N° d'ordre

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Isaac TORDJMAN

2eme THÈSE

QUELQUES PARADOXES DANS LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ

Soutenue le 26 Juin 1969
devant la Commission d'Examen

MM. L. NEEL	Président
E. F. BERTAUT	Examinateurs
G. MONTEL	
A. DURIF	

INTRODUCTION

La compréhension de la thèorie de la relativité se heurte souvent à des obstacles d'ordre psychologique qui trouvent leur source dans les notions familières de temps et d'espace absolus, notions imposées par des habitudes ancestrales plutôt que par des raisons logiques ou expérimentales.

Le but de cette étude est de faire ressortir le caractère paradoxal de certaines idées et résultats fondamentaux de la théorie de la relativité, qui nous paraissent étranges, contradictoires mais qui s'expliquent parfaitement dans le cadre de cette théorie.

La *première partie* de cette étude est consacrée à un bref exposé de la cinématique et dynamique relativistes. Nous insistons dans cette partie sur certaines idées, et nous soulignons les paradoxes, d'ailleurs assez bien connus.

La *deuxième partie* sera consacrée à l'examen du principe de causalité.

La *troisième et dernière partie* traite :

a) d'un paradoxe rencontré souvent en dynamique relativiste, à savoir l'existence de couples qui n'entrainent aucune rotation.

b) de la critique du principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

CHAPITRE I

CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE RELATIVISTES

=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=

I - Notion de système propre (ou galiléen)

Dans un tel système, le mouvement d'un corps non soumis à l'action de forces extérieures est uniforme.

Si un système K est propre, tout autre système K' animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à K, est aussi propre.

II - Principes de base de la théorie de la relativité restreinte

a) Principe de relativité

Tous les systèmes propres sont physiquement équivalents : un phénomène donné s'y déroule de façon identique, c'est-à-dire que les équations traduisant les lois de la nature sont invariantes par rapport aux transformations de coordonnées et du temps qui permettent de passer d'un système propre à un autre système propre.

b) Principe de l'uniformité du temps et de l'espace :

Les propriétés du temps et de l'espace sont indépendantes de l'origine des systèmes de référence et de l'origine des temps : elles impliquent la linéarité des formules de transformation.

c) Principe d'isotropie :

Il traduit l'invariance de la vitesse c de la lumière dans le vide, dans toutes les directions quelque soit le système propre et quelque soit l'état de la source.

III - Formules de la transformation de Lorentz

Elles permettent de passer des variables de temps et d'espace d'un système propre K,à celles d'un autre système propre K', animé par rapport à K d'un mouvement uniforme rectiligne.

Rapportons les 2 systèmes K et K' à des axes orthonormés $Oxyz$ et $O'x'y'z'$, $(Ox \,//\, O'x'$, $Oy \,//\, O'y'$, $Oz \,//\, O'z')$. (Fig. 1)
K' est animé d'une vitesse v constante parallèle à Ox. A l'origine des temps commune aux deux systèmes ($t = t' = 0$), les deux trièdres coïncident ($x = x' = 0$).

Nous allons déduire ces formules de transformations des trois principes de base par une méthode simple (et nous semble-t-il originale).

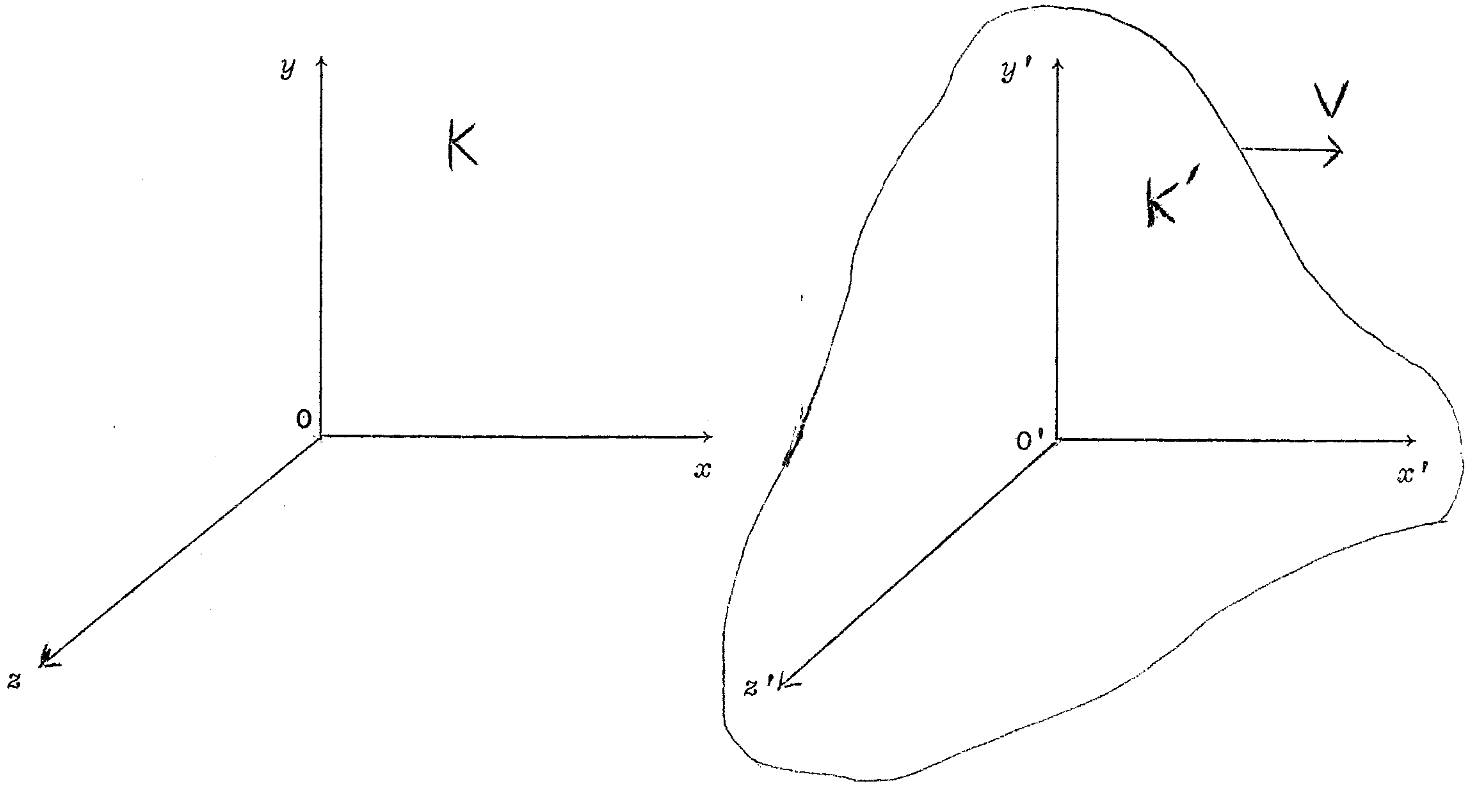

Fig. 1 : Les systèmes K et K'

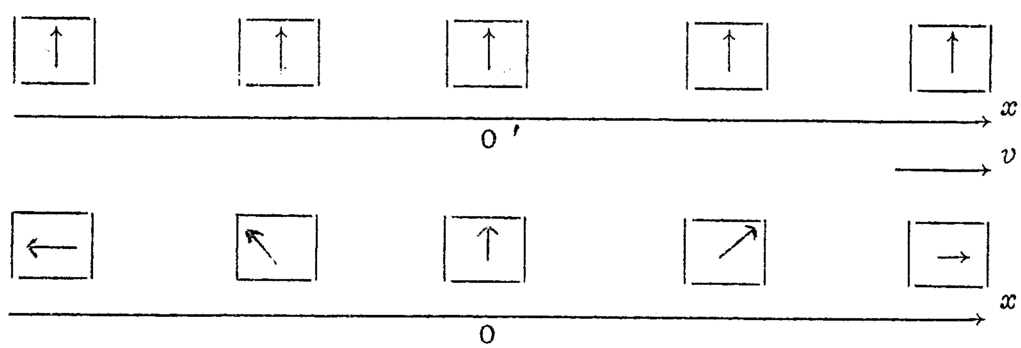

Fig. 2 : Les horloges de K lorsque les horloges de K' marquent toutes :

$t' = 0$

Un évenement étant noté (x, y, z, t) dans K, cet évenement est noté (x', y', z', t') dans K' : le problème est de calculer x', y', z', t' en fonction de x, y, z, t.

Le mouvement de K' se faisant parallèlement à Ox, on doit avoir :

$$y' = y \text{ et } z' = z$$

Comme il n'y a qu'une direction privilégiée Ox, y et z ne doivent pas figurer dans les expressions de x' et t'.

Le principe de linéarité permet alors d'écrire :

$$\begin{aligned} x' &= px + qt + r \\ t' &= lx + mt + n \end{aligned} \qquad (^2)$$

p, q, r, l, m, n étant des fonctions de v à déterminer

mais pour le couple de valeurs ($x = 0$ et $t = 0$), on doit avoir ($x' = 0$ et $t' = 0$), ce qui annule r et n.

De plus pour $x' = 0$, on a $x = vt \Rightarrow pv = -q$

c et c' étant les vitesses respectives d'un photon dans K et K' *le principe de relativité implique* :

$$\begin{aligned} dx^2 + dy^2 + dz^2 &= c^2 dt^2 \\ dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 &= c'^2 dt^2 \end{aligned} \qquad (^2)$$

mais $c = c'$ (principe d'isotropie)

En différenciant ([1]) il vient :

$$dx' = pdx + qdt$$

$$dt' = ldx + mdt$$

De ([2]) on déduit :

$$dx^2 - dx'^2 = c^2(dt^2 - dt'^2)$$

En y portant les valeurs de dx' dt' :

$$dx^2 - (pdx + qdt)^2 = c^2 \left(dt^2 - (ldx+mdt)^2\right)$$

$$\left(1 - p^2 + c^2l^2\right)dx^2 - 2(pq-lmc^2)dxdt - \left(q^2+c^2-m^2c^2\right)dt^2 = 0$$

Cette relation doit être vérifiée quelle que soit la direction du rayon lumineux (ou la position du photon). Il faut donc annuler les coefficients de dx^2, $dxdt$, dt^2, d'où :

$$\begin{cases} 1 - p^2 + l^2c^2 = 0 \\ pq - lmc^2 = 0 \\ q^2 + c^2 - m^2c^2 = 0 \end{cases}$$

On y ajoute $pv = -q$

On a donc 4 équations à 4 inconnues.

La résolution de ce système d'équations nous donne en posant

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$p = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \; ; \; q = \frac{-v}{\sqrt{1-\beta^2}} \; ; \; l = \frac{-v}{c^2}\,\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \; ; \; m = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Les formules de transformation de Lorentz s'écrivent finalement :

$$\boxed{x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \; ; \; y' = y \; ; \; z' = z \; ; \; t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}\,x}{\sqrt{1-\beta^2}}} \qquad (3)$$

Pour la transformation inverse on change v en $-v$

$$\boxed{x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \; ; \; y = y' \; ; \; z = z' \; ; \; t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}\,x'}{\sqrt{1-\beta^2}}} \qquad (3')$$

Conséquences

a) La réalité de ces formules impose $v < c$

Cette limitation s'applique aussi au mouvement de tous les corps matériels, car tout corps matériel peut être pris comme trièdre propre.

b) Soient deux évenements simultanés dans K', c'est-à-dire deux évenements qui se produisent à *la même époque t' notée par les horloges de K'* en deux points d'abscisses x'_1 et x'_2 ($x'_1 \neq x'_2$).

Dans K, ils s'accomplissent d'après ($3'$), à deux instants t_1 et t_2 différents. En effet :

$$t_1 = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad ; \quad t_2 = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'_2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Comme $x'_1 \neq x'_2 \quad \rightarrow \quad t_1 \neq t_2$

Ainsi, deux évenements simultanés dans K' ne le sont plus dans K, sauf s'ils se produisent au même point auquel cas la simultanéité garde un caractère absolu indépendant du système propre :

Ceci est un fait réel et non une apparence qui dépend de l'observateur : tous les observateurs de K constatent la non simultaneité des 2 évenements. On peut encore énoncer ce fait d'une manière plus paradoxale : *tous les évenements qui se produisent dans K' à un instant t' marqué par les horloges de K', en des points d'abscisses $x'_1, x'_2 \ldots x'_4$, sont échelonnés par rapport à K dans toute l'éternité. La figure 2* illustre cette proposition.

IV - Transformation des durées - Paradoxes des horloges

Soit un phénomène de durée Δt, qui se produit en un point fixe M de K, d'abscisse x. Sa durée $\Delta t'$ dans K', s'obtient en différenciant t' dans (3), x restant constant :

$$\boxed{\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \beta^2}}} \quad (4) \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\Delta t' > \Delta t}$$

Ainsi un phénomène a la plus courte durée possible dans le système propre, par rapport auquel il est fixe (Dilatation du temps ou ralentissement des horloges).

Nous allons exposer maintenant le paradoxe des horloges.

Soient deux horloges identiques A et B synchronisées dans un système propre K. Donnons à A, une accélération γ qui la porte à une vitesse v, à partir de laquelle, on la maintient dans un mouvement uniforme par rapport à K. Au bout d'un certain temps on la raméne au repos dans K. On suppose négligeable les périodes d'accélération : elles produisent cependant un effet sur A qui persiste dans la période de mouvement uniforme.

Le phénomène considéré (marche des aiguilles de A) a la plus courte durée dans le système K' où A est au repos : donc, d'après (4), A retarde sur B.

Ce retard a pour valeur :

$$\Delta t = t_B - t_A = t_B - t_B \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\Delta t = t_B (1 - \sqrt{1 - \beta^2}).$$

Cette expérience fait apparaître un caractère privilégié du système K' de A, ce qui est en contradiction avec le principe de relativité, les deux systèmes K et K' devant jouer un rôle symétrique. C'est là que réside le paradoxe.

En fait K et K' ne sont pas physiquement équivalents. K garde constamment son caractère de système propre, K' le perd pendant les périodes d'accélération.

Ce paradoxe pose une autre question intéressante : est-ce que les processus associés à K' sont ralentis par rapport à ceux de K, entre autres les processus biologiques par exemple (Voyageur de Langevin).

Certains auteurs répondent affirmativement (Y.P. TERLETSKII). Pour d'autres (ARZELIES), une réponse affirmative, nécessite au préalable, une vérification de l'uniformité du temps biologique par rapport au temps de la transformation de Lorentz. La question est loin d'être résolue et a donné lieu à beaucoup de pòlémiques.

V - *Transformation des fréquences*

Une fréquence étant l'inverse d'un temps, on a donc par comparaison avec (4)

$$\boxed{\nu' = \nu \sqrt{1 - \beta^2}} \qquad (5)$$

VI - Transformation des longueurs

Soient deux points A et B fixes dans K. La distance mesurée dans K a pour valeur

$$l = x_A - x_B$$

Dans K', elle est égale à la différence des abscisses x'_A et x'_B mesurées au même instant t' de K',

d'où $$l' = x'_A - x'_B$$

Remplaçant x_A et x_B par leurs transformés dans l, on a :

$$l = \frac{x'_A + vt' - x'_B - vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x'_A - x'_B}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

d'où $$\boxed{l' = l\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad (6)$$

Une règle AB ou plus généralement une distance quelconque AB est mesurée par le plus grand nombre dans le système où elle est au repos : en mouvement, elle subit la contraction de Lorentz.

Cette contraction est un phénomène objectif et non apparent, comme on le dit à tort, très souvent. Du fait de cette contraction, la forme d'un corps varie avec le système propre considéré, mais à l'intérieur de ce système, elle ne dépend pas de l'observateur.

La notion habituelle d'un solide de forme absolue est à rejeter : il faut considérer la forme, avec le même état d'esprit qu'une vitesse par exemple. Cette contraction n'est pas due à une modification de structure du corps créee par des forces qui prennent naissance dans le mouvement : elle est due au procédé de mesure des corps en mouvement.

VII - *Transformation des vitesses*

Soient u_x, u_y, u_z, les composantes de la vitesse d'un mobile dans K, u'_x, u'_y, u'_z ses composantes dans K'.

On a :

$$u_x = \frac{dx}{dt} \quad ; \quad u'_x = \frac{dx'}{dt'}$$

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{dt}{dt'} \qquad \text{avec} \qquad \frac{dt'}{dt} = \frac{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

D'où

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}$$

De même

$$u'_y = u_y \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \qquad u'_z = u_z \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}$$

VIII - Transformation des accélérations

On procéde de la même façon que pour les vitesses et on obtient :

$$\gamma'_x = \frac{\left(1 - \beta^2\right)^{3/2}}{\left(1 - \frac{v}{c^2}u_x\right)^3} \gamma_x$$

$$\gamma'_y = \frac{1 - \beta^2}{\left(1 - \frac{v}{c^2}u_x\right)^2} \left(\gamma_y + \frac{\frac{v}{c^2}u_x}{1 - \frac{v}{c^2}u_x} \gamma_x\right)$$

IX - Masse, quantité de mouvement, force

Le 1° postulat de base de la dynamique relativiste nous amène à donner à la masse relativiste l'expression :

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad (m_o = \text{masse au repos})$$

La quantité de mouvement :

$$\vec{p} = \frac{m_o \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

La force :

$$\vec{f} = \frac{\overrightarrow{dp}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_o \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

En appelant $\vec{\tau}$ et $\vec{n}$ les vecteurs unitaires de la tangente et de la normale principale de la trajectoire, ρ son rayon de courbe, on a :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\vec{\tau}) = \vec{\tau}\,\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{\rho}\,\vec{n}$$

$$\vec{F} = \frac{m_o}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\,\frac{dv}{dt}\,\vec{\tau} + \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,\frac{v^2}{\rho}\,\vec{n} \qquad (7)$$

- La force et l'accélération ne sont pas colinéaires.

- On définit une masse longitudinale

$$m_\tau = \frac{m_o}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

- On définit une masse transversale

$$m_n = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

X - Energie

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt = \vec{F}\,\vec{\tau}\,vdt$$

En utilisant (7)

$$dW = \frac{m_o v \, dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\boxed{W = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2} \qquad (^8)$$

Le 2° postulat de la dynamique relativiste nous amène à poser la constante d'intégration égale à zéro, ce qui donne une énergie au repos :

$$W_o = m_o c^2$$

La relation (^{8}) traduit l'équivalence masse-énergie.

Réciproquement, toute énergie W qui se propage avec une vitesse v peut être assimilée à une quantité de mouvement :

$$\boxed{\vec{p} = \frac{W}{c^2} \vec{v}} \qquad (^9)$$

Entre la quantité de mouvement et l'énergie, il existe d'ailleurs la relation :

$$\boxed{p^2 + m_o^2 c^2 = \frac{W^2}{c^2}} \qquad (^{10})$$

XI - Transformation des forces

Soient (X, Y, Z) les composantes F dans K, (X', Y', Z') ses composantes dans K'.

$$X = \frac{d}{dt}(mu_x) = u_x \frac{dm}{dt} + m\gamma_x$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dm'}{dt'} + \frac{m'\frac{v}{c^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \gamma'_x$$

En utilisant les transformées des composantes de l'accélération, on a :

$$X = X' + \frac{v\frac{u'_y}{c^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} Y' + \frac{v\frac{u'_z}{c^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} Z' \qquad (11)$$

$$Y = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} Y'$$

$$Z = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} Z'$$

Cas particulier :

Supposons le mobile au repos dans K' $(u'_x = u'_y = u'_z = 0)$

$$\begin{cases} X = X' \\ Y = \sqrt{1 - \beta^2} \quad Y' \\ Z = \sqrt{1 - \beta^2} \quad Z' \end{cases} \qquad (11)$$

CHAPITRE II

RELATIVITE ET CAUSALITE

=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=0=

I - *Inversion de la chronologie de deux évenements indépendants*

Nous avons vu dans la *première partie, paragraphe 3* que la simultanéïté de deux évenements n'a pas un caractère absolu. Nous allons examiner dans ce *paragraphe*, s'il en est de même de la chronologie de *deux évenements indépendants* donnés.

A cet effet, nous nous sommes inspirés d'un exemple imaginé par ESCLANGON, qui illustre bien le caractère paradoxal de la question.

Soient deux tas de poudre A et B, disposés sur l'axe Ox, d'un système K :

A en $x_1 = 0$ et B en $x_2 = X$ $(X>0)$.

Deux opérateurs sont chargés de les allumer respectivement aux instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \frac{X}{u}$ (u est un nombre arbitraire positif qui peut être supérieur à c).

Nous nous proposons de déterminer ces instants dans un système K', animé d'une vitesse v uniforme par rapport à K (v // Ox).

Nous discuterons ensuite de la chronologie de ces évenements dans K' suivant les valeurs de u.

Dans K, les explosions ont pour coordonnées :

$$A \begin{cases} x'_1 = 0 \\ t_1 = 0 \end{cases} \qquad B \begin{cases} x_2 = X \\ t_2 = X/u \end{cases}$$

Précisons que B explose après A.

Dans K' d'après les formules de Lorentz, on trouve :

$$A \begin{cases} x'_1 = 0 \\ t'_1 = 0 \end{cases} \qquad B \begin{cases} x'_2 = \dfrac{X - \frac{X}{u}.v}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ t'_2 = \dfrac{X}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(\dfrac{1}{u} - \dfrac{v}{c^2}\right) \end{cases}$$

avec $\beta = \frac{v}{c}$

Y á-t-il une possibilité pour les observateurs de K', de voir exploser le tas B et ensuite le tas A, contrairement à ce qui se passe dans K.

Il suffit pour cela que $t'_2 < 0$ soit :

$$\frac{1}{u} - \frac{v}{c^2} < 0 \rightarrow uv > c^2 \rightarrow u\beta > c \rightarrow \boxed{u > c.}$$

Ceci est possible puisque u peut être choisi arbitrairement.

Ainsi nous constatons sur cet exemple, *que la chronologie de deux évenements indépendants peut être inversée*.

Pour renforcer davantage le caractère paradoxal de cette illustration, remplaçons les tas de poudre A et B par des canons, les opérateurs par des canonniers ; supposons en outre le système K' constitué par un mobile de vitesse v, monté par les observateurs de K'.

Si B ouvre le feu immédiatement après A dans K, (ce qui donne t_2 très petit, donc $u >> c$), les observateurs de K' peuvent dire en toute objectivité que B a ouvert le feu, le premier.

Nous allons examiner maintenant le cas de deux évenements liés causalement. Auparavant nous analyserons la notion de signal.

II - *Notion de signal*

Un signal peut être considéré comme une certaine quantité d'énergie transportée d'un point A à un autre point B par un agent physique quelconque (particules de masse propre finie, photons, paquets d'ondes etc...). Le signal est émis au point A par un processus macroscopique quelconque et absorbé au point B, où il excite à la réception un processus macroscopique : il peut être considéré comme une interaction qui se propage de A à B.

Une énergie étant équivalente à une masse, la vitesse d'un signal ne saurait dépasser la vitesse de la lumière : en théorie de la relativité il n'y a pas d'interaction instantanée.

III - *Chronologie de deux évenements liés causalement*

Deux évenements a et b qui se produisent en deux points A et B d'un système K , sont liés causalement, si b est provoqué par une interaction issue de a.

Soient (x_1, t_1) et (x_2, t_2) les coordonnées spatio-temporelles des deux événements a et b, dans K et u la vitesse de l'interaction, on a :

$u = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)$ et $u < c$ (limitation de la vitesse d'interaction)

avec $\boxed{t_2 > t_1}$ (a précède b).

Considérons maintenant ces deux évenements par rapport à un système propre K' qui se déplace relativement au second avec la vitesse v :

Les formules de Lorentz nous donnent :

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

soit $t'_2 - t'_1 = (t_2 - t_1)\,\dfrac{1 - vu/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

Comme u est toujours plus petit que c, cela implique :

$$1 - \frac{vu}{c^2} > 0$$

donc $t'_2 - t'_1$ est du même signe, que $t_2 - t_1 > 0$

$$\boxed{t'_2 > t'_1}$$

La cause a précéde toujours l'effet b dans K' (principe de causalité).

Ainsi la chronologie de deux évenements liés causalement n'est pas inversée : le principe de causalité est respecté quel que soit le système de référence choisi.

Dans l'exemple d'ESCLANGON, avancé au paragraphe I les explosions des tas A et B n'étaient pas causalement liées, le principe de causalité n'était donc pas en jeu, et l'inversion de la chronologie était parfaitement possible.

Nous venons de voir que la validité du principe de causalité était liée à la limitation de la vitesse de propagation d'un signal ou d'une interaction : une violation de ce principe, s'accompagne nécéssairement d'une vitesse de signal supérieur à c. Bien qu'elle ait peu de chances de se produire dans le domaine macroscopique, cette éventualité n'est pas à exclure tout-à-fait, dans certains cas comme celui par exemple, des particules élémentaires. On ne peut généraliser à cette échelle, ce qui a été établi précédemment.

Un examen plus approfondi à partir d'hypothèses supplémentaires s'impose. L'une d'entre elles consiste à admettre l'existence au sein de ces particules d'une connexion très étroite, entre évenements indépendants. Cette connexion est si forte, que ces évenements peuvent être considérés comme causalement liés, la cause ne pouvant être distinguée de l'effet.

C'est dans cet esprit qu'HEISENBERG et d'autres auteurs, avaient émis l'hypothèse d'une violation du principe de causalité à des distances inférieures à 10^{-13}cm.

Cependant on peut prouver que si ce principe est mis en défaut sur de telles distances, il l'est aussi sur des distances arbitrairement grandes : il suffit pour cela de faire un changement de système approprié. En effet

Soient deux évenements causalement liés de coordonnées respectives (x_1, t_1) et (x_2, t_2) dans K.

Si u est la vitesse d'interaction :

$$u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Dans un autre système K' animé d'une vitesse v par rapport à K, on aura :

$$x'_1 - x'_2 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x'_1 - x'_2 = (x_2 - x_1) \cdot \frac{1 - \frac{v}{u}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Si le principe de causalité est en défaut on doit avoir

$$u >> c$$

d'où

$$x'_2 - x'_1 \simeq \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad \text{soit } \ell' = \frac{\ell}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Par conséquent, le processus qui s'installe, en violation du principe de causalité entre les points x_1 et x_2, se retrouve aussi entre les points x'_1 et x'_2 dont la distance ℓ' peut être rendue aussi grande que possible quand $v \to c$.

Supposons maintenant que de tels processus se produisent avec une fréquence ν dans K, ils se produiront avec une fréquence ν' dans K' telle que

$$\nu' = \nu \sqrt{1 - \beta^2}$$ (formule (5) de transformation des fréquences, 1° partie)

comme

$$\ell' = \frac{\ell}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$ (d'après ce qui précède)

$$\ell'\nu' = \ell\nu = \text{constante}$$

Si la distance ℓ' devient trop grande, la probabilité ν' de rencontrer de tels processus devient alors trop petite.

La possibilité d'une mise en défaut du principe de causalité dans le domaine macroscopique est donc presque nulle.

IV - Particules à masse imaginaire :

Des particules animées de vitesses supérieures à celles de la lumière peuvent être considérées, d'après ce qui précède comme des entités physiques possibles, mais la probabilité de les voir émettre ou absorber des processus macroscopiques est presque nulle.

D'après les relations (9) et (10) de la première partie, nous avons :

$$p = \frac{W}{c^2}u$$

et
$$p^2 + m_o^2c^2 = \frac{W^2}{c^2}$$

d'où
$$p^2 + m_o{}^2c^2 = p^2\,\frac{c^2}{u^2}$$

$$m_o{}^2 = \frac{p^2}{c^2}\left(\frac{c^2}{u^2} - 1\right)$$

$$u > c \rightarrow m_o{}^2 < 0$$

De telles particules n'existent donc qu'avec une masse propre imaginaire (particules virtuelles de la théorie quantique des champs).

CHAPITRE III

LEVIER - COUDE
PRINCIPE DE L'ACTION ET LA REACTION

=0=0=0=0=0=0=

Dans cette partie, nous montrerons d'abord l'existence de couples qui n'entrainent aucune rotation ; l'explication de ce paradoxe fait appel à l'inertie de l'énergie.

Le levier coudé offre un exemple intéressant de ce type de paradoxe.

Nous discuterons ensuite de la validité du principe de l'égalité de l'action et de la réaction qui n'est en général, plus respecté en dynamique relativiste : c'est une conséquence qui découle des formules de transformation des forces.

Levier coudé

Soient deux systèmes propres K et K', K' étant animé d'une vitesse v uniforme parallèle à Ox, par rapport à K.
Un lévier coudé, en forme de L à bras rectangulaires est au repos dans K'.

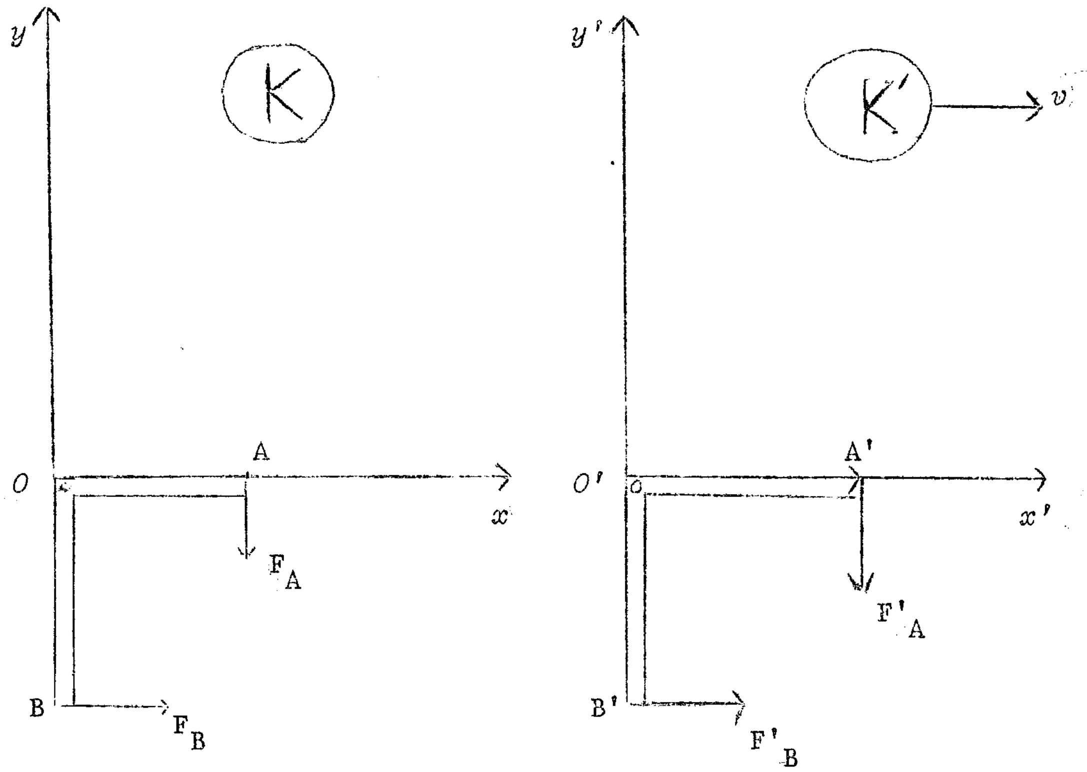

Fig. 3 .- Levier coudé

Aux extrémités A' et B' de ce levier s'exercent deux forces égales $F'_A = F'_B = F$ respectivement normales aux bras du levier O'A' et O'B' (Fig. 3) $O'A' = O'B' = \ell$.

Le levier peut tourner dans le plan $x'O'y'$ autour de l'axe O'. Les forces F'_A et F'_B étant égales, le couple qui s'exerce sur le levier est nul : il n'y a donc pas de rotation dans le système K'.

Examinons maintenant ce qui se passe pour un observateur du système K. Pour cela appliquons les formules de transformation des longueurs et des forces.

Le bras O'B' normal au mouvement reste invariant donc :

$$OB = O'B' = \ell$$

O'A' subit la contraction de Lorentz : l'observateur de K voit donc O'A' raccourci :

$$OA = O'A' \sqrt{1 - \beta^2} = \ell \sqrt{1 - \beta^2} \qquad (\beta = \frac{v}{c})$$

En ce qui concerne les forces, nous utilisons les formules (11') du paragraphe 11 de la première partie, le levier étant au repos dans K'

donc :

$$F_A = F'_A \sqrt{1 - \beta^2} = F \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$F_B = F'_B = F$$

Calculons maintenant le couple dans le système K :

$$C = F_B \cdot OB - F_A \cdot OA$$

$$C = F\ell - F\sqrt{1 - \beta^2} \cdot \ell\sqrt{1 - \beta^2}$$

$$C = F\ell - F\ell\,(1 - \beta^2)$$

$$\boxed{C = F\ell\,\beta^2} \qquad (^1)$$

Le couple dans K n'est plus nul.

Il est évident que le levier ne doit pas tourner que ce soit du point de vue d'un observateur de K' ou de K (principe de relativité). *Comment donc concilier, l'existence d'un couple, avec l'absence de rotation ?*

Remarquons que pour l'observateur de K, la force F_B travaille et fournit au levier, au point B une énergie par unité de temps :

$$W = F_B \cdot v = F \cdot v$$

Cette énergie est équivalente à une certaine inertie donc à une quantité de mouvement

$$p = \frac{W}{c^2}\,v = \frac{Fv^2}{c^2} \qquad \text{(formule 9, 1° partie).}$$

L'observateur de K voit donc le levier, augmenter *dans l'unité de temps*, son moment cinétique d'une quantité :

$$\ell p = \ell \frac{F v^2}{c^2} = F\ell\ \beta^2$$

Il conclut donc, bien que le mouvement reste uniforme à l'existence d'un couple de valeur

$$\frac{d\sigma}{dt} = F\ell\ \beta^2$$

C'est précisement la valeur du couple C. [1]

Ainsi pour maintenir le levier en mouvement uniforme et à l'état de tension, il faut le soumettre à un couple C.

Dans cette discussion, nous avons omis de parler du mécanisme par lequel l'énergie entre par B, et sort par O : ce mécanisme fait appel aux lois d'élasticité qui sont profondement modifiées en relativité. Une discussion plus détaillée n'altère cependant pas nos conclusions.

Principe de l'égalité de l'action et de la réaction

Soit une particule soumise à une force $(X'Y'Z')$ dans un système K', où elle est animée d'une vitesse (u'_x, u'_y, u'_z).

Dans un autre système K par rapport auquel K' à la vitesse v (// à Ox), elle sera soumise à la force (X,Y,Z) telle que : (formule 11, 1° partie)

$$X = X' + \frac{\frac{v}{c^2}u'_y}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x} Y' + \frac{\frac{v}{c^2}u'_z}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x} Z$$

$$Y = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} Y' \qquad Z = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x} Z'$$

Remplaçons u'_x u'_y, u'_z dans ces expressions par leurs transformées dans K. On a :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x} \rightarrow 1 + \frac{v}{c^2}u'_x = \frac{1 - \beta^2}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}$$

$$u'_y = u_y \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \qquad \text{de même pour } u'_z$$

D'où finalement :

$$X = X' + \frac{\frac{v}{c^2}u_y}{\sqrt{1-\beta^2}} Y' + \frac{\frac{v}{c^2} u_z}{\sqrt{1 -\beta^2}} Z'$$

$$Y = \frac{1 - \frac{v}{c^2}u_x}{\sqrt{1-\beta^2}}\, Y' \qquad \text{et} \qquad Z = \frac{1 - \frac{v}{c^2}u_x}{\sqrt{1-\beta^2}}\, Z'$$

Donnons nous dans le système K deux particules, soumises à des forces de même module, de sens opposé (interaction coulombienne par exemple) mais animées de vitesses différentes ($u_{x1} \neq u_{x2}$ etc...).

Les dernières relations montrent qu'il n'en est plus de même dans le système K' :

"Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est à rejeter de la dynamique relativiste".

B I B L I O G R A P H I E

=o=o=o=o=o=o=o=o=o=o=o=o=

H.ARZELIES, La cinématique relativiste, Gauthier-Villars, 19 5

H. ARZELIES, La dynamique relativiste et ses applications, Gauthier-Villars, 1957

BECQUEREL, Le principe de Relativité, Gauthier-Villars, 1922

LANDAU et LIFCHITZ, Théorie du champ, Editions de la Paix, Moscou

Y.P. TERLETSKII, Paradoxes in the Theory of Relativity, Plenum Press - New-York 1968

R.C. TOLMAN, Relativity, Thermodynamics and Cosmology Clarendon Press, Oxford, 1962