur sur une extrémité d'une bande métallique de cuivre ( $1200 \text{ Angströms}$ ). La jonction se situe à environ  $1 \text{ mm}$  de la pastille, sur la bande métallique connectée à son extrémité (à environ  $1\text{cm}$  de la pastille d'or) à la masse par une bande de laque argent:

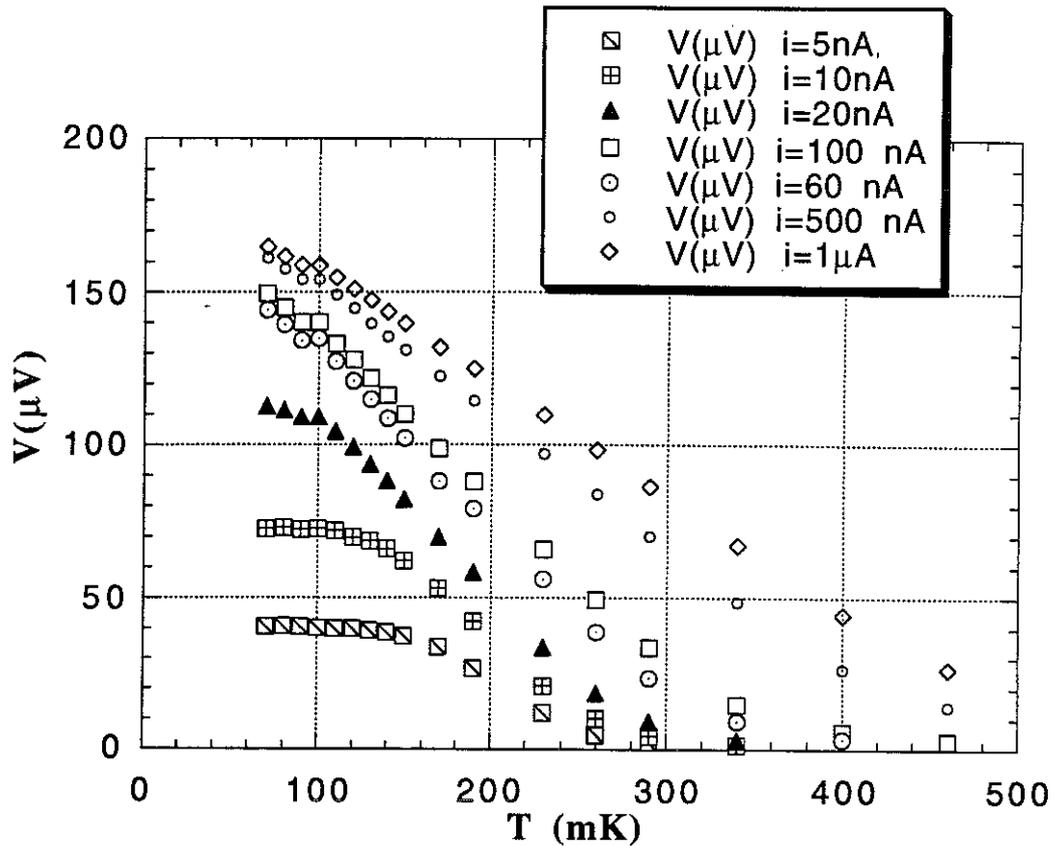


**Figure IV.28** Schéma du dispositif expérimental.

L'acquisition est réalisée par un ordinateur via le numériseur. On réalise les mesures à divers courants de polarisation, prenant à chaque fois environ 100 pulses.

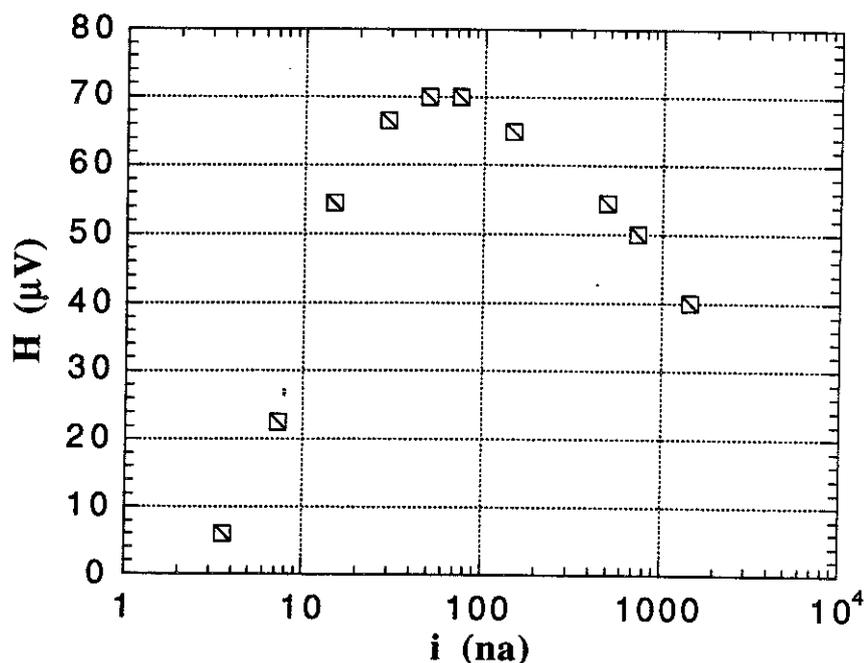
L'ordinateur permet de traiter les données. La température de base du cryostat est de  $68\text{mK}$ .

La caractéristique tension-température de la jonction est présentée sur la figure suivante :



**Figure IV.29** Caractéristiques Tension-Température à courant constant de la jonction NIS utilisée.

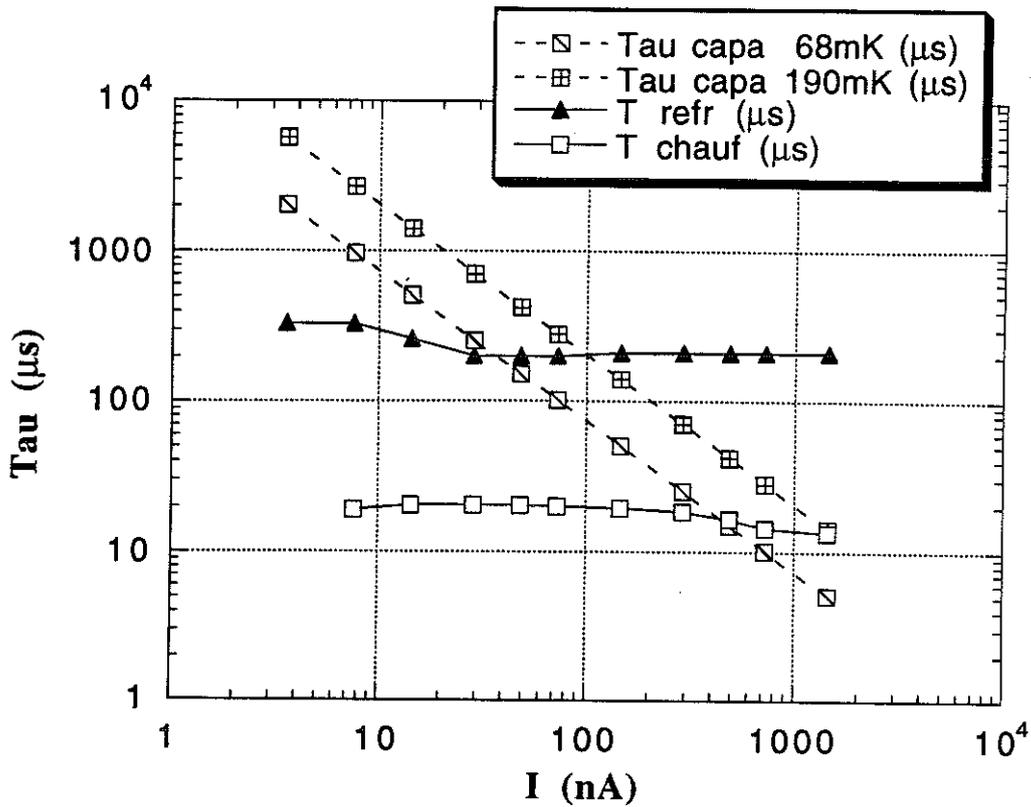
Les données des pulses sont d'abord traitées puis interpolées par une somme de deux exponentielles, chacune représentant la constante de temps de montée et de descente en température. L'ensemble des interpolations faites, on peut s'en servir pour connaître, par exemple, la hauteur moyenne des pulses en fonction du courant de polarisation :



**Figure IV.30** Hauteur moyenne des pulses  $H$  en fonction du courant de polarisation  $i$ . Remarquez l'effet de la résistance de fuite pour les faibles courants.

De cette courbe et de la figure IV.29, on peut en déduire la valeur de l'augmentation de température. La température finale est environ de 190mK, soit une augmentation de 120 mK environ.

Les résultats de la courbe suivante (figure IV.31) fournissent les valeurs des constantes de temps déterminées pour le chauffage ( $\tau_{\text{chauf}}$ ) et le refroidissement ( $\tau_{\text{refr}}$ ) en fonction du courant d'alimentation. On trace également sur cette même figure les constantes de temps théoriques pour  $T = 68\text{mK}$  et  $T = 190\text{ mK}$  ( $\tau_{\text{capa}}$ ).



**Figure IV.31** Courbes des constantes de temps électrique ( $\text{Tau capa} = \tau_{el}$  calculée) et déterminée par le traitement des pulses ( $\text{Tau chauff}$  et  $\text{Tau refr}$ ) en fonction du courant d'alimentation de la jonction.

La première remarque sur cette courbe est la grande différence entre les constantes de temps expérimentale et les constantes de temps électrique calculées.

Les constantes de temps de montée en température sont environ égales à  $20\mu\text{s}$  entre  $7,3$  et  $147\text{nA}$ , puis baissent régulièrement de  $19$  à  $14\mu\text{s}$  entre  $193$  et  $1500\text{nA}$ .

On peut évaluer l'effet du chauffage par le calcul du courant lors d'un saut de température entre  $68$  et  $190\text{mK}$ , par la relation (A9.14). Dans ce cas nous avons comme courant, à l'instant  $t=0$ ,

$$I(0) = I_a^{0,358} I_0^{0,642} \quad (\text{IV.3.12})$$

où  $I_a$  est le courant de polarisation de la jonction et  $I_0$  évalué par (IV.1.19):

$$I_0 = \Delta / (e R_{nin}) = 70\mu\text{A} \quad (\text{IV.1.19})$$

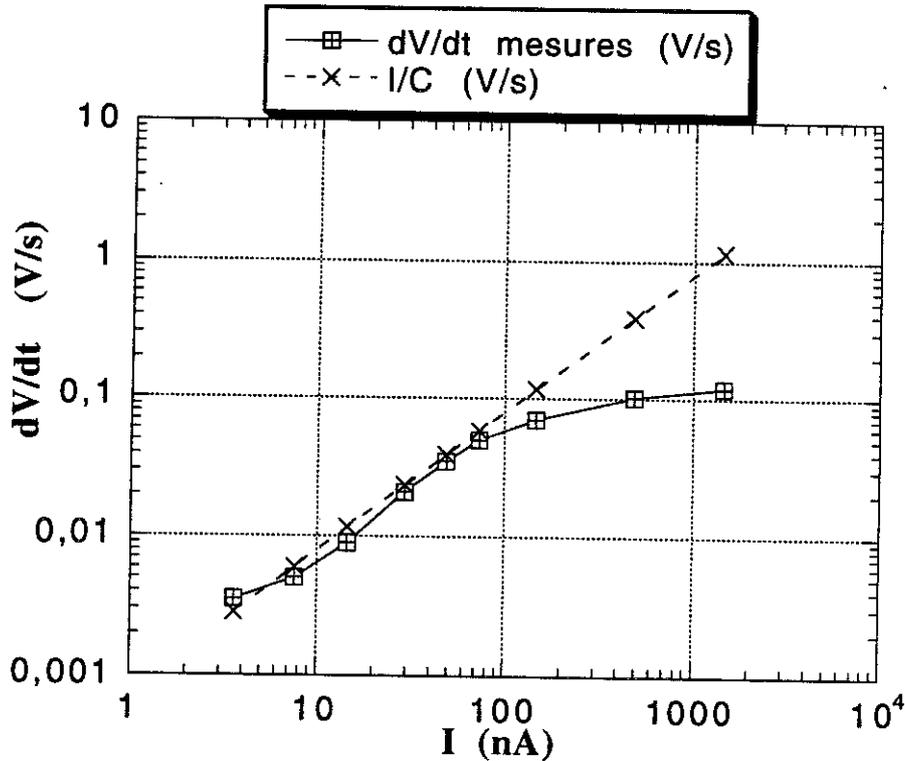
Les courants  $I(0)$  varient de 2,7 à 17,5  $\mu\text{A}$  pour des courants de polarisation de 7,3 à 1448 nA.

Les constantes de temps associées aux courants  $I(0)$  varient de 7,8  $\mu\text{s}$  à 1,2  $\mu\text{s}$ , ce qui permet à la jonction de suivre la température dans ces premiers instants.

En fait, la montée en température n'est pas une marche d'escalier, mais semble avoir une constante de temps de l'ordre de 14  $\mu\text{s}$  d'après les mesures. Quand la constante de temps électrique est trop importante, la tension aux premiers instants ne varie que très peu, et la température croît de façon rapide, jusqu'à que le courant finisse par "suivre" la température.

Pour le refroidissement de la jonction, les constantes de temps à faible courant demeurent plus faibles que les constantes de temps électriques calculées. Ceci n'est pas en accord avec nos résultats théoriques.

Il faut, si l'on veut comparer les résultats expérimentaux avec les effets capacitifs, examiner les pentes de redescente en température en fonction du temps aux premiers instants après l'extréma du pulse. On calcule ainsi le  $dV/dt$  que l'on compare à  $I_a/C$  équivalent à la recharge d'un condensateur de capacité  $C$  avec un courant  $I_a$ .



**Figure IV.32** Pente de la redescente en température à près un pulse IR, à différents courants de polarisation. Comparaison avec la valeur capacitive  $I/C$ .

Cette figure illustre bien les effets capacitifs rencontrés lors de pulse de chaleur. La remontée en tension lors du refroidissement de la jonction suit bien la courbe théorique d'un effet capacitif. Pour les courant les plus importants, la courbe expérimentale quitte la branche capacitive pour atteindre la branche thermique.

J'attire le lecteur sur le danger qu'il y aurait à comparer la constante de temps expérimentale avec la pente de la courbe précédente et la hauteur des pulses.

Il est vrai que l'on peut définir la constante de temps  $\tau$  par :

$$-1/\tau = \Delta V_0 \, dV/dt \quad (\text{IV.3.13})$$

où  $\Delta V_0$  serait ici la hauteur du pulse. Calculer cette constante de temps à partir des pentes de la figure IV.32 engendre des erreurs importantes. Par une droite, le facteur  $\Delta V_0 \, dV/dt$  représente le temps nécessaire pour avoir  $\Delta V=0$ .

Avec une constante de temps classique, le temps nécessaire est environ 6 ou 7 fois la constante de temps. C'est ce facteur 6 ou 7 que l'on retrouve si l'on fait le calcul. La raison en est que les interpolations par l'ordinateur sont réalisées sur une partie de la courbe  $V(t)$  prenant la montée en température et seulement une partie de la descente, afin d'avoir une bonne concordance dans ces premiers instants. En prenant, l'ensemble du pulse, l'ordinateur préfère se concentrer sur la queue du signal pour minimiser l'erreur moyenne.

#### **d) Conclusion sur les effets dynamiques**

De l'ensemble de ces mesures, on peut en conclure que si la hauteur d'un pulse est directement lié au courant de mesure par la sensibilité, il est limité aux faibles courants par la résistance de fuite. Celle ci a pour effet de court-circuiter une partie du courant qui peut devenir prépondérante. Cette résistance n'étant pas dépendante de la température, elle a tendance à minimiser la hauteur des pulses.

La capacité joue son rôle pour limiter la vitesse de réponse d'une jonction, mais seulement lors du refroidissement. La montée en température rapide provoque une augmentation importante du courant qui permet à la jonction de réagir rapidement. Le refroidissement, s'il est suffisamment rapide, est limité en vitesse par la capacité.

Globalement, pour se donner un ordre de grandeur, pour un saut de tension  $\Delta V$ , la remontée en tension ne peut pas être plus rapide que :

$$\Delta V / (dV/dt) \quad (IV.3.14)$$

avec

$$dV/dt = I_a / C \quad (IV.3.15)$$

où  $I_a$  est le courant de polarisation et  $C$  la capacité électrique de la jonction.

De même pour la montée en température, le courant ne peut dépasser la valeur :

$$V(0) / R_{nin} \quad (IV.3.16)$$

où  $V(0)$  est la tension à l'équilibre et  $R_{nin}$  la résistance à l'état normal de la jonction tunnel.

#### 4) Détection de photons X.

Pour des tests de bolométrie, j'ai à ma disposition une source radioactive de Cadmium 109. Celle ci émet notamment des électrons d'énergie 88 KeV et 25 KeV, et des électrons de 85 KeV.

J'ai réalisé un bolomètre composé d'une pastille d'or de  $3\mu\text{m}$  d'épaisseur et de 0,8 mm de diamètre, couplée à une jonction tunnel par une bande métallique de cuivre d'épaisseur 1200 Angströms. La distance entre la pastille et la jonction est environ d'un millimètre. Ce bolomètre a été réalisé à l'époque où j'avais des problèmes d'électrolyse, c'était un premier essai pour tenter de détecter une particule.

La surface de la pastille est de  $0,5\text{ mm}^2$ . La température de base du cryostat est 70mK. On s'attend donc, pour un photon de 88 keV, à avoir une augmentation de température d'environ 1,5 mK.

Les mesures sont réalisées à un courant de  $1,47\ \mu\text{A}$ , pour avoir une impédance dynamique assez faible (environ 4 Ohms), afin de pouvoir utiliser le transformateur (rapport de transformation 40, soit une impédance de sortie de 6,4 kOhms). A ce courant, la sensibilité est de  $0,5\ \mu\text{V/mK}$ .

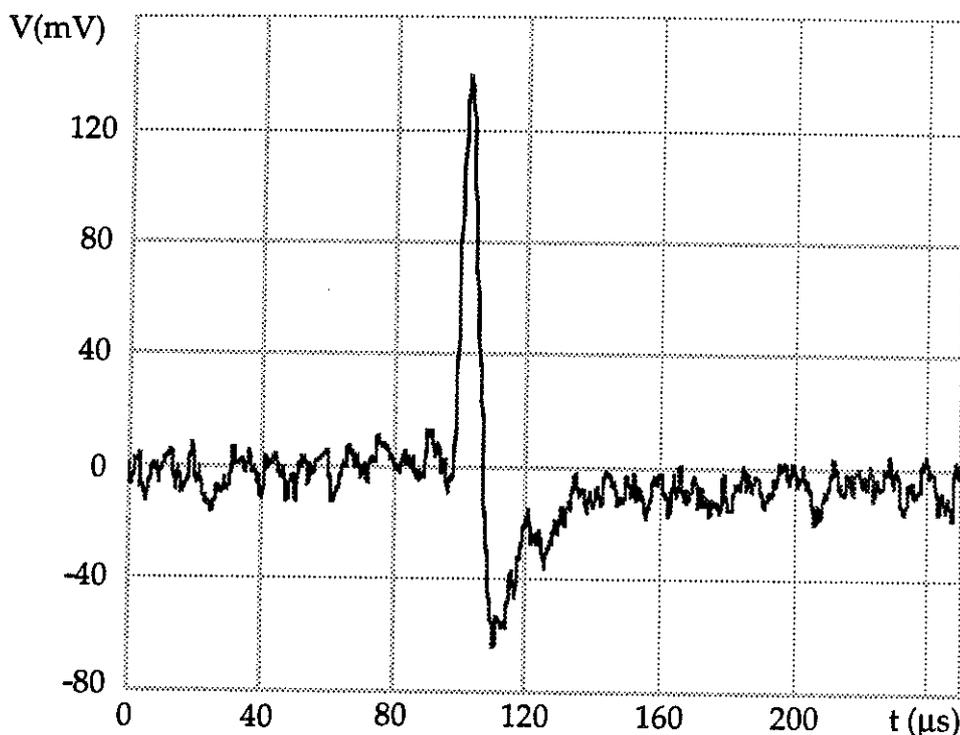
Le signal espéré sera donc de l'ordre de  $0,75\ \mu\text{V}$ . Le bruit de notre amplificateur est de  $1,25\ \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ , soit  $1,25\ \mu\text{V}$  à 1MHz. On voit donc l'intérêt ici de travailler avec le transformateur à froid. Un rapport de 40 entraîne alors un signal de  $30\ \mu\text{V}$ . Soit un rapport signal sur bruit espéré de l'ordre de 5.

Les signaux étant amplifiés ensuite d'un facteur 10000, on attend donc un signal de l'ordre de 300 mV pour une particule, et de 60 mV pour le bruit. Pour des photons de 25KeV, le rapport signal sur bruit n'est plus que de 1,4, on espère guère les détecter.

D'après nos calculs sur les conductivités thermiques, la conduction de la chaleur se fait quasiment entièrement par le substrat, tandis que la masse thermique à 100 mK (mCp) est dominée par l'or d'un facteur 28 ( $1,6\ 10^{-11}\ \text{J/K}$  pour l'or contre  $5,6\ 10^{-13}\ \text{J/K}$  pour le substrat).

Entre la source est le bolomètre, on a placé un écran de cuivre de 0,5 mm d'épaisseur, afin d'arrêter les électrons. De part l'activité de la source radioactive, on atteint un taux d'événement de 1 coups toutes les trois minutes. Les photons de 25 KeV seront 18 fois moins nombreux à être absorbés que les 88 KeV à cause de l'écran cuivre. Il est calculé que les absorptions dans le substrat de silicium sont 4 fois moins nombreuses que dans l'or.

La courbe suivante montre un signal de détection d'un photon X de 88 keV :



**Figure IV.33** Variation de la tension à l'entrée du numériseur en fonction du temps lors de la détection d'un photon X de 88 KeV.

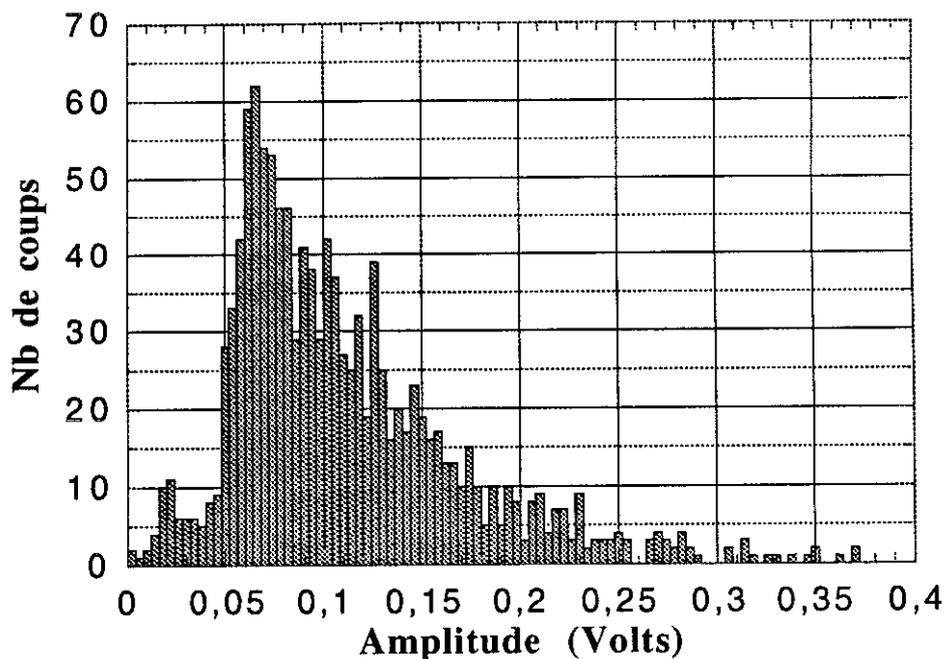
La durée des pulses est de typiquement d'une centaines de microsecondes. Cela provient du fait que le transformateur ne réagit que sur le courant de décharge de sa capacité, et donc ne réagit qu'en dynamique. Le bruit est ici typiquement d'une quinzaine de millivolts pic à pic.

L'acquisition est réalisée pour un seuil de tension positive de 35mV. L'ensemble des pulses d'acquisition représente environ 1400 pulses, ce qui correspond à deux jours d'acquisitions ( un pulse toutes les trois minutes, plus les déclenchements intempestifs sur du bruit.). L'ensemble des acquisitions est traité sur ordinateur, qui interpole les deux pics par deux différences d'exponentielles, chacune sur une plage du signal .

Le traitement fournit pour chaque pulses les coefficients et paramètres des fonctions. Ces fonctions d'interpolations sont facilement dérivables, il est donc facile de calculer les hauteurs des pulses.

Le programme fournit également une précision sur l'interpolation, ce qui permet d'éliminer facilement les pulses non valides, comme ceux fournis par du bruit.

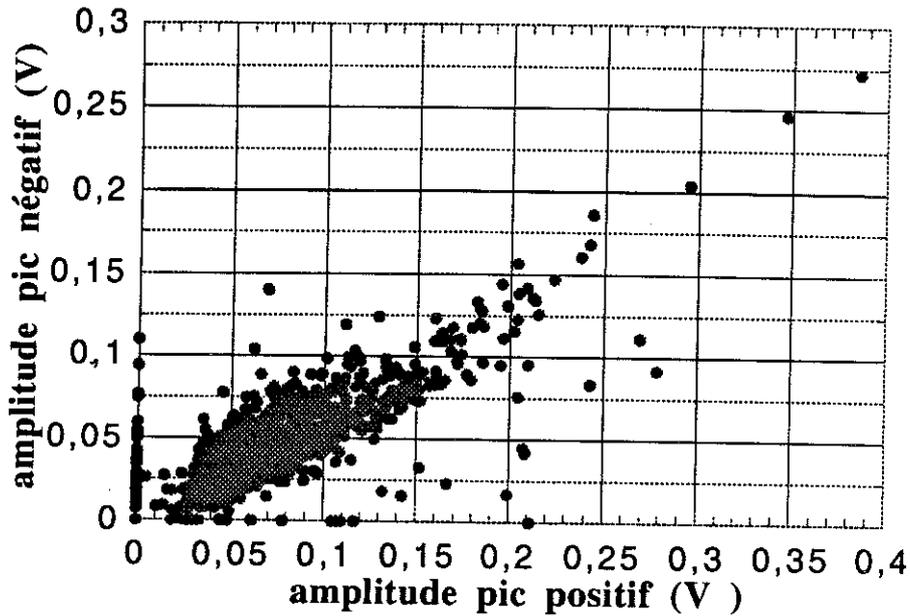
Un premier tri sur la précision de l'interpolation permet de tracer un histogramme de l'amplitude totale du signal :



**Figure IV.34** Nombre de coups en fonction de l'amplitude. Spectre de Photon X de 88 KeV.

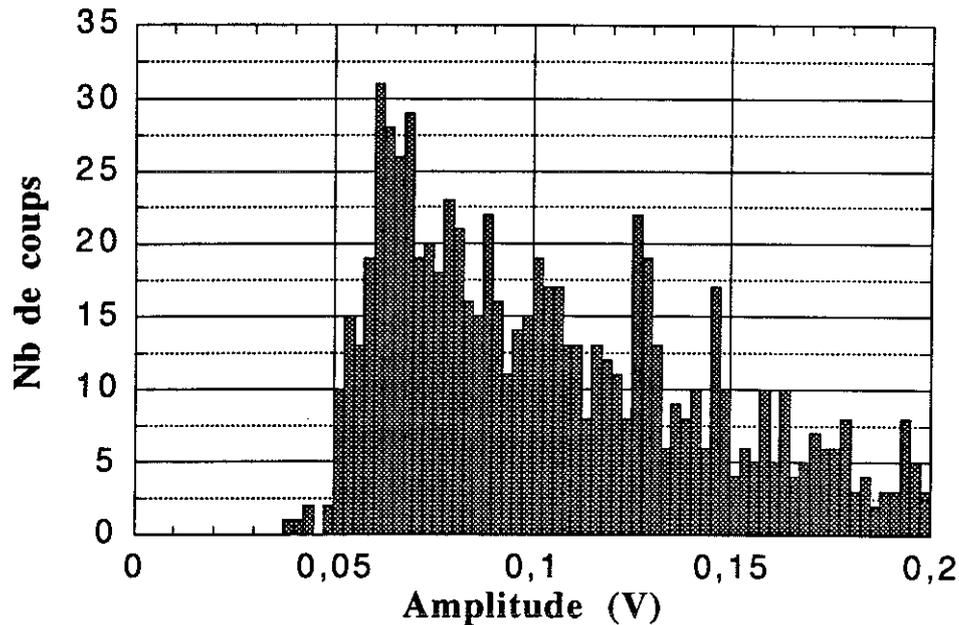
On remarque que l'amplitude se trouve plutôt autour de 75 mV que des 300mV prévus. L'éloignement de la jonction par rapport à la pastille et les fuites thermiques à travers le substrat nous fait perdre un facteur 4 sur la hauteur des pulses.

Pour améliorer la qualité de l'histogramme, on peut aussi traiter les données sous la forme d'une courbe de l'amplitude du pic négatif en fonction de l'amplitude du pic positif :



**Figure IV.35** Amplitude du pic négatif en fonction de l'amplitude du pic positif sur les pulses.

Les pulses sont logiquement placés sur une droite. On peut donc éliminer les pulses qui s'écartent trop du nuage de points hors de la droite moyenne que l'on interpole. Finalement, la forme de l'histogramme ne change pas beaucoup, cette méthode permet surtout d'éliminer les pulses les plus petits :



**Figure IV.36** Histogramme final du nombre de pulses en fonction de l'amplitude en volt.

On en déduit donc une précision de mesure, qui est la valeur du pic à 60 mV sur sa largeur à demi-hauteur, soit environ 30 mV. La précision est donc de  $30/60=0,5$ . Soit 50%.

Cette valeur est loin de la précision de un pour mille voulue, mais il faut relativiser les choses par le dimensionnement du système peu adapté à ces faibles énergies. Il faut prendre aussi en compte le faible taux de comptage. Les mesures présentés repose sur deux jours d'expérimentations. Le taux d'absorption dans le silicium est important, il peut donc être une source d'erreurs.

Il faut se souvenir ici que l'aspect important est la capacité démontrée de détection d'un bolomètre basé sur des jonctions tunnel NIS.

## Conclusion

Durant cette période de travail, j'ai réalisé des jonctions et des bolomètres simples. La qualité de fabrication des jonctions tunnel n'est pas encore totalement au point. Le dépôt d'absorbeur en or par électrolyse est bien maîtrisé, permettant de s'affranchir de conditions géométriques des positions respectives des jonctions et des pastilles.

J'ai étudié les diverses caractéristiques des jonctions tunnel NIS, au point de vue tension-courant-température. Les relations entre ces trois principales variables et les autres paramètres de fonctionnement (champ magnétique, résistance de fuite, capacité électrique, effet de résistivité) en mode isotherme et en mode détection sont maintenant bien connus. Globalement, on sait ce que l'on mesure dans chaque circonstance d'utilisation.

J'ai réalisé des premières mesures à partir d'une source radioactive de photons X. La faible précision sur les mesures permet néanmoins d'être optimiste sur les potentialités bolométriques d'un tel système. Un bolomètre pas du tout adapté a permis de constater qu'il pouvait malgré tout détecter des particules. C'est un bolomètre, et il est rapide.

Le travail restant à faire porte sur la qualité de fabrication des jonctions tunnel, ainsi que sur la géométrie d'un tel bolomètre.

Il semble possible d'obtenir une résolution meilleure que le pour mille pour la mesure d'ions carbone rétrodiffusés de 1 MeV. Le principal risque sont les effets de positions d'absorption sur la résolution du signal. Il faudra travailler avec des substrats membranaires pour limiter la fuite de chaleur par les phonons. Néanmoins, la liberté de géométrie et la facilité de fabrication de tels systèmes les rend séduisants pour diverses applications à la bolométrie rapide ou non.

Le passage à des énergies plus faibles, pour des photons infrarouge par exemple, nécessitera de réduire la taille des jonctions pour perdre en chaleur spécifique. Mais il est tout à fait envisageable d'utiliser des antennes supraconductrices pour conduire un photon à un centre de métal normal servant de base à une jonction tunnel NIS.

Il est envisageable d'utiliser les jonction NIS pour évaluer les diffusions de quasiparticules dans un supraconducteur à partir de mesure de chaleur.

Les jonctions tunnel NIS ont aussi une autre possibilité d'utilisation. On peut envisager leur utilisation comme réfrigérateur (annexe 13). L'ensemble n'est limité que par les apports de chaleur et les durées de vie des quasiparticules, ainsi que de la qualité de fabrication des jonctions. L'utilisation d'un tel système pour refroidir de petits échantillons après une dilution est tout à fait possible. Ceci pourrait servir à refroidir des bolomètres à jonctions tunnel directement, permettant d'atteindre des températures plus basses, et donc d'améliorer la précision de mesure.

Cet aspect peut être utilisé pour obtenir un détecteur avec de multiples jonctions tunnel NIS en série. La polarisation a une tension environ égale à la moitié du gap permet de compenser les dissipations par effet Joule. Un ensemble de jonction tunnel NIS en série aura une sensibilité d'autant meilleure en température. La constante de temps électrique devrait être identique car les capacités en séries contrebalance l'effet des résistances dynamiques. La valeur de ces résistances dynamiques autorise à en mettre de nombreuses en série sans problème d'impédance élevées. Avec un absorbeur séparé des jonctions par une faible couche isolante, on devrait ainsi des résolutions très bonne en conservant la rapidité de réponse.

## Annexe 1 : Thermodynamique. Chaleur spécifique en fonction de la température

La thermodynamique est une branche de la science qui s'occupe des échanges d'énergie à travers l'étude de la variable température. Une connaissance de cette physique est donc importante pour ce travail.

Je vais me focaliser sur la fonction énergie interne, notée  $U$ , qui représente l'énergie thermique accumulée dans un système par unité de masse. ceci va nous amener à conclure sur la température de base que doit avoir un bolomètre.

A partir de l'énergie interne  $U$ , on définit les quantités chaleur massique à pression constante ( $C_p$ ) et à volume constant ( $C_v$ ), tel que

$$C_p(T) = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p \quad (\text{A1.1})$$

et

$$C_v(T) = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right)_v \quad (\text{A1.2})$$

Un accroissement de l'énergie thermique d'une quantité  $E$  par unité de masse, provoquera, à pression constante, une augmentation de l'énergie interne  $\Delta U$  telle que:

$$E = \Delta U = \int_{T_i}^{T_f} C_p(T) dT \quad (\text{A1.3})$$

$T_i$  et  $T_f$  étant respectivement les températures initiale et finale.

Si l'on mesure la variation d'une caractéristique physique fonction de la température, on a tout intérêt à obtenir une variation aussi grande que possible de la température. Ceci traduit la volonté d'obtenir un  $C_p$  faible.

Le troisième principe de la thermodynamique nous apprend que:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \int_0^T \frac{C_p(T)}{T} dT = 0 \quad (\text{A1.4})$$

Par cette relation, on en déduit que  $C_p(T)$  tend lui même vers zéro lorsque la température tend vers zéro. Ce résultat est remarquable car indépendant du matériau considéré. On montre également que  $C_v(T)$  tend aussi vers zéro lorsque  $T$  tend vers zéro.

L'utilisation de  $C_p$  ou  $C_v$  dans les relation de calcul peut poser des questions, qui se résolvent d'eux même avec la relation de Nernst-Lideman :

$$C_p(T) - C_v(T) = A C_p(T)^2 T \quad (\text{A1.5})$$

où  $A$  est une constante dépendant du matériau.

lorsque la température tend vers zéro, on montre alors facilement, d'après A1.5 et A1.4, que :

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{C_p(T)}{C_v(T)} = 1 \quad (\text{A1.6})$$

On peut donc se passer des indices de pression ou volume constant à basse température et travailler avec une seule chaleur spécifique sans indice.

On introduit alors la notion de chaleur spécifique, qui est le rapport de la masse par la chaleur massique:

$$C_m(T) = m C(T) \quad (\text{A1.6})$$

Le résultat à retenir ici est le fait que la chaleur spécifique tend vers zéro si la température en fait de même. A une même variation d'énergie interne, la différence de température, donc la variable mesurée, sera d'autant plus importante.

A une énergie donnée déposée et un signal de réponse voulu, on pourra travailler avec un détecteur plus massique si l'on abaisse la température. Dans le cas d'événements rares ayant une faible interaction avec la matière, ce résultat est très important.

## Annexe 2 : Physique du Solide. Caractéristiques thermiques

### 1) Théorie des électrons libres de Fermi [8]:

Cette théorie repose sur l'étude des électrons de conduction dans les métaux. Ces électrons ne sont pas localisés dans le cristal, mais sont libres de se déplacer. L'idée centrale de cette théorie est de considérer un gaz d'électrons n'interagissant pas avec le milieu extérieur en première approximation.

Les électrons sont des fermions, particules ayant un spin non entier. Cette propriété est suffisante pour qu'elles subissent le principe d'exclusion de Pauli.

Si l'on considère un volume  $V$ , qu'on suppose cubique et de côté  $L$  pour simplifier, dans lequel est enfermé une particule de nature quantique, on montre que son énergie est quantifiée, par le calcul des différentes fonctions d'ondes possibles.

$$E_k = \frac{h^2}{2m} k^2 \quad (\text{A2.1})$$

Où  $k$  est un vecteur de composante  $k_x, k_y, k_z$  tel que

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{L} \quad (\text{A2.2})$$

Les  $n_i$  ( $i=[x,y,z]$ ) sont des nombres entiers, nombres quantiques du problème.

Plaçons dans cette boîte  $N$  particules. Celles-ci se répartissent, à l'état fondamental, en remplissant d'abord les orbitales d'énergie les plus faibles. L'état fondamental est l'état où l'énergie globale est la plus faible.

Les électrons étant des particules de spin  $\pm 1/2$ , il faut rajouter leur nombre quantique  $s$  pour la valeur du spin.

Le principe d'exclusion de Pauli nous dit que deux particules de spin demi entier ne peuvent avoir tous leurs nombres quantiques identiques. Ainsi, à un vecteur  $k$  donné, il ne peut y avoir plus de deux particules.

Mais à une énergie donnée, le problème se complique. Si les trois nombres  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont différents, alors il y a 6 manières de les distribuer, et une seule si ces trois nombres sont égaux. A cela, il faut rajouter les coïncidences du type

$$E_{k \ 1,1,5} ( n_x = n_y = 1, n_z = 5 ) = E_{k \ 3,3,3} ( n_x = n_y = n_z = 3 ) \text{ car } 1^2+1^2+5^2=3^2+3^2+3^2=27.$$

Autrement dit, déterminer le nombre de particule à une énergie donné n'est pas forcément très simple.

Supposons une boîte grande, c'est à dire de dimensions macroscopiques. Les écarts entre deux niveaux d'énergie deviennent alors petits, de tel sorte que l'on peut considérer une continuité des différentes composantes possible du vecteur  $k$ .

Plaçons nous dans un repère orthonormé de vecteur directeur  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$ . Dans ce cas le vecteur  $k$  maintenue constant décrit une sphère de rayon  $k$  qui équivaut à une sphère d'énergie constante.

Soit une sphère de rayon  $k$  donnée, on cherche le nombre total de particules que peut contenir son volume. Ce nombre est bien sur égale au rapport du volume total de la sphère sur le volume d'une particule.

Le volume qu'occupe une particule est  $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z$ , soit

$$\frac{2 \pi \Delta n_x}{L} \frac{2 \pi \Delta n_y}{L} \frac{2 \pi \Delta n_z}{L} \quad (A2.3)$$

Or  $\Delta n_x = \Delta n_y = \Delta n_z = 1$ , différence entre deux nombres quantiques, ce qui nous donne comme volume élémentaire:

$$\frac{8 \pi^3}{L^3} \quad (A2.4)$$

Chaque volume élémentaire peut contenir deux particules, chacune ayant un spin différent. Le nombre de places disponibles pour une énergie inférieure ou égale à A2.1 est donc

$$N = 2 \frac{L^3}{8 \pi^3} \frac{4 \pi k^3}{3} \quad (A2.5)$$

Un matériau donné possède une concentration volumique donnée d'électrons libres. En effet, chaque atome participe en donnant un ou deux électrons libres qui forment le gaz d'électrons. On peut donc connaître facilement cette concentration, que l'on nomme  $c_f$  égale à  $\frac{N_f}{V}$

Dans la relation précédente si on égale  $c_f$  et  $\frac{N}{L^3}$ , on obtient une valeur de  $k$ , notée  $k_f$ , tel que

$$k_f = \sqrt[3]{3 \pi^2 c_f} \quad (\text{A2.6})$$

que l'on associe à une énergie

$$E_f = \frac{h^2}{2 m} k_f^2 = \frac{h^2}{2 m} (3 \pi^2 c_f)^{2/3} \quad (\text{A2.7})$$

Physiquement, cette valeur représente le niveau peuplé le plus élevé à l'état fondamental. Il ne dépend que de la concentration en particules dans le matériau. Ce niveau est appelé niveau de Fermi.

Une autre expression importante est le nombre de places, aussi appelé nombres d'orbitales, par unité d'énergie. Ce terme est connu sous le nom de densité d'états.

Introduisons A2.1 dans la relation A2.5 :

$$N = \frac{L^3}{3 \pi^2} \frac{(2 m E_k)^{3/2}}{h^3} \quad (\text{A2.8})$$

La densité d'état est donc

$$D(E_k) = \frac{dN}{dE_k} = \frac{L^3}{2 \pi^2} \frac{(2 m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_k} \quad (\text{A2.9})$$

Une expression couramment employée est aussi

$$D(E_k) = \frac{3}{2} \frac{N}{E_k} \quad (\text{A2.10})$$

qui s'obtient en dérivant le logarithme de  $N$ .

Les électrons suivent la statistique de Fermi-Dirac, qui donne la probabilité qu'une orbitale d'énergie  $E$  soit occupée, dans le cas d'un gaz d'électrons à une température  $T$ . Sa valeur numérique est donnée par :

$$F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right)} \quad (\text{A2.11})$$

où  $\exp$  est la fonction exponentielle et  $\mu$  le potentiel chimique.

A l'état fondamental, à  $T$  égal zéro, la valeur de la fonction passe de 1 à 0 pour  $E = \mu$ . A cette température on, a donc  $\mu = E_f$ .

A une température non nulle, le nombre de particules  $N$  reste constant, on a donc

$$\int_0^{+\infty} D(E) F(E) dE = \int_0^{E_f} D(E) dE = N \quad (\text{A2.12})$$

La fonction  $F$  ne varie qu'autour de  $\mu$ , sur une largeur de quelques  $k_B T$ .

A l'état fondamental, le potentiel chimique est de l'ordre en température de  $5 \cdot 10^4$  K pour les métaux. ( $E_f = k_B T_f$ ). Si  $T$  reste faible devant cette valeur (ce qui est le cas des basse température), on peut raisonnablement écrire que  $\mu = E_f$ . Dans la vision d'ensemble, la fonction est proche d'une marche d'escalier, comme lorsque la température est nulle. le potentiel chimique est donc proche de l'énergie de Fermi.

De l'ensemble de ces relations, on peut calculer l'énergie interne  $U$  d'un gaz d'électrons. La dérivée de  $U$  par rapport à la température nous fourni la valeur de la chaleur spécifique d'un gaz d'électron.

L'énergie interne d'un gaz de  $N$  électrons est la somme de l'énergie de chaque électron, soit :

$$U = \int_0^{+\infty} E D(E) F(E) dE \quad (\text{A2.13})$$

$$U = \frac{L^3}{2 \pi^2} \frac{(2 m)^{3/2}}{h^3} \int_0^{+\infty} \frac{E^{3/2} dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{k_B T}\right)} \quad (\text{A2.14})$$

Le détail du calcul se trouve en annexe 3, qui amène au résultat :

$$U = \frac{L^3}{2 \pi^2} \frac{(2 m)^{3/2}}{h^3} E_f^{5/2} \left[ \frac{2}{5} + \frac{3 \pi^2 k_B^2 T^2}{2 E_f^2} \right] \quad (\text{A2.15})$$

Le terme indépendant de T représente l'énergie à température nulle.

La chaleur massique est égal au produit du volume massique ( $\frac{1}{\rho}$ ) par la chaleur volumique, elle même égale au rapport de la dérivée de l'énergie interne sur le volume. On a donc:

$$C = \frac{1}{\rho} \frac{1}{L^3} \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{1}{\rho} \frac{3}{4} \frac{(2 m)^{3/2}}{h^3} k_B^2 \sqrt{E_f} T \quad (\text{A2.16})$$

Où encore, en remplaçant l'énergie de Fermi par sa valeur :

$$C = \frac{1}{\rho^{2/3}} \frac{3^{4/3}}{2} \frac{m}{h^2} k_B^2 \pi^{2/3} \left[ \frac{N_A N}{M} \right]^{1/3} T \quad (\text{A2.17})$$

où

$\rho$  est la masse volumique,

$N_A$  est le nombre d'Avogadro,

$M$  est la masse molaire en Kg/mol,

$N$  est le nombre d'électrons de conduction que fournit un atome.

Le résultat important à retenir ici est que la chaleur massique (attention, ici par unité de masse de matière) d'un gaz d'électrons à température inférieure ou égale à la température ambiante est proportionnelle à la température. On retrouve bien dans ce résultat le respect du troisième principe de la thermodynamique.

La deuxième caractéristique importante que l'on doit maintenant déterminer est la capacité des électrons à transporter la chaleur, autrement dit la conductivité thermique électronique.

Supposons un gradient de température dans un matériau. Les électrons sont libres de se déplacer dans le milieu. A chaque volume de taille suffisamment raisonnable pour contenir un nombre conséquent d'électrons, ceux ci se distribuent suivant la statistique de Fermi-Dirac. Une distribution rigide, fonction de la température, associée à une liberté de se déplacer obligent aux électrons venant du côté chaud à céder une partie de sa chaleur, et réciproquement. Ces électrons doivent donc interagir avec leur milieu, constitué des autres électrons et du réseau cristallin. On introduit ainsi la notion de libre parcours moyen entre deux interactions.

Si ce libre parcours moyen était infini, les électrons ne pourraient échanger de la chaleur, ce qui ferait s'effondrer la statistique de Fermi-Dirac. De toute manière cette distribution est dans le cas d'un équilibre thermique.

Soit  $l$  le libre parcours moyen d'un électron. En moyenne, au bout de cette longueur  $l$  parcourue, la particule subit une interaction avec son milieu extérieur.

On montre, en théorie de la cinétique des gaz, que la conductivité d'une particule de chaleur volumique  $C$ , de vitesse  $v$  et de libre parcours moyen  $l$ , est :

$$K = \frac{1}{3} C v l \quad (\text{A2.18})$$

Ce qui nous donne pour un métal :

$$K_{\text{él}} = \frac{1}{\rho} \frac{3}{4} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} k_B^2 \sqrt{E_f} T v l \quad (\text{A2.19})$$

Cette vitesse  $v$  peut être évaluée rapidement en examinant la distribution de Fermi-Dirac. En effet, cette distribution n'est influencée par la température que pour des états proches de l'énergie de Fermi. De même, comme on a pu le remarquer auparavant, ce sont les électrons d'énergie proche de celle de Fermi qui participent à la chaleur spécifique. Il est donc facile d'en déduire que cette vitesse peut être remplacée par la vitesse de Fermi, définie comme la vitesse d'un électron à l'énergie de Fermi. D'où la conductivité thermique

$$K_{\text{él}} = 3 \frac{m}{h^3} k_B^2 E_f T l \quad (\text{A2.20})$$

Le libre parcours moyen  $l$  est dominé, soit par les défauts du réseau cristallin, soit par une dimension du réseau, soit par l'interaction avec les phonons.

L'interaction électron-électron est faible à basse température. En effet, cette interaction doit conserver l'énergie, mais également le principe d'exclusion de Pauli. A basse température, les états sont presque entièrement peuplés. Un électron ne pourra perdre une grande quantité d'énergie, ce qui est équivalent à limiter également les forts gains en énergie. Cette interaction est donc limitée aux électrons proches de l'énergie de Fermi, qui ne représente qu'une fraction (un pour cent environ) de l'ensemble des électrons. Ce libre parcours moyen dû à l'interaction électron-électron peut ainsi devenir très grand. Dans des métaux très purs, on a ainsi observé des libres parcours atteignant la dizaine de centimètres.

Les effets dû aux défauts du réseau cristallin dépendent de la pureté du métal, ainsi que de sa méthode de préparation.

Si une dimension du réseau cristallin est faible devant ces libres parcours moyen, elle peut devenir dominante. Arrivant sur le bord du réseau, l'électron devra changer de direction, il devra donc échanger de la quantité de mouvement par un moyen ou un autre. Cet échange peut se faire par chocs élastiques, mais rien de l'y oblige.

Ainsi, on ne peut à priori connaître la conductivité thermique d'un métal donné.

Il existe une relation célèbre pour sa justesse à température ambiante, la loi de Wiedeman-Franz:

$$K / \sigma = L T$$

$$\text{avec } L = 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \Omega / \text{K}$$

Elle donne le rapport de la conductivité thermique  $K$  d'un métal sur sa conductivité électrique  $\sigma$  comme égal à la température multipliée par le nombre de Lorentz  $L$ .

Une simple mesure de résistivité permet ainsi de connaître la conductivité thermique. En fait, le nombre de Lorentz ne reste pas constant à basse température. Ceci est dû aux longueurs de relaxation thermique et électrique qui peuvent se découpler à basse température. La loi de Wiedmann-Franz suppose ces deux longueurs comme identiques.

La mesure de cette valeur reste alors la méthode de détermination la plus sûre.

## 2) Les phonons : théorie de Debye. [8]

Le réseau cristallin participe aussi aux phénomènes thermiques dans un matériau. Cet effet est dominant dans les isolants qui, par définition, n'ont pas d'électrons libres de conduction.

Le réseau cristallin est un arrangement d'atomes liés entre eux à une position d'équilibre par des forces de répulsion et d'attraction. Ces atomes ont néanmoins la possibilité de vibrer autour de leur position d'équilibre. Ces modes de vibrations sont quantifiés en énergie. Ces quanta d'énergie sont appelés phonons.

L'énergie d'un mode élastique de pulsation  $\omega$  est :

$$E = \left( n + \frac{1}{2} \right) h \omega \quad (\text{A2.21})$$

Où  $n$  est le nombre de phonons de pulsation  $\omega$ .

On traite les phonons comme des particules. On définit ainsi une statistique de distribution ainsi qu'une densité de mode.

Les phonons sont des bosons, particules de spin entier (nul). En équilibre thermique, à la température  $T$ , la population d'un mode de phonons est donnée par la distribution de Planck:

$$n(\omega) = \frac{1}{\exp\left(\frac{h \omega}{k_B T}\right) - 1} \quad (\text{A2.22})$$

La méthode la plus simple pour la détermination des caractéristiques thermiques d'un isolant est le modèle de Debye. Celui-ci a l'avantage de fournir de bons résultats à très basses températures.

On ne considère ici que les branches acoustiques, ondes se propageant à la vitesse du son dans le matériau. Le modèle de Debye suppose que la vitesse du son est constante.

Comme pour les électrons, on définit une densité de mode :

$$D(\omega) = \frac{dN}{d\omega} = \frac{V \omega^2}{2 \pi^2 v^3} \quad (\text{A2.23})$$

où  $V$  est le volume de l'échantillon,  $v$  la célérité du son dans le milieu et  $N$  le nombre total de mode soit

$$N = \frac{V \omega^3}{6 \pi^2 v^3} \quad (\text{A2.24})$$

S'il y a  $n$  mailles primitives dans l'échantillon, alors le nombre maximal de modes de phonons est  $n$  (un par maille). Ceci permet de déterminer une fréquence de coupure  $\omega_D$ , fréquence de Debye :

$$\omega_D = 6 \pi^2 v^3 n/V \quad (\text{A2.25})$$

D'où la notion de température de Debye  $\theta_D$  par la relation  $\frac{h \omega_D}{2 \pi} = k_B \theta_D$

La méthode de calcul de la chaleur massique est la même que pour les électrons, et l'on trouve une dépendance en température qui varie en  $T^3$ :

$$C = 234 k_B N_A \left[ \frac{T}{\theta_D} \right]^3 \quad (\text{A2.26})$$

La conductivité thermique des phonons dépend, comme pour les électrons, du libre parcours moyen, tel que

$$K = C v l \quad (\text{A2.18})$$

Où  $v$  est la vitesse du son,  $l$  le libre parcours moyen et  $C$  la capacité calorifique. A basse température, le libre parcours moyen sera limité soit par les défauts du cristal, soit par la taille de l'échantillon. Ainsi, la conductivité thermique varie comme la chaleur spécifique.

Réellement, dans les isolants, les défauts et les impuretés permettent d'obtenir des phonons de faible longueur d'onde, donc énergétiques, et peu couplés avec les phonons à l'équilibre thermique. La relaxation de ces phonons influence grandement les caractéristiques thermiques.

Dans notre cas, la température mesurée sera la température des électrons. Les interactions avec les phonons ne produira en fait qu'une perte de chaleur non mesurable pour nous. La décroissance de la chaleur spécifique dû aux phonons, variant comme le cube de la température, engendre un effet des phonons négligeable à très basse température, du moins pour le métal en lui même (Voir chapitre II.1). Nos échantillons étant placés sur un substrat isolant, les effets les plus importants de perte de chaleur par les phonons viendra, s'il a lieu, du couplage entre les électrons du métal et les phonons du substrat. Mais ceci ne peut se faire qu'à l'interface des deux matériaux, à travers la résistance de contact, plus connue sous le nom de résistance de Kapitza.

### **3) Résistance de Kapitza :**

La résistance de Kapitza est la résistance thermique de contact entre deux matériaux distincts. A basse température, elle peut dominer les échanges thermiques entre deux matériaux. Elle s'applique aux matériaux isolants, où à l'interface d'un matériau isolant et d'un métal. C'est donc un effet essentiellement dû au transfert de phonons à travers l'interface. On peut se visualiser celle ci en pensant à des ondes acoustiques qui se réfléchissent au niveau de l'interface.

La valeur de cette résistance dépend fortement de la nature de l'interface et des matériaux. L'expérimentation reste alors le meilleur moyen de la quantifier.

Les valeurs que l'ont trouve sont généralement pour les interfaces solides-hélium, dues à leur importance pour la thermalisation dans les cryostats au niveau de la boîte de mélange et des bouilleurs.

### Annexe 3 : Energie interne d'un gaz d'électrons libres

L'énergie interne d'un gaz de N électrons est la somme de l'énergie de chaque électron soit, conformément à (A2.13) :

$$U = \int_0^{+\infty} E D(E) F(E) dE \quad (\text{A2.13})$$

Remplaçant chaque terme par son expression, on obtient:

$$U = \frac{L^3}{2\pi^2} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^{+\infty} \frac{E^{3/2} dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{k_B T}\right)} \quad (\text{A2.14})$$

L'intégrale à calculer est du type [27]:

$$I_n = \int_0^{+\infty} \frac{E^n dE}{1 + \exp\left[\alpha\left(\frac{E}{E_f} - 1\right)\right]} \quad (\text{A3.1})$$

Avec  $\alpha = \frac{E_f}{k_B T}$  qui est un nombre supérieur à 100, même à 300 K.

Posons  $y + 1 = \frac{E}{E_f}$ , on a alors :

$$I_n = E_f^{(n+1)} \int_{-1}^{+\infty} \frac{(y+1)^n dy}{1 + \exp(\alpha y)} \quad (\text{A3.2})$$

On peut remarquer que :

$$\frac{1}{1 + \exp(-\alpha y)} = 1 - \frac{1}{1 + \exp(\alpha y)} \quad (\text{A3.3})$$

Ainsi qu'avec un changement de variable  $y \rightarrow -y$ , on obtient :

$$\int_{-1}^0 \frac{(y+1)^n dy}{1 + \exp(\alpha y)} = \int_0^1 \frac{(1-y)^n dy}{1 + \exp(-\alpha y)} \quad (\text{A3.4})$$

La combinaison de A3.3 et A3.4 permet d'écrire :

$$\int_{-1}^0 \frac{(y+1)^n dy}{1 + \exp(\alpha y)} = \frac{1}{(n+1)} - \int_0^1 \frac{(1-y)^n dy}{1 + \exp(\alpha y)} \quad (\text{A3.5})$$

On somme chaque membre de l'équation A3.5 par l'intégrale du membre de gauche de A3.5 prise entre 0 et 1, puis, on remplace la borne supérieure d'intégration par  $+\infty$  car  $\alpha$  étant grand, l'intégration entre 1 et  $+\infty$  est quasiment nulle. On peut donc réécrire  $I_n$  sous la forme :

$$I_n = E_f^{(n+1)} \left[ \frac{1}{(n+1)} + \int_0^{+\infty} \frac{[(1+y)^n - (1-y)^n] dy}{1 + \exp(\alpha y)} \right] \quad (\text{A3.6})$$

La fonction qui reste à intégrer est nulle à l'origine, puis devient négligeable dès que  $y$  n'est plus très petit. On peut donc remplacer le numérateur par son développement limité, en se contentant de prendre le premier terme (le second terme étant déjà en puissance 3 de  $y$ ).

On a donc :

$$\int_0^{+\infty} \frac{[(1+y)^n - (1-y)^n] dy}{1 + \exp(\alpha y)} = \int_0^{+\infty} \frac{2ny dy}{1 + \exp(\alpha y)} \quad (\text{A3.7})$$

ce qui revient à calculer l'intégrale, en effectuant le changement de variable  $x = \alpha y$  :

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \, dx}{1 + \exp(x)} \quad (\text{A3.8})$$

valeur que l'on peut trouver dans les tables, ce qui nous donne

$$(\text{A3.8}) = \frac{\pi^2}{12} \quad (\text{A3.9})$$

d'où

$$I_n = E_f^{(n+1)} \left[ \frac{1}{(n+1)} + \frac{n \pi^2}{6 \alpha^2} \right] \quad (\text{A3.10})$$

Pour  $n = 3/2$ , on obtient l'énergie interne d'un gaz d'électrons, soit :

$$U = \frac{L^3}{2 \pi^2} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} E_f^{5/2} \left[ \frac{2}{5} + \frac{3 \pi^2 k_B^2 T^2}{2 E_f^2} \right] \quad (\text{A3.11})$$

Le terme indépendant de  $T$  représente l'énergie à température nulle.

## Annexe 4 : Mécanique quantique. Notions et effet tunnel.

Cette annexe présente quelques rappels de mécanique quantique de base, largement inspiré du travail de Jean-Marc Levy-Leblond [28]. J'y introduit la notion de fonction d'onde et j'étudie ensuite l'aspect de ces fonctions d'onde lors de la présence d'une marche de potentiel.

L'ensemble amène ainsi à la notion d'effet tunnel d'une particule de nature quantique.

Les nombreuses expériences du début du siècle ont amené les physiciens à se poser la question de l'interprétation de phénomènes qui semblait se situer à la fois sur les deux pans fondamentaux de la physique : corpusculaire (point matériel) et ondulatoire (onde).

Certains objets semblaient animés d'une nature corpusculaire prit seul qui s'évanouissait au profit d'un aspect ondulatoire en groupe. On pensera à la lumière et aux photons pour s'en convaincre. Naissait ainsi une nouvelle nature de la matière, la nature quantique, qui déboucha sur l'éclosion de la physique quantique. D'abord réservée au échelles atomiques, celle ci s'exerce de plus en plus vers les échelles macroscopique (hélium superfluide, effet quantique macroscopique de retournement d'aimantation d'une particule,...).

### D) Introduction à la mécanique quantique :

Le premier point de la mécanique quantique est la notion d'états propres d'une grandeur physique :

Soit une grandeur physique  $P$ . Elle lui est associé un ensemble d'états propres  $\{p_n\}$  ( $n = 1,2,3,\dots$ ) de valeurs propres associées  $\{v_n\}$ . Les états propres ont certaines propriétés:

- Les états propres forment un ensemble disjoint et complet.
- Les états propres sont tels qu'une mesure de la grandeur  $P$  d'un système dans un état initial  $v$  fournit l'une des valeurs propres  $v_n$  du système avec une probabilité  $\text{Prob}(v_n \leftarrow v)$ . On appelle cette probabilité la probabilité de transition de l'état  $v$  sur l'état propre  $v_n$ . La mesure projette alors le système dans l'état final  $v_n$ .
- Les probabilités de transition vers un états propres possèdent les propriétés de :

Disjonction:

$$\text{Prob}(v_i \leftarrow v_n) = 0 \quad (\text{A4.1})$$

quelque soit  $i$  et  $n$  tel que  $i$  différent de  $n$

Complétude:

$$\sum_n \text{Prob}(u_n \leftarrow v) = 1 \quad (\text{A4.2})$$

pour tout état  $v$ .

L'apparente double nature d'un système quantique ne permet pas d'utiliser ces règles classiquement comme pour la physique statistique. On introduit ainsi la notion d'amplitude quantique (son terme amplitude est emprunte de la physique ondulatoire car elle est aussi régie par le principe de superposition) :

La probabilité de transition  $\text{Prob}(b \leftarrow a)$  est ainsi le carre du module de l'amplitude quantique de transition (ou amplitude de probabilité) notée  $A(b \leftarrow a)$  :

$$\text{Prob}(b \leftarrow a) = |A(b \leftarrow a)|^2 \quad (\text{A4.3})$$

On utilisera par la suite la notation courante

$$A(b \leftarrow a) = \langle b/a \rangle \quad (\text{A4.4})$$

Deux principes essentiels régissent les calculs sur les amplitudes quantiques:

**Principe de superposition :**

Lorsqu'une transition quantique présente un ensemble complet et disjoint d'états intermédiaires, l'amplitude de probabilité la transition est la somme des amplitudes correspondant a chaque état intermédiaire.

$$\langle w/v \rangle = \sum_n \langle w/u \rangle_n \quad (\text{A4.5})$$

**Principe de factorisation:**

Lorsqu'une transition quantique s'effectue par passage dans un état intermédiaire bien défini, l'amplitude de probabilité de la transition est le produit des amplitudes correspondant aux deux stades de la transition (de l'état initial à l'état intermédiaire, de l'état intermédiaire à l'état final).

$$\langle w/v \rangle = \langle w/u_n \rangle \langle u_n/v \rangle \quad (\text{A4.6})$$

**Relation de conjugaison des amplitudes quantiques:**

Les amplitudes quantiques de deux transitions inverses l'une de l'autre sont complexes conjuguées.

$$\langle w/v \rangle = \text{Conj}(\langle v/w \rangle) \quad (\text{A4.7})$$

Où Conj est la fonction conjugué. D'où la relation de symétrie des probabilité :

$$\text{Prob}(b \leftarrow a) = \text{Prob}(a \leftarrow b) \quad (\text{A4.8})$$

La probabilité de deux transitions inverses sont égales.

**II) Notion de fonction d'onde :**

Considérons un état  $w$  d'un système. Parmi toutes les amplitudes  $\langle v/w \rangle$  qui caractérisent l'état  $w$ , certaines d'entre elles sont logiquement intéressantes, en particulier les amplitudes de projection de l'état  $w$  sur des états localisés, autrement dit sur les états propres de la grandeur position.

Si on considère une particule de nature quantique, ces amplitudes vont donc nous fournir les probabilités de localisation de notre objet.

Soit une particule condamnée à rester sur un axe. On note  $u_x$  l'état propre de localisation au point d'abscisse  $x$ . On cherche donc l'amplitude à calculer:

$$\langle u_x/w \rangle \quad (\text{A4.9})$$

On peut construire une application qui à chaque abscisse  $x$  fait correspondre l'amplitude de localisation (A4.9). On la nomme  $\Psi_w$  tel que

$$\Psi_w(x) = \langle u_x/w \rangle \quad (\text{A4.10})$$

Le nom courant utilisé pour  $\Psi$  est fonction d'onde.

Pour ce faire une idée sur l'état propre de la grandeur position, il suffit d'imaginer une expérience comprenant un détecteur. Prenons comme particule un électron et comme détecteur un écran d'oscilloscope. On ne connaît pas a priori la position de notre électron. Le fait de la détecter (présence d'une tache lumineuse sur l'écran) oblige ainsi notre particule à se localiser en un point précis de l'espace. On réalise ainsi une projection de l'électron dans un état donné sur un état propre de localisation.

La position étant état propre du système, on s'attend vérifier la propriétés de complétude (A4.2) pour la transition vers un état propre :

$$\sum_n \langle u_n | -w \rangle = 1$$

où encore :

$$\sum_x |\Psi_w(x)|^2 = 1$$

Le caractère continu de l'espace impose ici de travailler avec des intégrales plutôt que des sommes discrètes. Si le système est sur un axe de longueur infini on a alors :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_w(x)|^2 dx = 1 \quad (\text{A4.11})$$

C'est la condition de normalisation pour la fonction d'onde.

Ceci n'est pas rigoureux car la relation impose à  $|\Psi_w(x)|^2$  d'être homogène à l'inverse d'une longueur, contrairement à ce que l'on avait laissé pressentir.

On se ramène ici dans le cas des probabilités sur des ensembles infinis. On ne peut que définir une probabilité différentielle de localisation entre une position  $x$  et une position  $x+dx$ , soit:

$$d\text{Prob}(x, x+dx) = \rho(x) dx$$

où  $\rho(x)$  est une densité de probabilité, homogène à l'inverse d'une longueur, telle que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) dx = 1 \quad (\text{A4.12})$$

$|\Psi_w(x)|^2$  est donc une densité de probabilité, d'où la présence de l'homogénéité à une longueur.

Certains états de  $w$  sont intéressants, notamment lorsque  $w$  est état propre de la quantité de mouvement  $p$ . D'après les inégalités d'Heisenberg, un état propre de la quantité de mouvement possède une extension spatiale infinie ( $\Delta p \Delta x \geq h/2\pi$ ). La particule quantique est donc complètement délocalisée, ce qui amène à supposer que la densité de probabilité  $|\Psi_p(x)|^2$  est indépendante de la position. De plus, la relation de De Broglie qui relie le vecteur d'onde  $k$  à la quantité de mouvement  $p$  ( $p = h k / 2\pi$ ) caractérise une dépendance harmonique en  $x$  de la fonction d'onde.

$\Psi_p(x)$  est donc de la forme :

$$\Psi_p(x) = A \exp(i 2\pi p x / h) \quad (\text{A4.13})$$

où  $A$  est une constante.

Bien sûr, il est impossible de normaliser cette fonction car l'extension spatiale est infinie. Mais ce n'est là qu'une abstraction de l'esprit qui n'apparaît pas en physique expérimentale.

### III) Forces et potentiels quantiques:

Nous allons aborder maintenant la partie la plus importante de ce chapitre dans le sens où nous allons calculer les fonctions d'onde qui vont "révéler" l'effet tunnel.

Soit une particule quantique de masse  $m$  soumise à un champ de forces extérieures. L'énergie  $E$  d'une telle particule placée dans un potentiel  $V(x)$  qui traduit les forces mises en jeu est :

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x) \quad (\text{A4.14})$$

où  $p$  est la quantité de mouvement de la particule.

Cette relation n'a de sens que dans le cadre de la physique "classique" car ces variables n'ont en général pas de valeurs bien définies, et l'on ne peut relier les valeurs propres de ces trois grandeurs en même temps, à savoir quantité de mouvement et position ne sont pas compatibles. C'est à dire que  $V$  ne peut avoir de valeur précise si  $p$  est valeur propre. Néanmoins, un cas est compatible avec la mécanique quantique quand le potentiel  $V(x)$  est indépendant de la position est se résume à une valeur donnée  $V$  constante.

Supposons alors que le potentiel est constant et est égale à la valeur  $V_0$ .

À une valeur propre de l'énergie  $E$  correspond deux valeurs propres de la quantité de mouvement  $p = \pm p_E$

Calculons les amplitudes de probabilité de localisation de la particule en état propre de son énergie soit

$$\begin{aligned}\Psi_E(x) &= \langle u_x / u_E \rangle \\ &= \langle u_x / u_{p_E} \rangle \langle u_{p_E} / u_E \rangle + \langle u_x / u_{-p_E} \rangle \langle u_{-p_E} / u_E \rangle\end{aligned}\quad (\text{A4.15})$$

en appliquant les règles de factorisation et de superposition (A4.5) et (A4.6).

Ce qui nous donne, en introduisant (A4.13) :

$$\Psi_p(x) = A \langle u_{p_E} / u_E \rangle \exp(i 2\pi p_E x / h) + A \langle u_{-p_E} / u_E \rangle \exp(-i 2\pi p_E x / h)\quad (\text{A4.16})$$

Les termes  $\langle u_{p_E} / u_E \rangle$  et  $\langle u_{-p_E} / u_E \rangle$  représentent les amplitudes de probabilité de projection de l'état  $u_E$  sur l'un des états propres de quantité de mouvement. Autrement dit, elles représentent les probabilités qu'à la particule d'énergie  $E$  de se mouvoir vers la droite ou la gauche sur l'axe des  $x$ .

Optons pour la notation plus explicite :

$$\Psi_p(x) = a_+ \exp(i 2\pi p_E x / h) + a_- \exp(-i 2\pi p_E x / h)\quad (\text{A4.17})$$

ce qui donne

$$|\Psi_{p(x)}|^2 = |a_+|^2 + |a_-|^2 + 2 \operatorname{Re}(\operatorname{Conj}[\Psi_{p(x)}] \Psi_{p(x)}) \quad (\text{A4.18})$$

ou  $\operatorname{Re}$  est la fonction partie réelle.

Les termes  $|a_+|^2$  et  $|a_-|^2$  représentent, au coefficient de normalisation  $A$  près, les densités de probabilités de transition de l'état propre d'énergie  $E$  vers les états propres de quantité de mouvement. Le troisième terme représente les effets d'interférences, qui disparaissent si l'on moyenne  $|\Psi_{p(x)}|^2$  sur un intervalle suffisamment grand.

En fait, nous allons négliger le terme d'interférence en se plaçant dans une situation plus réaliste. On aura alors une simple addition des probabilités, comme en théorie classique.

L'idée est de ne plus considérer une particule seule mais un ensemble de particules ayant une quantité de mouvement  $p_E$  et  $-p_E$ , les quantités  $|a_+|^2$  et  $|a_-|^2$  sont alors des densités relatives au sens usuel du terme, soit des nombres de particules par unité de longueur. Le schéma global de représentation physique du système est celui de considérer deux accélérateurs de particules se trouvant en plus et moins l'infini. Ceux-ci émettent des particules de quantité de mouvement  $p_E$  avec des densités relatives  $|a_+|^2$  et  $|a_-|^2$ . Certes les effets d'interférences existent toujours lorsqu'une particule "croise" une autre qui arrive en sens inverse, néanmoins ce temps est limité et ne dure pas, car les particules n'ont pas une extension spatiale infinie dans la réalité.

Nos relations ne sont que des cas idéaux, il faut donc ici jongler entre la théorie et la physique.

#### a) Notion de courant de probabilité :

Classiquement, pour un faisceau de particule  $v$  et de densité  $\rho$ , le courant est donné par la relation

$$j = \rho v \quad (\text{A4.19})$$

Dans notre cas, les particules ont une vitesse  $v = p_E/m$  et  $-v = -p_E/m$  avec une densité respective  $|a_+|^2$  et  $|a_-|^2$ , le courant global est donné par la somme des deux courants inverses. (A4.19) devient :

$$j = p_E/m ( |a_+|^2 - |a_-|^2 ) \quad (\text{A4.20})$$

que l'on appelle courant de probabilité.

Une quantité intéressante est le rapport des deux courants correspondants aux deux directions

$$R = \frac{|a_+|^2}{|a_-|^2} \quad (\text{A4.21})$$

qui est indépendant des conditions de normalisation.

Nous pouvons maintenant examiner le cas où le potentiel  $V$  est constant par morceaux sur des intervalles  $\Delta x$ . Nous allons examiner directement le cas d'une "marche" de potentiel.

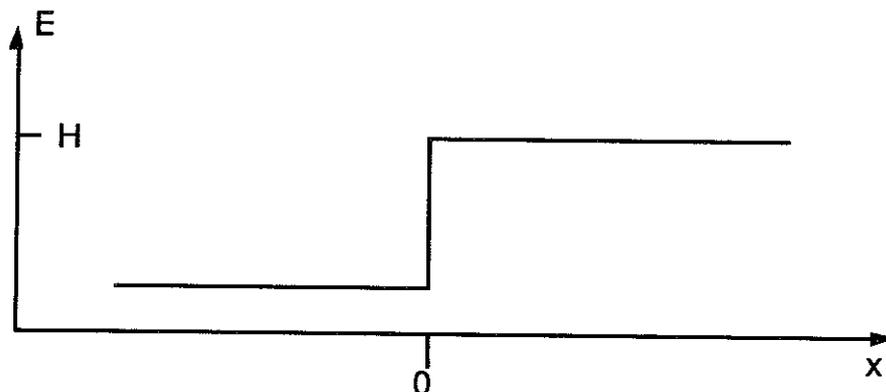
On posera des conditions de continuité qui ne seront pas explicitées ici, à savoir la continuité de la fonction d'onde, de sa dérivée et des densités de probabilités. Nous l'admettrons simplement. Le but de ce chapitre n'est pas de refaire entièrement la mécanique quantique.

### **b) Marche de potentiel :**

Plaçons nous dans le cas où le potentiel est en marche d'escalier. On prend l'exemple où le potentiel  $H$  est la fonction définie comme suit

$$H(x) = 0 \quad \text{pour } x < 0$$

$$H(x) = H \quad \text{pour } x > 0$$



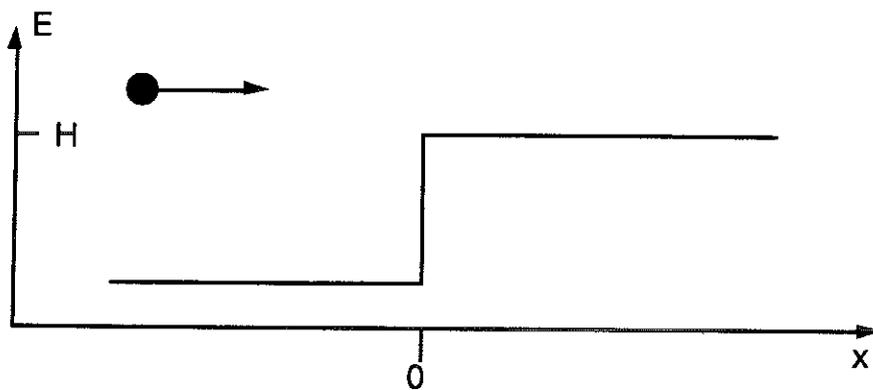
**Figure A4.1** Schématisation d'une marche de potentiel de "hauteur"  $H$ .

On se place dans le cas où un accélérateur se trouvant en  $x = -\infty$  émet des particules d'énergie  $E$  constante se déplaçant vers les  $x$  positifs.

Deux cas se présente à nous. Le premier lorsque l'énergie des particules initiale est supérieure au potentiel  $H$ , le second est évidemment lorsque l'énergie de la particule est inférieure à la marche de potentiel.

**i)  $E > H$**

Dans chacune des régions, le potentiel est constant. On prend donc comme point de départ les relations pour la fonction d'onde comme décrit précédemment (A.4.17).



**Figure A4.2** Schématisation d'un électron d'énergie supérieure à une marche de potentiel  $H$  se dirigeant vers cette marche.

Conformément à (A4.17), les fonctions d'ondes s'écrivent, sur chaque partie de l'espace :

$$x < 0 \quad \Psi_p(x) = a_+ \exp(i 2\pi p x / h) + a_- \exp(-i 2\pi p x / h) \quad (\text{A4.22})$$

$$x > 0 \quad \Psi_p(x) = b_+ \exp(i 2\pi q x / h) + b_- \exp(-i 2\pi q x / h) \quad (\text{A4.23})$$

avec  $p = \sqrt{2 m E}$  et  $q = \sqrt{2 m (E - H)}$  d'après (A4.14)

De part les conditions initiales du problème, il est logique de penser qu'aucune particule ne risque de revenir dans la directions des  $x$  décroissants lorsque  $x > 0$ . Ceci impose donc à  $b_-$  d'être égale à 0.

La continuité de la fonction d'onde et de sa dérivé conduit aux conditions en  $x=0$  :

$$a_- = a_+ \frac{p - q}{p + q} \quad (\text{A4.24})$$

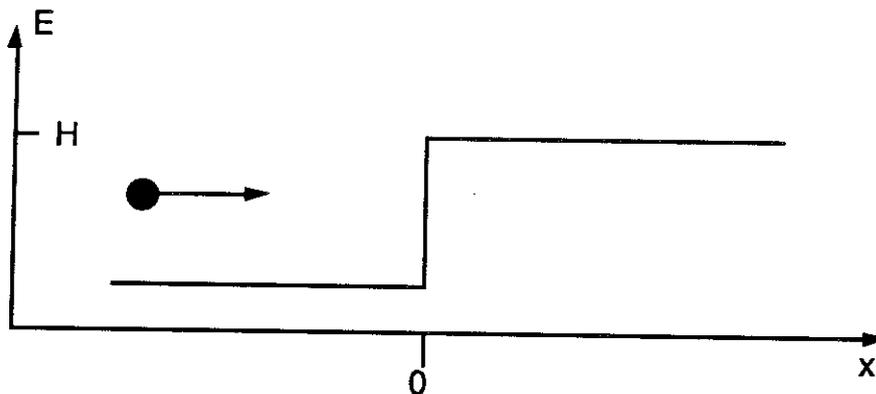
$$b_+ = a_+ \frac{2p}{p + q} \quad (\text{A4.25})$$

Le résultat intéressant est ici le fait que  $a_-$  est différent de zéro. Bien que les particules aient une énergie supérieure à la barrière de potentiel, une fraction de celles-ci sera réfléchi par la discontinuité. Ce résultat diffère grandement de la mécanique classique.

A la limite où  $q = 0$  ( $E = H$ ), les particules sont toutes réfléchies ( $a_- = a_+$ )

### ii) $E < H$ :

Dans le cas où les particules ont une énergie initiale inférieure à la marche de potentiel, on se doute bien que celles-ci seront toutes réfléchies. Cela correspond un peu au cas où une particule est dans un puits de potentiel. Néanmoins, un examen attentif de la fonction d'onde dans ce cas va nous révéler quelque chose d'intéressant.



**Figure A4.3** Schématisation d'une élection se dirigeant vers une marche de potentiel avec une énergie inférieure à cette marche.

Dans ce cas, il n'y a pas de valeur physique à  $q$ . En effet ( $E - H$ ) étant négatif, ce terme ne peut être classiquement mis sous une racine carrée. Il nous faut alors poser pour  $q$  une valeur imaginaire tel que

$$q = i r \quad (\text{A4.26})$$

avec

$$r = \sqrt{2m(H - E)} \quad (\text{A4.27})$$

Ce qui conduit pour la fonction d'onde, conformément à (A4.17) :

$$x < 0 \quad \Psi_p(x) = a_+ \exp(+i2\pi qx/h) + a_- \exp(-i2\pi qx/h) \quad (\text{A4.28})$$

$$x > 0 \quad \Psi_p(x) = b_+ \exp(-2\pi rx/h) + b_- \exp(+2\pi rx/h) \quad (\text{A4.29})$$

On élimine le terme en  $b_-$  pour la même raison qu'en i) . De plus, il est évident que la fonction d'onde doit rester bornée.

Les conditions de continuité nous amène a obtenir :

$$a_- = a_+ \frac{p - ir}{p + ir} \quad (\text{A4.30})$$

$$b_+ = a_+ \frac{2p}{p + ir} \quad (\text{A4.31})$$

Le rapport  $R$  (A4.21) du courant réfléchi sur le courant incident est alors égale a 1. Les particules rebondissent toutes sur la marche de potentiel, comme on pouvait s'y attendre.

Le résultat intéressant ici est la valeur non nulle de la fonction d'onde pour  $x > 0$ . Cela traduit le fait que malgré une énergie inférieure à la marche de potentiel, on trouve des particules sur des abscisses supérieures a zéro.

Une vue de l'esprit de se phénomène veut que les particules se trouvent a l'intérieur de la marche de potentiel, puisque leur énergie reste constante.

Cet exemple ouvre la voie d'une autre question qui nous amène à l'effet tunnel. En effet, si la probabilité de trouver une particule sur les abscisses supérieure à zéro n'est pas nulle, que ce passe t-il si la marche de potentiel est transformée en barrière ? Autrement dit, si la barrière est suffisamment fine, la particule a t-elle une chance de se retrouver de l'autre cote de la barrière tout en ayant une énergie inférieure à celle ci?

**c) Barrière de potentiel :**

Nous allons conserver les conditions de l'étude de la marche de potentiel, à savoir un accélérateur se trouvant en moins l'infini qui émet des particules d'énergie  $E$  constante dirigées vers les  $x$  positifs.

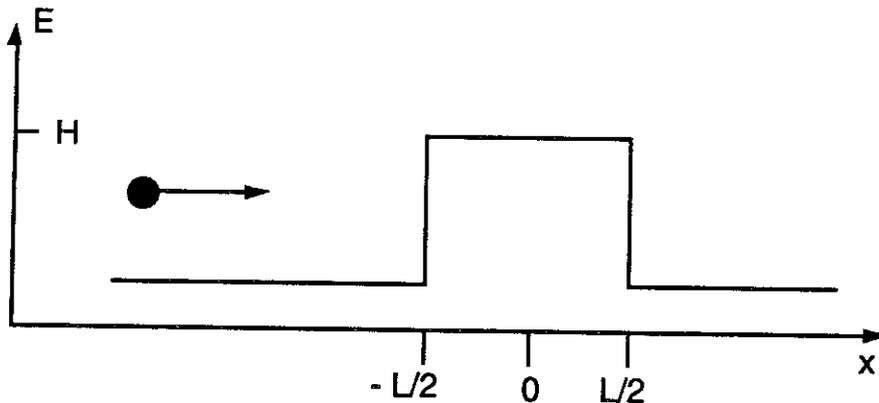
On remplace la marche de potentiel par une barrière de "hauteur"  $H$ , de largeur  $L$  et centrée en  $x = 0$  (voir figure A4.5)

La fonction  $H$  du potentiel est telle que

$$H(x) = 0 \text{ pour } |x| > \frac{L}{2}$$

$$H(x) = H \text{ pour } |x| < \frac{L}{2}$$

L'énergie initiale des particules est telle que  $E < H$ .



**Figure A4.5** Schématisation d'une barrière de potentiel.

On peut écrire la fonction d'onde sous la forme, toujours d'après (A4.17):

$$x < -\frac{L}{2} \quad \Psi_E(x) = a_+ \exp(i 2\pi p x / h) + a_- \exp(-i 2\pi p x / h) \quad (\text{A4.32})$$

$$-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \quad \Psi_E(x) = b_+ \exp(-2\pi r x / h) + b_- \exp(+2\pi r x / h) \quad (\text{A4.33})$$

$$x > \frac{L}{2} \quad \Psi_E(x) = c_+ \exp(i 2\pi p x / h) + c_- \exp(-i 2\pi p x / h) \quad (\text{A4.34})$$

On peut ici éliminer le terme en  $c_-$ , il n'y a pas d'accélérateur du coté des abscisses positives.

Les conditions de continuité en  $+\frac{L}{2}$  et  $-\frac{L}{2}$  nous donne les relations suivantes, en posant  $\eta = L\pi/h$  :

$$a_+ \exp(-ip\eta) + a_- \exp(+ip\eta) = b_+ \exp(+r\eta) + b_- \exp(-r\eta) \quad (\text{A4.35})$$

$$c_+ \exp(+ip\eta) = b_+ \exp(-r\eta) + b_- \exp(+r\eta) \quad (\text{A4.36})$$

$$ip [a_+ \exp(-ip\eta) - a_- \exp(+ip\eta)] = r [b_- \exp(-r\eta) - b_+ \exp(+r\eta)] \quad (\text{A4.37})$$

$$ip c_+ \exp(+ip\eta) = r [b_- \exp(+r\eta) - b_+ \exp(-r\eta)] \quad (\text{A4.38})$$

Soit une ensemble de quatre équations pour cinq inconnues, que l'on va exprimer en fonction de  $a_+$ .

La valeur importante est ici le rapport  $\frac{a_+}{c_+}$  qui est représentatif de la fraction de particules continuant leur chemin vers les abscisses supérieures à  $L/2$ .

On trouve d'après les relations (A4.35) à (A4.38) :

$$\frac{a_+}{c_+} = \frac{\exp(-ip2\eta)}{\text{Ch}(2r\eta) - i \frac{p^2 - r^2}{2pr} \text{Sh}(2r\eta)} \quad (\text{A4.39})$$

Où Ch et Sh représente respectivement la fonction cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique.

On remarque donc que ce rapport n'est pas nul, sauf si  $L$  tend vers une valeur infinie, ce qui traduit le fait qu'une partie des particules incidentes traverse la barrière de potentiel malgré une énergie inférieure à la hauteur de cette barrière. C'est un résultat important de la mécanique quantique, car il régit de nombreux phénomènes physique. On citera par exemple la radioactivité alpha (émission d'un noyau d'hélium par un atome radioactif).

La probabilité de passage associée est

$$\left| \frac{a_+}{c_+} \right|^2 \quad (\text{A4.21})$$

car la quantité de mouvement de la particule n'a pas changée (le rapport des courants de probabilité fournit directement ce résultat.). D'où, d'après (A4.39) :

$$\left| \frac{a_+}{c_+} \right|^2 = \frac{2}{\text{Ch}(4 r \eta) \left( \frac{p^2 + r^2}{2 p r} \right)^2 + 1 - \left( \frac{p^2 - r^2}{2 p r} \right)^2} \quad (\text{A4.40})$$

On retrouve bien les résultats classiques dans les cas extrêmes. Si  $L$  tend vers l'infini, la probabilité tend vers zéro. Si  $L$  est nul, alors la probabilité égale a l'unité, la barrière n'existe plus.

Pour la suite, explicitons cette relation en faisant intervenir l'énergie plutôt que la quantité de mouvement. La particule étant liées à un axe, j'indexe les énergie par un  $x$ . D'après (A4.14) et (A4.27) introduit dans (A4.40), on obtient :

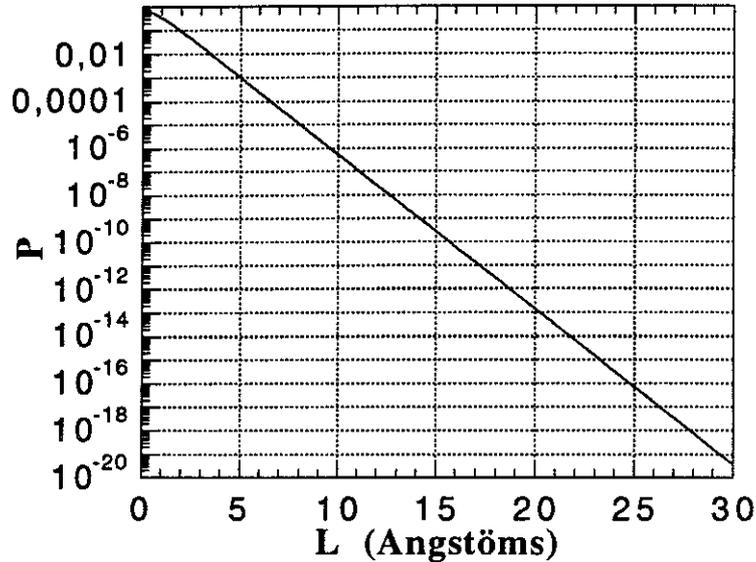
$$\left| \frac{a_+}{c_+} \right|^2 = \frac{2}{\text{Ch}\left( \frac{4 \pi L}{h} \sqrt{2 m (H - E_x)} \right) \frac{H^2}{4 E_x (H - E_x)} + 1 - \frac{(H - 2 E_x)^2}{4 E_x (H - E_x)}} \quad (\text{A4.41})$$

On peut évaluer cette probabilité avec quelques chiffres pour obtenir un ordre de grandeur. Pour un métal, l'énergie  $E_x$  sera typiquement l'énergie de Fermi, soit environ 4 eV [8]. Pour de l'oxyde d'aluminium, la bande d'énergie interdite entre la bande de conduction et la bande de valence est de 7eV environ[29]. J'utilise cette valeur car notre barrière d'oxyde sera de l'aluminium. En supposant cet oxyde pur, la hauteur de la barrière sera de l'ordre de 3,5 eV, d'où  $H = 3,5+4 = 7,5$  eV .

D'où l'on trouve la valeur approchée:

$$\left| \frac{a_+}{c_+} \right|^2 = \frac{2}{\text{Ch}(15,14 \cdot 10^9 \cdot L) + 1} \quad (\text{A4.42})$$

La largeur de la barrière tunnel doit donc être de l'ordre de l'angström. La figure A4.6 illustre cette relation ( $P = \left| \frac{a_+}{c_+} \right|^2$ )



**Figure A4.6** Variation de la probabilité de passage par effet tunnel en fonction de l'épaisseur de la barrière pour des électrons d'un métal à l'énergie de Fermi, la hauteur de la barrière valant 3,5 eV.

La forme de la courbe permet de simplifier la relation (A4.41) sans erreur importante, qui devient alors

$$\left| \frac{a_+}{c_+} \right|^2 = \exp\left(\frac{-4\pi L}{h} \sqrt{2m(H - E_x)}\right) \quad (\text{A4.43})$$

On notera par la suite  $\left| \frac{a_+}{c_+} \right|^2 = P_t(E_x)$

L'effet tunnel est un phénomène qui est surprenant, car en dehors de nos sens qui suivent la mécanique classique. De nombreuses discussions sur ce phénomènes ont été écrites, du passage de l'électron au dessus de la barrière grâce aux principes

d'incertitudes d'Heisenberg [28] , au temps que met la particule à traverser la barrière. Cette notion de temps de traversée est celle qui est la plus à la mode ces temps ci.

Il faut, dans le cas de l'effet tunnel, bien différencier la mécanique quantique aux représentations du monde que l'on connaît tous les jours par nos sens. Un électron n'est pas une onde, ni une particule que l'on peut se représenter par une petite boule se promenant dans le vide. Cette notion de petite boule est la plus courante, car elle permet, pour nos sens, d'interpréter la notion de masse d'une particule. A partir de cette vision, il est certains que toutes les hypothèses les plus farfelues sont possibles, car on associe la particule à un objet bien déterminé. L'erreur provient de ce point de vue. Les particules de nature quantique sont en dehors de notre sens commun de la réflexion, qui n'est plus valable à ces échelles. Il faut "voir" les électrons du point de vue de leur physique, pas du point de vue de nos sens commun. Mais pour cela, il n'y a pas de définition simple pour clarifier l'esprit. C'est à chacun de trouver sa représentation du monde quantique qui se rapproche le mieux de la réalité.

## Annexe 5 : Distribution statistique en direction d'un gaz d'électrons.

Cette annexe présente un simple calcul de statistique qui permet de connaître la probabilité qu'un électron d'énergie donnée possède une énergie projeté sur un axe donnée. Je considère les probabilités de distributions comme isotrope.

A un électron d'énergie  $E$  correspond un vecteur vitesse  $V$  de composante  $(v_x ; v_y ; v_z)$ . On se demande qu'elle est la probabilité que cette particule possède une vitesse appartenant à l'intervalle  $(v_x - \frac{dv_x}{2} ; v_x + \frac{dv_x}{2})$

Sur l'espace des vitesses (repère orthonormé d'axes directeurs  $v_x, v_y, v_z$ ), le vecteur vitesse décrit une sphère de rayon  $V$  tel que

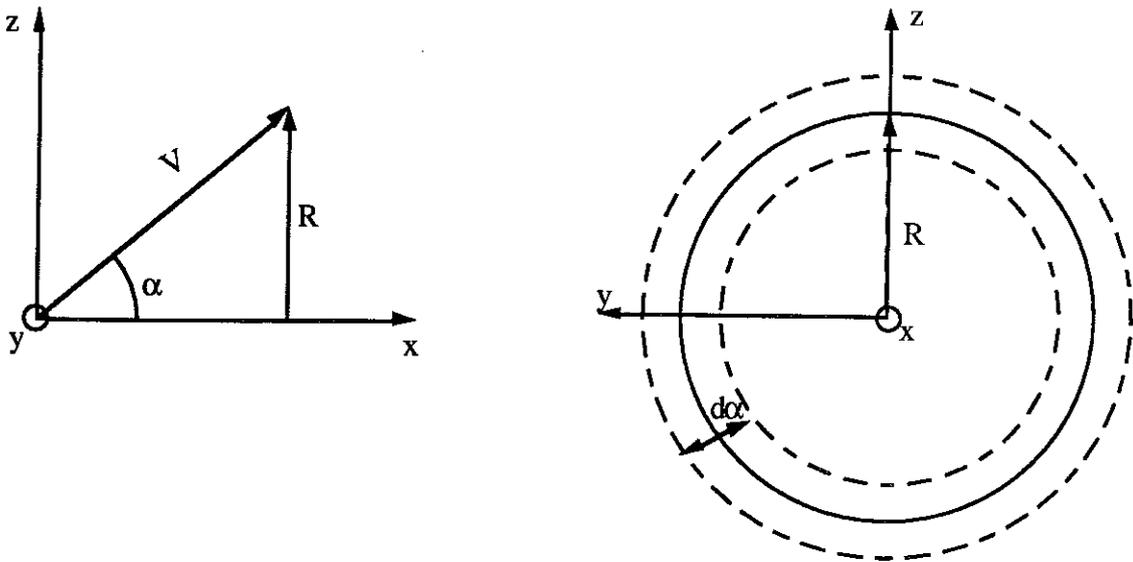
$$V^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad (\text{A5.1})$$

Si on impose sur l'axe  $x$  une vitesse  $v_x$  donnée, alors le vecteur vitesse décrit un cercle de rayon  $R$  tel que

$$R^2 = V^2 - v_x^2 \quad (\text{A5.2})$$

Pour une variation  $\frac{dv_x}{2}$  autour de  $v_x$ , ce cercle devient un disque de rayon  $R$  et de largeur  $V d\alpha$ . La surface du cercle est

$$dS = 2 \pi R V d\alpha \quad (\text{A5.3}) \text{ (voir dessin)}$$



**Figures A5.1** Illustration dans l'espace projeté suivant les plans  $(x,y)$  et  $(y,z)$  des variables utilisés sur les vecteurs vitesses.

Nous avons donc :

$$\sin(\alpha) = \frac{R}{V} \quad (\text{A5.4})$$

et

$$\cos(\alpha) = \frac{v_x}{V} \quad (\text{A5.5})$$

d'où

$$\cos(\alpha) d\alpha = \frac{dR}{V} \quad (\text{A5.6})$$

par dérivation de (A5.4)

En introduisant (A5.5) dans (A5.6), on obtient

$$d\alpha = \frac{1}{\sqrt{V^2 - v_x^2}} dv_x \quad (\text{A5.7})$$

au signe près.

Si l'on suppose qu'il n'y a pas de direction privilégiée, alors la probabilité de trouver un électron compris entre  $v_x - \frac{dv_x}{2}$  et  $v_x + \frac{dv_x}{2}$  est

$$dP(v_x) = \frac{dS(v_x)}{S_{\text{tot}}} \quad (\text{A5.8})$$

Soit en introduisant (A5.2) et (A5.3), en utilisant (A5.7) :

$$dP(v_x) = \frac{2 \pi V}{4 \pi V^2} dv_x = \frac{1}{2V} dv_x \quad (\text{A5.8})$$

avec  $v_x$  appartenant à  $[0 ; V]$

L'intégration de  $dP$  entre  $-V$  et  $V$  donne 1, cette probabilité est donc bien normalisée.

Comme on va travailler sur les relations en prenant comme variable principale l'énergie, on transforme la relation (A5.8) en  $dP(E_x)$  à partir de l'énergie cinétique :

$$E = \frac{m V^2}{2} \quad (\text{A5.9})$$

et

$$E_x = \frac{m v_x^2}{2} \quad (\text{A5.10})$$

Que l'on introduit dans (A5.8) , d'où l'on en déduit :

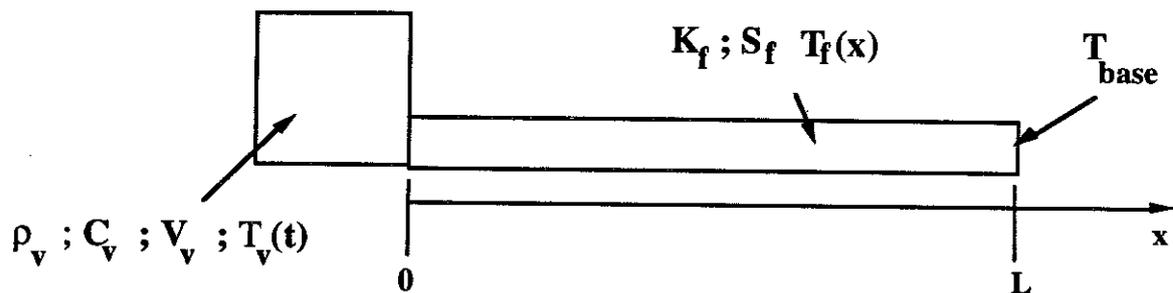
$$dP(E_x) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{(E - E_x)}} dE_x \quad (\text{A5.9})$$

## Annexe 6 : Transferts de chaleur par un métal.

### 1) Refroidissement vers un bain à température constante.

Soit donc le système suivant: Un plot de métal de volume  $V$  est en contact avec une fuite thermique métallique reliée de l'autre extrémité à une masse thermique que l'on considère comme isotherme. A l'origine des temps, le plot est à une température  $T_V(0)$  et la fuite à une température telle que la distribution du flux de chaleur est constante quel que soit l'abscisse.

On considère ici comme négligeable la chaleur spécifique de la fuite thermique. Ceci sous-entend que le plot métallique à une masse importante devant la fuite thermique. Ainsi, on considère que le flux de chaleur au sein de la fuite thermique est indépendant de l'abscisse, quelque soit le temps. La température du volume métallique est homogène.



**Figure A6.1** Schématisation d'un volume  $V$  en contact avec une fuite thermique de longueur  $L$ .

On indice par  $v$  tout ce qui concerne le volume, et par  $f$  ce qui est en rapport avec la fuite thermique.

Le flux de chaleur perdu à l'instant  $t$  par le volume de métal est :

$$\Phi = \rho_v C_v V_v \frac{\partial T_v(t)}{\partial t} \quad (\text{A6.1})$$

Avec

$$C_v = A_v T \quad (\text{A6.2})$$

conformément à (A2.17)

D'après nos hypothèses, ce flux se retrouve sur toute la longueur de la fuite thermique, d'où :

$$\Phi = K_f S_f \frac{\partial T_f(x)}{\partial x} \quad (\text{A6.3})$$

Avec

$$K_f = B_f T \quad (\text{A6.4})$$

conformément à (A2.19)

(A6.3) peut s'intégrer directement, entre 0 et L pour x et entre  $T_V(t)$  et  $T_f(x)$  pour la température soit :

$$T_f(x) = \sqrt{T_V^2(t) + 2 \times \frac{\Phi}{B_f S_f}} \quad (\text{A6.5})$$

En  $x = L$ ,  $T_f(x) = T_{\text{base}} = \text{constante}$ , d'où

$$\Phi = - \frac{B_f S_f}{2L} (T_V^2(t) - T_{\text{base}}^2) \quad (\text{A6.6})$$

On introduit (A6.6) dans (A6.1) qui devient :

$$\frac{T_V(t)}{T_V^2(t) - T_{\text{base}}^2} \frac{\partial T_V(t)}{\partial t} = \frac{- B_f S_f}{2 L \rho_V A_V V_V} \quad (\text{A6.7})$$

Relation qui s'intègre suivant la variable t, d'où:

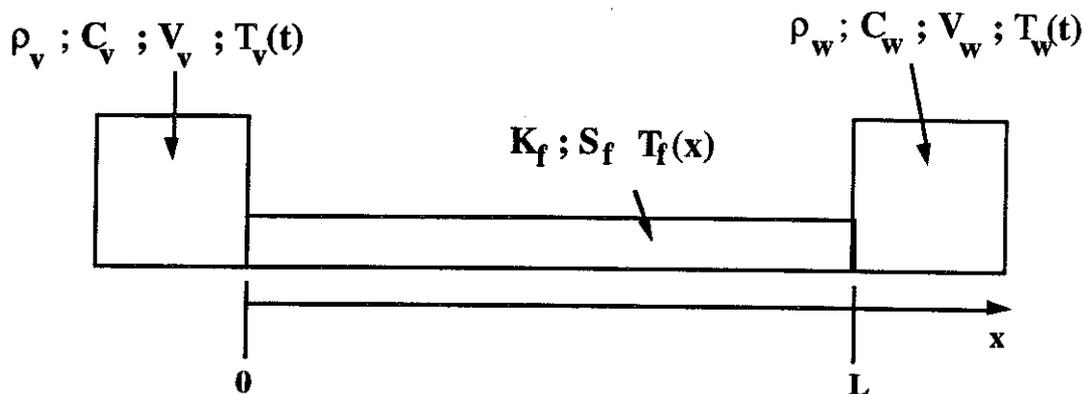
$$T_V^2(t) - T_{\text{base}}^2 = (T_V^2(0) - T_{\text{base}}^2) \exp\left(\frac{-t}{\alpha_{\text{th}}}\right) \quad (\text{A6.8})$$

$\alpha_{\text{th}}$  est définie par :

$$\alpha_{\text{th}} = \frac{L \rho_V A_V V_V}{B_f S_f} \quad (\text{A6.9})$$

## 2) Refroidissement vers un autre volume métallique.

On se place dans les mêmes conditions que précédemment. La différence réside dans le remplacement en  $x=L$  de la masse thermique infinie par un volume  $w$  métallique de valeur fixée, dont on considère que sa température est homogène mais variable dans le temps. Le système est isolé thermiquement de l'extérieur.



**Figure A6.2** Schématisation d'un volume  $V$  en contact avec une fuite thermique de longueur  $L$ , elle-même reliée à une masse thermique  $W$ .

Les équations de bases sont alors (A6.2) à (A6.4) en ajoutant le terme de la seconde masse thermique :

$$\Phi = \rho_w C_w V_w \frac{\partial T_w(t)}{\partial t} \quad (\text{A6.10})$$

Avec

$$C_w = A_w T \quad (\text{A6.11})$$

De la relation (A6.10), considérant les conditions aux limites :

$$T_f(0) = T_v(t) \quad \text{et} \quad T_f(L) = T_w(t),$$

On obtient :

$$T_f(x) = \sqrt{T_v^2(t) - \frac{x}{L} [T_v^2(t) - T_w^2(t)]} \quad (\text{A6.12})$$

et

$$\Phi = \frac{B_f S_f}{2L} [T_V^2(t) - T_W^2(t)] \quad (\text{A6.13})$$

Si l'on pose  $X_i(t) = T_i^2(t)$ , les différentes relations donnant le flux de chaleur deviennent :

$$\Phi = \frac{B_f S_f}{2L} [X_V(t) - X_W(t)] \quad (\text{A6.14}) \text{ flux traversant la fuite thermique.}$$

$$\Phi = - \frac{1}{2} \rho_V A_V V_V \frac{\partial X_V(t)}{\partial t} \quad (\text{A6.15})$$

flux perdu par le volume v.

$$\Phi = + \frac{1}{2} \rho_W A_W V_W \frac{\partial X_W(t)}{\partial t} \quad (\text{A6.16})$$

flux reçu par le volume w.

L'égalité des flux (A6.15) et (A6.16) entraîne

$$\frac{\partial X_V(t)}{\partial t} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial X_W(t)}{\partial t} \quad (\text{A6.17})$$

en posant

$$\beta = \frac{-\rho_V A_V V_V}{\rho_W A_W V_W} \quad (\text{A6.18})$$

La relation (A6.17) impose aux fonctions  $X_V$  et  $X_W$  de n'être différente que d'une constante G, d'où l'égalité sur les fonctions :

$$X_W(t) = \beta X_V(t) + G \quad (\text{A6.19})$$

Par l'égalité des flux, en utilisant une combinaison des relations (A6.14) , (A6.15) et (A6.19), on obtient alors une équation ne dépendant que de  $X_V(t)$  , soit :

$$- \frac{1}{2} \rho_V A_V V_V \frac{\partial X_V(t)}{\partial t} = \frac{B_f S_f}{2L} [X_V(t) - \beta X_V(t) - G] \quad (\text{A6.20})$$

Equation que l'on ramène à

$$\frac{1}{[(1-\beta) X_V(t) - G]} \partial X_V(t) = \frac{-\partial t}{\alpha_{th}} \quad (\text{A6.21})$$

Avec

$$\frac{1}{\alpha_{th}} = \frac{B_f S_f}{\rho_V A_V V_V L} \quad (\text{A6.22}) \quad (\text{égale à (A6.9)})$$

(A6.21) est facilement intégrable à gauche entre 0 et t et à droite entre  $X_V(0)$  et  $X_V(t)$ . D'où :

$$\frac{1}{(1-\beta)} \text{Ln} \left[ \frac{[(1-\beta) X_V(t) - G]}{[(1-\beta) X_V(0) - K]} \right] = \frac{-t}{\alpha_{th}} \quad (\text{A6.23})$$

Soit :

$$X_V(t) = \frac{1}{(1-\beta)} \left\{ G + [(1-\beta) X_V(0) - G] \exp\left(\frac{-t(1-\beta)}{\alpha_{th}}\right) \right\} \quad (\text{A6.24})$$

La condition initiale  $X_w(0) = T^2_{\text{base}}$  nous donne, en utilisant (A6.19), la valeur de la constante G:

$$G = -\beta X_V(0) + T^2_{\text{base}} \quad (\text{A6.25})$$

que l'on introduit dans (A6.24), d'où

$$X_V(t) = \frac{1}{(1-\beta)} \left\{ T^2_{\text{base}} - \beta X_V(0) + \left[ X_V(0) - T^2_{\text{base}} \right] \exp\left(\frac{-t(1-\beta)}{\alpha_{th}}\right) \right\} \quad (\text{A6.26})$$

La constante de temps est ici

$$\alpha_V = \frac{\alpha_{th}}{(1-\beta)} \quad (\text{A6.27})$$

Dans le cas où la masse thermique  $w$  est grande, (A6.18) nous donne  $\beta=0$ , alors

$$X_V(t) = T_{\text{base}}^2 + \left[ X_V(0) - T_{\text{base}}^2 \right] \exp\left( \frac{-t}{\alpha_{\text{th}}} \right) \quad (\text{A6.28})$$

ce qui revient à (A6.8)

Un cas simple est de considérer les deux volumes  $v$  et  $w$  comme égaux et de même matériau, ce qui ramène la solution (A6.26), avec (A6.18) qui donne  $\beta = -1$  :

$$X_V(t) = \frac{1}{2} \left\{ T_{\text{base}}^2 + X_V(0) + \left[ X_V(0) - T_{\text{base}}^2 \right] \exp\left( \frac{-2t}{\alpha_{\text{th}}} \right) \right\} \quad (\text{A6.29})$$

On divise ainsi la constante de temps par deux, comparé à la solution (A6.8), avec une température d'équilibre finale égale à :

$$X_V(\text{finale}) = \frac{T_{\text{base}}^2 + X_V(0)}{2} \quad (\text{A6.30})$$

soit explicitement :

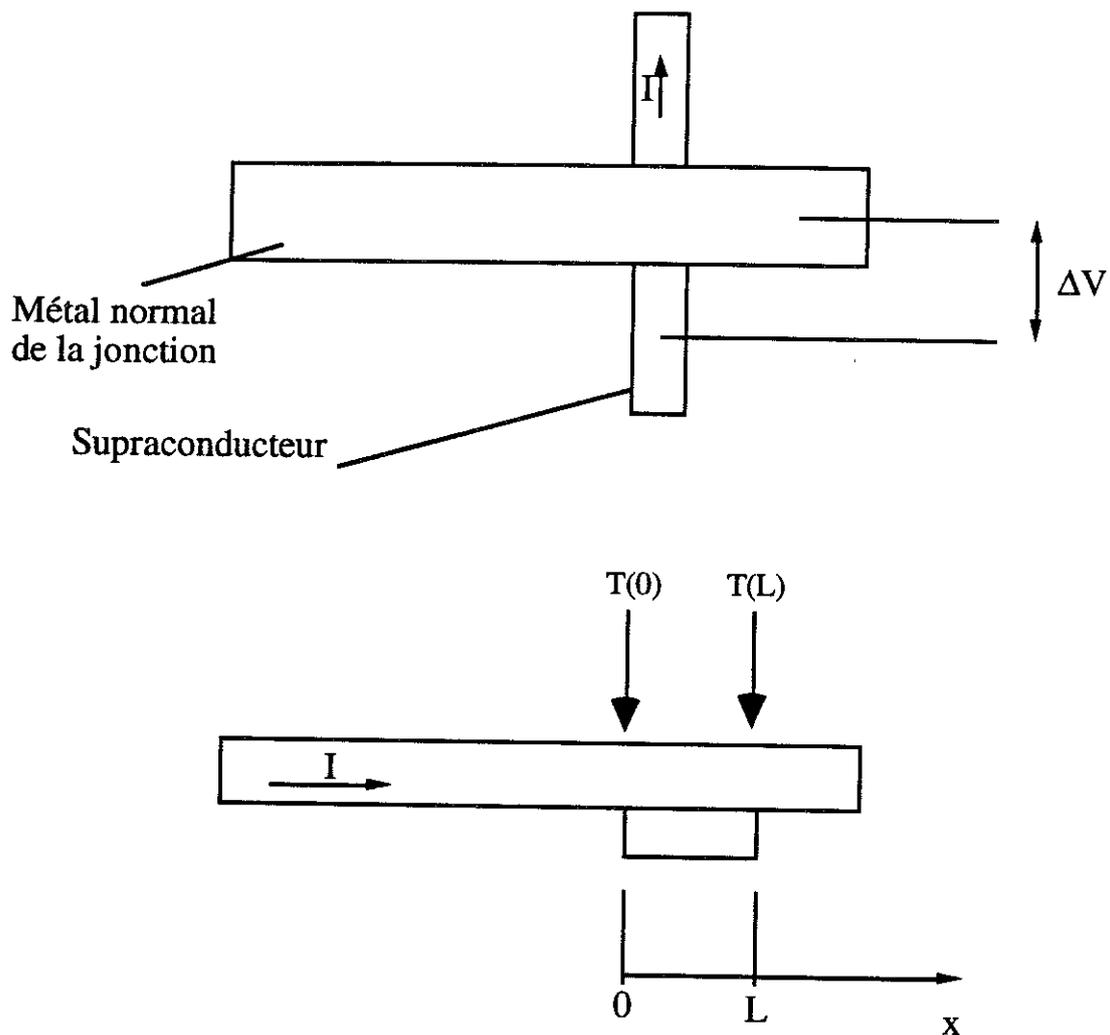
$$T_V(\text{finale}) = \sqrt{\frac{T_{\text{base}}^2 + T_V^2(0)}{2}} \quad (\text{A6.31})$$

L'ensemble de ces relations doivent pouvoir être visualisées par l'expérimentation, permettant d'accéder à la constante de temps thermique, donc au rapport  $\frac{K_f}{C_V}$ .

Pour différencier ces deux termes, on peut utiliser les tables de la littérature qui fournissent la valeur de la chaleur spécifique. Celle-ci est indépendante de la géométrie et des libres parcours moyens. La connaissance des distances et volume permet alors de remonter jusqu'à la valeur de la conductivité thermique, qu'il sera intéressant de comparer avec la relation de Wiedemann-Franz qui relie résistivité et conduction thermique.

## Annexe 7 : Température mesurée et température inhomogène.

La question que je me pose ici est la suivante. La mesure de tension nous fournit, en inversant la correspondance tension-courant, une température, d'après la relation (II.3.14). Mais quelle est-elle en régime variable, où la distribution de température n'est pas uniforme au sein de la jonction?



**Figure A7.1** Visualisation des variables utilisées pour les calculs (voir corps du texte) sur une jonction tunnel NIS anisotherme.

Supposons que la chaleur ne s'écoule que suivant une dimension, parallèle au plan de la jonction.

Nous pouvons définir trois températures distinctes.

- La température réelle  $T(x)$ ,

- La température déduite de la mesure  $T_m$ ,
- La température thermique  $T_{th}$  définie par :

$$\int_0^{T_{th}} \rho C_p V dT = \int_0^L \rho S \int_0^{T(x)} C_p dT dx \quad (A7.1)$$

où  $C_p$  est la chaleur massique,  $\rho$  la densité,  $V$  le volume de la jonction de surface d'écoulement de la chaleur  $S$  et de longueur  $L$ . Cette température correspond à la température moyenne, telle que l'énergie thermique contenue dans le métal normal soit conservé.

Bien sur, ces températures se confondent en une seule dans le cas d'une température homogène dans la jonction. Mais on ne peut a priori rien en déduire dans un autre cas.

On suppose que les effets de la résistivité du métal normal sont négligeables et que la tension aux bornes de la jonction ne dépend que de la température.

On mesure donc une tension  $V$  telle que, d'après (II.3.14):

$$V = \Delta + \frac{k T_m}{e} \text{Ln}\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (A7.2)$$

Celle ci est aussi égale à :

$$V = \Delta + \frac{k T(x)}{e} \text{Ln}\left(\frac{i(x)}{i_0}\right) \quad (A7.3)$$

avec  $i(x)$  la densité de courant par unité de longueur tel que

$$I = \int_0^L i(x) dx \quad (A7.4)$$

et

$$i_0 = \frac{I_0}{L} \quad (A7.5)$$

Posons :

$$\beta = \frac{e(V - \Delta)}{k} \quad (\text{A7.6})$$

En combinant les relations (A7.2) et (A7.3) avec (A7.4) et (A7.6), on en déduit

$$I_0 \exp\left(\frac{\beta}{T_m}\right) = \int_0^L i_0 \exp\left(\frac{\beta}{T(x)}\right) dx \quad (\text{A7.8})$$

Cette relation s'écrit encore :

$$\exp\left(\frac{\beta}{T_m}\right) = \frac{1}{L} \int_0^L \exp\left(\frac{\beta}{T(x)}\right) dx \quad (\text{A7.9})$$

Je pose :

$$g(x) = \frac{\beta}{T(x)} \quad (\text{A7.10})$$

Soit  $\langle g \rangle$  la valeur moyenne de  $g$  telle que :

$$\langle g \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L g(x) dx \quad (\text{A7.11})$$

La fonction  $g$  peut s'écrire comme étant la somme de (A7.11) et d'une fonction  $k$ :

$$g(x) = \langle g \rangle + k(x) \quad (\text{A7.12})$$

$k$  est une fonction qui vérifie, d'après (A7.11) et (A7.12)

$$\langle k \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L k(x) dx = 0 \quad (\text{A7.13})$$

$k$  est donc une fonction en partie positive et en partie négative, donc autour de zéro.

Supposons une variation de température faible au sein de la jonction.  $K$  est une fonction proche de zéro.

On a donc, d'après (A7.10) :

$$\int_0^L \exp\left(\frac{\beta}{T(x)}\right) dx = \int_0^L \exp(g(x)) dx \quad (\text{A7.14})$$

or d'après (A7.10) :

$$\int_0^L \exp(g(x)) dx = \int_0^L \exp(\langle g \rangle + k(x)) dx = \int_0^L \exp(\langle g \rangle) \exp(k(x)) dx$$

soit

$$\int_0^L \exp(g(x)) dx = \exp(\langle g \rangle) \int_0^L \exp(k(x)) dx \quad (\text{A7.15})$$

Comme  $k(x)$  est proche de zéro,  $\exp(k(x))$  est environ égale à 1, ce qui nous donne:

$$\exp\left(\frac{\beta}{T_m}\right) = \exp(\langle g \rangle) \quad (\text{A7.16})$$

d'où l'on en déduit en utilisant (A7.11) :

$$T_m = \frac{\beta}{\langle g \rangle} = \frac{\beta}{\frac{1}{L} \int_0^L g(x) dx} \quad (\text{A7.17})$$

(A7.17) s'écrit, en explicitant  $g(x)$  et en simplifiant:

$$T_m = \frac{1}{\frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{T(x)} dx} \quad (\text{A7.18})$$

Approximons  $T(x)$  par une droite, avec  $dT$  sa dérivée (constante), on a alors

$$T_m = \frac{1}{\frac{1}{dT L} \int_0^L \frac{dT}{T(x)} dx} \quad (\text{A7.19})$$

relation facilement intégrable, soit

$$T_m = \frac{1}{\frac{1}{dT L} \left[ \text{Ln}(T(x)) \right]_0^L} \quad (\text{A7.20})$$

où encore

$$T_m = \frac{dT L}{\text{Ln}(T(L)) - \text{Ln}(T(0))} \quad (\text{A7.21})$$

La dérivée  $dT$  de la droite peut s'écrire :

$$dT = \frac{(T(L) - T(0))}{L} \quad (\text{A7.22})$$

On obtient finalement la température mesurée :

$$T_m = \frac{(T(L) - T(0))}{\ln(T(L)) - \ln(T(0))} \quad (\text{A7.23})$$

(A7.19) n'est autre que la moyenne logarithmique de la température au niveau de la jonction, dans le cas d'une distribution linéaire et de faible amplitude.

La température moyenne est :

$$T_{\text{moy}} = \frac{[T(L) + T(0)]}{2} \quad (\text{A7.24})$$

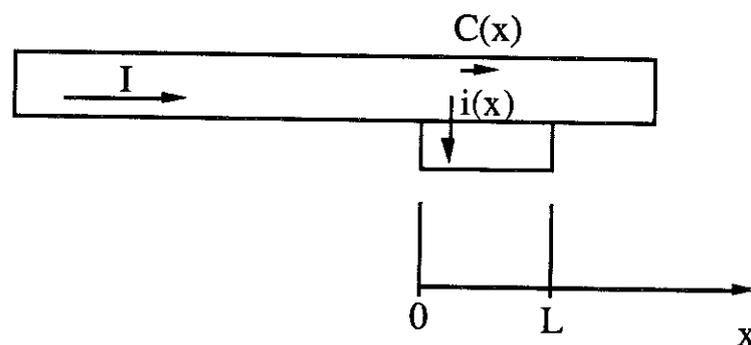
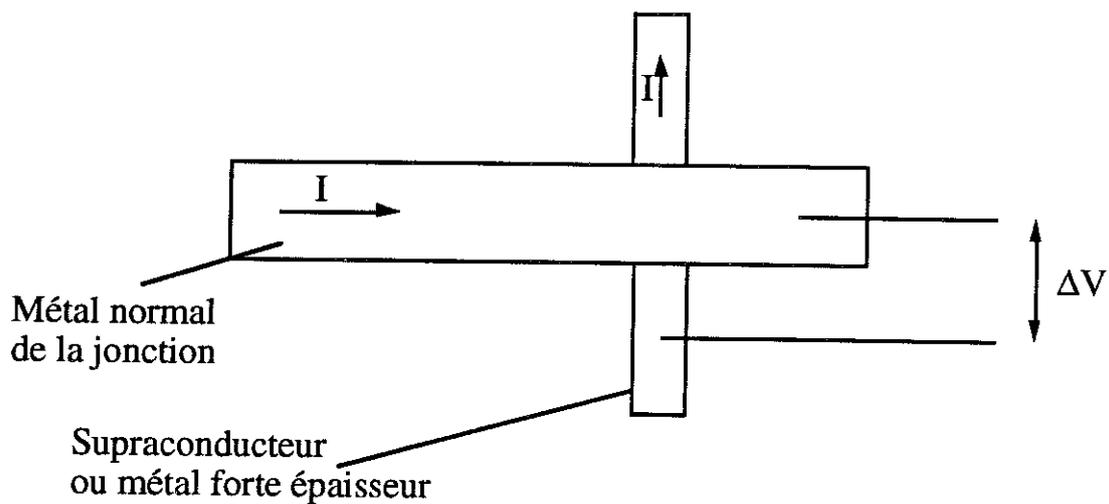
et la température thermique définie par (A7.1) est :

$$T_{th} = \sqrt{\frac{[T(L) + T(0)]^2}{3} + T(0) [T(L) - T(0)]} \quad (A7.25)$$

Ainsi, même pour une distribution simple avec peu d'amplitude, la température mesurée n'est ni égale à la température thermique, ni égale à la température moyenne. Dans le cas d'une distribution moins "ordonnée", on peut conclure que la température lue ne représente pas une quantité physique exploitable directement.

## Annexe 8 : Distribution de tension au sein de la bande normale d'une jonction NIS.

Pour simplifier les calculs, on se place dans le cas où l'effet tunnel est résistif. Ce qui signifie que l'on se place un peu en dessous de la température de transition du supraconducteur, la bande d'énergie étant quasiment nulle, ou alors on remplace le supraconducteur par un métal de forte épaisseur, de telle sorte que la résistance est faible devant celle du métal normal de la jonction. On considère que la tension est constante sur l'une des bornes de la jonction.



**Figure A8.1** Schéma d'une jonction tunnel alimentée par la bande métallique.

$I$  est le courant total envoyé sur la jonction.

$C(x)$  représente le courant horizontal dans le métal normal à l'abscisse  $x$ .

$i(x)$  est la densité linéaire de courant tunnel à l'abscisse  $x$ .

On suppose que l'on considère le supraconducteur à la masse, donc de tension nulle. La mesure de tension effectuée est donc  $V(L)$ .

Le courant  $C(x)$  répond aux conditions aux limites :

$$C(0) = I \quad (\text{A8.1})$$

$$C(L) = 0 \quad (\text{A8.2})$$

La résistivité de la bande métallique provoque une résistance, dans le sens du courant  $I$ , qui vérifie la relation

$$dR_m = \frac{\rho}{S} dx \quad (\text{A8.3})$$

où  $\rho$  est la résistivité et  $S$  la section normale au courant.

A partir de (A8.3) et de la définition du courant  $C(x)$ , Il en résulte :

$$dV_m(x) = - \frac{dR_m}{dx} C(x) dx \quad (\text{A8.4})$$

où  $V_m$  est la fonction de distribution de la tension dans le sens du courant. On pose :

$$\frac{dR_m}{dx} = - r_m \quad (\text{A8.5})$$

La densité linéaire de courant tunnel,  $i(x)$ , vérifie la relation :

$$I = \int_0^L i(x) dx \quad (\text{A8.6})$$

La jonction se présente comme un ensemble de résistance élémentaire en parallèle. C'est donc le terme

$$r_j = R_j L \quad (\text{A8.7})$$

qui reste constant, où  $R_j$  est la résistance de la jonction et  $L$  sa longueur dans le sens de  $I$ . On a donc :

$$V_j(x) = r_j i(x) \quad (\text{A8.7})$$

D'après les hypothèses de départ, on a

$$V_m(x) = V_j(x) \quad (\text{A8.8})$$

Le courant  $C(x)$  n'est par définition, que le reste du courant  $I$  n'ayant pas encore traversé par effet tunnel entre l'abscisse  $O$  et  $x$ . On peut donc écrire  $C(x)$  sous la forme :

$$C(x) = I - \int_0^x i(y) dy \quad (\text{A8.9})$$

On dérive deux fois par rapport à  $x$  la relation (A8.8), en la combinant avec (A8.7) et (A8.9). On se ramène à :

$$r_m i(x) = r_j \frac{\partial^2 i(x)}{\partial x^2} \quad (\text{A8.10})$$

(A8.10) est une équation différentielle qui a pour solution :

$$i(x) = A \exp(\alpha x) + B \exp(-\alpha x) \quad (\text{A8.11})$$

Avec

$$\alpha = \sqrt{\frac{r_m}{r_j}} \quad (\text{A8.12})$$

La condition  $\frac{\partial V_j}{\partial x} = \frac{\partial V_m}{\partial x}$  calculée à partir de (A8.4) et (A8.7), en introduisant les relations (A8.9) et (A8.11) fournit l'égalité :

$$A = B - I \alpha \quad (\text{A8.13})$$

Utilisant la relation (A8.6), on trouve alors :

$$i(x) = I \alpha \frac{\text{Ch}(\alpha x - \alpha L)}{\text{Sh}(\alpha L)} \quad (\text{A8.14})$$

où Sh et Ch représentent respectivement les fonctions sinus hyperbolique et cosinus hyperbolique.

La tension mesurée est  $V(L) = r_j i(L)$ , et la différence de tension entre les deux bords de la jonction est  $\Delta V = r_j (i(0) - i(L))$ .

En faisant apparaître les résistances  $R_j$  de la jonction, et  $R_m$  résistance du métal normal sur la longueur  $L$  de la jonction, on obtient les relations :

$$V(L) = I \sqrt{R_j R_m} \frac{1}{\text{Sh}\left(\sqrt{\frac{R_m}{R_j}}\right)} \quad (\text{A8.15})$$

Et

$$\Delta V = I \sqrt{R_j R_m} \frac{\text{Ch}\left(\sqrt{\frac{R_m}{R_j}}\right) - 1}{\text{Sh}\left(\sqrt{\frac{R_m}{R_j}}\right)} \quad (\text{A8.16})$$

On peut remarquer que l'on mesure toujours une caractéristique ohmique.

Ces relations se simplifient dans le cas où  $R_m$  est petite devant  $R_j$ . On a alors (par développement limité au premier ordre) :

$$V(L) = I R_j \quad (\text{A8.17})$$

La valeur mesurée nous donne la mesure de  $R_j$ , donc la mesure de tension nous donne la valeur souhaitée. Dans ce cas, la différence de tension entre les extrémités métalliques de la jonction est :

$$\Delta V = I \frac{R_m}{2} \quad (\text{A8.18})$$

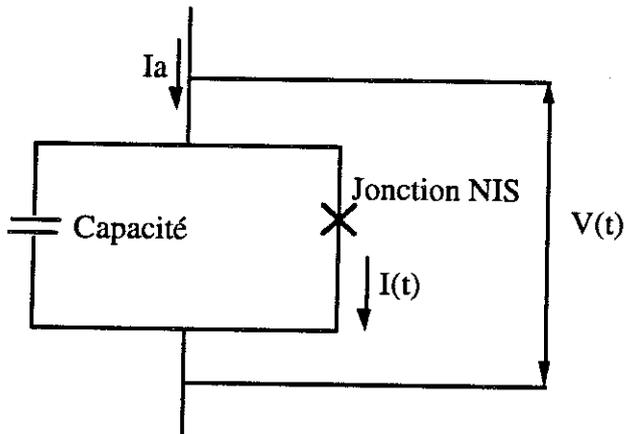
## Annexe 9 : Effet de la capacité sur la rapidité de réponse d'une jonction NIS.

Intéressons nous à un cas extrême de variation de température en marche d'escalier pour examiner la rapidité maximale de réponse d'une jonction NIS.

On suppose la jonction à une température initiale  $T_i$ . A l'instant  $t=0$ , la jonction passe à une température finale  $T_f$ .

On se place sur la partie linéaire de la caractéristique  $V(T)$ , c'est à dire que l'on suppose que la résistance de fuite est suffisamment élevée pour ne pas intervenir ici.

La capacité de la jonction tunnel, va intervenir sur le courant tunnel. On peut considérer l'ensemble comme une jonction idéale sans capacité en parallèle à une capacité de valeur  $C$ .



**Figure A9.1** Schéma d'une jonction tunnel NIS comme la somme d'une capacité et d'une jonction NIS non capacitive.

D'après (II.3.14), la tension  $V(t)$  vérifie la relation

$$V(t) = \Delta + \frac{k T_f}{e} \operatorname{Ln}\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) \quad (\text{A9.1})$$

avec

$$I(t) = I_a - C \frac{dV(t)}{dt} \quad (\text{A9.2})$$

où  $I_a$  est le courant constant d'alimentation de la jonction.

En dérivant (A9.1) par rapport au temps, que l'on introduit dans (A9.2), on obtient la relation :

$$I(t) = I_a - C \frac{k T_f}{e} \frac{1}{I(t)} \frac{dI(t)}{dt} \quad (\text{A9.3})$$

soit

$$\frac{dI(t)}{dt} \tau_{el} = I(t) - \frac{I^2(t)}{I_a} \quad (\text{A9.4})$$

où

$$\tau_{el} = \frac{C k T_f}{e I_a} \quad (\text{A9.5})$$

qui n'est autre que la constante de temps électrique définie par  $C \frac{dV}{dI}$ , capacité électrique multipliée par la résistance dynamique de la jonction à la température  $T_f$  et au courant  $I_a$ . Posons :

$$X(t) = \frac{I(t)}{I_a} \quad (\text{A9.6})$$

Utilisons (A9.5) que l'on introduit dans (A9.4) qui devient alors :

$$\frac{dX(t)}{dt} \tau_{el} = X(t) - X^2(t) \quad (\text{A9.7})$$

Posons maintenant :

$$Z(t) = \frac{1}{X(t)} \quad (\text{A9.8})$$

(A9.1) introduit dans (A9.7) devient :

$$\frac{dZ(t)}{dt} \tau_{el} = -Z(t) + 1 \quad (\text{A9.9})$$

On pose :

$$K(t) = Z(t) - 1 \quad (\text{A9.10})$$

(A9.9) devient alors :

$$\frac{dK(t)}{dt} \tau_{el} = -K(t) \quad (\text{A9.11})$$

(A9.11) est une équation que l'on résous facilement par :

$$K(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_{el}}\right) \quad (\text{A9.12})$$

A est une constante.

A partir de (A9.10) puis (A9.8) et (A9.5), on retrouve directement la valeur du courant  $I(t)$  :

$$I(t) = \frac{I_a}{A \exp\left(-\frac{t}{\tau_{el}}\right) + 1} \quad (\text{A9.13})$$

La condition initiale est :

$$V(0) = \Delta + \frac{k T_f}{e} \ln\left(\frac{I(0)}{I_0}\right) \quad (\text{A9.14})$$

avec :

$$V(0) = \Delta + \frac{k T_i}{e} \ln\left(\frac{I_a}{I_0}\right) \quad (\text{A9.15})$$

L'égalité des relations (A9.14) et (A9.15) nous donne :

$$I(0) = I_0 \left(\frac{I_a}{I_0}\right)^\beta \quad (\text{A9.16})$$

en posant :

$$\beta = \frac{T_i}{T_f} \quad (\text{A9.17})$$

(A9.13) pour  $t=0$  et (A9.16) nous permet de calculer la constante A :

$$A = \left( \frac{I_a}{I_0} \right)^{(1-\beta)} - 1 \quad (\text{A9.18})$$

D'où l'on en déduit, d'après (A9.1)

$$V(t) = \Delta + \frac{k T_f}{e} \text{Ln} \left( \frac{I_a}{I_0} \right) - \frac{k T_f}{e} \text{Ln} \left( A \exp \left( -\frac{t}{\tau_{el}} \right) + 1 \right) \quad (\text{A9.19})$$

## Annexe 10 : Réponse à une excitation sinusoïdale de chaleur.

L'idée repose sur un dépôt de puissance thermique sinusoïdale sur une bande métallique, en une extrémité.

Supposons que la variation maximale de température soit faible devant la température de base. On suppose alors comme constant la conductivité thermique et la chaleur massique. L'équation de la chaleur développée sur une dimension:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \text{Div}(k \text{ Grad } T) \quad (\text{A10.1})$$

devient :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (\text{A10.2})$$

On apporte une puissance thermique sur la bande métallique, qu'on suppose de longueur infinie, à une abscisse  $x=0$  avec une pulsation  $\omega$ . D'où la température à  $x=0$  :

$$T(x=0 ; t) = T_b + A e^{i(\omega t)} \quad (\text{A10.3})$$

$A$  est une constante prenant en compte la puissance injectée. On considère ici qu'elle est de valeur moyenne nulle.

On peut déjà conclure sur la forme de la fonction température à chaque point. Notamment, on peut deviner que la fonction en temps respectera la forme de la fonction à l'origine et la distance sera présente sous la forme d'une fonction  $B(x)$ , telle que:

$$T(x;t) = T_b + A B(x) e^{i(\omega t)} \quad (\text{A10.4})$$

Introduite dans l'équation (A10.2), l'égalité (A10.4) devient :

$$i \omega \rho C A B(x) e^{i(\omega t)} = k A e^{i(\omega t)} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \quad (\text{A10.5})$$

Ce qui revient à l'équation :

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - B(x) i \omega \frac{\rho C}{k} = 0 \quad (\text{A10.6})$$

B est donc de la forme :

$$B(x) = C e^{\alpha x} \quad (\text{A10.7})$$

ce qui revient à déterminer :

$$\alpha^2 = i \omega \frac{\rho C}{k} \quad (\text{A10.8})$$

les racines de  $\alpha^2$  sont :

$$\alpha = \sqrt{\omega \frac{\rho C}{k}} e^{i\pi/4 + p\pi} \quad (\text{A10.9})$$

$B(x)$  se décompose donc en un produit d'une exponentielle réelle et d'une exponentielle imaginaire.

Seule la solution pour  $p = -1$  est physiquement valable. Dans le cas où  $p = 1$ , l'exponentielle réelle tend vers l'infini avec  $x$ .

La solution générale du problème est donc donnée par:

$$T(x; t) = T_b + D e^{-ax} e^{i(\omega t - ax)} \quad (\text{A10.10})$$

$$\text{avec } a = \sqrt{\frac{\omega \rho C}{2k}} \quad (\text{A10.11})$$

$$\text{et } D = A C \quad (\text{A10.12})$$

Physiquement, il n'est pas aisé de produire une puissance de ce type. La diode Infrarouge couplée à la fibre optique ne nous permet pas de réaliser des puissances négatives (puissances frigorifiques). On va donc se placer dans le cas d'une variation

sinusoïdale de puissance autour d'une valeur non nulle. Dans ce cas, le problème se résume à rajouter à nos calculs une puissance fixe donnée.

Si la bande métallique est de longueur infinie, cette puissance va produire une température mathématique infinie au niveau de son point d'insolation en régime stationnaire.

Dans un cas réel avec une longueur donnée, cette distribution supplémentaire de température sera linéaire en prenant une condition de température stable à l'extrémité. Le problème provient alors des ondes de chaleur sinusoïdale qui arrive à l'extrémité, qui impose une condition aux limites supplémentaires. Celui-ci se résout simplement lorsqu'on regarde leur dépendance inversement exponentielle en fonction de la position. Les amplitudes à l'extrémité sont faibles devant le terme constant, et notre modèle reste valide.

## Annexe 11 : Calcul de la probabilité de passage par effet tunnel.

Soit donc à calculer l'intégrale P telle que :

$$P = \int_0^E \exp\left(\frac{-4\pi L}{h} \sqrt{2m(H-E_x)}\right) dE_x \quad (\text{A11.1})$$

d'après (II.2.6), que l'on note sous la forme :

$$P = \int_0^E \exp(-\alpha \sqrt{H-E_x}) dE_x \quad (\text{A11.2})$$

avec  $\alpha = \frac{4\pi L}{h} \sqrt{2m}$

Remarquons tout d'abord que

$$\frac{d}{dx} [\exp(\sqrt{x})] = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} \exp(\sqrt{x}) \quad (\text{A11.3})$$

et que :

$$\frac{d}{dx} [\sqrt{x} \exp(\sqrt{x})] = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} \exp(\sqrt{x}) + \frac{1}{2} \exp(\sqrt{x}) \quad (\text{A11.4})$$

Des relations (A11.3) et (A11.4), on en déduit donc :

$$\exp(\sqrt{x}) = 2 \frac{d}{dx} [\sqrt{x} \exp(\sqrt{x})] - 2 \frac{d}{dx} [\exp(\sqrt{x})] \quad (\text{A11.5})$$

soit :

$$\exp(\sqrt{x}) = 2 \frac{d}{dx} [(\sqrt{x} - 1) \exp(\sqrt{x})] \quad (\text{A11.6})$$

Le lien avec (A11.2) est direct, d'où

$$P = \frac{-2}{\alpha^2} \left[ \{-\alpha \sqrt{(H-E_x)} - 1\} \exp(-\alpha \sqrt{(H-E_x)}) \right]_0^E \quad (\text{A11.7})$$

Donc :

$$P = \frac{-2}{\alpha^2} \left[ \{-\alpha \sqrt{(H-E)} - 1\} \exp[-\alpha \sqrt{(H-E)}] - \{-\alpha \sqrt{H} - 1\} \exp(-\alpha \sqrt{H}) \right] \quad (\text{A11.8})$$

## Annexe 12: Mesure d'un signal carré par une détection synchrone.

Une détection synchrone est un système permettant de mesurer avec précision une tension en valeur efficace. Le nom synchrone provient du fait que la mesure se réalise à une fréquence donnée bien précise, ce qui permet d'enlever le bruit avec efficacité (la bande passante est très petite).

Une telle détection est réglée pour des signaux sinusoïdaux, et peut être modélisée simplement pour ce qui nous intéresse comme suit:

Je ne prend en compte ici qu'un signal de fréquence donnée, sans bruit.

On envoie un signal sinusoïdal de courant sur une résistance R telle que

$$I(t) = A \sin(\omega t) \quad (\text{A11.1})$$

d'où

$$V(t) = R A \sin(\omega t) \quad (\text{A11.2})$$

La détection synchrone reçoit (A11.2) et le multiplie par un signal carré de façon à obtenir la valeur absolue de V(t).

Elle calcule ensuite la valeur moyenne du signal soit:

$$\langle V \rangle = \int_0^{\pi/\omega} V(t) dt = \frac{-2 R A}{\pi} \quad (\text{A11.3})$$

Le signe de ce résultat n'a pas d'importance car cela dépend de la multiplication par le signal carré.

La valeur fournie par la détection synchrone est la valeur efficace, soit :

$$\sqrt{\langle V^2 \rangle} = \frac{R A}{\sqrt{2}} \quad (\text{A11.4})$$

Ainsi (A11.3) doit être multipliée par  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$  pour obtenir la valeur (A11.4).

Lorsqu'on utilise des signaux carrés à l'entrée de la détection synchrone, leur valeur moyenne est aussi leur valeur efficace. Mais le système continue à multiplier par  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ , environ égal à 1,11. Il nous faut donc diviser les mesures par 1,11 pour avoir la valeur correcte.

Ce facteur est facilement observable à partir d'une source de signaux carrés de  $\pm 1$  Volt. Il suffit de lire cette valeur par la détection synchrone pour voir apparaître le facteur correctif.

D'une manière générale, il faut vérifier l'exactitude d'un système de mesure avant de réaliser une expérience.

## Annexe 13: Jonction NIS et puissance frigorifique.

Reprenons notre discussion du II.3.b, où je discute de l'influence des électrons ayant traversé par effet tunnel. Ceux-ci ne sont pas pris en compte sur la température ou la tension aux bornes de la jonction tant qu'ils n'ont pas interagis avec leur milieu ambiant.

Dans le cas d'une jonction tunnel NIS, ces électrons sont des quasiparticules dans le supraconducteurs. Ils ont donc une durée de vie élevées, pouvant atteindre la milliseconde [9]. On peut donc espérer pouvoir les conduire assez loin de la jonction, en les piégeant par utilisation de la technique des détecteurs à jonction SIS.

Considérant donc les électrons provenant d'un fil supraconducteur, arrivant sur le métal normal avant de traverser la barrière tunnel. Les électrons qui arrivent sont à l'énergie de Fermi. Mais ceux qui traversent ont une énergie supérieure à celle du gap. Ainsi, au premier ordre, les électrons doivent acquérir une énergie minimale égale à  $\Delta$ -eV avant de traverser. Cette énergie est prise au milieu ambiant, donc sur l'énergie thermique.

Ainsi, on introduit des électrons plus "froids" que ceux qui partent, d'où une production frigorifique de l'ordre de

$$I \left( \frac{\Delta}{e} - V \right) \tag{A13.1}$$

Je ne prend pas en compte ici l'effet de la distribution de Fermi Dirac. En effet les électrons qui traversent ont une énergie minimale  $\Delta$ , mais la température permet à un certain nombre de traverser avec une énergie supérieure. Dans notre simplification, la puissance frigorifique s'annule pour une tension de l'ordre du gap, ce qui n'est pas vrai en théorie.

J'ai réalisé des calculs numériques pour tenir compte des effets de la distributions. Ceux-ci entraînent des courbes et des relations qui ne sont pas confortable à manipuler.

Je présente donc ici un calcul plus simple qui permet de mieux comprendre la physique de base. Ces relations obtiennent des résultats qui sont minorés, donc plus proches de résultats expérimentaux.

On a donc, comme puissance frigorifique :

$$P_f = I \left( \frac{\Delta}{e} - V \right) = \frac{-k T}{e} I \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{A13.2})$$

On remarque que la puissance frigorifique est proportionnelle à la température.

De (A13.2), on en déduit le courant où la puissance est maximale par dérivation, soit

$$I = \frac{I_0}{\exp(1)} \quad (\text{A13.3})$$

d'où la puissance frigorifique maximale :

$$P_{f_{\max}} = \frac{k T}{e} \frac{I_0}{\exp(1)} \quad (\text{A13.4})$$

qui induit une tension

$$V_{f_{\max}} = \frac{\Delta}{e} - \frac{k T}{e} \quad (\text{A13.5})$$

Par ces relations, il est facile de déterminer les points de fonctionnement optimal d'un tel système.

Pour une jonction de  $1\text{mm}^2$ , avec un courant  $I_0$  typique de  $5\text{mA}$ , à  $100\text{ mK}$ , on obtient une puissance frigorifique de  $16\text{ nW}$ . Pour obtenir  $1\mu\text{W}$ , il faudrait une surface tunnel de l'ordre de  $3\text{ cm}^2$ .

Bien sûr, tout ceci n'est qu'hypothèse, car il faut pouvoir conduire les quasiparticules assez loin pour éviter au  $P = U I$  d'intervenir en chauffant l'ensemble.

Le coefficient de performance frigorifique maximal est :

$$\text{COP}_{f_{\max}} = \frac{P_{f_{\max}}}{U I} \quad (\text{A13.6})$$

Ici égal à :

$$\text{COP}_{f\max} = \frac{k T}{(\Delta - k T) \exp(1)} \quad (\text{A13.7})$$

où encore, en prenant compte de la théorie BCS :

$$\text{COP}_{f\max} = \frac{T}{(3,2 T_c - T) \exp(1)} \quad (\text{A13.8})$$

où  $T_c$  est la température critique du supraconducteur.

Le coefficient de performance est de l'ordre de 2% à 100 mK pour de l'aluminium. Ce rendement peut être amélioré si l'on baisse le courant d'alimentation:

$$\text{COP}_f = \frac{-k T}{e U} \text{Ln}\left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{\Delta}{e U} - 1 \quad (\text{A13.9})$$

Diminuer le courant revient à baisser la tension, d'où une augmentation du coefficient de performance.

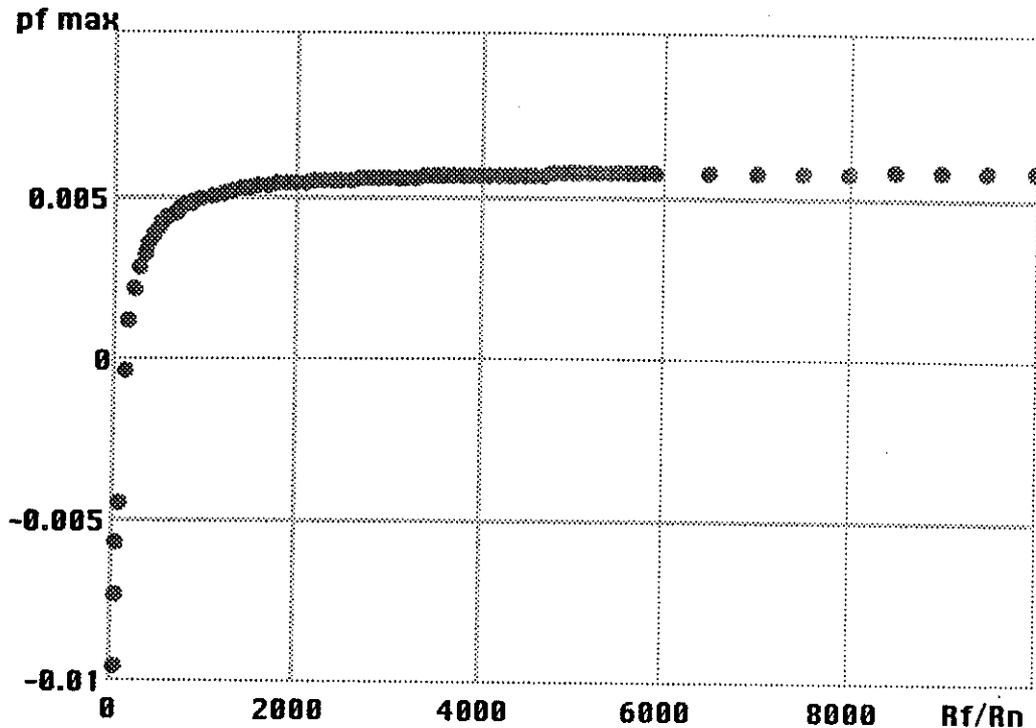
Ce coefficient de performance peut être supérieure à 1, ce qui permet de s'affranchir des effets de dissipation électrique dans le cas où :

$$eV < \frac{\Delta}{2} \quad (\text{A13.10})$$

Dans ce cas, la puissance frigorifique efficace est  $P_f - U I$ , valeur qui s'annule lorsque (A13.10) est transformée en égalité, dans le cas où la puissance électrique injectée est complètement dissipée au niveau de la jonction. Dans ce cas, il faut remarquer que de baisser en température amènera la tension à augmenter de façon conséquente, donc on perdra en coefficient de performance. Il faudra, dans ce cas, diminuer le courant de polarisation pour conserver le coefficient à une valeur correcte, ce qui entraînera de ce fait une baisse de la puissance frigorifique. Le système est souple, mais il faut faire attention à la variation de chaque variable sur les autres.

Un autre problème est la résistivité du métal. Mais ceci peut être facilement résolue en prenant le métal normal en sandwich par deux supraconducteurs, pour fabriquer deux jonctions tunnel. Les électrons n'ont en moyenne qu'à traverser la l'épaisseur du métal, qui peut être aussi fine que l'on souhaite.

La qualité des jonctions tunnel joue aussi par la résistance de fuite. Celle ci doit être considérée comme une résistance classique, dissipant son courant par effet joule. On montre facilement par simulation numérique que cette résistance doit être au moins 1000 fois plus grande que la résistance normale de la jonction :



**Figure A12.1** Puissance frigorifique maximale en fonction du rapport de la résistance de fuite ( $R_f$ ) sur la résistance normale de la jonction ( $R_n=R_{nin}$ ). La courbe est tracée pour une température donnée, mais sa variation n'est pas dépendante de celle ci. (valeurs sans dimensions).

Ainsi, il est possible de fabriquer de tels systèmes pour produire une puissance frigorifique. Des premiers test ont été réalisés par d'autres équipes, sur de petits échantillons, permettant un gain en température de l'ordre de 20mK ([30], [31]).

On remarquera donc la possibilité d'obtenir une puissance frigorifique non négligeable à partir de jonction tunnel NIS. Le paramètre essentiel est ici de bien contrôler la qualité de fabrication des jonctions si l'on veut obtenir des puissances conséquentes. La possibilité de travailler sans s'occuper de la durée de vie des quasiparticules est séduisante, malgré une perte sur la puissance frigorifique dans ce cas.

La clef de cette technologie pour obtenir des puissances comparable à une dilution est la maîtrise de la fabrication de jonctions de grande surface ou la fabrication de nombreuses jonctions de petite surface.

## Références

- [1] P Curie and A Laborde, *Compt. Rend. Acad. Scien. (Paris)* 136 (1903) 673.
- [2] PL Kapitza, *Proc Roy Soc*, A102 (1924) 48.
- [3] Langley S, "Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences", vol 16, 342 (1881).
- [4] Document interne du projet Bolobistro " proposition d'action Ultimatech", Octobre 1990, non publié.
- [5] Broniatowski A. , *Nucl.Instr. And Meth.* B89 (1194) p 394-400.
- [6] Abplanalp M. et al, *Nucl. Instr. And Meth in Phys. Res.*, A 370 (1996) p 227-229.
- [7] L'Hote D, "Les bolomètres pour la détection de particules", Cours donné à l'Ecole Internationale Joliot-Curie, Maubuisson 12-17 Septembre 1994.
- [8] Kittel C. "Physique de l'état solide", éditions Dunod Université.
- [9] Kaplan S.B et al, *Phys. Rev. B*, Vol 14, Number 11, Décembre 1976.
- [10] Esposito E et al, *Nucl. Instr. And Meth in Phys. Res.*, A 370 (1996) p 26-30.
- [11] de Korte P.A.J, SRON Utrecht, Hollande. Conversation privée.
- [12] Feautrier P, Observatoire de Grenoble. Communication privée.
- [13] Mears C.A, *Journal of Low Temperature Physics*, 93 (1993) p 561.
- [14] Friedrich S et al, *Nucl. Instr. And Meth in Phys. Res.*, A 370 (1996) p 44-46.
- [15] Procceeding of the NATO Adv. Reas. Work. on Mesoscopic Supercondcutivity. 1994. Ed North Holland.

- [16] Danielides M, "Report on anodization of nano-samples", Low Temperature Laboratory, HUT Helsinki. Non publié.
- [17] Martinis J, Nucl. Instr. And Meth in Phys. Res., A 370 (1996) p 171-172.
- [18] Charlat P, Doctorant au CRTBT, Communication personnelle.
- [19] Bénard J et Al, "L'oxydation des métaux", tome II, p 363-366, éditions Gauthiers-Villards, 1964.
- [20] Hubener R.P. " Magnetic Flux Structures in Superconductors", Springer Series in Sol. Stat. Scien. 6 . 1979.
- [21] Brandt B.L, J. Low Temp. Phys. 4, 41 (1971).
- [22] Maloney M.D, Phys. Rev. B 5, 3558 (1972).
- [23] Wernsdorfer W, Chargé de recherche au CNRS Grenoble, laboratoire L.NEEL. Conversation privée.
- [24] Jeudy V. Thèse de l'université Paris VI, 1992.
- [25] "Propriétés des Solides Utilisés en Cryogénie", 1<sup>ère</sup> Ecole d'Automne Aussois, 1991.
- [26] Fournier T, CNRS/ CRTBT Grenoble. Valeur communiqué.
- [27] Guignier G, "Eléments de physique moderne théorique", volume III, édition Bordas (1951)
- [28] Levy-Leblond JM, "Quantique, rudiments", éditions InterEditions.
- [29] "Semiconductors", Reinhold publishing, 1960. Divers auteurs.
- [30] Nahum et al, Appl Phys Let 65 (24) Décembre 1994, p 3123.
- [31] Fisher et al, J Low. Temp Phys. Vol 101 Nos 3/4 1995, p 563.

## Table des matières

<b>Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I - Rétrodiffusion Rutherford et bolométrie.....</b>	<b>4</b>
1) Rétrodiffusion Rutherford.....	4
a) Principe de la rétrodiffusion Rutherford.....	4
b) Résolution nécessaire.....	10
2) Principe de la bolométrie.....	12
3) Bolomètre pour la Rétrodiffusion Rutherford.....	14
<b>Chapitre II - Bolomètres à jonctions tunnel. Etude théorique .....</b>	<b>15</b>
1) Eléments de base de physique du solide dans les métaux.....	15
2) Effet tunnel à travers une jonction isolante. ....	18
a) Calcul du courant tunnel dans une jonction.....	18
b) Jonctions Normal-Isolant-Normal. ....	23
c) Jonctions Supraconducteur-Isolant-Supraconducteur.....	25
d) Jonctions Normal-Isolant-Supraconducteur.....	29
3) Caractéristiques des jonctions NIS. ....	33
a) Résolution numérique.....	33
b) Expressions approchées.....	37
4) Transferts thermiques.....	42
a) Relaxation thermique.....	42
b) Constante de temps thermique de l'absorbeur.....	44
c) Réponse à une excitation sinusoïdale.....	44
5) Performances théoriques d'un bolomètre à jonction NIS.....	46
<b>Chapitre III - Techniques expérimentales.....</b>	<b>51</b>
1) Fabrication des échantillons. ....	51
a) Fabrication des jonctions tunnel.....	51
b) dépôt de l'absorbeur de particule.....	57
c) Bolomètres.....	61
2) Cryogénie .....	64
3) Techniques de mesure. ....	67
a) Mesure d'une tension.....	67
b) Mesure des caractéristiques à l'équilibre thermique. ....	70
c) Mesure en impulsions .....	70
<b>Chapitre IV - Résultats expérimentaux.....</b>	<b>72</b>
1) Caractéristiques électriques des jonctions NIS.....	73
a) Mesure des caractéristiques courant-tension.....	73

b) Mesure des courbes $V(T)$ à courant constant.....	77
c) Effet du champ magnétique ambiant sur la résistance de fuite.....	80
d) Mesure de la capacité électrique d'une jonction NIS.....	92
e) Mesure du chauffage résultant du courant de mesure.....	94
f) Effet du métal normal sur la mesure de tension.....	100
g) Conclusion sur les caractéristiques statiques.....	104
2) Mesures thermiques.....	110
a) Conductivité thermique et conductivité électrique.....	110
b) Mesure de la conductivité thermique.....	113
c) Conclusion à propos de la conductivité thermique.....	120
3) Mesures en impulsion.....	124
a) Effets parasites sur la mesure de tension.....	126
b) Effet de la résistance de fuite.....	127
c) Effet de la capacité.....	130
d) Conclusion sur les effets dynamiques.....	137
4) Détection de photons X.....	139
<b>Conclusion.....</b>	<b>144</b>
<b>Annexe 1 : Thermodynamique. Chaleur spécifique en fonction de la</b>	
<b>température.....</b>	<b>146</b>
<b>Annexe 2 : Physique du Solide. Caractéristiques thermiques.....</b>	<b>148</b>
<b>Annexe 3 : Energie interne d'un gaz d'électrons libres.....</b>	<b>158</b>
<b>Annexe 4 : Mécanique quantique. Notions et effet tunnel.....</b>	<b>161</b>
<b>Annexe 5 : Distribution statistique en direction d'un gaz d'électrons.....</b>	<b>177</b>
<b>Annexe 6 : Transferts de chaleur par un métal.....</b>	<b>180</b>
<b>Annexe 7 : Température mesurée et température inhomogène.....</b>	<b>186</b>
<b>Annexe 8 : Distribution de tension au sein de la bande normale d'une</b>	
<b>jonction NIS.....</b>	<b>192</b>
<b>Annexe 9 : Effet de la capacité sur la rapidité de réponse d'une jonction</b>	
<b>NIS.....</b>	<b>196</b>
<b>Annexe 10 : Réponse à une excitation sinusoïdale de chaleur.....</b>	<b>200</b>
<b>Annexe 11 : Calcul de la probabilité de passage par effet tunnel.....</b>	<b>203</b>
<b>Annexe 12: Mesure d'un signal carré par une détection synchrone.....</b>	<b>205</b>
<b>Annexe 13: Jonction NIS et puissance frigorifique.....</b>	<b>207</b>
<b>Références.....</b>	<b>211</b>
<b>Table des matières.....</b>	<b>213</b>
<b>Table des figures.....</b>	<b>215</b>

