

T0095
1977/DS

1978.2
(043)D.E

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE
ET L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
DE GRENOBLE

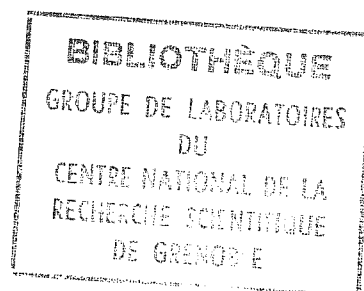
pour obtenir le grade

DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

par

Bernard HEBRAL

SUJET



**Etude de divers processus de transfert de
chaleur à très basse température**

Soutenue le 20 Mars 1978 devant la commission d'Examen

Président

A. LACAZE

M.T. BEAL-MONOD

M. CHAPELLIER

Examineurs

W.J. HUISKAMP

J. JOFFRIN

D. THOULOZE

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE
ET MEDICALE DE GRENOBLE

Monsieur Gabriel CAU : Président
Monsieur Pierre JULLIEN : Vice Président

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L'U.S.M.G.

PROFESSEURS TITULAIRES

MM	AMBLARD Pierre	Clinique de dermatologie
	ARNAUD Paul	Chimie
	ARVIEU Robert	I.S.N
	AUBERT Guy	Physique
	AYANT Yves	Physique approfondie
Mme	BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM.	BARBIER Jean-Claude	Physique Expérimentale
	BARBIER Reynold	Géologie appliquée
	BARJON Robert	Physique nucléaire
	BARNOUD Fernand	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA Jean-René	Statistiques
	BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale
	BEAUDOING André	Clinique de Pédiatrie et Puériculture
	BELORIZZY Elie	Physique
	BERNARD Alain	Mathématiques Pures
Mme	BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
MM.	BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques Pures
	BEZEZ Henri	Pathologie chirurgicale
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques Pures
	BOLLIET Louis	Informatique (IUT B)
	BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologique
	BONNET-EYMARD Joseph	Clinique gastro-entérologique
Mme	BONNIER Marie-Jeanne	Chimie générale
MM.	BOUCHERLE André	Chimie et toxicologie
	BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
	BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques appliquées
	BOUTET DE MONTVEL Louis	Mathématiques Pures
	BRAVARD Yves	Géographie
	CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologique
	CALAS François	Anatomie
	CARLIER Georges	Biologie végétale
	CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie
	CAU Gabriel	Médecine légale et toxicologie
	CAUQUIS Georges	Chimie organique
	CHABAUTY Claude	Mathématiques Pures
	CHARACHON Robert	Clinique Oto-rhino-laryngologique
	CHATEAU Robert	Clinique de neurologie
	CHIBON Pierre	Biologie animale
	COEUR André	Pharmacie chimique et chimie analytique
	CONTAMTIN Robert	Clinique gynécologique
	COUDERC Pierre	Anatomie pathologique
Mme	DEBELMAS Anne-Marie	Matière médicale
MM.	DEBELMAS Jacques	Géologie générale
	DEGRANGE Charles	Zoologie
	DELORMAS Pierre	Pneumophtisiologie

MM. DEPORTES Charles
 DESRE Pierre
 DESSAUX Georges
 DODU Jacques
 DOLIQUE Jean-Michel
 DREYFUS Bernard
 DUCROS Pierre
 GAGNAIRE Didier
 GALVANI Octave
 GASTINEL Noël
 GAVEND Michel
 GEINDRE Michel
 GERBER Robert
 GERMAIN Jean-Pierre
 GIRAUD Pierre
 JANIN Bernard
 KAHANE André
 KLEIN Joseph
 KOSZUL Jean-Louis
 KRAVCHENKO Julien
 KUNTZMANN Jean
 LACAZE Albert
 LACHARME Jean

Mme LAJZEROWICZ Janine

MM. LAJZEROWICZ Joseph
 LATREILLE René
 LATURAZE Jean
 LAURENT Pierre
 LEDRU Jean
 LE ROY Philippe
 LLIBOUTRY Louis
 LOISEAUX Pierre
 LONGQUEUE Jean-Pierre
 LOUP Jean

Melle LUTZ Elisabeth

MM. MALINAS Yves
 MARTIN-NOEL Pierre
 MAZARE Yves
 MICHEL Robert
 MICOUD Max
 MOURIQUAND Claude
 MOUSSA André
 NOZIERES Philippe
 OZENDA Paul
 PAYAN Jean-Jacques
 PEBAY-PEYROULA Jean-Claude
 PERRET Jean
 RASSAT André
 RENARD Michel
 REVOL Michel
 RINALDI Renaud
 DE ROUGEMONT Jacques
 SEIGNEURIN Raymond
 SENDEL Philippe
 SIBILLE Robert
 SOUTIF Michel
 TANCHE Maurice
 TRAYNARD Philippe

Chimie minérale
 Métallurgie
 Physiologie animale
 Mécanique appliquée (IUT I)
 Physique des plasmas
 Thermodynamique
 Cristallographie
 Chimie Physique
 Mathématiques Pures
 Analyse numérique
 Pharmacologie
 Electroradiologie
 Mathématiques Pures
 Mécanique
 Géologie
 Géographie
 Physique générale
 Mathématiques Pures
 Mathématiques Pures
 Mécanique
 Mathématiques Appliquées
 Thermodynamique
 Biologie végétale
 Physique
 Physique
 Chirurgie générale
 Biochimie Pharmaceutique
 Mathématiques Appliquées
 Clinique médicale B
 Mécanique (IUT I)
 Géophysique
 Sciences Nucléaires
 Physique Nucléaire
 Géographie
 Mathématiques Pures
 Clinique Obstétricale
 Clinique Cardiologique
 Clinique Médicale A
 Minéralogie et Pétrographie
 Clinique Maladies infectieuses
 Histologie
 Chimie Nucléaire
 Spectrométrie Physique
 Botanique
 Mathématiques Pures
 Physique
 Séméiologie Médicale (Neurologie)
 Chimie systématique
 Thermodynamique
 Urologie
 Physique
 Neuro-Chirurgie
 Microbiologie et Hygiène
 Zoologie
 Construction mécanique (IUT I)
 Physique générale
 Physiologie
 Chimie générale

MM. VAILLANT François
 VALENTIN Jacques
 VAUQUOIS Bernard
 Mme VERAINE Alice
 MM. VERAINE André
 VEYRET Paul
 VIGNAIS Pierre

Zoologie
 Physique Nucléaire
 Calcul électronique
 Pharmacie galénique
 Physique
 Géographie
 Biochimie médicale

PROFESSEURS ASSOCIES

MM. CRABBE Pierre
 DEMBICKI Eugéniuz
 JOHNSON Thomas
 PENNEY Thomas

CERMO
 Mécanique
 Mathématiques appliquées
 Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mlle AGNIUS-DELDORD Claudine
 ALARY Josette
 MM. AMBROISE-THOMAS Pierre
 ARMAND Gilbert
 BENZAKEN Claude
 BJAREZ Jean-Pierre
 BILLET Jean
 BOUCHET Yves
 BRUGEL Lucien
 BUISSON René
 BUTEL Jean
 COHEN ADDAD Pierre
 COLOMB Maurice
 CONTE René
 DELOBEL Claude
 DEPASSEL Roger
 FONTAINE Jean-Marc
 GAUTRON René
 GIDON Paul
 GLENAT René
 GROULADE Joseph
 HACQUES Gérard
 HOLLARD Daniel
 HUGONOT Robert
 IDELMAN Simon
 JOLY Jean-René
 JULLIEN Pierre
 Mme KAHANE Josette
 MM. KRALOWIAC Sacha
 KUHN Gérard
 LUU DUC Cuong
 MAYNARD Roger
 Mme MINIER Colette
 MM. PELMONT Jean
 PERRIAUX Jean-Jacques
 PFISTER Jean-Claude
 Mlle PIERY Yvette

Physique pharmaceutique
 Chimie analytique
 Parasitologie
 Géographie
 Mathématiques appliquées
 Mécanique
 Géographie
 Anatomie
 Energétique (IUT I)
 Physique (IUT I)
 Orthopédie
 Spectrométrie physique
 Biochimie
 Physique (IUT I)
 M.I.A.G.
 Mécanique des fluides
 Mathématiques Pures
 Chimie
 Géologie et Minéralogie
 Chimie organique
 Biochimie médicale
 Calcul numérique
 Hématologie
 Hygiène et Médecine préventive
 Physiologie animale
 Mathématiques Pures
 Mathématiques Appliquées
 Physique
 Mathématiques Appliquées
 Physique (IUT I)
 Chimie organique
 Physique du solide
 Physique (IUT I)
 Biochimie
 Géologie et Minéralogie
 Physique du solide
 Physiologie animale

MM.	RAYNAUD Hervé	M.I.A.G.
	REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
	REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
	RICHARD Lucien	Biologie végétale
Mme	RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM.	ROBERT André	Chimie papetière
	SARRAZIN Roger	Anatomie et chirurgie
	SARROT-REYNAULD Jean	Géologie
	SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme	SOUTIF Jeanne	Physique générale
MM.	STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie
	VIALON Pierre	Géologie
	VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques Appliquées

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

MM.	ARMAND Yves	Chimie (IUT I)
	BACHELCT Yvan	Endocrinologie
	BARGE Michel	Neuro chirurgie
	BEGUIN Claude	Chimie organique
Mme	BERIEL Hélène	Pharmacodynamie
MM.	BOST Michel	Pédiatrie
	BOUCHARLAT Jacques	Psychiatrie adultes
Mme	BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM.	BRODEAU François	Mathématiques (IUT B) (Personne étrangère habilitée à être directeur de thèse)
	CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
	CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse
	CHARDON Michel	Géographie
	CHERADAME Hervé	Chimie papetière
	CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
	CONTAMIN Charles	Chirurgie thoracique et cardio-vasculaire
	CORDONNIER Daniel	Néphrologie
	COULOMB Max	Radiologie
	CROUZET Guy	Radiologie
	CYROT Michel	Physique du solide
	DENIS Bernard	Cardiologie
	DOUCE Roland	Physiologie végétale
	DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme	ETERRACSSI Jacqueline	Physiologie
MM.	FAURE Jacques	Médecine légale
	FAURE Gilbert	Urologie
	GAUTIER Robert	Chirurgie générale
	GIDON Maurice	Géologie
	GROS Yves	Physique (IUT I)
	GUIGNIER Michel	Thérapeutique
	GUITTON Jacques	Chimie
	HICTER Pierre	Chimie
	JALBERT Pierre	Histologie
	JUNIEN-LAVILLAVROY Claude	O.R.L.
	KOLCDIE Lucien	Hématologie
	LE NOC Pierre	Bactériologie-virologie
	MACHE Régis	Physiologie végétale
	MAGNIN Robert	Hygiène et médecine préventive
	MALLION Jean-Michel	Médecine du travail

MM. MARECHAL Jean
MARTIN-BOUYER Michel
MICHOUILLER Jean
NEGRE Robert
NEMOZ Alain
NOUGARET Marcel
PARAMELLE Bernard
PECCOUD François

PEFFEN René
PERRIER Guy
PHELIP Xavier
RACHAIL Michel
RACINET Claude
RAMBAUD André
RAMBAUD Pierre
RAPHAEL Bernard

Mme RENAUDET Jacqueline
MM ROBERT Jean-Bernard
ROMIER Guy

SCHAERER René
SHOM Jean-Claude
STOEBNER Pierre
VROUSOS Constantin

Mécanique (IUT I)
Chimie (CUS)
Physique (IUT I)
Mécanique (IUT I)
Thermodynamique
Automatique (IUT I)
Pneumologie
Analyse (IUT B) (Personnalité étrangère
habilitée à être directeur
de thèse)

Métallurgie (IUT I)
Géophysique-Glaciologie
Rhumatologie
Médecine Interne
Gynécologie et Obstétrique
Hygiène et Hydrologie (Pharmacie)
Pédiatrie
Stomatologie
Bactériologie (Pharmacie)
Chimie Physique
Mathématiques (IUT B) (Personnalité étrangère
habilité à être direc-
teur de thèse)

Cancérologie
Chimie Générale
Anatomie Pathologie
Radiologie

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM. DEVINE Roderick
HODGES Christopher

Spectre Physique
Transition de Phases

Fait à SAINT MARTIN D'HERES, NOVEMBRE 1976

Président : M. Philippe TRAYNARD

Vice-Présidents : M. Pierre-Jean LAURENT
M. René PAUTHENET

PROFESSEURS TITULAIRES

MM. BENOIT Jean	Radioélectricité
BESSON Jean	Electrochimie
BLOCH Daniel	Physique du solide
BONNETAIN Lucien	Chimie minérale
BONNIER Etienne	Electrochimie et Electrometallurgie
BRISSONNEAU Pierre	Physique du solide
BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
COUMES André	Radioélectricité
DURAND Francis	Métallurgie
FELICI Noël	Electrostatique
FOULARD Claude	Automatique
LESPINARD Georges	Mécanique
MOREAU René	Mécanique
PARIAUD Jean-Charles	Chimie-Physique
PAUTHENET René	Physique du solide
PERRET René	Servomécanismes
POLOUJADOFF Michel	Electrotechnique
VEILLON Gérard	Informatique fondamentale et appliquée

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. BLIMAN Samuel	Electronique
BOUVARD Maurice	Génie Mécanique
COHEN Joseph	Electrotechnique
LACOURNE Jean-Louis	Géophysique
LANCIA Roland	Electronique
ROBERT François	Analyse numérique
ZADVORNY François	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES

MM. ANCEAU François	Mathématiques Appliquées
CHARTIER Germain	Electronique
GUYOT Pierre	Chimie Minérale
IVANES Marcel	Electrotechnique
JOUBERT Jean-Claude	Physique du solide
LESIEUR Marcel	Mécanique
MORET Roger	Electrotechnique Nucléaire
PIAU Jean-Michel	Mécanique
PIERRARD Jean-Marie	Mécanique
SABONNADIÈRE Jean-Claude	Informatique Fondamentale et Appliquée
MMe. SAUCIER Gabrièle	Informatique Fondamentale et Appliquée

CHERCHEURS DU C.N.R.S. (Directeur et Maîtres de Recherche).

M. FRUCHART Robert	Directeur de Recherche
MM. ANSARA Ibrahim	Maître de Recherche
CARRE René	Maître de Recherche
DRIOLE Jean	Maître de Recherche
LANDAU Ioan Doré	Maître de Recherche
MATHIEU Jean-Claude	Maître de Recherche
MUNIER Jacques	Maître de Recherche

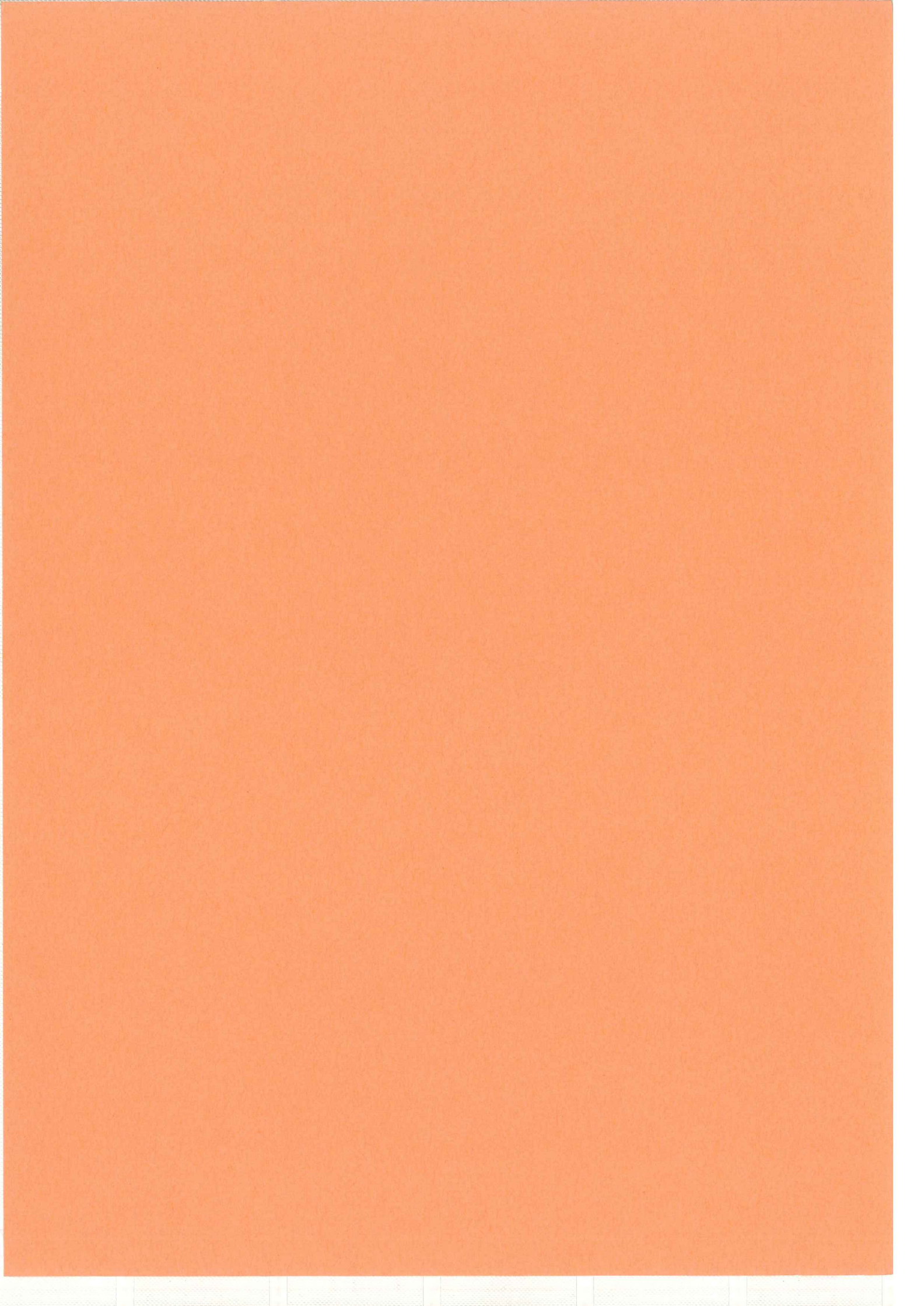
Je tiens à remercier tout d'abord l'ensemble des chercheurs et techniciens du Centre de Recherches sur les Très Basses Températures dirigé par Monsieur le Professeur LCAZE : ils ont su créer des conditions matérielles et une ambiance de travail qui ont très largement permis la réalisation de cette étude.

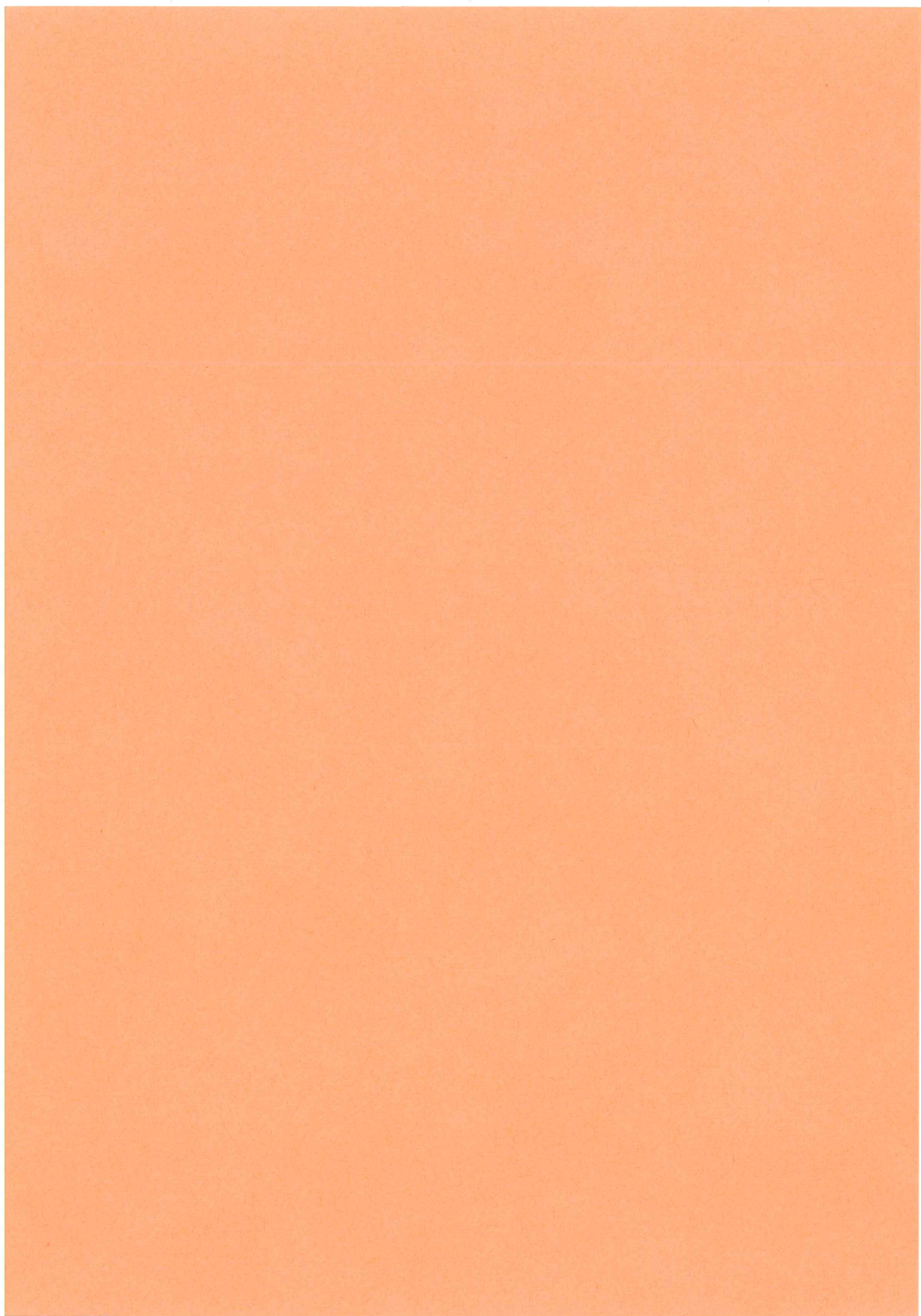
Avec G. FROSSATI, G. SCHUMACHER puis H. GODFRIN, nous avons voulu effectuer un travail d'équipe : les solutions originales mises au point par chacun ont été indispensables pour effectuer ces recherches au voisinage du millikelvin. D. THOULOUZE, assurant la coordination de ces efforts sans ménager son temps pendant ces quatre ans, en a été l'animateur : ses conseils ont été pour moi une aide très précieuse. Que tous trouvent ici l'expression de mon amical témoignage.

Je suis aussi très reconnaissant à J.D.N. CHEEKE pour m'avoir guidé dans l'étude de la résistance de Kapitza pendant mes premières années au laboratoire, ainsi qu'à Madame MONOD pour avoir accepté les délais et les hésitations de l'expérience voire de l'expérimentateur.

Je remercie également M. CHAPELLIER de m'avoir permis d'approfondir plusieurs points de ce travail : avec Monsieur le Professeur HUISKAMP, il a bien voulu accepter de faire l'étude critique d'un travail auquel Monsieur le Professeur JOFFRIN a toujours, lui aussi, régulièrement porté intérêt.

Je voudrais enfin remercier Messieurs JUREK et LEMELAND pour le soin qu'ils ont apporté au perfectionnement de l'appareillage, construit par MEZIN, ROBERT et VEVRAT, ainsi que Mademoiselle MAHIEUX pour la rapidité et la gentillesse avec lesquelles elle a assuré la dactylographie de cette thèse.





TRANSFERT DE CHALEUR AUX TRES BASSES TEMPERATURES

L'étude du transfert de chaleur entre deux corps est un problème essentiel de la physique des basses températures. Avoir une source froide n'est pas suffisant pour entreprendre des études expérimentales. Il faut aussi refroidir l'échantillon étudié en lui assurant un bon contact thermique avec cette source froide. Ce problème qui n'est déjà pas trivial au voisinage de 1 K devient la principale limitation des performances des appareils construits pour travailler au voisinage du mK ou même plus bas. Cette limitation est caractérisée par une grandeur appelée résistance thermique de contact, par analogie avec la résistance électrique : c'est le rapport d'une tension, ici la différence de température ΔT entre le corps à refroidir et la source froide, à un courant, ici la puissance frigorifique $\dot{Q}$. Cette résistance est inversement proportionnelle à la surface de contact S ; pour éliminer ce facteur géométrique on étudie en général la quantité $\frac{S\Delta T}{\dot{Q}}$, caractéristique des deux corps en contact, homogène à une résistivité, souvent appelée néanmoins résistance thermique de contact ou résistance de Kapitza du nom du physicien soviétique qui le premier en fit l'étude lors de ses expériences sur l'hélium superfluide en 1941.

Une bonne connaissance des processus physiques intervenant dans le transfert thermique est donc primordiale à la

fois d'un point de vue physique et d'un point de vue cryogénique. L'étude présentée ici est faite dans deux gammes de températures : au-dessus de 1 K en ce qui concerne le contact solide-solide et le contact hélium-solide, et au voisinage du mK dans le cas du contact He-solide magnétique. Au-dessus de 1 K, ce sont les propriétés acoustiques des corps qui pilotent le transfert thermique, les autres processus envisagés étant trop faibles pour assurer une contribution notable à l'échange de chaleur. Ceci n'est plus vrai au voisinage du mK, le transfert d'énergie via les phonons, bien moins efficace, peut alors être court-circuité par d'autres processus : le couplage magnétique au contact ^3He -CMN, étudié ici, en est un exemple.

I - ECHANGE AU-DESSUS DE 1 K

A) Contact solide-solide.

Reprenant un modèle de rayonnement de phonons proposé par Little, nous avons calculé la résistance thermique de contact à l'interface solide-solide. Dans ce modèle, la grandeur essentielle est l'impédance acoustique $Z = \rho c$ (ρ densité, c vitesse du son) de chacun des deux milieux. En particulier, dans le milieu de plus faible vitesse du son, les phonons incidents sur la surface à l'extérieur d'un cône critique sont totalement réfléchis et ne participent pas au transfert de chaleur. La probabilité de transmission des phonons incidents à

l'intérieur du cône critique est $\alpha \sim \frac{Z_1}{Z_2}$ (Z_1 et Z_2 sont les impédances acoustiques des deux solides). Si les deux impédances Z_1 et Z_2 sont très différentes (désadaptées) on a : $\alpha \ll 1$ et la résistance thermique est très grande. Si au contraire, les impédances sont adaptées : $Z_1 = Z_2$ et la résistance thermique de contact est minimale.

Le calcul a été effectué en tenant compte de tous les modes (longitudinal et transverses) intervenant dans chacun des solides et en se plaçant dans un modèle de dispersion des chaînes linéaires pour les phonons ce qui permet d'étendre les résultats jusqu'à environ 100 K. Nous avons utilisé la convention habituelle d'une fréquence de coupure unique pour le spectre de phonons quel que soit le mode de polarisation considéré.

La variation thermique en T^{-3} à basse température de la résistance de contact est directement liée au modèle de Debye utilisé.

Les résultats expérimentaux, obtenus par une méthode impulsioneuse d'échauffement de couches minces métalliques (Au, In, Pb, Sn) déposées sur des substrats isolants (Al_2O_3 , SiO_2), ont été comparés aux valeurs théoriques déduites du modèle de désadaptation acoustique (DA) et à celles obtenues dans la limite d'adaptation parfaite (AP) (ou de "rayonnement de corps noir" : tous les phonons incidents dans le cône critique sont réémis dans le second milieu), ce qui correspond au transfert de chaleur maximal : cette limite ne traduit pas

un processus microscopique.

De façon générale, les résultats expérimentaux lorsque la couche mince est déposée sur le substrat refroidi à 77 K sont en très bon accord avec le modèle (DA) proposé dans des cas d'adaptation aussi différents que Sn-SiO_2 et $\text{Pb-Al}_2\text{O}_3$. Par contre lorsque le film est déposé sur le substrat à température ambiante les résultats semblent se rapprocher de la limite AP. Ceci est cohérent avec l'hypothèse d'une adaptation d'impédance due à la présence d'une couche d'eau ou d'oxyde sur le substrat dans ce dernier cas.

Ces remarques montrent que le modèle utilisé rend bien compte de la variation thermique de la résistance de contact solide-solide à basse température et que par un calcul simple on obtient un bon ordre de grandeur de la valeur expérimentale, même pour un corps relativement anisotrope comme le quartz.

Ces calculs ont néanmoins fait apparaître des singularités sur les courbes représentant la variation du coefficient de transfert en fonction du rapport des vitesses du son pour diverses valeurs du rapport des densités. Pour analyser l'origine de ces singularités et fournir également des tables permettant de calculer rapidement la résistance thermique à l'interface solide-solide, nous avons systématisé ces calculs. On a ainsi montré que ces singularités sont dues à des conditions particulières d'adaptation des impédances et d'ouverture du cône critique. Les tables permettent de calculer la

résistance thermique de contact attendue avec une précision d'environ 5 %.

L'ensemble de ce travail est présenté dans cinq publications :

- Transfert de chaleur entre deux solides en dessous de 100 K,
J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, C. MARTINON, Jour.de Phys. 34, 257
(1973).
- Température de radiation de couches métalliques déposées sur
des substrats isolants à basse température,
D. CHEEKE, B. HEBRAL, C. MARTINON, C.R. Acad. Sc. Paris B274,
1237 (1972).
- Experiments on thermal phonon radiation into quartz substrates,
J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, C. MARTINON, Jour. de Phys. C4, 57
(1972).
- Investigation of phonon radiation temperature of metal films
on dielectric substrates,
J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, C. MARTINON, LT 13 Proceedings, 2,
242, Plenum Publish Corp., New York.
- Analysis of heat transfer between solids at low temperatures,
J.D.N. CHEEKE, H. ETTINGER, B. HEBRAL, Can. Jour. of Phys. 54,
1749 (1976).

B) Contact He-Solide.

1) Une application⁽¹⁾ des calculs présentés ci-dessus à l'étude du contact Cu-⁴He (liquide ou solide) montre que la théorie du désaccord acoustique rend compte correctement des mesures au voisinage de 2 K à l'interface Cu-⁴He solide malgré la grande désadaptation des impédances : $\frac{Z_{\text{Cu}}}{Z_{\text{He solide}}} \sim 200$. Par contre cette théorie n'est pas adaptée à l'étude du contact Cu-⁴He liquide dans cette gamme de températures. Ceci montre que ce n'est pas une grande désadaptation d'impédance qui est à l'origine des faibles valeurs de résistance observées lors des expériences. Il a d'ailleurs été montré expérimentalement que même les phonons incidents hors du cône critique contribuent notablement à l'échange de chaleur. De même des effets d'atténuation au voisinage de la surface renforcent l'échange de chaleur et permettent d'expliquer les fortes valeurs de conductances observées.

(1) Comments on the Kapitza conductance of copper to liquid and solid ⁴He,

J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, Physics Letters 40A, 301 (1972).

2) L'étude expérimentale⁽²⁾ de la résistance de Kapitza entre 1 et 2 K a mis en évidence une déviation à la relation linéaire habituellement observée entre l'écart de température ΔT et la puissance $\dot{Q}$. Cet effet reproductible a été mis en évidence sur de nombreux échantillons (Pb, Cu, H₂O, Fe, Bi, Co, Ni) : il apparaît au-delà d'une certaine puissance ($\sim 5 \text{ mW/cm}^2$) et disparaît progressivement quand la température diminue. Le ΔT excédentaire augmente rapidement avec la taille de l'échantillon. L'origine expérimentale d'une telle anomalie était éliminée par des mesures du nombre de Lorenz des échantillons purs ou de conductivité thermique. En fait dans les travaux originaux de Kapitza une telle anomalie semble aussi apparaître. L'origine de cette anomalie n'est pas un phénomène dans la masse de l'échantillon mais plus probablement se situe au voisinage de l'interface. Aucun modèle n'est disponible pour en rendre compte à l'interface côté solide. Nous avons donc envisagé que cet effet se situait dans une mince couche de liquide au contact du solide et qu'il pouvait être expliqué par un phénomène de turbulence dans l'hélium normal. Un nombre de Reynolds critique a été calculé rendant compte qualitativement des résultats.

(2) Anomalous behavior of the Kapitza resistance between solids and liquid Helium II,

J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, J. RICHARD and R.R. TURKINGTON,
Phys. Rev. Lett. 32, 658 (1974).

3) Le modèle de désadaptation acoustique prévoit que la résistance de Kapitza à l'interface He-solide est proportionnelle au cube de la température de Debye θ_D du solide considéré. Le désaccord de la théorie avec l'expérience est moins élevé pour les solides à faible θ_D .

Des expériences sur la glace ($\theta_D \sim 255$ K) et Bi($\theta_D = 106$ K) ont été effectuées⁽³⁾. A 2 K, l'accord avec la théorie est assez bon et confirme les remarques ci-dessus. De même les expériences sur Fe, Co et Ni⁽⁴⁾ ($\theta_D \sim 460$ K) ont montré que le désaccord avec la théorie était beaucoup plus élevé : les conductances mesurées sont environ cent fois plus élevées que celles attendues. Ces résultats joints à ceux de la littérature montrent qu'en fait c'est plutôt une dépendance en θ_D de la résistance de Kapitza que l'on observe. Ceci est en accord avec une approche utilisant la théorie des perturbations qui prévoit une résistance thermique proportionnelle à θ_D et dont les résultats s'appliquent bien au voisinage de 1 K

(3) Kapitza resistance of low acoustic impedance solids (ice and bismuth),

J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, J. RICHARD, R.R. TURKINGTON,
Physics Letters 46A, 81 (1973).

(4) Kapitza resistance between the transition metals Fe, Co and Ni and superfluid Helium,

J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, J. RICHARD, Jour. of Low Temp.
Phys. 12, 359 (1973).

où la longueur d'onde des phonons dans l'hélium est de l'ordre de la dizaine d'Angströms, dimensions correspondant à la taille des défauts microscopiques au voisinage de la surface.

Dans les mesures sur Fe, Co et Ni une étude de l'effet des dislocations sur la résistance de Kapitza a aussi été effectuée. Les échantillons recuits puis écrouis ont été mesurés ; l'effet des dislocations est faible. La résistance de Kapitza est très voisine de celle calculée dans la limite de "rayonnement du corps noir" (tous les phonons incidents dans le cône critique sont réémis dans le second milieu) ce qui est un résultat classique pour les corps à haut θ_D . De plus, les résistances thermiques de ces trois solides avec l'hélium sont très voisines : ceci s'explique par des caractéristiques acoustiques très proches. Une telle concordance est remarquable compte-tenu de la grande dispersion des résultats habituellement obtenus.

II - LE CONTACT CMN-HELIUM AU VOISINAGE DU mK

Pour effectuer les expériences dans cette gamme de températures un nouveau cryostat a été construit⁽⁵⁾. Il utilise

-
- (5) Appareillage de mesure de capacité thermique et de transfert thermique jusqu'au mK,
G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER,
D. THOULOZE, soumis à la Revue de Physique Appliquée.

le principe de la désaimantation adiabatique d'un sel paramagnétique (ici, un nitrate double de Cérium et de Magnésium, le CMN, qui nous servira aussi d'échantillon). Le sel réduit en poudre est tassé dans la cellule expérimentale où l'hélium liquide assure le contact thermique. La cellule est prérefroidie à 15 mK environ dans un champ magnétique de 1 kG. Puis la désaimantation du sel en champ nul permet d'atteindre une température finale d'environ 2 mK.

Des mesures de chaleur spécifique, en présence de ^3He liquide sous pression nulle ou à 29,2 bars ou d'un mélange ^3He - ^4He (1,1 % ^3He), permettent de retrouver les valeurs précédemment mesurées de la chaleur spécifique du CMN. Le saut de chaleur spécifique à la transition superfluide A de ^3He sous 29,2 bars est également mesuré. En présence de ^4He une capacité thermique excédentaire de la cellule ne semble pas pouvoir s'expliquer par des considérations simples d'équilibre thermique. La capacité thermique de ^3He solide variant comme T^{-2} est mesurée⁽⁶⁾ et une valeur de l'intégrale d'échange $J = 0,71$ mK en est déduite.

(6) Transport properties between CMN and Helium in the mK range, G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER, D. THOULOZE, Proceedings of the Hakone Symposium on Ultra-Low Temperatures, Supplement to the Journal of the Physical Society of Japan (1978).

Les mesures de transfert thermique sont effectuées en parallèle avec les mesures de chaleur spécifique et lors de désaimantations à partir d'un champ de quelques Gauss. Les relaxations thermiques sont directement liées à la résistance thermique à l'interface dans un modèle simple négligeant les effets dans la masse de chacun des milieux ou d'éventuels effets de taille.

Les mesures effectuées⁽⁷⁾ dans une cellule où les grains peu tassés ont une taille d'environ 100 μ ont montré qu'avec ^3He pur des relaxations thermiques particulièrement rapides sont obtenues. Elles s'expliquent par une résistance thermique proportionnelle à la température qui apparaît en dessous de 10 mK. Après une valeur maximale elle décroît à plus haute température. Des relaxations thermiques beaucoup plus longues sont observées dès que l'on rajoute des impuretés de ^4He en quantité suffisante pour former une ou plusieurs couches à la surface du CMN. Les résultats sont en accord avec l'hypothèse d'un couplage magnétique court-circuitant le mécanisme de phonons à basse température : l'interaction entre les spins électroniques du CMN et les spins nucléaires de ^3He qui

(7) Thermal contact between CMN and Helium in the milliKelvin range,

G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER,

D. THOULOZE, soumis au Journal of Low Temperature Physics.

est à courte distance, est notablement affaiblie par la présence de ^4He à la surface des grains.

D'autres mesures, dans une cellule où les grains très tassés ont une taille inférieure à $50\ \mu$ assez largement distribuée, montrent qu'en présence du mélange ^3He - ^4He la résistance thermique varie comme T^{-2} . Elle est près de cent fois plus élevée que celle mesurée avec ^3He liquide qui est sensiblement constante en dessous de $10\ \text{mK}$.

Le couplage magnétique court-circuite donc le transfert thermique via les phonons mais la résistance thermique quasi-constante obtenue avec ^3He liquide semble indiquer l'apparition d'effets de taille qui limitent le processus de transfert thermique en dessous de $10\ \text{mK}$. Au-dessus de cette température la résistance augmente. Ceci peut être expliqué par des effets de conduction thermique dans les pores du CMN de taille voisine du micron.

Par ailleurs les résistances mesurées avec le mélange sont plus élevées que celles déduites du modèle de désadaptation d'impédances. C'est une situation peu courante dans l'étude du processus de transfert thermique via les phonons mais assez générale dans le cas des poudres.

En présence de ^3He solide, des expériences préliminaires font apparaître une variation de la résistance thermique proportionnelle à la température avec des valeurs du même ordre de grandeur que celles obtenues avec ^3He liquide.

En dessous de la transition superfluide de ^3He , on obtient⁽⁸⁾ des constantes de temps trois fois plus grandes que celles mesurées dans le liquide normal. Elles s'expliquent par le saut de chaleur spécifique du liquide. La résistance de contact ne présente aucune anomalie au voisinage de T_A dans la précision de nos mesures.

CONCLUSION :

L'ensemble des résultats obtenus montre que le transfert thermique au-dessus de 1 K est un problème défini théoriquement de façon satisfaisante. Le modèle simple de désadaptation acoustique rend bien compte des mesures effectuées au contact solide-solide. Les conductances mesurées au contact Hélium-solide au voisinage de 1 K sont par contre généralement plus élevées que celles prévues par le modèle, le désaccord augmentant avec la température de Debye du solide. Des modifications du modèle tenant compte de la nature microscopique des défauts de surface, d'éventuels effets d'atténuation et des propriétés du liquide permettent d'expliquer au moins qualitativement l'amélioration observée du transfert thermique.

(8) Preliminary measurements of the thermal boundary resistance between superfluide ^3He and CMN,
G. FROSSATI, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER, D. THOULOZE,
Physica 90 B, 61 (1977).

Au voisinage du mK, le couplage magnétique à l'interface CMN- ^3He liquide ou solide renforce l'échange de chaleur de plusieurs ordres de grandeur. Des effets de taille sont également mis en évidence. Une théorie de couplage dipolaire entre les spins nucléaires de ^3He et les spins électroniques du CMN permet d'expliquer la variation thermique et l'ordre de grandeur des valeurs mesurées.

Cette étude sera complétée par des mesures utilisant des grains de CMN de petite taille bien définie ($\sim 25 \mu$), très fortement tassés ($\sim 80-85 \%$), en présence de ^3He liquide contenant un taux d'impuretés de ^4He suffisant pour former une ou deux monocouches sur la surface. On pourra alors définir l'influence relative du couplage magnétique et des effets de taille. Par ailleurs, le transfert thermique CMN- ^3He solide sera précisé.

La connaissance des propriétés physiques comme la conduction ou le transfert thermique dans l'hélium liquide confiné ou des poudres, au voisinage du mK, semble d'ailleurs constituer une direction de recherche intéressante : à ces températures les longueurs d'onde des phonons deviennent comparables aux libres parcours moyens. Des effets de taille sont alors attendus et leur étude est essentielle pour l'amélioration des performances des échangeurs utilisés dans les réfrigérateurs à dilution.

De même ce travail montre que si dans le système

CMN- ^3He , on met en évidence un couplage magnétique, la structure très anisotrope du sel et sa transition vers une phase ordonnée à l'extrémité de l'intervalle de température disponible compliquent l'analyse des résultats. En améliorant l'appareil à dilution utilisé pour atteindre des températures d'environ 2 mK, il sera possible d'étudier le transfert thermique à l'interface ^3He -alliages magnétiques en régime stationnaire sur des échantillons massifs. Dans ces conditions, les paramètres devraient pouvoir être plus facilement séparés, facilitant ainsi l'interprétation des mesures.

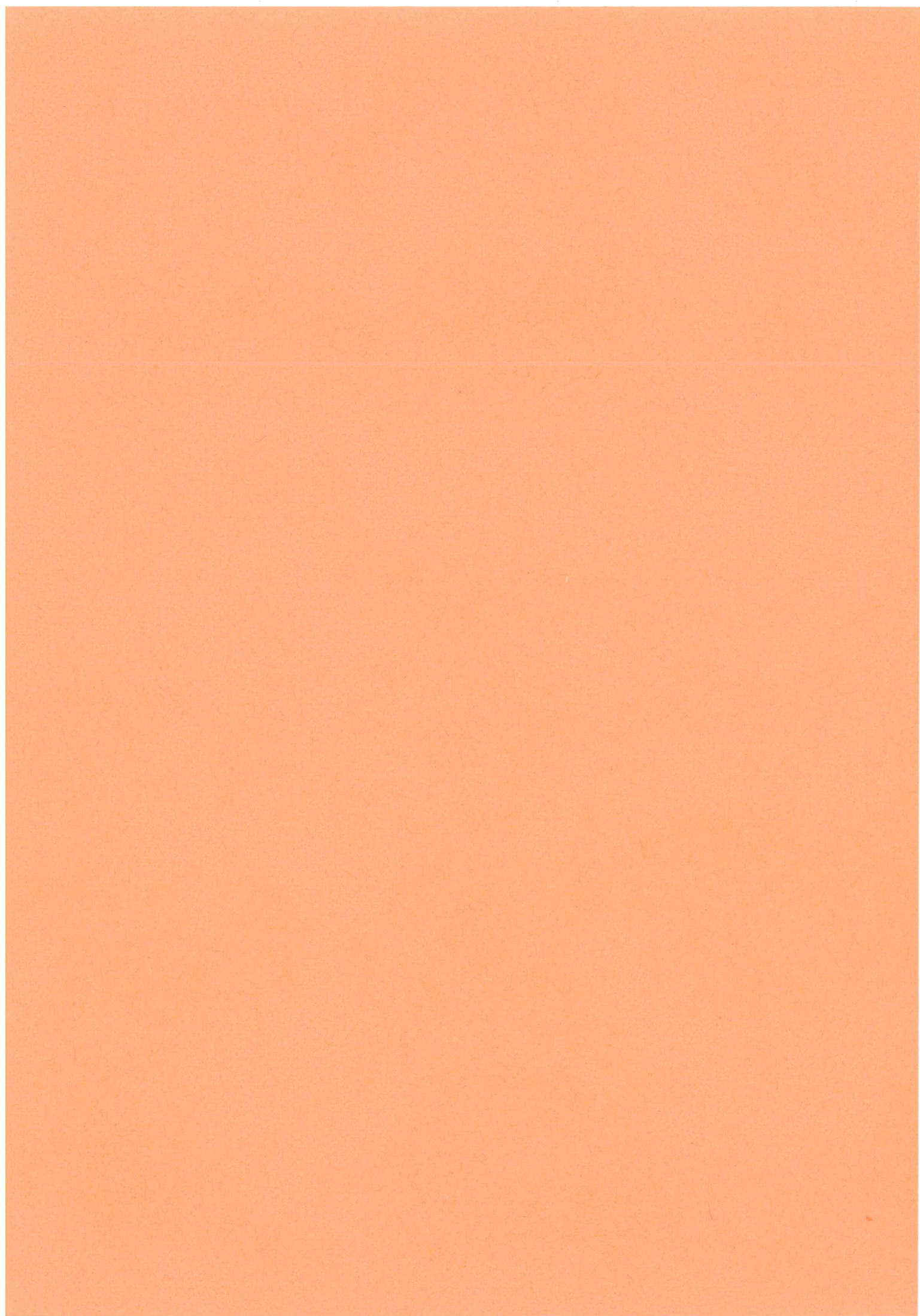
L'étude du transfert thermique au voisinage du mK se révèle être potentiellement très riche. Elle met en relation des domaines éloignés de la physique de la matière condensée : propriétés acoustiques et propriétés magnétiques des corps en passant par la superfluidité des liquides de Fermi. Étudiée dans des poudres, elle nécessite une redéfinition de grandeurs thermodynamiques comme la température des phonons.

Même si la précision des résultats obtenus est encore loin d'être satisfaisante, cette étude n'est pas moins intéressante pour l'expérimentateur car elle met en jeu des techniques variées comme la réfrigération à dilution, la résonance magnétique nucléaire, la caractérisation des surfaces, qui sont particulièrement importantes pour l'avenir des expériences aux très basses températures.

C H A P I T R E I

ECHANGE AU-DESSUS DE 1 K

A) CONTACT SOLIDE-SOLIDE



Classification
Physics Abstracts
16.90

TRANSFERT DE CHALEUR ENTRE DEUX SOLIDES EN DESSOUS DE 100 K

J. D. N. CHEEKE, B. HEBRAL (*) et C. MARTINON (**)

Centre de Recherches sur les Très Basses Températures
CNRS BP 166, Centre de Tri 38042 Grenoble Cedex

(Reçu le 6 juin 1972, révisé le 8 novembre 1972)

Résumé. — Reprenant le modèle de Little, nous détaillons les calculs des coefficients de transmission d'ondes acoustiques entre deux milieux. Les résultats numériques sont rassemblés sous forme de tableaux et de figures pour diverses valeurs des rapports de densité et de vitesse du son longitudinale pour un coefficient de Poisson de 0,33. Les valeurs théoriques de résistance thermique de contact sont comparées aux valeurs expérimentales obtenues par une méthode impulsivelle d'échauffement de couches minces métalliques déposées sur des substrats isolants. Nos mesures sont en accord avec les premiers résultats de Weis obtenus par cette méthode et donnent un bon accord quantitatif entre théorie et expérience.

Abstract. — We give full details of the calculation of the transmission coefficient of acoustic waves between two media. The numerical results are collected in the form of tables and figures for different values of the ratio of the densities and longitudinal sound velocities for a value of Poisson's ratio of 0.33. The theoretical values of the thermal contact resistance are compared with those determined experimentally by a method involving pulsed heating of thin metallic films deposited on insulating substrates. Our measurements are in accord with those first obtained by Weiss using this method and give a good quantitative agreement between theory and experiment.

1. Introduction. — En 1941, Kapitza [1] a découvert l'existence d'une discontinuité de température entre une surface solide et l'hélium superfluide quand il y avait transfert de chaleur entre les deux corps. L'existence de ce phénomène a été vérifiée de nombreuses fois depuis les observations originales de Kapitza, et en 1952 une tentative d'explication théorique a été fournie par Khalatnikov [2], qui a appliqué les résultats de l'élasticité classique dans le contexte d'un modèle de Debye. Khalatnikov a remarqué que l'impédance acoustique Z ($Z = \rho c$ où ρ est la densité et c la vitesse du son pour le mode considéré) d'un solide typique est beaucoup plus grande que celle de l'hélium liquide. Par conséquent, la plupart des phonons venant du liquide sont réfléchis à la surface du solide, ce qui implique la formation d'un cône critique de réflexion totale ayant habituellement un angle au sommet d'une dizaine de degrés. Seuls les phonons qui sont incidents à l'intérieur de ce cône peuvent alors être transmis et la probabilité de transmission est $\alpha \sim \rho_{\text{He}} c_{\text{He}} / \rho_{\text{sol}} c_{\text{sol}} \ll 1$. Il est facile de voir que dans ce modèle il n'y a qu'une très faible partie des phonons incidents qui sont transmis, ce qui correspond à une résistance de contact (R_K) calculée très élevée. En fait les résistances de Kapitza mesurées

aux températures voisines de 1°K sont toujours beaucoup plus faibles que celles calculées et ce désaccord reste un des grands problèmes à résoudre dans le domaine des basses températures.

Il est implicite dans le calcul de Khalatnikov que la résistance de Kapitza est un phénomène très général, et qu'une telle résistance de contact devrait exister entre deux corps quelconques dans toute la gamme de température. Cependant à cause d'une part de sa variation avec la température ($R_K \sim T^{-3}$) et de sa très grande valeur pour le cas où un corps est de l'hélium liquide et compte tenu, d'autre part, de l'absence de gradients de température dans la masse de l'hélium superfluide à extrapoler jusqu'à la frontière, le phénomène est normalement étudié dans le cas où il est le plus important, c'est-à-dire entre un solide et l'hélium II. On s'attend donc à trouver le même genre de résistance R_K mais avec un module plus faible pour le cas de deux solides en contact.

Little [3] a généralisé la théorie au cas de l'interface entre deux solides pour lequel il a démontré que le calcul est en effet beaucoup plus compliqué à cause de l'existence d'ondes transverses dans les deux milieux. Ces résultats ont été vérifiés expérimentalement pour un certain nombre de solides [4] par les mesures de résistance thermique en régime stationnaire. L'accord entre la théorie et l'expérience est généralement satisfaisant en ce qui concerne l'ordre de grandeur et la variation avec la température. Cependant vu les difficultés pour obtenir une surface de contact idéale

(*) Adresse actuelle : Département de Physique, Université d'Ottawa, Ottawa, Ontario, Canada.

(**) Adresse actuelle : Institut für Angewandte Physik der Universität Heidelberg.

entre deux corps massifs et la faible valeur de R_K pour les solides avec des impédances acoustiques assez bien adaptées, un accord quantitatif peut être difficilement trouvé par cette technique classique.

Herth et Weis [5] ont récemment adapté une technique de réflexion d'impulsions électriques pour mesurer la température des couches métalliques déposées sur des substrats d'alumine maintenus à 4,2 K. Ils en ont ainsi déduit la puissance absorbée et la température de la couche à partir des mesures de la puissance réfléchie. Herth et Weis ont trouvé un excellent accord entre ces valeurs mesurées pour les couches d'or, de cuivre, de nickel et de plomb déposées sur l'alumine et celles calculées à partir de la théorie de Little, ceci pour la limite basse température où l'on utilise le modèle de Debye.

Le but du présent travail a été d'abord de reprendre la théorie de Little en ce qui concerne les détails du calcul et de fournir les résultats pour une grande gamme de c_2/c_1 et ρ_2/ρ_1 allant du contact solide-solide jusqu'au contact solide-liquide. Sur le plan expérimental nous avons choisi un certain nombre de couches métalliques et deux substrats différents afin de retrouver en premier lieu l'étude de Herth et Weis, et de faire ensuite une étude un peu plus systématique.

Dans la section 2, nous présentons un bref résumé du modèle de Little, puis le formalisme détaillé, ce qui mène directement aux calculs des coefficients de transmission et de la résistance de contact. Les résultats expérimentaux sont traités en détail dans la section 3. Les conclusions de la confrontation entre la théorie et l'expérience sont données dans la section 4.

2. Étude théorique. — Dans cette partie nous allons rappeler et développer les calculs de Little [3]. Établissant d'abord les expressions dans un cas simple, nous étudierons plus en détail le problème de la transmission de la chaleur entre deux solides. Nous les comparerons ensuite aux calculs de Weis [6] et de Khalatnikov [2].

2.1 MODÈLE DE LITTLE — Little traite le problème en utilisant un modèle de rayonnement et en reprenant des résultats de la théorie cinétique. Nous rappelons les éléments du calcul dans un modèle simplifié.

Considérons une interface plan S entre deux corps 1 et 2 dont on va supposer dans un premier temps les modules de rigidité nuls, c'est-à-dire que nous ne faisons intervenir aucun mode transverse.

Le flux d'énergie incident par unité de temps dans le milieu 1 est donné par :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2} \iiint hv N_1(v) c_1 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 d\alpha_0 dS dv$$

où $N_1(v) dv$ est le nombre de phonons dans le milieu 1 d'énergie E comprise entre hv et $h(v + dv)$, c_1 la vitesse du son dans le milieu 1.

Certains de ces phonons rencontrant l'interface vont se réfléchir dans le milieu 1 ou se réfracter dans le

milieu 2. Nous nous intéressons ici à la partie transmise. Pour chaque valeur de l'angle d'incidence α_0 seule une fraction $a_1(\alpha_0)$ de l'énergie est transmise du milieu 1 au milieu 2. Le calcul effectué par Rayleigh [7] donne :

$$a_1(\alpha_0) = \left(4 \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} \frac{\cos \alpha'_0}{\cos \alpha_0} \right) / \left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + \frac{\cos \alpha'_0}{\cos \alpha_0} \right)^2 \quad (1)$$

α'_0 est l'angle dans le milieu 2 défini par :

$$\frac{\sin \alpha_0}{c_1} = \frac{\sin \alpha'_0}{c_2}$$

Le flux net de chaleur à l'interface est :

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \frac{d}{dt} (Q_{1 \rightarrow 2}) - \frac{d}{dt} (Q_{2 \rightarrow 1}) \\ &= \frac{1}{2} \iiint a_1(\alpha_0) hv N_1(v) c_1 \\ &\quad \times \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 d\alpha_0 dS dv \\ &\quad - \frac{1}{2} \iiint a_2(\alpha'_0) hv N_2(v) c_2 \\ &\quad \times \sin \alpha'_0 \cos \alpha'_0 d\alpha'_0 dS dv. \end{aligned}$$

Explicitant $N(v)$ en utilisant le modèle de Debye dans la limite basse température, Little en déduit l'expression suivante :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{2 \pi k_B^4 \Gamma S}{h^3 c_1^2} [T_1^4 f(T_1) - T_2^4 f(T_2)] \quad (2)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \int_0^{\pi/2} a_1(\alpha_0) \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 d\alpha_0 \\ f(T) &= \int_0^{hv_m/k_B T} \frac{z^3 dz}{e^z - 1}; \quad z = \frac{hv}{k_B T}. \end{aligned}$$

v_m : fréquence de coupure du spectre de phonons, k_B : constante de Boltzman ; S : aire de l'interface.

A basse température, l'expression ci-dessus devient :

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \frac{2 \pi k_B^4 \Gamma S}{h^3 c_1^2} \left(\frac{\pi^4}{15} \right) (T_1^4 - T_2^4) \\ &= 5,09 \times 10^9 \frac{\Gamma S}{c_1^2} (T_1^4 - T_2^4) \text{ watts.} \end{aligned}$$

Si : $T_1 - T_2 \ll T_1$, alors : $T_1 \sim T \sim T_2$

$$\frac{dQ}{dt} = 2,04 \times 10^{10} \frac{\Gamma S}{c_1^2} T^3 (T_1 - T_2) \text{ watts.}$$

Un résultat important de cette étude est de mettre en évidence l'existence d'un cône critique pour les moments des phonons. En effet, dans l'expression des coefficients de transmission $a_1(\alpha_0)$ ou $a_2(\alpha'_0)$ intervient le rapport c_2/c_1 qui est l'indice relatif acoustique entre les deux milieux par analogie avec la définition de l'indice relatif en optique. Supposons $c_2 > c_1$. Il existe alors un angle α_{1c} tel que $\sin \alpha_{1c} = c_1/c_2$. Pour tout angle $\alpha_1 > \alpha_{1c}$ on se trouve dans le cas de la réflexion totale. Les phonons incidents sous de tels

angles ne contribuent pas à la transmission de la chaleur (mise à part l'influence des interactions avec les ondes inhomogènes non considérées ici). On respecte ainsi les lois de conservation du moment et de l'énergie.

Ces résultats sont généraux dans cette étude et nous allons les retrouver dans le calcul de la transmission de la chaleur entre deux solides où l'on fera intervenir maintenant l'existence des modes transverses.

Brekhovskikh [8], d'ailleurs, poursuit parallèlement l'étude du transfert d'une onde électromagnétique et d'une onde sonore entre deux milieux. La principale

différence vient évidemment de l'existence dans notre problème d'un mode longitudinal en plus des deux modes transverses d'où l'existence de trois cônes critiques.

2.2 CAS GÉNÉRAL. — Dans cette partie nous envisageons le problème du contact entre deux solides en faisant intervenir les modes transverses et suivant Weis [6] nous utilisons un modèle plus général que le modèle de Debye pour la distribution des phonons.

Reprenant les expressions ci-dessus, le flux de chaleur net est donné par :

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \frac{d}{dt} (Q_{1 \rightarrow 2}) - \frac{d}{dt} (Q_{2 \rightarrow 1}) \\ &= \frac{1}{2} \iiint \left[a_{11}(\alpha_{01}) \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{11} \sin \alpha_{01} \cos \alpha_{01} d\alpha_{01} N_{11}(\omega) \right. \\ &\quad + a_{11t_1}(\alpha_{0t_1}) \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{1t_1} \sin \alpha_{0t_1} \cos \alpha_{0t_1} d\alpha_{0t_1} N_{1t_1}(\omega) \\ &\quad + a_{11t_2}(\alpha_{0t_2}) \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{1t_2} \sin \alpha_{0t_2} \cos \alpha_{0t_2} d\alpha_{0t_2} N_{1t_2}(\omega) \Big] \hbar \omega d\omega dS \\ &\quad - \frac{1}{2} \iiint \left[a_{21}(\alpha'_{01}) \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{21} \sin \alpha'_{01} \cos \alpha'_{01} d\alpha'_{01} N_{21}(\omega) \right. \\ &\quad + a_{21t_1}(\alpha'_{0t_1}) \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{2t_1} \sin \alpha'_{0t_1} \cos \alpha'_{0t_1} d\alpha'_{0t_1} N_{2t_1}(\omega) \\ &\quad + a_{21t_2}(\alpha'_{0t_2}) \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{2t_2} \sin \alpha'_{0t_2} \cos \alpha'_{0t_2} d\alpha'_{0t_2} N_{2t_2}(\omega) \Big] \hbar \omega d\omega dS \quad (3) \end{aligned}$$

où $a_{1\sigma}(\alpha_{0\sigma})$ est le coefficient de transmission de l'énergie du milieu 1 au milieu 2 pour une onde de polarisation σ incidente sous un angle $\alpha_{0\sigma}$,

$a_{2\sigma}(\alpha_{0\sigma})$ est le coefficient de transmission de l'énergie du milieu 2 au milieu 1 pour une onde de polarisation σ incidente sous un angle $\alpha'_{0\sigma}$.

1 : mode longitudinal,

t_1 : mode transverse parallèle au plan d'incidence,

t_2 : mode transverse perpendiculaire au plan d'incidence.

Dans cette expression nous avons remplacé la vitesse c qui était précédemment bien définie dans le modèle de Debye par la vitesse de groupe $d\omega/dk$ à laquelle se propage l'énergie.

Pour permettre un calcul détaillé les $a_{i\sigma}$ sont supposés indépendants de ω .

2.2.1 Densité d'états. — Exprimons le produit :

$$\frac{d\omega}{dk} N(\omega) d\omega$$

pour une polarisation et une température données dans un des milieux en utilisant une distribution de Bose-Einstein pour les phonons :

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dk} N(\omega) d\omega &= \frac{d\omega}{dk} \frac{1}{2\pi^2} \frac{k^2 dk}{\exp \frac{\hbar\omega}{k_B T} - 1} \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{k^2 d\omega}{\exp \frac{\hbar\omega}{k_B T} - 1} \end{aligned}$$

Nous nous plaçons dans un modèle de dispersion de chaîne linéaire avec :

$$\omega(k) = \omega_m \sin \frac{\pi}{2} \frac{k}{k_m} \quad (4)$$

L'expression de ω_m est obtenue en faisant tendre k vers zéro. On se trouve alors ramené au cas étudié plus haut et la vitesse c qui apparaît est une constante. C'est la vitesse couramment prise dans le modèle de Debye.

De (4) on déduit :

$$k = \frac{2}{\pi} k_m \arcsin \frac{\omega}{\omega_m} = \frac{\omega_m}{c} \arcsin \frac{\omega}{\omega_m}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \hbar\omega \frac{d\omega}{dk} N(\omega) d\omega &= \frac{\hbar}{2\pi^2} \frac{1}{c^2} \left(\arcsin \frac{\omega}{\omega_m} \right)^2 \frac{\omega^3 d\omega}{\exp \frac{\hbar\omega}{k_B T} - 1} \quad (5) \end{aligned}$$

Posant $\Gamma = \int a(\alpha) \sin \alpha \cos \alpha d\alpha$ on définit dans (3)

$$\Gamma_{11}, \Gamma_{1t_1}, \Gamma_{1t_2}, \Gamma_{21}, \Gamma_{2t_1}, \Gamma_{2t_2}.$$

S'il n'y a pas de différence de température entre les

deux milieux, le flux net de chaleur est nul. On voit alors qu'il existe une relation simple entre les Γ :

$$\frac{\Gamma_{11}}{c_{11}^2} + \frac{\Gamma_{1t_1}}{c_{1t_1}^2} + \frac{\Gamma_{1t_2}}{c_{1t_2}^2} = \frac{\Gamma_{21}}{c_{21}^2} + \frac{\Gamma_{2t_1}}{c_{2t_1}^2} + \frac{\Gamma_{2t_2}}{c_{2t_2}^2}.$$

D'où en reportant dans (3) et tenant compte de (5) :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar S}{4\pi^2} \left(\frac{\Gamma_{11}}{c_{11}^2} + \frac{\Gamma_{1t_1}}{c_{1t_1}^2} + \frac{\Gamma_{1t_2}}{c_{1t_2}^2} \right) (\varphi(T_1) - \varphi(T_2)) \quad (6)$$

T_1 température du solide 1.

T_2 température du solide 2.

$$\varphi(T) = \int_0^{\omega_m} \left(\frac{\arcsin \omega/\omega_m}{\omega/\omega_m} \right)^2 \frac{\omega^3 d\omega}{\exp \frac{\hbar\omega}{k_B T} - 1}. \quad (7)$$

Aux températures faibles devant la température de Debye, un modèle non dispersif convient très bien :

$$\omega = ck$$

$$\varphi(T) = \int_0^{\omega_m} \frac{\omega^3 d\omega}{\exp \frac{\hbar\omega}{k_B T} - 1}. \quad (8)$$

A basse température on peut étendre l'intégration jusqu'à l'infini. On retrouve la forme classique présentée plus haut :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi k_B^4 S}{h^3} \left(\frac{\pi^4}{15} \right) \left(\frac{\Gamma_{11}}{c_{11}^2} + \frac{\Gamma_{1t_1}}{c_{1t_1}^2} + \frac{\Gamma_{1t_2}}{c_{1t_2}^2} \right) (T_1^4 - T_2^4)$$

dans laquelle on voit apparaître l'influence des modes transverses.

2.2.2 Coefficient de transmission. — Pour préciser l'importance relative des termes Γ/c^2 , nous allons maintenant établir les expressions conduisant aux divers coefficients Γ .

Étudions tout d'abord Γ_{11} . Il nous faut exprimer le terme $a_{1i}(\alpha_{0i})$ dans (3) ⁽¹⁾. Ce terme correspond à la fraction de l'énergie transmise au milieu 2 par une onde longitudinale incidente dans le milieu 1 sur la surface sous un angle α_{0i} . Les ondes incidente, réfléchies et réfractées sont représentées sur la figure 1 avec les angles correspondants. Le vecteur $\mathbf{n}_i$ est le vecteur unitaire dans la direction α_i . Le vecteur $\mathbf{u}_i$ est le vecteur déplacement associé à l'onde i .

Dans le milieu 1, le champ des vitesses de déplacement peut se décomposer ainsi :

$$\dot{\mathbf{u}}_1 = \text{grad}(\Phi_{10} + \Phi_{11}) + \text{rot} \psi_1.$$

De même dans le milieu 2 :

$$\dot{\mathbf{u}}_2 = \text{grad} \Phi_{21} + \text{rot} \psi_2.$$

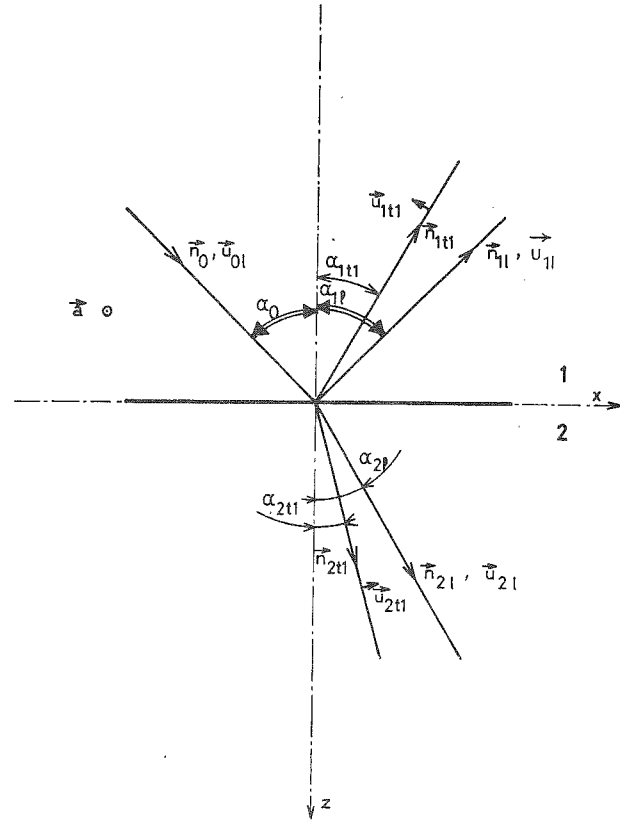


FIG. 1. — Notation employée pour décrire une onde élastique incidente d'un milieu 1 sur un milieu 2 (modèle de Little).

Φ_i et ψ_j sont les potentiels scalaire et vecteur associés aux ondes i et j et sont donnés par les expressions suivantes :

$$\Phi_{11} = A_{11} \exp[i(\mathbf{k}_{11} \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$\psi_{1x} = \psi_{1z} = 0$$

$$\psi_{1y} = A_{1t_1} \exp[i(\mathbf{k}_{1t_1} \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$\Phi_{21} = A_{21} \exp[i(\mathbf{k}_{21} \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$\psi_{2x} = \psi_{2z} = 0$$

$$\psi_{2y} = A_{2t_1} \exp[i(\mathbf{k}_{2t_1} \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$\Phi_{10} = A_{01} \exp[i(\mathbf{k}_{01} \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$k_{01} = |\mathbf{k}_{01}| = |\mathbf{k}_{11}| = \frac{\omega}{c_{11}}; \quad k_{1t_1} = |\mathbf{k}_{1t_1}| = \frac{\omega}{c_{1t_1}}$$

$$k_{21} = |\mathbf{k}_{21}| = \frac{\omega}{c_{21}}; \quad k_{2t_1} = |\mathbf{k}_{2t_1}| = \frac{\omega}{c_{2t_1}}$$

$$\mathbf{k}_{01} \mathbf{r} = k_{01}(x \sin \alpha_{01} + z \cos \alpha_{01}), \text{ etc.}$$

Les conditions aux limites de ce problème sont pour $\mathbf{r} = \mathbf{0}$:

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_{1x} &= \dot{u}_{2x} \\ \dot{u}_{1z} &= \dot{u}_{2z} \end{aligned} \right\} \text{Continuité des composantes des vitesses de déplacement.}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz}^1 &= \sigma_{zz}^2 \\ \sigma_{xz}^1 &= \sigma_{xz}^2 \end{aligned} \right\} \text{Continuité des composantes des contraintes } (\sigma_{\alpha\beta}^i \text{ est l'élément } \alpha\beta \text{ du tenseur des contraintes dans le milieu } i).$$

(1) On pourra consulter en référence Brekhovskikh [8], Khalatnikov [2], Kolsky [9], Landau-Lifshitz [10], Rayleigh [7].

Avec :

$$\sigma_{\alpha\beta}^i = 2 \rho_i c_{it}^2 u_{\alpha\beta} + \rho_i (c_{il}^2 - 2 c_{it}^2) u_{il} \delta_{\alpha\beta};$$

$$u_{il} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz};$$

$$u_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial r_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial r_\alpha} \right);$$

$$\delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha = \beta \\ 0 & \text{si } \alpha \neq \beta. \end{cases}$$

ρ_i , c_{il} , c_{it} sont la densité, les vitesses longitudinale et transverse dans le milieu i .

En portant les conditions aux limites dans notre problème on retrouve une relation analogue à la loi de Descartes en optique :

$$\frac{\sin \alpha_{0l}}{c_{1l}} = \frac{\sin \alpha_{1l}}{c_{1l}} = \frac{\sin \alpha_{1t_1}}{c_{1t_1}} = \frac{\sin \alpha_{2l}}{c_{2l}} = \frac{\sin \alpha_{2t_1}}{c_{2t_1}}.$$

On obtient en outre le système suivant :

$$A_{1l} \sin \alpha_{0l} + A_{1t_1} \frac{c_{1l}}{c_{1t_1}} \cos \alpha_{1t_1} - A_{2l} \sin \alpha_{0l} + A_{2t_1} \frac{c_{1l}}{c_{2t_1}} \cos \alpha_{2t_1} = -A_{0l} \sin \alpha_{0l}$$

$$A_{1l} \cos \alpha_{0l} - A_{1t_1} \sin \alpha_{0l} + A_{2l} \frac{c_{1l}}{c_{2l}} \cos \alpha_{2l} + A_{2t_1} \sin \alpha_{0l} = A_{0l} \cos \alpha_{0l}$$

$$A_{1l} \cos 2 \alpha_{1t_1} - A_{1t_1} \sin 2 \alpha_{1t_1} - A_{2l} \frac{\rho_2}{\rho_1} \cos 2 \alpha_{2t_1} - A_{2t_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \sin 2 \alpha_{2t_1} = -A_{0l} \cos 2 \alpha_{1t_1}$$

$$A_{1l} \frac{c_{1t_1}^2}{c_{1l}^2} \sin 2 \alpha_{0l} + A_{1t_1} \cos 2 \alpha_{1t_1} + A_{2l} \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{c_{2t_1}^2}{c_{2l}^2} \sin 2 \alpha_{2l} - A_{2t_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \cos 2 \alpha_{2t_1} = A_{0l} \frac{c_{1t_1}^2}{c_{1l}^2} \sin 2 \alpha_{0l}. \quad (9)$$

Nous sommes intéressés par les carrés des rapports des amplitudes des ondes transmises au milieu 2 qui sont proportionnels aux flux d'énergie E transmis (Rayleigh [7]). D'où :

$$a_{1l}(\alpha_{0l}) = \left| \frac{A_{2l}}{A_{0l}} \right|^2 \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{c_{1l}}{c_{2l}} \frac{\cos \alpha_{2l}}{\cos \alpha_{0l}} + \left| \frac{A_{2t_1}}{A_{0l}} \right|^2 \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{c_{1l}}{c_{2t_1}} \frac{\cos \alpha_{2t_1}}{\cos \alpha_{0l}}. \quad (10)$$

Pour une onde de polarisation t_1 vibrant dans le plan d'incidence, une étude identique avec une convention d'indice analogue donne :

$$a_{1t_1}(\alpha_{0t_1}) = \left| \frac{A_{2l}}{A_{0t_1}} \right|^2 \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{c_{1t_1}}{c_{2l}} \frac{\cos \alpha_{2l}}{\cos \alpha_{0t_1}} + \left| \frac{A_{2t_1}}{A_{0t_1}} \right|^2 \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{c_{1t_1}}{c_{2t_1}} \frac{\cos \alpha_{2t_1}}{\cos \alpha_{0t_1}}.$$

Pour une onde de polarisation t_2 dont la vibration est perpendiculaire au plan d'incidence, le problème est plus simple car il n'y a pas conversion de mode à l'interface. Le coefficient a_{1t_2} est donné par l'expression $2/(1 + u)$, où

$$u = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{\sin 2 \alpha_{2t_2}}{\sin 2 \alpha_{0t_2}}.$$

2.2.3 Calculs numériques. — Le calcul des coefficients a été effectué à l'aide d'un ordinateur IBM 360. Partant d'un système tel que (9) on en déduit les coefficients $a_{i\alpha}$ et une intégration fournit les coefficients Γ recherchés. Le programme a été testé en vérifiant que la somme des énergies rayonnées de l'interface était égale à l'énergie incidente sur l'interface

pour toute valeur de l'angle d'incidence. Les résultats sont présentés sur les tableaux I à IV et les courbes (Fig. 2). Le rapport de Poisson dans chacun des deux milieux est pris égal à 0,33, c'est-à-dire que le rapport de la vitesse longitudinale à la vitesse transverse est égal à deux. Dans la suite de cette étude nous allons supposer que les deux modes transverses sont dégénérés : $c_{it_1} = c_{it_2}$.

Nous avons vu plus haut l'importance pour ce problème de la quantité $Z = \rho c$, impédance acoustique de l'un des milieux considérés.

TABLEAU I

Valeurs numériques de Γ_1

× valeurs de Γ_i de la ligne à multiplier par 10^{-1} .
.
.
× × × × × valeurs de Γ_i de la ligne à multiplier par 10^{-5} .

		Γ_1					
ρ_2/ρ_1	c_2/c_1	1	2	4	6	8	10
0,05		0,093 2	0,168	0,277	0,35	0,398	0,4
0,01		0,168	0,277	0,398	0,451	0,47	0,472
0,2		0,277	0,398	0,47	0,466	0,442	0,413
0,5		0,431	0,476	0,416	0,349	0,296	0,257
1		0,5	0,442	0,315	0,239	0,192	0,161
2		0,203	0,187	0,14	0,109	0,088	0,073
5		0,041	0,027	0,016	0,011	0,009	0,007
10 ×		0,072	0,042	0,023	0,015	0,012	0,009
20 × ×		0,091	0,049	0,026	0,017	0,013	0,01

TABLEAU II

Valeurs numériques de Γ_{t_1} .
Pour notation, voir légende tableau I

ρ_2/ρ_1 c_2/c_1	Γ_{t_1}					
	1	2	4	6	8	10
0,05	0,13	0,222	0,337	0,398	0,432	0,45
0,1	0,222	0,337	0,432	0,459	0,46	0,454
0,2	0,336	0,432	0,462	0,443	0,415	0,385
0,5	0,447	0,458	0,4	0,34	0,292	0,255
1	0,5	0,386	0,249	0,187	0,152	0,128
2	0,087	0,065	0,041	0,03	0,023	0,019
5 ×	0,061	0,038	0,021	0,015	0,011	0,009
10 × ×	0,11	0,07	0,04	0,027	0,022	0,017
20 × × ×	0,092	0,049	0,025	0,017	0,013	0,01

TABLEAU III

Valeurs numériques de Γ_{t_2} .
Pour notation, voir légende tableau I

ρ_2/ρ_1 c_2/c_1	Γ_{t_2}					
	1	2	4	6	8	10
0,05	0,149	0,244	0,36	0,421	0,45	0,469
0,1	0,244	0,36	0,453	0,475	0,47	0,455
0,2	0,359	0,453	0,471	0,437	0,397	0,36
0,5	0,469	0,463	0,37	0,298	0,248	0,212
2	0,116	0,095	0,065	0,049	0,039	0,032
5 ×	0,149	0,1	0,059	0,042	0,032	0,027
10 × ×	0,222	0,128	0,069	0,047	0,036	0,029
20 × × ×	0,178	0,095	0,049	0,033	0,025	0,02

Sur les courbes de la figure 2 nous avons porté Γ en fonction du rapport des vitesses longitudinales c_2/c_1 pour diverses valeurs du rapport ρ_2/ρ_1 , les échelles étant choisies pour couvrir la majorité des cas usuels. Il faut noter la très forte variation de Γ en fonction de c_2/c_1 alors que la variation en fonction de ρ_2/ρ_1 est beaucoup plus faible.

2.3 COMPARAISON ENTRE LES THÉORIES — 2.3.1 Différence entre les traitements de Little et de Weis. — En résumé, nous avons vu que Little étudie comment est transmise l'énergie par une onde de polarisation donnée incidente dans le milieu 1 (voir Fig. 1). E_{01} est le flux d'énergie transporté par une onde longitudinale incidente dans le milieu 1. Après son arrivée sur la surface cette onde est divisée en quatre ondes transportant les flux E_{11} , E_{21} , E_{1t_1} , E_{2t_1} avec $\alpha_0 = \alpha_{11}$, etc. On s'est intéressé pour chaque valeur de l'angle d'incidence α_0 au rapport : $(E_{21} + E_{2t_1})/E_{01}$.

Dans un article plus récent Weis [6] propose une autre approche assez semblable.

Alors que Little s'attache à déterminer ce que devient une onde incidente dans le milieu 1, Weis établit d'où vient une onde réfractée dans le milieu 2 ; soit E_{21}

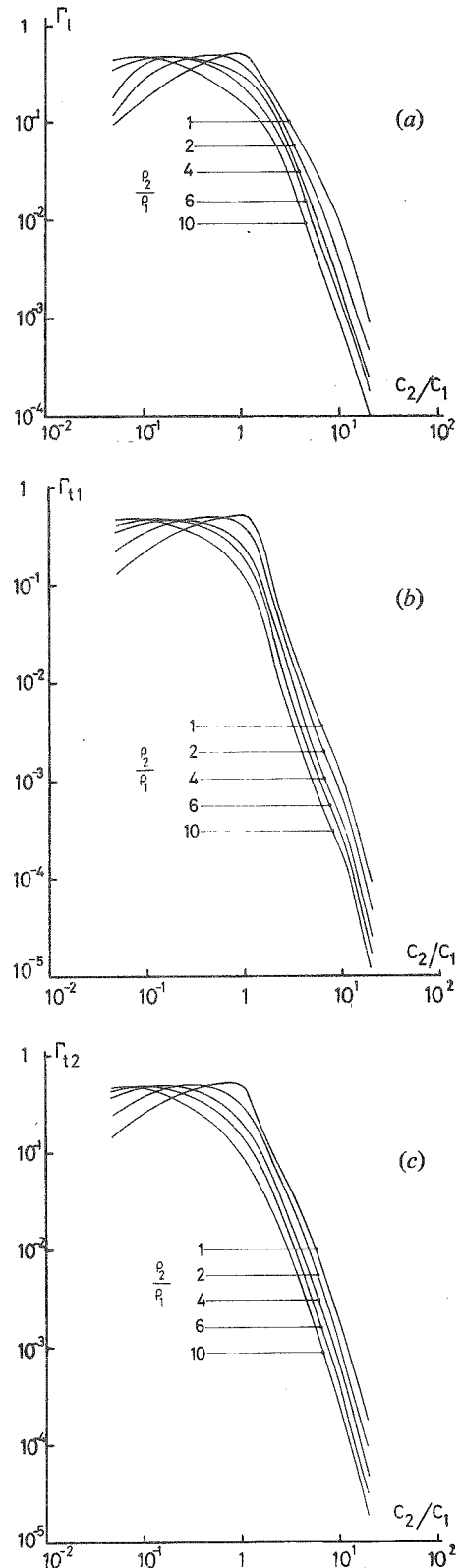


FIG. 2. — Coefficients de transmission Γ en fonction des rapports des vitesses longitudinales des deux milieux. Le paramètre variable est le rapport des densités ρ_2/ρ_1 des deux milieux. Le coefficient de Poisson dans chacun des deux milieux est 0,33.

- a) Γ_1 : onde longitudinale incidente du milieu 1.
- b) Γ_{t_1} : onde transversale incidente du milieu 1, n_0 dans le plan xz .
- c) Γ_{t_2} : onde transversale incidente du milieu 1, n_0 perpendiculaire au plan xz .

TABLEAU IV
Valeurs numériques de Γ
Pour notation, voir légende tableau I

c_2/c_1	ρ_2/ρ_1	5	10	20	40	60	80	100	150
2	—	0,262	0,164	0,093	0,05	0,034	0,026	0,021	0,014
5 ×	—	0,145	0,076	0,039	0,02	0,013	0,01	0,008	0,005
10 × ×	—	0,19	0,097	0,049	0,025	0,016	0,012	0,01	0,006
20 × × ×	—	0,211	0,107	0,054	0,027	0,018	0,013	0,01	0,007
40 × × × ×	—	0,194	0,098	0,049	0,024	0,016	0,012	0,01	0,006
60 × × × × ×	—	0,41	0,205	0,103	0,051	0,034	0,025	0,02	0,013

le flux d'énergie transporté par une onde longitudinale réfractée dans le milieu 2, quelle en est son origine ?

a) Une partie αE_{01} vient du flux E_{01} transporté par une onde incidente longitudinale dans le milieu 1.

b) L'autre partie βE_{01} du flux E_{01} transporté par une onde incidente transversale (polarisation dans le plan d'incidence) dans le milieu 1. On a

$$E_{21} = \alpha E_{01} + \beta E_{01}$$

α et β étant les inconnues cherchées (Fig. 3).

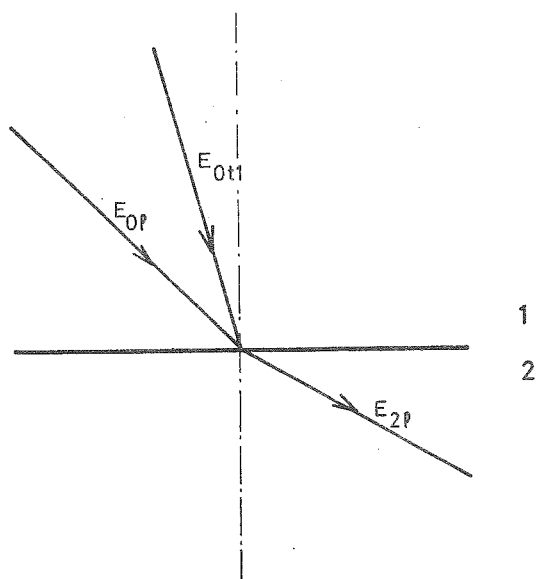


FIG. 3. — Energie transportée par les ondes (calcul de Weis [6]).

Tout en suivant une démarche différente, les deux méthodes conduisent naturellement aux mêmes résultats (2) à basse température (voir appendice 1).

(2) On peut noter que la remarque de Weis affirmant que les émissivités qu'il détermine sont égales à deux fois les facteurs Γ_1 et Γ_t de Little est erronée. Dans la notation de Weis, on a bien :

$$\frac{e_1^{(10)}}{c_1^{(1)2}} + \frac{2 e_t^{(10)}}{c_t^{(1)2}} = 2 \left(\frac{\Gamma_1}{c_1^{(1)2}} + \frac{2 \Gamma_t}{c_t^{(1)2}} \right)$$

mais :

$$e_1^{(10)} \neq 2 \Gamma_1 \quad \text{et} \quad e_t^{(10)} \neq 2 \Gamma_t.$$

2.3.2 Comparaison Little-Khalatnikov. — Khalatnikov [2] dans l'étude de la transmission de la chaleur d'un liquide à un solide avait suivi une démarche analogue à celle de Little.

Dans ce problème il n'y a pas d'onde transverse dans le milieu 1. Le système (9) se ramène à un système de trois équations à trois inconnues dont les expressions analytiques sont identiques à celles données par Khalatnikov.

L'expression (6) devient :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar S}{4 \pi^2} \frac{\Gamma_{11}}{c_{11}^2} (\varphi(T_1) - \varphi(T_2)).$$

On donne dans le tableau IV et sur la figure 4 des valeurs et des courbes de Γ en fonction de c_2/c_1 , le rapport ρ_2/ρ_1 étant maintenu constant. Les valeurs de c_2/c_1 et ρ_2/ρ_1 couvrent une grande partie des valeurs usuelles dans le problème de résistance de contact ^3He ou ^4He -solide, application pratique de ces théories.

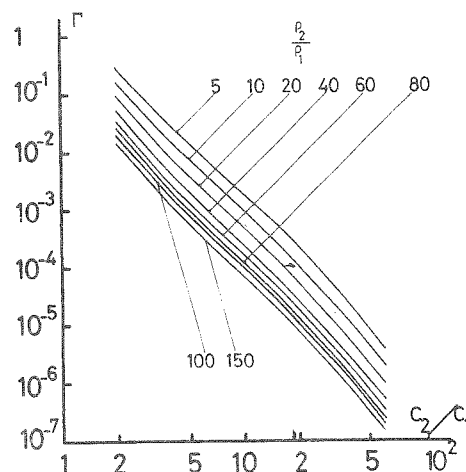


FIG. 4. — Coefficient de transmission Γ pour le cas où le milieu 1 est un liquide, en fonction des rapports des vitesses longitudinales des deux milieux. Le paramètre variable est le rapport des densités ρ_2/ρ_1 des deux milieux. On considère une onde longitudinale incidente du milieu 1. Le coefficient de Poisson dans le milieu 2 est 0,33.

3. Etude expérimentale. — 3.1 MÉTHODES EXPÉRIMENTALES. — 3.1.1 Introduction. — La méthode expérimentale pour la mesure de la température d'une

source de phonons a été mise au point par Herth et Weis [5].

La source de phonons est constituée par un film métallique évaporé sur un substrat isolant et chauffé par des impulsions électriques très brèves de durée τ_i . Pendant cette durée d'impulsion la couche prend une température d'équilibre T_1 , température dépendant de la résistance de contact film-substrat. Le film a alors pendant cette durée τ_i une résistance R_1 . L'impulsion électrique incidente est en partie réfléchiée et l'on peut définir un coefficient de réflexion R comme le rapport de la tension réfléchiée à la tension incidente. De la mesure de ce coefficient R pour différentes tensions incidentes, on pourra déduire la valeur R_1 de la résistance du film pendant la durée de l'impulsion τ_i . On en déduit ainsi la température de rayonnement T_1 pendant l'impulsion en fonction de la puissance absorbée dans le film.

Dans leur étude Herth et Weis ont mesuré les températures des films d'or, de cuivre, de nickel et de plomb déposés sur un substrat d'alumine. Depuis ces mesures, ils ont également étudié le cas limite de désadaptation acoustique pour de telles expériences, des couches métalliques déposées sur un cristal de diamant [11]. Nous avons d'abord retrouvé leurs résultats puis mesuré d'autres couches métalliques sur l'alumine. Enfin, nous avons fait les mêmes expériences sur un substrat de quartz pour voir à la fois l'influence de la variation de θ_D du substrat et obtenir des résultats pour un échantillon souvent employé dans les expériences d'impulsions de chaleur. Ces derniers résultats sont rapportés en détail par ailleurs [12].

3.1.2 Préparation des échantillons. — L'échantillon d'alumine utilisé a été fourni par Valpey Fisher, Holliston, Mass., USA. C'est un monocristal cylindrique de 15 mm de diamètre et 15 mm de long dont l'axe c est parallèle à la génératrice du cylindre. Le quartz est un barreau monocristallin de $6 \times 6 \times 11$ mm de surface perpendiculaire à l'axe Z . Ces échantillons sont nettoyés par des ultrasons envoyés dans plusieurs bains d'acétone avant l'évaporation des films métalliques. Chacune des faces de ces échantillons est polie optiquement ($\lambda/5$ sodium): Le film métallique, source de phonons, est évaporé dans un groupe Edwards 12E 8 modifié pour permettre l'évaporation du film sur un substrat préalablement refroidi à la température de l'azote liquide. La cloche à vide en verre a été remplacée par un manchon métallique avec hublot surmonté d'une platine d'aluminium comportant une boîte en cuivre avec un tube de remplissage d'azote. Le porte-échantillon utilisé pour maintenir le cristal pendant l'évaporation de la couche mince est vissé sur le fond épais de la boîte. L'évaporation se fait sur un substrat maintenu à 77 K sous une pression dans la cloche de 10^{-6} torr. Après évaporation, nous laissons réchauffer l'échantillon lentement en maintenant le vide. Cette méthode qui a l'inconvénient d'être très longue permet d'avoir des couches beaucoup

plus homogènes. Les métaux à évaporer sont placés dans des creusets de tungstène traversés par un courant de chauffage variable (10 à 20 A). Le métal se dépose à travers un cache sur le cristal. Nous obtenons ainsi un chauffage de $0,1 \text{ mm}^2$ de surface.

Dans ces expériences nous n'avons pas contrôlé l'épaisseur des couches. Nous avons d'abord effectué l'évaporation en mesurant la résistance du film entre deux fils de cuivre de 0,1 mm de diamètre séparés de 2 mm, collés sur le substrat par des gouttes de colle à l'argent. De grandes difficultés sont alors apparues; de très nombreuses couches « craquaient » lors de leur refroidissement ou de leur réchauffement.

Nous avons supposé qu'une cassure apparaissait au niveau de l'interface colle-substrat. Une autre méthode a donc été utilisée: les contacts étaient mis après l'évaporation du film.

Pour connaître la résistance de la couche, nous avons alors effectué l'évaporation sur deux substrats avec deux caches identiques. L'un des échantillons, servant de témoin, est préparé avec la première méthode et nous donne la résistance du film; l'autre est l'échantillon à mesurer. Il est préparé avec la deuxième méthode. Les deux substrats sont placés symétriquement par rapport au creuset pour que les deux films aient des résistances du même ordre de grandeur.

3.1.3 Porte-échantillon. — L'échantillon d' Al_2O_3 est fixé dans une cavité cylindrique percée dans une boîte de cuivre, fermée à une extrémité (Fig. 5). A l'autre extrémité est placée une rondelle de cuivre de 3 mm d'épaisseur qui peut coulisser dans la cavité. Un câble coaxial fin ($\varnothing$ int. = 0,9 mm, $\varnothing$ ext. = 2,5 mm) dont le blindage est soudé directement sur le cuivre, traverse la rondelle et se termine par une goutte de soudure isolée de la masse. Une autre goutte de soudure sur la plaque sert de deuxième contact au film. Les deux gouttes de soudure viennent, grâce à une vis appuyant sur la plaquette de cuivre, en contact avec les deux gouttes de colle à l'argent. Cette méthode permet une adaptation électrique à 50Ω de la sortie du générateur jusqu'au film où apparaît alors la désadaptation électrique qui nous permettra de connaître la température du film pendant la durée des impulsions.

Etant donné les dimensions réduites de l'échantillon de quartz, les contacts film-câble coaxial ne se font plus par pression mais par l'intermédiaire de deux fils, les plus courts possibles, reliant les deux gouttes de colle à la masse du câble et au conducteur central respectivement. L'adaptation reste encore bonne depuis le générateur jusqu'au film.

3.1.4 Montage électronique. — L'échantillon est maintenu dans un bain d'hélium à 4,2 K. Un générateur Hewlett Packard 214 A délivre des impulsions électriques rectangulaires à raison de 100 par seconde et d'une durée τ_i de 80 ns. Ces impulsions ont une tension crête variable de façon continue de 0,1 jusqu'à 50 V et sont envoyées sur un oscilloscope CRC où

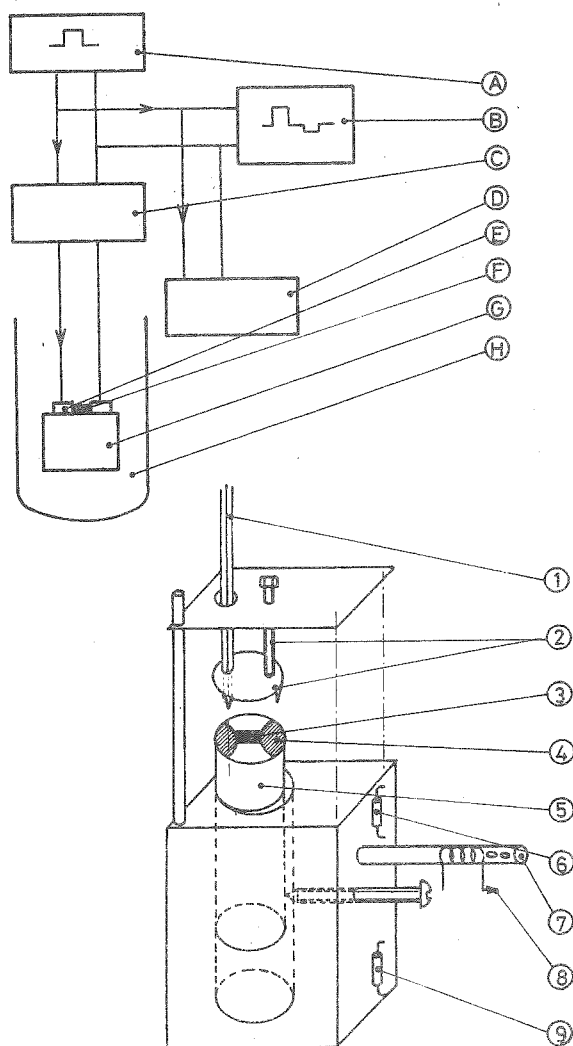


FIG. 5. — Montage électronique.

- A. Générateur d'impulsions.
- B. Oscilloscope.
- C. Ligne à retard.
- D. Echantillonneur.
- E. Contact électrique.
- F. Film.
- G. Cristal.
- H. Cryostat.

Porte-échantillon

- 1. Câble coaxial.
- 2. Plaquette et vis de contact.
- 3. Film.
- 4. Colle à l'argent.
- 5. Substrat.
- 6. Résistance Allen Bradley 390 Ω .
- 7. Fixation au montage.
- 8. Régulation de température.
- 9. Résistance Allen Bradley 47 Ω .

nous lisons la tension incidente V , et sur la couche mince à travers une ligne coaxiale ADYU 20B 1 qui décale l'impulsion incidente de l'impulsion réfléchie. En parallèle avec l'oscilloscope est placé un échantillonneur ATNE suivi d'un enregistreur. Nous conservons ainsi la forme exacte des impulsions réfléchie et incidente. L'ensemble du montage est montré dans la figure 5.

3.2 MESURES. — 3.2.1 Mesures faites à l'ambiante. — Un étalonnage permet de déterminer la résistance R_1 de la couche pendant la durée d'une impulsion à partir du coefficient de réflexion R . Pour cet étalonnage, nous remplaçons l'échantillon par des résistances métalliques en couche, connues au 1 % près dont la valeur est indépendante de la température. Pour trois calibres 50 V, 20 V, 10 V de tension incidente et pour une douzaine de résistances de valeurs comprises entre 1 et 30 Ω nous mesurons le coefficient de réflexion R qui s'exprime aussi par le rapport des hauteurs x_2 et x_1 , des impulsions lues sur l'oscilloscope. Ces valeurs x_2 et x_1 sont prises au niveau des paliers horizontaux (cf. Fig. 6). Nous obtenons ainsi les courbes $R = f(R)$ pour trois calibres de tension différente. Il a été vérifié pour plusieurs valeurs de résistances que cet étalonnage fait à l'ambiante reste valable à 4,2 K.

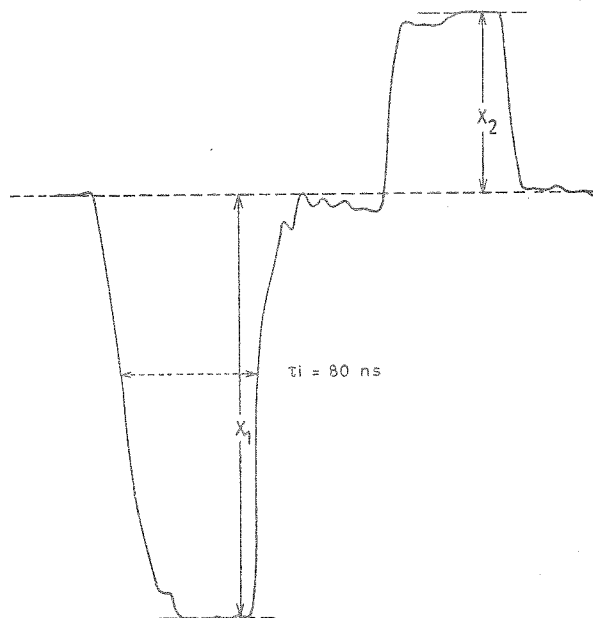


FIG. 6. — Trace d'enregistreur d'une impulsion incidente et de l'impulsion réfléchie.

3.2.2 Mesures de la résistance de la couche métallique en fonction de la température. — La résistance du film métallique est étalonnée à l'aide d'un pont potentiométrique AOIP par rapport à une résistance Allen-Bradley 390 Ω . Les mesures se font entre 300 K et 77 K lors du refroidissement de l'échantillon dans le cryostat rempli d'hélium gazeux, puis entre 4,2 K et 300 K lors du réchauffement lent de l'échantillon. Une résistance Allen Bradley 47 Ω permet de vérifier que la température n'a pas varié entre les deux mesures successives au pont. Les résistances Allen Bradley sont serrées dans des colliers de cuivre vissés sur le porte-échantillon.

3.2.3 Mesures faites dans le bain d'hélium à 4,2 K. — Des impulsions électriques de tensions variant de 0,5 jusqu'à 25 V sont envoyées dans la couche

mince. Pour chaque tension incidente, nous mesurons le coefficient de réflexion R . De l'étalonnage $R = f(R)$, nous déduisons R_1 , valeur de la résistance de la couche mince pendant la durée de l'impulsion et de la courbe d'étalonnage $R = f(T)$, nous obtenons T_1 , température de rayonnement prise par la couche pendant l'impulsion. On trace les courbes $T_1 = f(P)$ où P est la puissance absorbée par la couche pendant l'impulsion.

3.2.4 *Précision des mesures.* — La précision des résultats dépend fortement de la gamme de température considérée. Comme on le voit dans la figure 7,

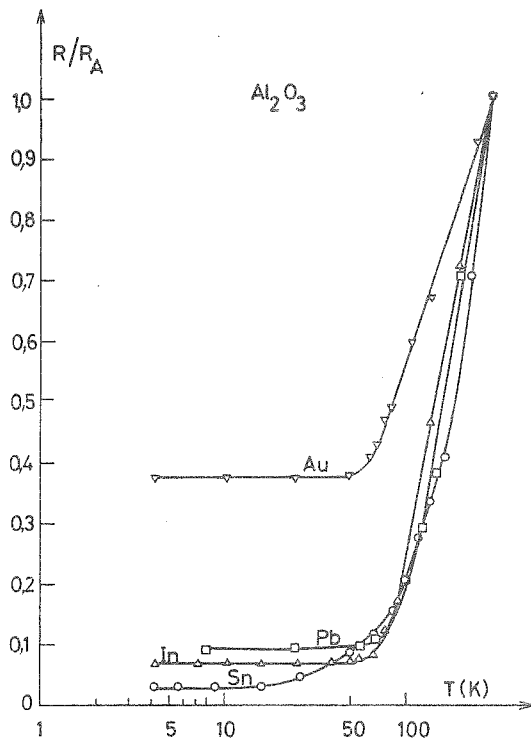


FIG. 7. — Résistances R des couches métalliques déposées sur de l'alumine en fonction de la température. R_A est la valeur de la résistance à 300 K.

la résistivité devient résiduelle à des températures beaucoup plus élevées que pour les échantillons massifs, ce qui est peut-être dû à une forte concentration de défauts dans nos films. Par conséquent la pente $R(T)$ est en général assez faible pour $T < 50$ K, surtout pour les couches déposées sur l'alumine. L'erreur de mesure correspondante donne la contribution la plus importante aux barres d'erreur sur la température indiquées dans la figure 9, quoique l'incertitude sur l'étalonnage du thermomètre et l'amplitude des impulsions réfléchies jouent aussi un rôle. Cette faible variation de $R(T)$ est donc à l'origine d'une erreur importante pour $T \lesssim 50$ K. Cependant, même dans le pire des cas (Au- Al_2O_3 , Fig. 9), nous avons assez de précision pour déterminer la pente asymptotique, ce qui nous permet de faire une comparaison avec la théorie. L'erreur de mesure sur les puissances absorbées par les couches est plus faible

et est déterminée simplement par la précision de mesure sur V et R . Nous avons parfois observé de multiples réflexions de l'impulsion, mais leurs amplitudes étaient suffisamment faibles pour que l'erreur associée soit négligeable. Une autre source d'erreur que nous estimons négligeable, est la perte de puissance par la couche métallique dans le bain d'hélium ; dans ces expériences, le film est mieux adapté acoustiquement au substrat qu'à l'hélium par conséquent, cet effet devrait être très faible. Ceci n'est pas le cas pour les mesures de Weis *et al.* [11] sur le diamant, qui ont montré clairement une diminution de la résistance de contact à basse température due à la présence du liquide. Une estimation numérique des erreurs associées à l'expérience est donnée avec plus de détail dans la référence [13].

3.3 **RÉSULTATS ET DISCUSSION.** — Les courbes de résistance des films en fonction de la température sont données dans la figure 7 pour l'alumine et dans la figure 8 pour le quartz. Nous avons généralement observé de plus grands rapports de résistivité pour ce dernier cas. Les courbes obtenues pour le Pb et l'Au sur l'alumine correspondent aux résultats de Herth et Weis [5].

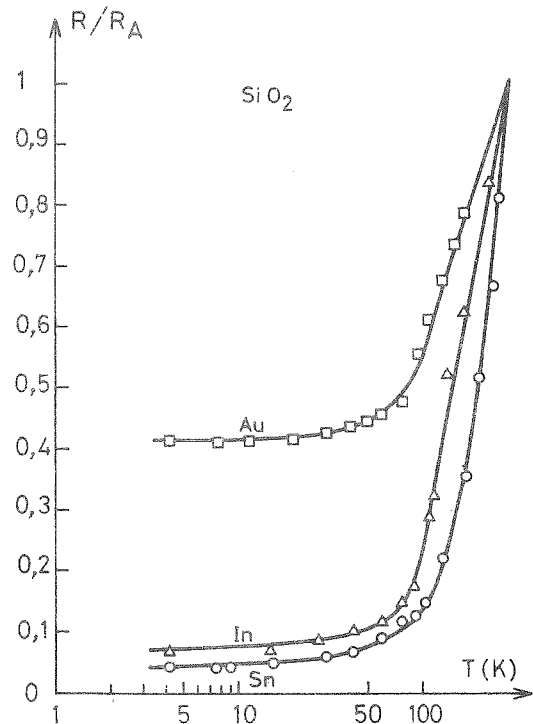


FIG. 8. — Résistances R des couches métalliques déposées sur du quartz en fonction de la température. R_A est la valeur de la résistance à 300 K.

L'ensemble des résultats pour le substrat d'alumine est présenté dans les figures 9 à 12. Pour chaque échantillon nous avons calculé la courbe théorique correspondant au modèle de Little (désadaptation acoustique) utilisant la méthode indiquée dans la section 2.

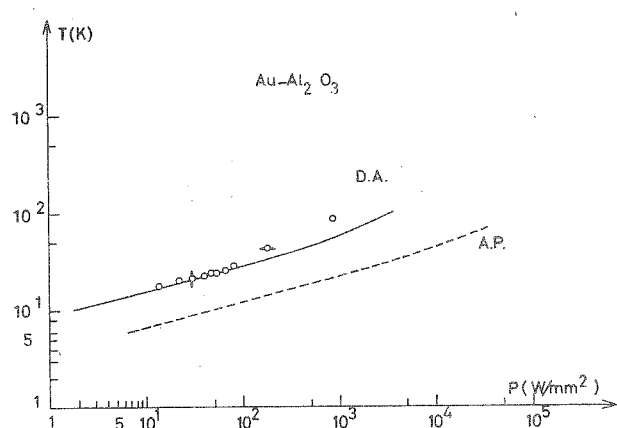


FIG. 9. — Température de rayonnement d'une couche d'or déposée sur l'alumine en fonction de la puissance absorbée. Des barres d'erreur typiques sur la température et la puissance sont indiquées.

— Désadaptation acoustique (DA) avec dispersion (appendice 1).
 --- Adaptation parfaite (AP) avec dispersion.

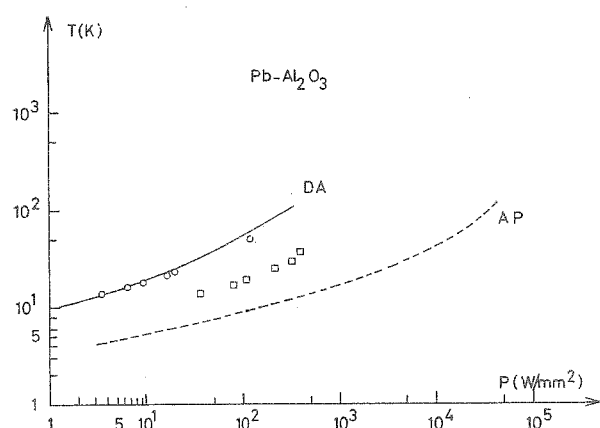


FIG. 10. — Température de rayonnement d'une couche de plomb déposée sur l'alumine en fonction de la puissance absorbée.

— DA avec dispersion (appendice 1).
 --- AP avec dispersion (appendice 1).
 □ Film déposé sur substrat à 300 K.
 ○ Film déposé sur substrat à 77 K.

On voit directement dans la formule (6) que le calcul du transfert de chaleur se compose d'une part des calculs des Γ , d'autre part des calculs de fonctions $\varphi(T)$.

Les constantes acoustiques employées pour les calculs des Γ sont données dans le tableau V. Différents choix de ces coefficients sont possibles, mais étant donné que c'est le rapport des vitesses qui intervient, nous n'avons pas trouvé que les résultats dépendaient d'une façon très critique du procédé exact suivi. Dans la mesure du possible nous avons déterminé ces constantes à partir des valeurs de vitesse du son ou des modules d'élasticité pour le système polycristallin [14]. On a ensuite vérifié que

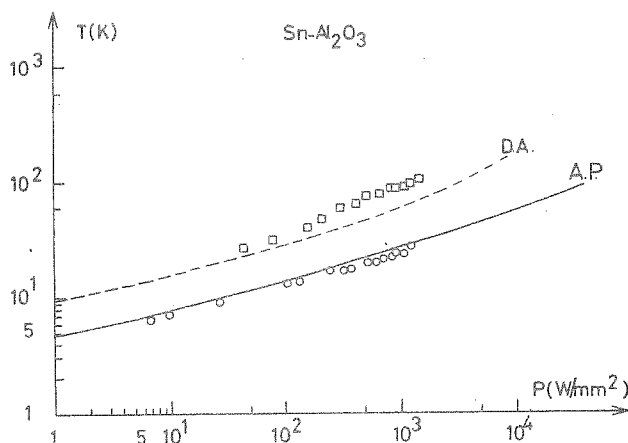


FIG. 11. — Température de rayonnement d'une couche d'étain déposée sur l'alumine en fonction de la puissance absorbée.

— AP } appendice 1.
 --- DA }
 ○ Film déposé sur le substrat à 300 K.
 □ Film déposé sur le substrat à 77 K.

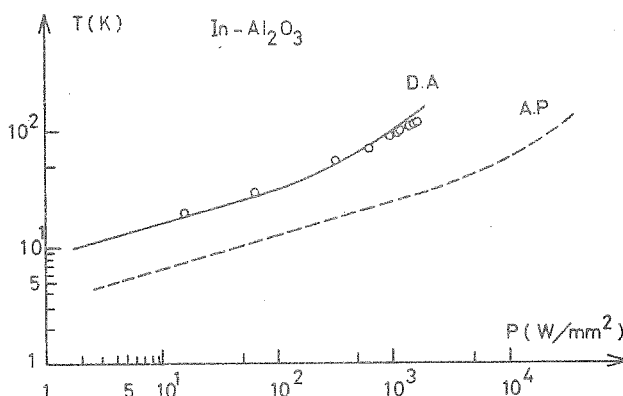


FIG. 12. — Température de rayonnement d'une couche d'indium déposée sur l'alumine en fonction de la puissance absorbée.

— DA } appendice 1.
 --- AP }

ces résultats correspondent à la valeur mesurée de la température de Debye à 0 K (θ_D^0) à quelques pourcents près. Quand ceci n'était pas le cas, nous avons préféré prendre le rapport de Poisson, déterminé à partir des vitesses, et calculer les modules c_1 et c_t des vitesses moyennes à partir de σ et θ_D^0 . Ainsi pour le plomb nous avons pris des valeurs assez différentes de celles déterminées par Herth et Weis. Pour l'indium nous avons utilisé les valeurs données par Anderson [17]. Toutes les valeurs de Γ_i employées pour le calcul des résultats sont rassemblées au tableau V.

Le deuxième terme qui détermine le coefficient α du transfert de chaleur est celui que nous avons appelé $F(\theta/T)$ et qui est calculé dans l'appendice 1. On a pris la formule (7) pour calculer les courbes théoriques, ce qui correspond à une loi de dispersion d'une chaîne linéaire à haute température. Nous devrions calculer

TABLEAU V

Ensemble des résultats et constantes numériques utilisés :

- ρ , masse volumique.
- c_l et c_t , vitesses acoustiques longitudinales et transversales.
- σ , rapport de Poisson.
- P , puissance rayonnée par unité de surface $= \alpha (T_1^4 - T_2^4)$.
- θ_D^0 , température de Debye à 0 K.
- Γ_i , coefficients de transmission intégrés.

	Pb	In	Au	Sn	SiO ₂	Al ₂ O ₃
ρ g/cm ³	11,34	7,28	19,32	7,3	2,65	4
c_l km/s	2,98	2,74	3,24	3,32	6,4	11,1
c_t km/s	0,96	0,99	1,2	1,67	4,5	6,04
σ	0,44	0,42	0,42	0,33	0,11	0,29
θ_D^0 K	105	109	162	195		
Γ_1		0,135	0,114	0,183	0,5	SiO ₂
Γ_{t_1}		0,013	0,017	0,063	0,5	SiO ₂
Γ_{t_2}		0,022	0,026	0,045	0,5	SiO ₂
$\alpha(w/(mm^2 K^4))$		$2,7 \times 10^{-4}$	$2,1 \times 10^{-4}$	$2,8 \times 10^{-4}$		SiO ₂
T substrat pendant évaporation (K)		300	300	300		SiO ₂
Γ_1	0,045	0,068	0,083	0,096		0,5 Al ₂ O ₃
Γ_{t_1}	0,003	0,006	0,012	0,021		0,5 Al ₂ O ₃
Γ_{t_2}	0,006	0,012	0,018	0,036		0,5 Al ₂ O ₃
T substrat pendant évaporation (K)	77	77	300	77		Al ₂ O ₃
$\alpha(w/(mm^2 K^4))$	$0,73 \times 10^{-4}$	$1,41 \times 10^{-4}$	$1,95 \times 10^{-4}$	$1,48 \times 10^{-4}$		Al ₂ O ₃

cette fonction pour $\theta_D(T)$. Pour l'or, l'indium et l'étain, nous n'avions pas cette variation pour toute la gamme de température entre 4,2 et 100 °K. Nous avons donc utilisé θ_D^0 . Pour le plomb nous avons pris $\theta_D(T)$ entre 4 et 8 °K puis $\theta_D = 85$ °K comme valeur moyenne d'après [18]. Pour l'or et le plomb sur l'alumine nous n'avons pas, à haute température, un bon accord quantitatif avec les résultats de Herth et Weis [5] pour le calcul de cette courbe. Mais nous nous intéressons surtout aux valeurs asymptotiques aux basses températures où les courbes concordent.

La courbe inférieure se rapporte dans chaque cas au modèle d'adaptation parfaite (AP) [15], où les valeurs de Γ_i sont remplacées par leur limite supérieure ($\Gamma_{\max} = \frac{1}{2}$), ce qui correspond au transfert maximal de chaleur entre la couche et le substrat. Il a été observé auparavant dans les mesures stationnaires [4] que les résultats correspondaient parfois à cette limite plutôt qu'au modèle de désadaptation acoustique (DA) de Little, et il était d'intérêt dans cette étude d'essayer de trancher définitivement entre les deux cas. La limite AP est une limite supérieure au transfert de chaleur et ne correspond à aucun mécanisme microscopique. Cependant, cette limite

peut être atteinte par la présence d'une couche adaptatrice intermédiaire.

Il est évident dans le cas de l'or et de l'indium que les résultats expérimentaux s'alignent avec le modèle de Little d'une façon asymptotique à basse température, ce qui est extrêmement satisfaisant parce que c'est dans cette limite que nous nous attendions à la validité du modèle de Debye. A plus haute température les points expérimentaux montent généralement plus rapidement que la courbe théorique. Herth et Weis ont observé le même phénomène, et ils ont supposé que ceci était dû aux effets de dispersion, ce qui semble raisonnable en regardant le sens de la déviation de la courbe correspondant à la dispersion par rapport à celle calculée sur la base d'un simple modèle de Debye. Nous n'avons pas encore de modèle détaillé qui s'applique à ce domaine de température, nous nous limiterons donc uniquement aux valeurs asymptotiques pour faire une comparaison avec la théorie.

Le cas Pb-Al₂O₃ est plus compliqué. Le film déposé à 300 K donne des résultats qui se placent entre les deux courbes théoriques. Le film évaporé avec le substrat préalablement refroidi à la température de l'azote liquide donne des résultats qui suivent le modèle

de Little. Weis et Herth avaient observé le même décalage entre les résultats pour les films évaporés sur le substrat à 77 K et ceux pour les films déposés sur le substrat refroidi également à 77 K mais nettoyé sous vide. Ils ont expliqué ce phénomène par la formation d'une couche adaptatrice d'eau sur la surface du substrat, couche supprimée par la deuxième méthode. Nous n'avons pas pris la précaution de nettoyer le substrat sous décharge électrique comme Herth et Weis ; néanmoins nos résultats sont essentiellement les mêmes. On peut conclure que le refroidissement à 77 K est le traitement le plus important et qu'il a pour effet d'empêcher les réactions chimiques qui peuvent se produire entre le métal et d'éventuels contaminants.

Nous avons observé essentiellement le même comportement pour le cas $\text{Sn-Al}_2\text{O}_3$, où une évaporation sur un substrat à 300 K donnait les points sur la courbe AP. Avec le substrat refroidi à 77 K les points expérimentaux sont maintenant sur la courbe de Little dans la limite des basses températures, bien qu'il y ait toujours un écart à plus haute température. Sur ce point, Wigmore [16] a déjà fait remarquer que de tous les résultats de Herth et Weis [5], le seul échantillon qui était en accord avec le modèle de Little à toute température était le plomb sur l'alumine. Il a suggéré que ceci était dû au nettoyage de la surface. Nous pensons que la situation est en fait plus compliquée. En effet ces mesures sur le plomb nettoyé ne sont pas faites à d'aussi hautes températures que celles effectuées sur les autres échantillons qui, eux, n'étaient pas traités : il n'est donc pas étonnant de retrouver dans ce domaine de température un bon accord entre théorie et expérience déjà obtenu précédemment. D'autre part, nos résultats montrent la présence d'un écart à plus haute température pour les substrats traités et non traités. Ceci peut s'expliquer par une variation de l'état de propreté des surfaces, une inadéquation du modèle utilisé dans ce domaine de température, etc.

L'ensemble des résultats que nous avons obtenus jusqu'à présent est représenté dans le tableau V. En fait, dans la limite basse température, nous trouvons toujours un très bon accord quantitatif avec le modèle de Little. Comme nous l'avons déjà remarqué [12] le bon accord pour le cas du quartz est surprenant, vu la grande anisotropie de ce substrat. D'ailleurs, l'accord avec la théorie dans ce cas suggère que ce ne serait pas réaliste de faire la comparaison avec un modèle acoustique de quartz plus détaillé, et que, sauf dans les cas extrêmes, les résultats de telles expériences devraient être relativement insensibles à l'anisotropie du substrat.

4. Conclusions. — Les présents résultats, avec ceux de Weis *et al.* [5] [11] et Wigmore [16] confirment définitivement le modèle de Little pour la résistance thermique entre solides à basse température. Ce modèle semble donc valable aussi bien pour les corps

bien adaptés acoustiquement (Sn-SiO_2) que pour les corps très mal adaptés (Pb-diamant) [11].

Les conséquences de ce résultat sont importantes. Dans les problèmes de résistance thermique de contact entre solides à basse température on peut donc appliquer la formule de Little avec confiance pour les interfaces qui sont, bien entendu, physiquement et chimiquement propres. Comme nous l'avons vu dans la section II le calcul est compliqué et on a besoin de l'emploi d'une intégration à l'ordinateur pour les diverses valeurs des rapports de Poisson. A l'aide de ces résultats et en connaissant les vitesses du son et les densités des deux milieux, on peut très rapidement faire une interpolation pour déterminer la résistance thermique de contact à une précision de 10 %. Ces résultats seront publiés ultérieurement.

Une deuxième conséquence de cet accord pour les interfaces solide-solide est de nature plus générale. On sait que les valeurs de la résistance de Kapitza R_K observées entre les solides et ^4He liquide à 1 K sont en général beaucoup plus faibles que celles calculées à partir du modèle de désadaptation acoustique de Khalatnikov [2]. Cette observation et l'accord obtenu pour le cas solide-solide nous suggèrent que, au moins dans cette gamme de température, le désaccord pour le cas solide-liquide est en partie dû aux propriétés particulières du liquide. De tels mécanismes ont été examinés par le groupe de Challis [19] et les résultats semblent prometteurs. Il a été suggéré récemment [20], [21] qu'une origine possible de ce désaccord, pour le cas solide-liquide, peut être la présence d'une forte densité de dislocations dans la surface du solide, pour atténuer fortement le « déplacement superficiel » dû aux phonons incidents du liquide. Le fait que cet effet de dislocations n'ait pas été observé dans nos expériences est probablement dû à ce que le terme de transmission directe, contrairement au cas du liquide, prédomine dans le cas solide-solide. D'ailleurs personne n'a fait d'expériences systématiques de ce genre pour le contact solide-solide.

Nous avons l'intention de continuer ces expériences pour étendre encore la gamme de θ_D des substrats et pour étudier l'influence des dislocations sur les résultats. Nous espérons aussi examiner avec plus de détails le désaccord pour de plus hautes températures et l'influence de l'état de la surface sur les résultats.

Appendice 1

Nous reprenons la formule (6) :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar S}{4\pi^2} \left(\frac{\Gamma_{11}}{c_{11}^2} + \frac{\Gamma_{111} + \Gamma_{112}}{c_{11}^2} \right) [\varphi(T_1) - \varphi(T_2)]$$

où :

$$\varphi(T) = \int_0^{\omega_m} \left[\frac{\arcsin(\omega/\omega_m)}{\omega/\omega_m} \right]^2 \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$$

En posant :

$$\xi = \frac{\hbar\omega}{k_B T}, \quad x = \frac{\theta_D}{T}$$

et :

$$F(x) = \frac{3}{x^3} \int_0^x \left[\frac{\arcsin(\xi/x)}{\xi/x} \right]^2 \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1}$$

on obtient :

$$\varphi(T) = \frac{1}{3} \left(\frac{k_B}{\hbar} \right)^4 F(x) T \theta_D^3.$$

Le transfert de chaleur s'exprime alors par :

$$\frac{dQ}{dt} = S \left[\left(\frac{k_B}{\hbar} \right)^4 \frac{\hbar}{12 \pi^2} \left[\frac{\Gamma_{11}}{c_{11}^2} + \frac{\Gamma_{1t_1} + \Gamma_{1t_2}}{c_{1t}^2} \right] \right. \\ \left. \times [T_1 F(x_1) \theta_{D_1}^3 - T_2 F(x_2) \theta_{D_2}^3] \right]$$

correspondant au résultat du modèle de Little de désadaptation acoustique (indiqué DA sur les figures). La fonction $F(x)$ qui est donnée dans le tableau VI est tracée sur la figure 13.

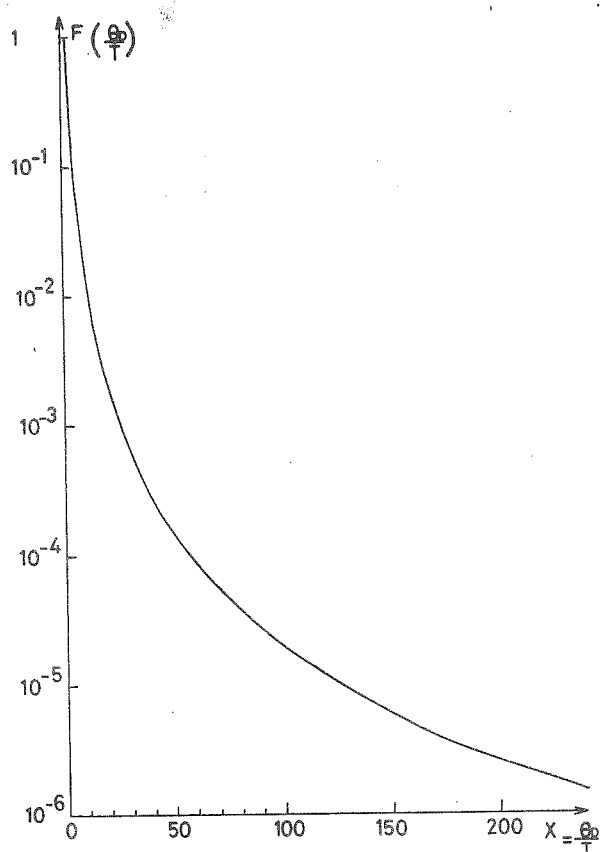
Quand T tend vers zéro cette expression de dQ/dt , et celle obtenue par Weis ont la même forme limite.

A plus haute température il n'en est plus de même. Nous avons utilisé la convention habituelle d'une fréquence de coupure unique pour le spectre de phonons quel que soit le mode de polarisation considéré. Weis par contre suppose que la fréquence de coupure varie selon le mode de polarisation, le nombre d'onde de coupure lui restant constant ; les vitesses $c_{1\sigma}$ dans son expression de dQ/dt deviennent alors fonction de ω . Ceci explique l'expression différente obtenue par Weis pour dQ/dt .

TABLEAU VI

$F(x)$ avec $x = \theta_D/T$

x	$F(x)$	x	$F(x)$	x	$F(x)$	x	$F(x)$
250	$0,133 \times 10^{-5}$	31,3	6,426	3,7	2,641	0,559	1,121
240	0,148	28,5	8,419	3,57	2,813	0,5	1,147
230	0,169	27	9,955	3,33	3,151	0,416	1,187
220	0,193	25	$1,26 \times 10^{-3}$	3,13	3,481	0,355	1,216
210	0,218	23,8	1,460	2,86	3,955	0,333	1,228
200	0,252	21,7	1,923	2,7	4,256	0,313	1,238
190	0,29	20	2,476	2,5	4,648	0,294	1,248
180	0,342	19,2	2,789	2,22	5,336	0,278	1,256
150	0,58	18,5	3,128	2,08	5,693	0,263	1,263
140	0,719	17,2	3,888	2	5,918	0,25	1,270
130	0,896	16,7	4,312	1,92	6,132	0,233	1,279
120	$0,112 \times 10^{-4}$	16,1	4,706	1,85	6,336	0,222	1,285
110	0,147	15,4	5,507	1,75	6,625	0,2	1,296
100	0,195	14,7	6,325	1,6	7,066	0,182	1,306
90	0,267	14,3	6,913	1,56	7,229	0,167	1,313
80	0,38	13,3	8,549	1,46	7,571	0,154	1,320
70	0,57	12,5	10,432	1,4	7,747	0,143	1,326
66,6	0,658	11,75	$1,258 \times 10^{-2}$	1,37	7,882	0,125	1,335
62,5	0,799	11,1	1,502	1,25	8,314	0,111	1,343
58,8	0,959	10	2,079	1,19	8,535	0,1	1,349
55,5	1,138	9,1	2,786	1,11	8,740	0,091	1,354
52,6	1,339	8,34	3,625	1,1	8,884	0,083 3	1,358
50	1,563	7,7	4,597	1,085	8,977	0,071 5	1,364
47,6	1,809	6,66	6,915	1,04	9,109	0,062 5	1,369
45,5	2,081	5,8	9,662	1,02	9,194	0,055 5	1,373
43,5	2,378	5,55	11,165	0,95	9,469	0,05	1,376
41,6	2,703	5	$1,436 \times 10^{-1}$	0,91	9,648	0,041 6	1,38
40	3,056	4,76	1,603	0,832	9,966	0,033 3	1,385
38,5	3,439	4,55	1,773	0,77	$1,024 \times 10^0$	0,025	1,389
37	3,852	4,35	1,946	0,715	1,048	0,02	1,392
35,7	4,298	4,26	2,119	0,665	1,069	0,014 3	1,395
34,5	4,777	4	2,294	0,625	1,088	0,010 5	1,397
32,3	5,839	3,8	2,468				

FIG. 13. — $F(\theta_D/T)$ en fonction de θ_D/T .

Appendice 2

Il est bien connu que la valeur de la température de Debye θ_D des isolants calculée à partir des constantes élastiques dépend de l'unité de vibration élémentaire choisie (par exemple atome, molécule, cellule cristallographique, etc...). La question du choix de cette unité de vibration a été étudiée en détail par O. L. Anderson *J. Phys. Chem. Solids* 12 (1959), 41, qui indique que dans les problèmes de dynamique du réseau il est habituel de considérer chaque atome comme un oscillateur indépendant. Pour les questions de transport de chaleur par les phonons à basse température ce choix n'est pas très logique (parce que les modes optiques sont pris en compte) mais il n'en résulte aucune erreur si la convention est respectée. Ceci est dû au fait qu'en mettant la valeur de θ_D dans les équations de transport, l'unité de vibration se simplifie.

Dans certains calculs numériques de la résistance de Kapitza entre les solides et l'hélium liquide (Cheeke [4], Snyder [27] et Jones et Pennebaker [15]) les auteurs ont utilisé les valeurs de θ_D calculées à partir du nombre d'atomes par unité de volume, tout en utilisant le nombre de molécules par unité de volume dans les équations de transport. Ceci a mené à des erreurs numériques de l'ordre de $(p)^{2/3}$ ou p suivant le cas, où p = nombre d'atomes par molécule.

Nous allons maintenant donner deux formules pour la conductance de Kapitza h_k . La première est fonction de la vitesse du son, ce qui évite toute erreur. La deuxième est fonction de la température de Debye θ_D . Puis nous rétablirons le tableau de Cheeke [4] pour les isolants en corrigeant les erreurs précédentes.

1. Modèle de Khalatnikov.

$$h_k = \frac{1,4 \times 10^{14} FT^3}{\rho_s c_t^3} \text{ W.cm}^{-2}.\text{deg}^{-1}$$

$$= \frac{6,6 \times 10^6 pFT^3}{lM\theta_D^3} \text{ W.cm}^{-2}.\text{deg}^{-1}$$

(remplaçant formule (2) de réf. [22])

où p = nombre d'atomes par molécule

$$l = 2 + \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^3.$$

2. Modèle de rayonnement de phonons.

$$h^{pr} = 1,9 \times 10^5 \left(\frac{p\rho}{M}\right)^{2/3} \frac{T^3}{\theta_D^2}$$

(remplaçant formule (9) de réf. [4]).

3. h_k des isolants.

Corps	θ_D (K)	h_k^{pr} W.cm ⁻² . deg ⁻¹	h_k^{am} W.cm ⁻² . deg ⁻¹	$\frac{h_k^{pr}}{h_k^{obs}}$	$\frac{h_k^{obs}}{h_k^{am}}$
KCl	230	3,55	0,076	5,1	9
Quartz	290	1,9	0,023	3,5	25
Si	636	0,62	0,005	1,5	90
LiF	750	0,81	0,006	1,8	75
Al ₂ O ₃	1 000	0,44	0,001 75	3	90

(remplaçant les colonnes correspondantes du Tableau III de réf. [4]).

Les valeurs pour le quartz restent inchangées, parce que la valeur de θ_D donnée est calculée sur la base du nombre de molécules par unité de volume (Nancy Snyder, communication privée).

On constate que les conclusions à tirer du tableau sont en conséquence moins fortes que celles données dans la référence [4]. Néanmoins, le désaccord avec le modèle de Khalatnikov reste toujours très grand, surtout pour les valeurs de θ_D élevées.

Appendice 3 : Contribution des ondes de surface

Dans son calcul du transfert de chaleur entre un solide et l'hélium superfluide, Khalatnikov [2] a explicitement divisé la conductance en deux termes [23]. Le premier (F_1) correspond à l'énergie transmise

par l'onde incidente du milieu 1 au milieu 2, ce qui est effectivement ce que nous avons calculé ici pour un cas plus général. Le deuxième terme (F_2) correspond à l'énergie dans l'onde de surface engendrée par l'onde incidente, qui peut être transférée par interaction avec les électrons, dislocations, défauts ponctuels, etc... dans ce milieu.

Pour tout angle d'incidence supérieur à

$$\alpha_{1c\sigma} = \arcsin \frac{c}{c_{2\sigma}}$$

on a réflexion totale de l'onde incidente. L'onde dans le milieu 2 est représentée par une onde inhomogène ou onde de surface, d'amplitude diminuant d'une façon exponentielle en s'éloignant de la surface. A l'interface l'amplitude de cette onde a un pic aigu (le pic de Rayleigh) pour un angle d'incidence particulier $\alpha_{1R} > \alpha_{1c\sigma}$.

Nous n'avons supposé aucun mécanisme d'atténuation de cette onde de surface dans notre modèle, donc pour $\alpha_1 > \alpha_{1c\sigma}$ nous avons $E_{2\sigma} = 0$ et réflexion totale pour chaque type de polarisation considéré. Ceci correspond à $F_2 = 0$.

Quelques auteurs ont récemment calculé l'influence de l'atténuation des ondes de surface aussi bien pour

le contact thermique liquide-solide [20], [25], [26] que pour le contact solide-solide [26]. Dans ces deux cas il semble que l'accord entre l'expérience et le modèle de désadaptation acoustique est considérablement amélioré par cette modification.

L'atténuation électronique de l'onde de surface est exclue dans notre cas. N'ayant pas de renseignements sur la diffusion des phonons par d'autres défauts superficiels et estimant au contraire que nos échantillons sont de bonne qualité au point de vue état physique, il nous paraît difficile d'appliquer ces modèles d'une façon quantitative. D'autre part, vu le bon accord entre la plupart de nos résultats et le modèle de transmission dans la limite basse température, nous pensons que cet effet est faible, du moins dans nos expériences.

Remerciements. — Nous remercions M. Brochier pour les précieux conseils qu'il nous a donnés pour les calculs numériques et M. Geneste pour l'aide qu'il nous a apportée pour l'évaporation des couches minces.

Nous sommes reconnaissants à MM. les Professeurs A. C. Anderson et O. Weis de nous avoir communiqué leurs résultats avant publication.

Bibliographie

- [1] KAPITZA P. L., *Journ. Phys. USSR* 4 (1941) 181.
- [2] KHALATNIKOV I. M., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 22 (1952) 687.
- [3] LITTLE W. A., *Can. J. Phys.* 37 (1959) 334.
- [4] CHEEKE J. D. N., *J. Physique Colloque C 3*, supplément au n° 10 31 (1970) C 3-129.
- [5] HERTH P. et WEIS O., *Z. angew. Physik* 29 (1970) Heft 2, 101.
- [6] WEIS O., *Z. angew. Physik* 26 (1969) 325.
- [7] LORD RAYLEIGH, *The Theory of Sound*, 1894, Dover Publications, New York (1945).
- [8] BREKHOVSKIKH L. M., *Waves in Layered Media*, 1969, Academic Press, New York.
- [9] KOLSKY H., *Stress Waves in Solids* 1953, Oxford University Press.
- [10] LANDAU L. D. et LIFSHITZ E. M., *Théorie de l'élasticité*, 1967, Editions MIR, Moscou.
- [11] WEIS O., *Suppl. J. Physique*, 33 (1972) C4-49.
- [12] CHEEKE J. D. N., HEBRAL B. et MARTINON C., *Suppl. J. Physique* 33 (1972) C 4-57.
- [13] M^{lle} MARTINON C., Thèse de 3^e cycle, Université de Grenoble, 1972.
- [14] BERGMANN L., *Ultraschall*, Table 85, Stuttgart-Hirzel Verlag (1954).
- [15] JONES R. E. et PENNEBAKER W. B., *Cryogenics* 3 (1963) 215.
- [16] WIGMORE J. K., *Phys. Rev. B*, 5 (1972), 700.
- [17] ANDERSON O. L., *Physical Acoustics*, Vol. III, Part B, Mason (1965).
- [18] HOROWITZ M., SILVIDI A. A., MALAKER S. F., DAUNT J. G., *Phys. Rev.* 88 (1952) 1182.
- [19] TOOMBS G. A. et CHALLIS L. J., *J. Phys. C*, 4 (1971) 1085.
- [20] HAUG H. et WEISS K., *Phys. Lett.*, 40A (1972) 19.
- [21] JOHNSON W. L. et ANDERSON A. C., *Phys. Lett.* 37A (1971) 101.
- [22] CHEEKE J. D. N., *Cryogenics*, 10 (1970), 463.
- [23] CHALLIS L. J. et CHEEKE J. D. N., *Proc. Roy. Soc. A* 304 (1968) 479.
- [24] PAPK B. S. et NARAHARA Y., *J. Phys. Soc. Japan* 30 (1971) 760.
- [25] PETERSON R. E. et ANDERSON A. C., *Phys. Lett.* 40A (1972) 317.
- [26] PETERSON R. E. et ANDERSON A. C., *Solid State Commun.* 10 (1972) 891.
- [27] SNYDER N. S., *Cryogenics* 10 (1970) 89.

PHYSIQUE DES SOLIDES. — *Température de radiation de couches métalliques déposées sur des substrats isolants à basse température. Note (*)* de MM. DAVID CHEEKE, BERNARD HEBRAL et M^{lle} CATHERINE MARTINON, transmise par M. Louis Néel.

On vérifie que dans la limite basse température le transport de chaleur entre deux solides est bien décrit par le modèle de Little. Des résultats sont présentés pour des films d'or, d'étain, d'indium déposés sur du quartz et d'indium sur de l'alumine. On retrouve les résultats de Herth et Weis pour des couches d'or et de plomb sur l'alumine.

INTRODUCTION. — La propagation ballistique des phonons de haute fréquence ne peut être étudiée actuellement que par la technique d'impulsions de chaleur dans les isolants parfaits à basse température ($T \leq 20$ K) ⁽¹⁾. Dans cette technique, une couche mince métallique qui sert de générateur est chauffée pendant un temps très court (~ 50 -100 ns) pour atteindre presque instantanément sa température d'émission de phonons. La valeur de cette température est déterminée par la résistance thermique de contact entre la couche métallique et le substrat, pour laquelle un modèle a été proposé en 1959 par Little ⁽²⁾. Herth et Weis ⁽³⁾ ont mis au point une technique de mesure de cette température par observation de l'impulsion électrique réfléchie par la couche métallique et ils ont trouvé un bon accord entre la théorie et l'expérience dans la limite basse température pour les couches d'or, de cuivre, de nickel et de plomb sur les substrats d'alumine. Nous présentons dans cette Note les résultats de semblables expériences qui confirment les mesures de Herth et Weis et pour un plus grand nombre de couches métalliques déposées aussi bien sur les substrats d'alumine que sur les substrats de quartz. L'intérêt de ce travail est lié, d'une part au calcul de température d'émission des phonons pour les expériences d'impulsions de chaleur, d'autre part à la confirmation de la théorie de la résistance thermique de contact entre solides.

RÉSULTATS. — Les techniques expérimentales sont décrites ailleurs ^{(3), (4)}, le principe de mesure étant l'emploi de la couche mince comme terminaison électrique d'une ligne coaxiale de 50 Ω . La couche étant composée d'un métal pur, sa résistance est en général différente de 50 Ω . En mesurant le coefficient de réflexion pendant la durée de l'impulsion chauffante (80 ns) nous pouvons donc déduire la puissance absorbée par le film et sa température (après un étalonnage de la résistance en fonction de la température en conditions stationnaires). Pour une puissance

donnée, nous pouvons calculer la température finale d'après la formule de Little [(²), (³)], aussi bien que la température prévue par le modèle de rayonnement des phonons (³) où le coefficient de transmission est remplacé par sa limite supérieure. Des résultats expérimentaux typiques avec les courbes théoriques calculées à partir des constantes acoustiques

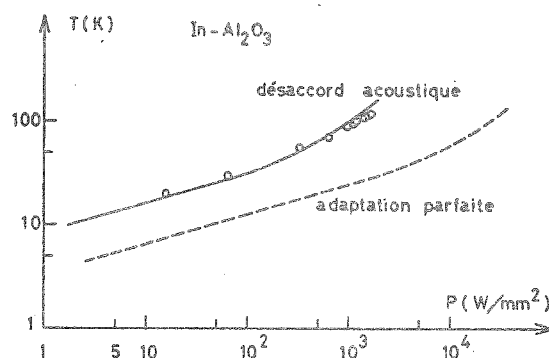


Fig. 1

données dans le tableau sont montrés dans la figure 1 pour le cas d'un substrat d'alumine et dans la figure 2 pour un substrat de quartz. Nous voyons dans les deux cas un excellent accord avec la théorie de Little dans la limite basse température, ce qui est le seul domaine où nous

TABLEAU

Dans ce tableau nous avons : ρ , masse volumique; C_l et C_t , vitesses acoustiques longitudinale et transversale; σ , rapport de Poisson; P , puissance rayonnée par unité de surface = $\alpha \Delta T$ dans la limite basse température; Γ_L , coefficients de transmission intégrés définis dans (²) et (³), la valeur de α est calculée à 4,2 K.

	Pb	In	Au	Sn	SiO ₂	Al ₂ O ₃	
ρ (g/cm ³).....	11,34	7,28	19,32	7,3	2,65	4	—
C_l (km/s).....	2,16	2,51	3,34	3,32	6,4	11,1	—
C_t (km/s).....	0,7	1,3	1,2	1,67	4,5	6,04	—
σ	0,4415	0,3165	0,4205	0,3306	0,0108	0,2897	—
Γ_L	—	0,1163	0,1137	0,1834	0,5	—	SiO ₂
Γ_{s1}	—	0,0259	0,0177	0,0454	0,5	—	SiO ₂
Γ_{s2}	—	0,0383	0,0265	0,0631	0,5	—	SiO ₂
α (W/mm ² .K)...	—	0,0605	0,0725	0,105	—	—	SiO ₂
Γ_L	0,0453	0,055	0,0829	0,0956	—	0,5	Al ₂ O ₃
Γ_{s1}	0,0026	0,0105	0,0117	0,0206	—	0,5	Al ₂ O ₃
Γ_{s2}	0,0031	0,0208	0,018	0,0363	—	0,5	Al ₂ O ₃
α (W/mm ² .K)...	0,0121	0,0328	0,037	0,0376	—	—	Al ₂ O ₃

pouvons faire une comparaison sérieuse due à notre emploi d'un modèle de Debye pour faire les calculs. Nous avons aussi vérifié que nous retrouvons exactement les résultats de Weis pour les cas d'or-alumine et de plomb-alumine. L'ensemble de résultats expérimentaux et des calculs des coefficients de transmission de chaleur est donné dans le tableau. Nous trouvons un excellent accord avec le modèle de Little dans la limite basse température, sauf pour le cas étain-alumine où l'on trouve plutôt un accord avec le modèle de rayonnement des phonons. Comme l'avait

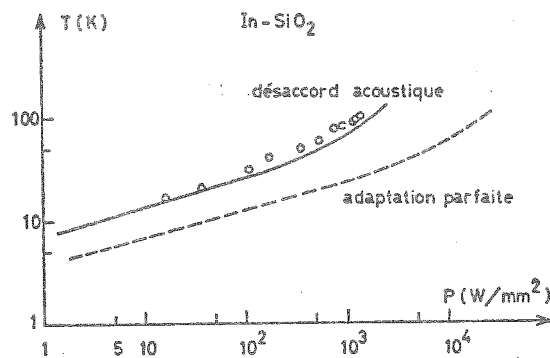


Fig. 2

remarqué Weis ⁽³⁾ et comme nous l'avons confirmé, le même phénomène se produit pour le plomb déposé à l'ambiante sur l'alumine. Herth et Weis ⁽³⁾ ont proposé d'expliquer ceci par la formation d'une couche intermédiaire qui peut être supprimée en faisant le dépôt sous vide à la température de l'azote liquide. Comme en ⁽³⁾ nous avons remarqué que, alors, les points expérimentaux se déplacent verticalement et on trouve un bon accord avec la théorie de Little. Nous n'avons pas encore fait cette expérience sur l'étain-alumine, mais compte tenu de l'excellent accord trouvé pour les autres échantillons, cette hypothèse nous semble très raisonnable.

En fait, avec ceux de Herth et Weis, ces résultats sont les premiers à donner un accord quantitatif et systématique avec le modèle de Little. Les expériences en régime stationnaire ⁽⁶⁾ sont peu précises et l'extrapolation du gradient de température est difficile à faire. Nous avons supposé la validité d'une distribution de Bose-Einstein des phonons dans le film, ce qui semble être confirmé par l'accord entre la théorie et l'expérience. Ceci ne doit pas être vrai pour une couche idéale ⁽⁷⁾ et nous supposons que les phonons dans le film peuvent atteindre une température d'équilibre avec les électrons, grâce à la forte concentration de défauts dans le film.

En conclusion, nous avons trouvé un bon accord entre nos expériences et la théorie de Little, même pour le cas d'un substrat relativement anisotrope comme le quartz. Le résultat a des conséquences importantes pour le calcul des fréquences des phonons émis dans de telles expériences et pour les problèmes de contact thermique entre solides aux basses températures.

(*) Séance du 15 mai 1972.

(¹) R. J. GUTFELD, *Physical Acoustics*, V, Masson, Paris, 1968.

(²) W. A. LITTLE, *Can. J. Phys.*, 37, 1959, p. 334.

(³) P. HERTH et O. WEIS, *Z. angew. Physik*, 29, Heft 2, 1970, p. 101.

(⁴) J. D. N. CHEEKE, B. HEBRAL et CATHERINE MARTINON, soumis au *Journal de Physique*.

(⁵) R. E. JONES et W. B. PENNEBAKER, *Cryogenics*, 3, 1963, p. 215.

(⁶) J. D. N. CHEEKE, *J. Phys. (Paris)*, Colloque C₃, suppl. au n° 10, t. 31, octobre 1970, p. C₃ 129.

(⁷) H. BUDD, Communication privée.

Centre de Recherches
sur les Très Basses Températures,
C. N. R. S.,
B. P. n° 166,
Centre de Tri 38042,
38-Grenoble-Cedex,
Isère.

EXPERIMENTS ON THERMAL PHONON RADIATION INTO QUARTZ SUBSTRATES

J. D. N. CHEEKE, B. HEBRAL and C. MARTINON

Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, CNRS, B P n° 166,
Centre de Tri 38042 Grenoble Cedex

Résumé. — Nous présentons les résultats des expériences de mesure de température des films d'or, d'indium et d'étain déposés sur un substrat de quartz coupe Z. Une technique de réflexion d'impulsions électriques comme celle de Herth et Weis a été employée. Dans tous les cas nous trouvons un bon accord entre l'expérience et le modèle théorique de Little. Nous concluons que la théorie de Little s'applique bien aux résistances de contact solide-solide, même quand un des milieux est assez anisotrope.

Abstract. — Results are presented for the radiation temperature of gold, indium and tin films deposited on a Z cut quartz substrate. A pulse reflection technique developed by Herth and Weis was used for these experiments. In all cases good agreement is found between experiment and the predictions of Little's model calculated on the basis of averages of the appropriate sound velocities. Convincing support for the validity of the present theory of the solid-solid thermal contact resistance is thus obtained, even for the case where one of the solids is quite anisotropic.

1. Introduction. — The theory of the thermal contact resistance between perfect insulators was developed by Little [1]. Little extended the theory which had been developed by Khalatnikov [2] for the insulator-superfluid helium interface, in which the heat flow is limited by a finite transmission coefficient which was assumed to be that determined from standard acoustical theory. The theory does not in fact work at all well for the solid-liquid helium interface, but has been shown to be qualitatively correct for DC measurements of the thermal resistance between solids at low temperatures [3] with the obvious exception of metal-metal contacts. However the accuracy of these measurements was generally not sufficient to distinguish between this acoustic mismatch model and the so-called phonon radiation model, where the transmission coefficient is artificially replaced by its upper limit, and where in any case the assurance of quantitatively accurate results is hampered by the lack of knowledge of the physical and chemical state of the contact between the two bulk solids. This question was first definitively resolved by the work of Herth and Weis [4] by pulsed heating experiments on various metal films deposited on a sapphire substrate. We have adopted their technique, also described briefly [5] at this colloquium, for the experiments described in the present work.

We have begun a programme to investigate the validity of the theory for a wide range of substrate Debye temperatures θ_D and for different physical states of the substrate surface. We are also interested in

the effects of anisotropy of the substrate and in making measurements on a substrate which has some practical interests for heat pulse experiments. In this spirit, the present communication deals with results for metal films vacuum deposited on quartz.

2. Experimental techniques. — The method has been described in detail by Herth and Weis [4]. Basically it consists of using the evaporated metal film on the chosen substrate as its own thermometer, the resistance during the pulse duration being determined by measuring the reflection coefficient of a 50 ohm coaxial line terminated by the film. For reasons of experimental simplicity the sample was simply plunged in the helium bath at 4 K. We did not observe any evidence of the liquid effects mentioned by Weis [5], probably because of the much smaller acoustic mismatch between the metal films and the quartz substrate than for this case. An essential feature of the technique is that the thermal relaxation time of the film should be much less than the pulse length, so that steady state conditions can develop in the film during this time, as we observe experimentally.

An unfortunate aspect of the technique is that the measuring sensitivity markedly decreases as the temperature is lowered, due mainly to the films becoming electrically residual at rather high temperatures (Fig. 1), which suggests a not unexpected high concentration of defects in these films. We have attempted to increase the sensitivity by making very careful calibrations of the reflection coefficient and using an

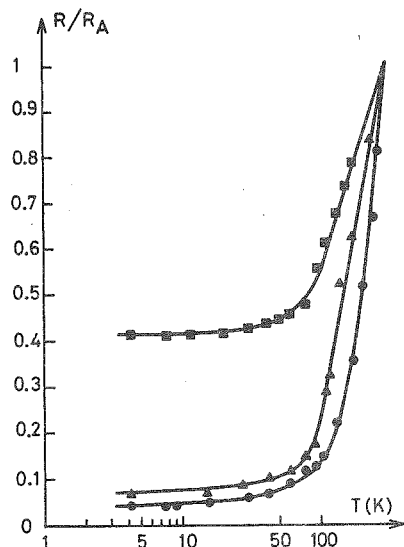


FIG. 1. — The resistivity ratio of the metal films with respect to R_A the ambient temperature 300 K as a function of temperature. ■ Gold, ▲ Indium, ● Tin.

automatic sweep gated box car integrator to determine the pulse height. We use typically a 2 second integration time, and taking into account the effect of errors in pulse amplitude determination due to uncertainty in the zero level and the pulse shape, we obtain typical error bars in low temperature region as indicated in figure 2. This accuracy is in fact quite sufficient

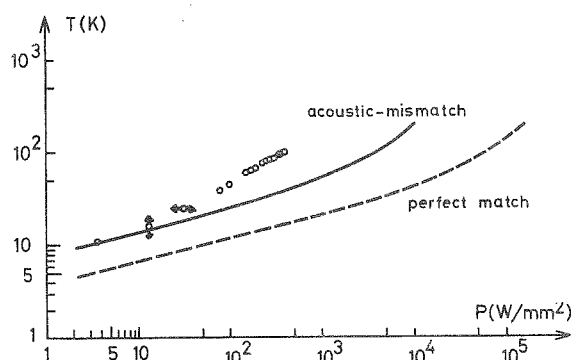


FIG. 2. — Radiation temperature of a gold film on Z cut quartz as a function of incident power.

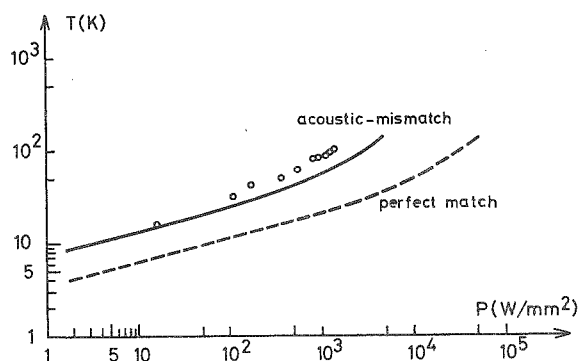


FIG. 3. — Radiation temperature of an indium film on Z cut quartz as a function of incident power.

for us to determine which of the two available models is applicable to the results. Other precautions included verifying that the calibration of reflection coefficient (done by replacing the film by a standard resistor) was temperature independent and that the effect of multiple electrical reflections in the co-axial line was negligible. Further details are given in [6].

3. Results. — Results for Au, In and Sn films on the optically polished face of a Z cut quartz substrate are shown in figure 2 to figure 4. As described in [6], we

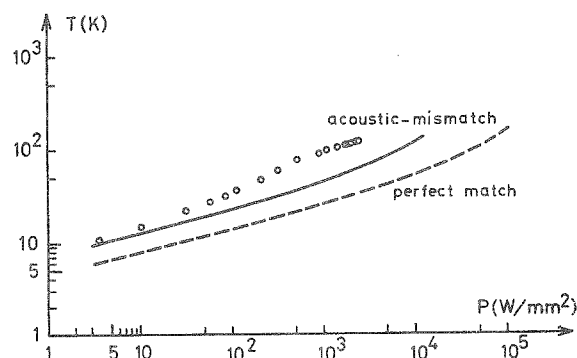


FIG. 4. — Radiation temperature of a tin film on Z cut quartz as a function of incident power.

first measured gold and Pb films on a sapphire substrate, obtaining results which agreed very well with Herth and Weis' results [4]. For reasons which are not directly clear the resistivity ratio for the films deposited on the quartz seemed to be rather higher than for sapphire, thus giving a quite improved sensitivity.

The theoretical curves shown in the figures correspond to those calculated on the basis of Little's acoustic mismatch model [1] and the so called phonon radiation model [7] where the integrated transmission parameter Γ is put equal to $\frac{1}{2}$ to give an upper limit to the heat flow. Thus within the approximation with which the film can be described by a Bose-Einstein distribution and a Debye model for the low temperature limiting data, the results then represent a test of the two models. The surface wave contribution has been omitted in both cases.

The physical constants used to calculate the theoretical curves are given in table 1. In order to obtain

TABLE 1

The acoustic properties of the samples and the corresponding calculated Γ values based on Little's model.

	Au	In	Sn	SiO ₂
C_1 km/s	3.24	2.51	3.32	6.4
C_2 km/s	1.2	1.3	1.67	4.5
ρ g/cm ³	19.3	7.28	7.3	2.65
Γ_1	0.114	0.144	0.183	
Γ_{S1}	0.018	0.019	0.045	
Γ_{S2}	0.026	0.030	0.063	

suitably averaged sound velocities we generally use measured values of Poisson's ratio and the polycrystalline elastic moduli. The values obtained agree to within about 2 % with those determined from the 0 K Debye temperature. For SiO_2 , in view of the problem at hand, the velocities used were average phase velocities calculated over a 60° cone [8].

In fact the quartz substrate is quite anisotropic, and it is difficult to assess the error which this could introduce in the calculated curves. The fact that good agreement is obtained with the Little model in all three cases in the low temperature limit suggests that this error is in fact small.

The temperature variation of θ_D of the films has been used where possible to correct the theoretical curves. As Weis has remarked, at higher film temperatures there is a systematic upward trend of the results, which is probably due to dispersion. As a Debye model is also quite invalid here, changes in the spectral function $f(\omega)$ should also be taken into account. We shall not consider this temperature region further here.

4. Discussion. — Perhaps a surprising aspect of these results and those of Weis is that the acoustic mismatch model seems to agree with experiment in conditions where one might expect it to work less well than otherwise. In this high temperature region the short wavelength phonons should be scattered by impurities, surface dirt, roughness, etc. Such effects should either increase the apparent contact resistance or lower it [9]–[11] depending upon their concentration, so that the systematic agreement obtained with theory must be considered as something other than coincidence.

As has been understood for some time, there are a number of detailed aspects of the theory which we cannot test directly in such experiments. These include the individual I values, although these transmission coefficients are known to work quite well for coherent phonons. An equally fundamental point is our use of a Bose-Einstein distribution function for the phonons in the metal film, within the context of a modified Debye model. Excluding the high temperature end, agreement between theory and experiment suggests that no radical departures from the Bose-Einstein distribution have occurred. We tentatively suggest that the phonons in

the film are quickly brought into equilibrium by the very high concentration of defects which seem to be present.

A final point concerns the effect of a finite dislocation density on the quartz surface due to the polishing techniques applied. It is known that dislocations have an effect on the Kapitza resistance between solids and liquid helium [10], [11], in some cases increasing the heat flow above that expected from an acoustic mismatch type model. That such an effect is not seen here may be due to either an insufficient density of dislocations in the surface region of the quartz, or to the fact that the solids considered here are reasonably well matched, so that the dislocation contribution is now relatively small compared to that corresponding to direct phonon transmission. Further experiments on this point are in progress.

In summary we find good agreement with the acoustic mismatch model for a relatively low θ_D substrate which is quite anisotropic. The ensemble of our results and those of Weis seems to suggest that Little's model works extremely well for intimate contacts between ordinary solids. At present we do not feel that it is realistic to attempt to fit our data to more sophisticated models [5].

Note added in proof. — We have recently obtained preliminary results on a gold film deposited on an amorphous selenium substrate and on an indium film on a sandblasted sapphire substrate. Both of these experiments indicated, as expected, that when the phonon mean free path in the surface layer is reduced, the film heats immediately to about 100 K at the lowest input powers (about 10 W/mm^{-2}). This effect indicates the extreme importance of surface condition in this type of experiment, as well as giving one possible explanation for the upward deviation of the experimental points from the theory. With varying mean free path one should pass from the radiation to the diffusion regime. The recent results of Perin and Budd (this conference) indicate that the calculated resistivity of such metal films is rather insensitive to the phonon distribution function used, so that we are not forced to invoke the presence of defects to explain our results.

References

- [1] LITTLE (W. A.), *Can. J. Phys.*, 1959, 37, 334.
- [2] KHALATNIKOV (E. M.), *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 1952, 22, 687.
- [3] CHEEKE (J. D. N.), *J. Physique*, Paris, 1970, 31, Suppl. C 3, 129.
- [4] HERTH (P.) and WEIS (O.), *Zeit. für Physik*, 1970, 29, 101.
- [5] WEIS (O.), this colloquium.
- [6] CHEEKE (J. D. N.), HEBRAL (B.) and MARTINON (C.), to be published.
- [7] JONES (R. E.) and PENNEBAKER (W. B.), *Cryogenics*, 1963, 3, 215.
- [8] VON GUTFELD (R. J.) in *Physical Acoustics V*, ed. Mason, 1968.
- [9] CHEEKE (J. D. N.), *Cryogenics*, 1970, 10, 463.
- [10] ANDERSON (A. C.) and JOHNSON (W. L.), *Jour. Low Temp. Phys.*, 1972, 7, 1.
- [11] HAUG (H.) and WEISS (K.), *Proc. Inter. Cryo. Eng. Conf.*, 4, 1972.

DISCUSSION

D. G. CARLSON. — Your data shows a larger faster temperature rise when the heater film is deposited on an amorphous or purposefully etched sample. This seems to indicate that cooling of the heater film directly into the helium bath is unimportant. Doesn't this contradict the results of M. Welte *et al.* reported yesterday ?

J. D. N. CHEEKE. — There is no contradiction between these experiments as our work is done at much higher temperatures and input powers. We thus feel that the poor contact with the bath is assured by an insulating layer of gas.

C. J. ADKINS. — Have you repeated the experiments for different generator thicknesses ? This could give important information about how thick the film has to be for the phonon population to become thermalized. For very thin films one should see the primary phonon population produced by the electron-phonon interaction.

J. D. N. CHEEKE. — We have not controlled the film thickness in this preliminary work, but plan to do so in future experiments.

H. F. BUDD. — Do your theoretical curves include dispersion effects ?

J. D. N. CHEEKE. — No. We have calculated these, but their effect is small, becoming negligible in the low temperature limit.

G. MEISSNER. — At what temperatures were your measurements on amorphous films performed as compared to the anomalies in the specific heat ? a) at the maximum around 10 °K ? b) in the regime of few linear temperature dependence of the specific heat ?

J. D. N. CHEEKE. — The substrate temperature was kept at 4.2 °K. Further experiments at lower powers will be needed to investigate the first point you mention.

A. ZYLBERSZTEJN. — In the SiO₂ case isotope scattering certainly causes a strong diffusive regime near the interface, at large pulse power. This makes the radiation model break down.

J. D. N. CHEEKE. — I agree.

V. NARAYANAMURTI. — Have you tried to look at the heat pulses at the other end of the crystal to see if the 100 °K phonon go through the SiO₂ ?

J. D. N. CHEEKE. — No.

Investigation of Phonon Radiation Temperature of Metal Films on Dielectric Substrates

J. D. N. Cheeke, B. Hebral,* and C. Martinon

*Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, CNRS
Grenoble-Cedex, France*

We present experimental results and a comparison with theoretical models for the temperature of pulse-heated metal films deposited on dielectric substrates. The interest of this work is twofold. First, the experimental situation corresponds closely to that pertaining to heat pulse propagation in perfect dielectric solids at low temperatures and a knowledge of the phonon-emitting temperature is useful in analyzing the results of such experiments. Second, and of most interest in the present context, the experiments can be used to verify the theoretical formulation of the thermal boundary resistance between solids at low temperatures due to phonon transmission.¹

The experimental techniques have been described in detail elsewhere.^{2,3} Thin metal films were vacuum-deposited on clean, optically polished surfaces of quartz or sapphire substrates. Eighty-nanosecond electrical pulses of variable amplitude were applied to a 50- Ω transmission line terminated by the film. Because of its $R(T)$ characteristics, the resistance of the film is generally different from 50 Ω . The thermal response time of the film is very short (several nanoseconds), so that when the substrate is held at 4°K the film quickly heats up during the pulse duration to a steady temperature determined by the thermal contact resistance between film and substrate. From measurements of the amplitudes of incident and reflected pulses one can determine both the power absorbed by the film and its final temperature, which can then be compared directly with that expected from the theory.

Representative results are shown in Figs. 1–3 for Pb–Al₂O₃, Sn–Al₂O₃, and Sn–SiO₂, respectively. The ensemble of all experimental results obtained thus far has been given elsewhere.⁴ The sound velocities used were estimated from values of Poisson's ratio and the 0°K Debye temperature.⁵ In the case of quartz, which is quite anisotropic, we used average values of the calculated sound velocities over a 60° cone⁶ normal to the face used (Z cut).

Two curves have been drawn in each figure to represent the theoretical expectations. The upper one (AM) corresponds to the radiation temperature expected on the basis of Little's acoustic mismatch model.¹ The lower one corresponds to the so-called "perfect match" (PM) model, which represents an upper limit on the heat transfer and where the phonon transmission coefficient for incidence within the critical cone is artificially put equal to unity. Both of these curves have been calculated numerically,³ using a Debye model.

* Present address: Department of Physics, University of Ottawa, Ottawa, Ontario.

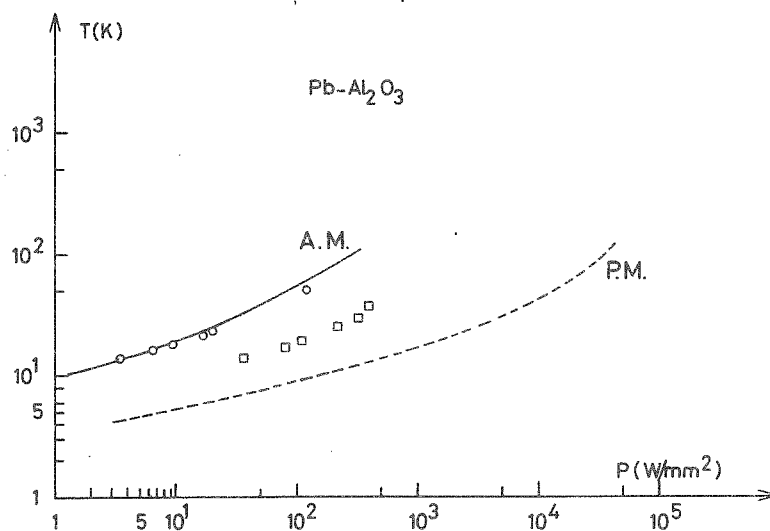


Fig. 1. Radiation temperature of $\text{Pb-Al}_2\text{O}_3$. ($\square$) Film deposited at 300°K . ($\circ$) Film deposited at 77°K .

The results of Fig. 1 for $\text{Pb-Al}_2\text{O}_3$ are in good agreement with the original results of Herth and Weis.² We observe, as did they, that for a film deposited without unusual precautions the data points fall significantly below the AM curve. Herth and Weis found that agreement with the AM curve could be obtained after thorough glow discharge cleaning of the surface and film deposition at 77°K , while we have found that the latter was sufficient. A similar effect was observed for tin, as seen in Fig. 2. We conclude that evaporating on a cooled substrate prevents the formation of a matching layer between the two media, as suggested in Ref. 2.

Other characteristics of the experiment are seen in all three figures. The data points approach the Little curve asymptotically at the lower temperatures, with an

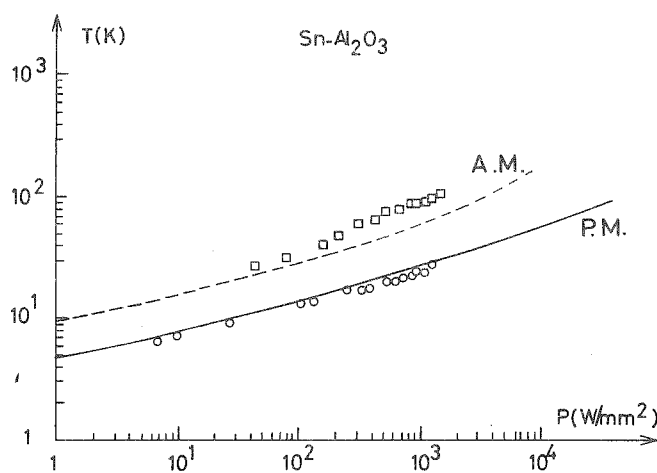
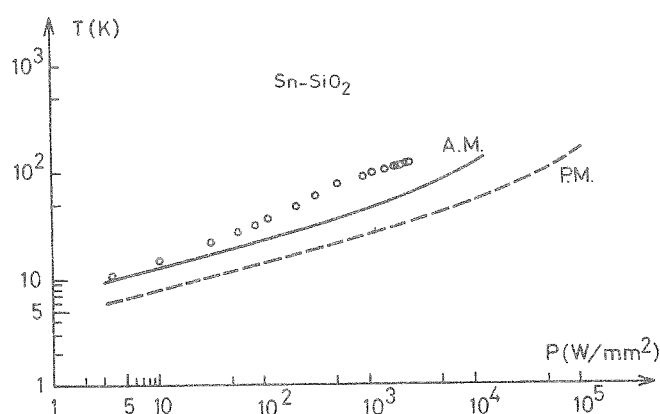


Fig. 2. Radiation temperature of $\text{Sn-Al}_2\text{O}_3$. ($\circ$) Film deposited at 300°K . ($\square$) Film deposited at 77°K .

Fig. 3. Radiation temperature of Sn-SiO₂.

upward deviation in the case of tin at the higher temperatures. We have often observed this upward curvature in our other results, as have Herth and Weis, but as seen here, it does not seem to occur systematically. It has been suggested that it may be due to phonon dispersion in the film² or to a limitation of the phonon mean free path in the substrate at higher temperatures.⁴ Further work is needed on this point.

The fact that good agreement with the theory is obtained in the low-temperature limit for a quasiisotropic substrate (Al₂O₃) and a quite anisotropic substrate (quartz) suggests that effects of anisotropy tend to be washed out in such experiments, which is not unexpected. Likewise it has been shown recently⁷ that the electrical resistance of such films (and hence their temperature) is quite insensitive to the very large deviations which are expected from a Bose-Einstein distribution function in the film.

In summary, the present and similar results confirm the validity of the acoustic mismatch model for the solid-solid thermal resistance. At the same time, we feel that many fine details of the problem are inaccessible using thermal phonons, and it will be interesting to conduct such experiments using high-frequency monochromatic phonons of variable incidence angle.

References

1. W.A. Little, *Can. J. Phys.* **37**, 334 (1959).
2. P. Herth and O. Weis, *Z. Physik* **29**, 101 (1970).
3. J.D.N. Cheeke, B. Hebral, and C. Martinon, *J. de Physique* **34**, 257 (1973).
4. J.D.N. Cheeke, B. Hebral, and C. Martinon, *Compt. Rend.* **274**, B-1237 (1972).
5. J.D.N. Cheeke, B. Hebral, and C. Martinon, CNRS Colloquium at Ste. Maxime, France on the Physics of Very High Frequency Phonons, June 1972, *J. de Physique Colloque* **C4** C4-57 (1972).
6. R.J. Von Gutfeld, *Physical Acoustics V*, W.P. Mason, ed., Academic Press, New York (1968).
7. N. Perrin and H. Budd, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1701 (1972).

Reprinted from

I.31

Réimpression du

Canadian Journal of Physics

Journal canadien de physique

**Analysis of heat transfer between solids
at low temperatures**

J. D. N. CHEEKE, H. ETTINGER, AND B. HEBRAL

Volume 54 • Number 17 • 1976

Pages 1749–1771



National Research
Council Canada

Conseil national
de recherches Canada

Analysis of heat transfer between solids at low temperatures

J. D. N. CHEEKE

Département de Physique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, (Qué.), Canada J1K 2R1

AND

H. ETTINGER AND B. HEBRAL

C.R.T.B.T. - C.N.R.S., BP 166 Centre de Tri, 38042 Grenoble-Cedex, France

Received November 17, 1975¹

A detailed analysis is given of the acoustic mismatch formulation first given by Little for the thermal contact resistance between solids for the case of phonon transport in a Debye model. Extrema in the heat transfer coefficients as a function of the refractive index of the interface are shown to be due to either impedance matching conditions or to the presence of the critical cone. Detailed numerical tables are presented which permit rapid evaluation of the heat transfer coefficient to an accuracy of 5% or better.

Nous présentons une analyse détaillée de la formulation acoustique de Little pour la résistance thermique de contact entre solides à basse température. Nous démontrons que l'existence d'extrema dans les valeurs calculées des coefficients de transfert en fonction de l'indice de réfraction relatif à l'interface est due aux conditions d'adaptation d'impédance ou d'ouverture du cône critique. Nous fournissons des tableaux qui permettent la détermination rapide des coefficients de transfert de chaleur à une précision de 5% ou mieux.

Can. J. Phys., 54, 1749 (1976)

The transfer of heat between dissimilar media at low temperatures is of interest for both practical and theoretical reasons. From the applied point of view, the subject is of crucial importance for the attainment of very low temperatures, the achievement of good thermal contact between specimen and reservoir, and the establishment of reproducible and reliable temperatures scales. On a more fundamental level, if we restrict ourselves to the case of phonon transmission across interfaces, there is presently great interest in the generation and detection of high frequency phonons in solids and in the study of thermal boundary resistances at low temperatures. The ideas developed in this paper are highly pertinent to all of these questions with the exception of the special case of the interface between classical solids and quantum systems (liquid and solid helium and hydrogen) for which the formalism developed here cannot be used with confidence (at least not without drastic modifications as mentioned in the discussion). Rather we concentrate our attention on the interface between two ordinary solids (one of which is a dielectric) and give detailed numerical results on the calculated heat transfer coefficient as a function of the acoustic properties of the two media, which should be of

wide application in interpreting experimental investigations of the problems mentioned above.

The paper is divided into five sections as follows. The Introduction contains a resumé of the Little model and definitions of symbols. In Sect. II, we outline the details of the computer calculations and estimate the errors. A detailed analysis of the variation of the heat transfer coefficients Γ_i as a function of the acoustic impedances is given in Sect. III; this section can be omitted by those only interested in the utilisation of the results, which are given in Sect. IV. A discussion of the limitations of the model and its generalization to more complicated cases is given in Sect. V.

I. Introduction

A detailed study of the heat flow between two dielectric solids at low temperatures was first made by Little (1959), who generalized the so-called acoustic mismatch model which had been used by Khalatnikov (1952, 1965) in treating the heat flow between solids and superfluid helium. The acoustic mismatch model is based on the idea of partial transmission of phonons across an interface due to differences in density and sound velocity between the two media or, more succinctly, as being due to difference in their respective acoustic impedances. For the case of two

¹Revision received May 3, 1976.

isotropic solids in contact, and in the context of a Debye model, Little (1959) has given the heat flow as

$$[1a] \quad \frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi k_B^4 S}{h^3} \frac{\pi^4}{15} \frac{\Gamma_{1tot}}{c_{1l}^2} (T_1^4 - T_2^4)$$

where

$$[1b] \quad \Gamma_{1tot} = \Gamma_{1l} + (c_{1l}/c_{1t})^2 \cdot (\Gamma_{1tl} + \Gamma_{1t2})$$

$$[1c] \quad \Gamma_{1tot}/c_{1l}^2 = \Gamma_{2tot}/c_{2l}^2$$

medium 1 is at temperature T_1 ; medium 2 is at temperature T_2 ; k_B is Boltzmann's constant; h is Planck's constant; c_{1l} is the longitudinal sound velocity in medium 1; c_{1t} is the transverse sound velocity in medium 1; S is the interface area.

For numerical calculations we have

$$\begin{aligned} dQ/dt &= 5.09 \times 10^9 S (\Gamma_{1tot}/c_{1l}^2) (T_1^4 - T_2^4) \\ &= 2.04 \times 10^{10} S (\Gamma_{1tot}/c_{1l}^2) T^3 \Delta T \quad W \end{aligned}$$

where S and c_{1l} are expressed in cm and s. In these expressions, we note that $2\Gamma_l$ and $2\Gamma_t$ are the integrated energy transmission coefficients for the appropriate cases ($0 < 2\Gamma_{l,t} < 1$) while Γ_{tot} is simply a coefficient ($0 < \Gamma_{tot} < 10$) which is convenient to define. Finally, in terms of an interface resistance $R_K = \Delta T/\dot{Q}$, we have:

$$R_K = c_{1l}^2 T^{-3} / (2.04 \times 10^{10} \Gamma_{tot}) \quad \text{cm}^2 \text{K/W}$$

The transmission coefficients Γ_i for medium 1 are defined as follows (see Fig. 1):

$$[2] \quad \Gamma_i = \int_0^{\pi/2} \alpha_i(\theta_0) \sin \theta_0 \cos \theta_0 d\theta_0$$

where θ_0 is the angle of incidence; $i = l$ for an incident longitudinal wave; $i = t_1$ for an incident transverse wave with displacement vector in the plane of incidence; $i = t_2$ for a transverse wave with displacement vector perpendicular to the plane of incidence; $\alpha_i(\theta_0)$ is the energy transmission coefficient for the mode considered.

In the following it will be assumed that the incident wave is in medium 1. Then we have (Cheeke *et al.* 1973)

$$[3] \quad \alpha_i(\theta_0) = \left| \frac{A_{2i}}{A_{0i}} \right|^2 \frac{\rho_2 c_{1i} \cos \theta_{2i}}{\rho_1 c_{2i} \cos \theta_0} + \left| \frac{A_{2t_1}}{A_{0i}} \right|^2 \frac{\rho_2 c_{1t} \cos \theta_{2t}}{\rho_1 c_{2t} \cos \theta_0}$$

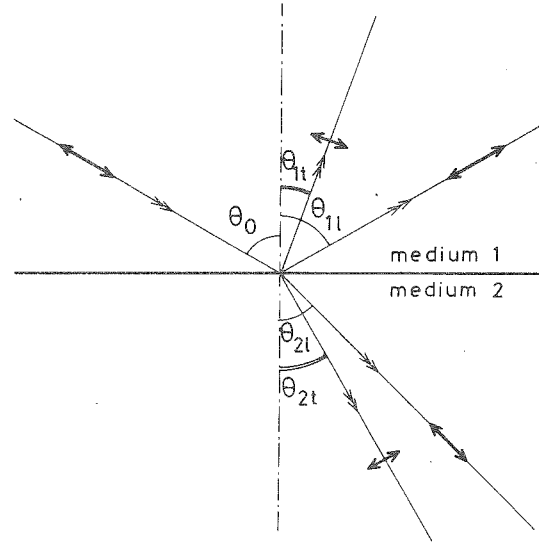


FIG. 1. Enumeration of polarizations and angles for reflected and transmitted acoustic waves due to an incident longitudinal wave at a solid-solid interface.

$$[4] \quad \alpha_{t_1}(\theta_0) = \left| \frac{A_{2l}}{A_{0l}} \right|^2 \frac{\rho_2 c_{1t} \cos \theta_{2l}}{\rho_1 c_{2l} \cos \theta_0} + \left| \frac{A_{2t_1}}{A_{0l}} \right|^2 \frac{\rho_2 c_{1t} \cos \theta_{2t_1}}{\rho_1 c_{2t} \cos \theta_0}$$

$$[5] \quad \alpha_{t_2}(\theta_0) = 4u/(1+u)^2$$

where

$$u = (\rho_2/\rho_1) \sin 2\theta_{2t_1}/\sin 2\theta_0$$

Here ρ_i and c_i refer to the densities and appropriate sound velocities of medium i , A_{0i} is the amplitude of the incident wave i , and A_{2k} the amplitude of the transmitted mode k . Application of the boundary conditions (continuity of normal and tangential components of stress and displacement) leads to 4 equations in the 4 amplitude ratios to be determined. Finally, the different angles of incidence, reflection, and transmission are related by the Snell-Descartes relations

$$[6] \quad \frac{\sin \theta_0}{c_{1l}} = \frac{\sin \theta_{1l}}{c_{1t}} = \frac{\sin \theta_{2l}}{c_{2l}} = \frac{\sin \theta_{2t_1}}{c_{2t}}$$

for an incident longitudinal wave. Similar expressions hold for the case of Γ_{t_1} and Γ_{t_2} . The relations [6] lead to the existence of a critical cone of total reflection in the medium of lower sound

²There is a misprint in this expression given by Cheeke *et al.* (1973).

velocity, which again limits the phonon transmission. We assume for simplicity that there is no absorption of the evanescent wave associated with total reflection, so that the transmission is zero for incidence outside the critical cone.

As pointed out by Cheeke *et al.* (1973), examination of the possibilities of mode conversion shows that the calculation of Γ_i and Γ_{i1} involve similar degrees of complexity. It is readily seen that Γ_i and Γ_{i1} are each functions of 4 independent variables, which we have chosen as $\eta_1 = c_{11}/c_{12}$, $\eta_2 = c_{21}/c_{22}$, $n = c_{21}/c_{11}$, and $\rho = \rho_2/\rho_1$. The case of Γ_{i2} is much simpler, as it follows directly from the boundary conditions that there is no mode conversion at the interface. It then turns out that Γ_{i2} is a function of only two variables, which we have taken as $n = c_{21}/c_{11}$ and $\rho = \rho_2/\rho_1$. In the following, we have systematically chosen medium 1 such that $\rho \geq 1$.

In his original paper, Little calculated values of the Γ_i as a function of ρ and n for the cases $\eta_1 = \eta_2 = 0.33$ and $\eta_1 = 0.33$, $\eta_2 = 0.44$. The range of η values was obviously too limited to allow general use of these results and the curves presented were not easy to either interpolate or extrapolate. Weis (1969) rewrote the Little theory in a form analogous to the theory of electromagnetic radiation, although he only gave numerical results of the Γ_j (expressed as emissivities) for several particular cases. Some results for the case $\eta_1 = \eta_2 = 0.33$ have already been published by the present authors (Cheeke *et al.* 1973).

The aim of the present work is two-fold. In the first place, we analyse the theoretical expressions for the heat flow in detail, as a function of the parameters η , n , and ρ . It will be seen that in spite of the complexity of both the analytical expressions and the computed curves, it is possible to give a simple physical explanation to all of the observed features of the latter. Secondly, we have attempted to give a condensed yet complete collection of numerically calculated curves and tables of the Γ_{i01} values so that the general user can in a matter of minutes determine the value of Γ_{i01} appropriate to his problem with an accuracy of a few percent. We feel that recent experimental verification of the Little model (Herth and Weis 1970; Peterson and Anderson 1973; Cheeke *et al.* 1973) and the increased number of experiments at low temperatures involving phonon transmission indicate the need of such a set of tables at the present time.

II. Calculations

(A) General

The calculation is very similar for the case of Γ_1 and Γ_{11} so that we treat these first. The starting point is the 4×4 system of equations determined by the boundary conditions. For a given incidence angle θ , the 2 transmitted and the 2 reflected amplitudes are determined from these equations by Gauss' method. Using [3] and [4], the energy fluxes E_{inc} , E_{refl} , and E_{trans} can be determined. Thus, for each value of θ , the program can be checked for conservation of energy by verifying that $|(E_{inc} - (E_{refl} + E_{trans}))/E_{inc}| < \epsilon$ where $\epsilon \ll 1$ in practice as discussed later.

From [2], $d\Gamma/d\theta$ is determined and it is then integrated between $\theta = 0$ and $\theta = \theta_m$ where θ_m is the angle corresponding to total reflection for the mode considered. The maximum value of θ_m is $\pi/2$, corresponding to a higher velocity in the incident medium. The integration was carried out using Simpson's rule, by the use of N equidistantly spaced points, and a variable weighting factor (2/3 or 4/3).

The case of Γ_{i2} is much simpler due to the absence of mode conversion. The integral then becomes analytic and the results for Γ_{i2} were then machine-calculated directly from this expression.

Most of the earlier results (Cheeke *et al.* 1973) of this work were obtained using the IBM 360/67 of the Université de Grenoble. However, the totality of the present results have been recalculated using the CDC 6600 of the Université de Paris VI.

(B) Accuracy

Errors may enter into the calculation either in the determination of $d\Gamma/d\theta$ or in the integration of this function. The error in $d\Gamma/d\theta$ is generally due to round-off in the intermediate calculations leading to $\epsilon \lesssim 10^{-6}$, giving a negligible error in the result. The error in the integration is determined mainly by the finite number of points used, rounding off errors being generally negligible. We aimed for a precision of 1 or 2% and experience in the preliminary calculations showed that 32 points were sufficient to attain this. 40 points were used in the final calculations. The error in Γ_{i1} for $n \sim 1$ and η_2 quite different from η_1 may be slightly larger as $d\Gamma_{i1}/d\theta$ is rather irregular and the absolute precision on $d\Gamma/d\theta$ is not as good as usual.

A critical test for the program, for reasons already indicated, is provided by the calculation of Γ_1 and Γ_{11} for the case of identical bodies ($\Gamma_1 \equiv 0.5$). The maximum error was found to be of the order of 1%.

(C) Comparison with Previous Work

We compare our numerical results with the few particular cases that have been reported in the literature. Apart from confirming our calculations, this procedure also has the advantage of indicating the order of magnitude of reproducibility generally associated with such calculations.

Some results in the form of curves giving contours of constant Γ (Γ_1 and Γ_{11}) as a function of n and ρ for a few selected values of Poisson's ratio (0.33 and 0.44) were given by Little in his original publication (Little 1959); for $n < 1$ these results agree with ours to better than 10%, often to within 2–5%, which is roughly the accuracy obtainable in reading the values from Little's figures. However, for $n > 1$, we find differences as great as 10–20%, our values generally being greater than Little's. The situation is similar for Γ_1 and Γ_{11} . The origin of this discrepancy probably lies in the relatively imprecise 5 points integration method that Little was obliged to use.

Weis (1972), and Kappus and Weis (1973) have given a number of results, calculated by a rather different method (Weis 1969), mainly for the case of different metal films deposited on either sapphire or diamond. We generally find agreement to within better than 2%, although in 2 cases this was larger (9% for gold/diamond, 5% for lead/sapphire). Finally, for the case of constantan/MgO we find agreement with Wigmore's value for Γ_{101} to within 2% (Wigmore 1972). Detailed results have also been published by Peterson and Anderson (1973) for the case of metal-epoxy sandwiches. Extracting boundary resistances from their calculated sandwich resistances, we obtain agreement to within about 5% or better with the exception of epoxy/Be where the difference is about 9%.

A useful check is also provided by extending the range of the calculations to the case where medium 1 is liquid helium, which corresponds to the well-known Kapitza resistance. We should then obtain reasonable agreement with the results of Khalatnikov (1952, 1965) specifically for this case. This limit can be obtained easily by

using the relevant values of ρ_1 and c_1 for liquid helium and putting $\eta_1 \gg 1$ corresponding to the absence of transverse waves in medium 1. We then obtain quantitative agreement (better than 1%) with the Khalatnikov result, evaluated by using the F_1 values calculated by Challis and Cheeke (1968), for values of n and $\rho > 20$. For $n = \rho = 5$, the discrepancy is of 5 to 6%. This is quite normal as the result of Khalatnikov supposes n and $\rho \gg 1$. Effects due to surface wave absorption are not included in either calculation.

III. Curve Analysis

The analysis of the curves $d\Gamma/d\theta$ hinges upon the concepts of total reflexion and acoustic impedance. In general, an incident wave upon a boundary will be totally reflected if it is incident in the medium of lower sound velocity, and this at an angle $\theta = \sin^{-1}(c/c_2)$ where c_2 is the sound velocity of either longitudinal or transverse waves in the second medium. Thus there are two specific incidence angles, θ_{c1} and θ_{ct} , at which total reflection occurs for a given incident wave, corresponding to longitudinal and transverse surface waves in medium 2. The angle θ_{c1} determines the so-called critical cone, within which there is partial transmission of the incident wave with transmission coefficients given by [3], [4], and [5]. The situation is conveniently described with the aid of the concept of acoustic impedance $Z = \rho c / \cos \theta$ which can be defined for each l and t mode in either medium. As we are generally discussing only integrated coefficients Γ , it is sufficient to speak of an averaged impedance $\sim \rho c$. When we refer to matched (or mismatched) media, we are talking of solids of similar (or very different) impedance.

(A) Γ_{t2}

We treat this case first because of its simplicity. As stated previously, Γ_{t2} can be written as a function of two variables, which we write as $n = c_{2t}/c_{1t}$ and $\rho = \rho_2/\rho_1$. The condition of microscopic reversibility (or equal heat flows in both directions in thermal equilibrium)

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma_{(1 \rightarrow 2)t1}}{c_{1t}^2} + \frac{\Gamma_{(1 \rightarrow 2)t1} + \Gamma_{(1 \rightarrow 2)t2}}{c_{1t}^2} \\ = \frac{\Gamma_{(2 \rightarrow 1)t1}}{c_{2t}^2} + \frac{\Gamma_{(2 \rightarrow 1)t1} + \Gamma_{(2 \rightarrow 1)t2}}{c_{2t}^2} \end{aligned}$$

leads, in the absence of the modes l and t_1 , to the

condition

$$\Gamma_{12}(n, \rho) = (1/n^2)\Gamma_{12}(1/n, 1/\rho)$$

Study of the analytic form of Γ_{12} and of Fig. 2 leads us to the following conclusions:

(a) $\rho = 1$, $\Gamma_{12}(n, 1)$ has a maximum value of 0.5 for $n = 1$, corresponding to perfect acoustic matching (identical bodies in contact). The curve is very unsymmetrical, with a sharp maximum and discontinuous slope change at $n = 1$, corresponding to opening of the critical cone to $\theta = \pi/2$.

(b) $\rho > 1$. The maximum of Γ_{12} occurs at those values of n which satisfy $\rho n \sim 1$, and again a sharp change in slope occurs for $n \sim 1$. The curve has a vertical tangent at $n = 1$ (the series expansion of Γ_{12} near $n = 1$ is of the form $a + b|1 - n| \log |1 - n|$). This is a point of inflection as there is a maximum in Γ_{12} for $n > 1$, but with $|n - 1| \ll 1$.

(c) $n \sim 1$ ($c_{11} \sim c_{21}$), corresponding to incidence angle approximately equal to the angle of refraction. The behaviour is most easily described in terms of the half width of the critical cone θ_M , where

$$\Gamma_{12} = \int_0^{\theta_M} \frac{4u}{(1+u)^2} \sin \theta \cos \theta d\theta$$

with $u = \rho n \sqrt{1 - n^2 \cos^2 \theta} / \cos \theta$ and $\theta_M = (\pi/2)$ for $n < 1 = \arcsin(1/n)$ for $n > 1$.

For $n < 1$, $\theta_M = \pi/2$, which means that $d\Gamma/d\theta$ is non-zero for all incidence angles *i.e.* the cone is fully open and there is partial transmission of energy for all angles of incidence. For $n > 1$, there is now a critical cone in the first medium. Except for incidence very near the critical angle, $d\Gamma/d\theta$ is a relatively slowly varying function of ρ and n , and the sharp decrease in Γ_{12} then corresponds to the decrease in the cone as we increase n .

(d) $\rho n \sim 1$. This condition corresponds approximately to acoustic matching and hence a maximum in the heat transfer which can be seen in detail as follows.

We have $(4u/(1+u)^2) \sin \theta \cos \theta < 4 \sin \theta \cos \theta$ for all n , so that the maximum value of $(d\Gamma/d\theta)(n, \rho)$ occurs for $u = 1$. This condition is given by $\rho n \sqrt{(1 - n^2)/\cos^2 \theta} + n^2 = 1$. When θ varies, this condition corresponds to $\rho n \lesssim 1$. So the maximum occurs for $\rho n \lesssim 1$. We thus expect $\Gamma_{12}(n, \rho)$ to show a broad maximum with $\rho n \sim 1$ but with $|\Gamma| < 1/2$, which is what the detailed calculations show.

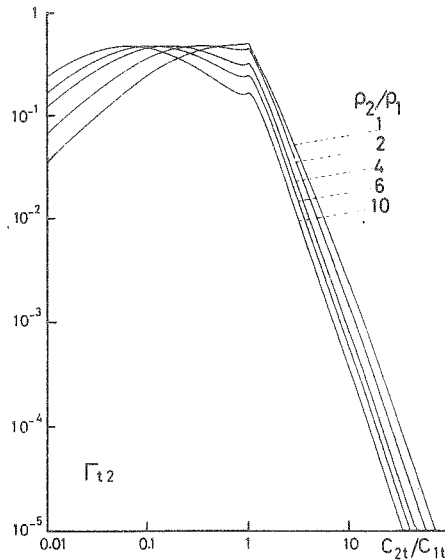


FIG. 2. Γ_{12} as a function of n and ρ , where $n = c_{21}/c_{11}$ and $\rho = \rho_2/\rho_1$.

(B) Γ_1 and Γ_{11} , General Remarks

Several curves are presented in Fig. 3. As for Γ_{12} , they have been given as a function of $n = c_{21}/c_{11}$ and $\rho = \rho_2/\rho_1$ for different fixed values of $\eta_1 = c_{11}/c_{11}$ and $\eta_2 = c_{21}/c_{21}$. Following several general remarks concerning both coefficients, we present a more detailed analysis showing the separate contributions of the transmitted longitudinal and transverse modes in each case.

Very generally, for fixed η , we can see that as ρ is increased, we will improve the matching (and hence Γ will increase) for $n \ll 1$, while the reverse is true (and hence Γ will decrease) for $n \gg 1$. A second general property of all of the curves (including Γ_{12}) is that if there is no critical cone in the first medium ($n < 1$), with Γ being a slowly varying function of n , we have Γ approximately constant in this region. However, for $n \gg 1$, the cone in the first medium is sharply decreasing as we increase n so that Γ also decreases sharply.

As opposed to the case of Γ_{12} , we see that there is much detailed structure in the results for Γ_1 and Γ_{11} . Two distinct maxima are observed, the one to the right being more pronounced (and shifting to the right) the higher the value of η_2 . In general, the peak on the left is determined by impedance matching conditions, while that on the right by effects due to mode conversion and velocity matching in the two media.

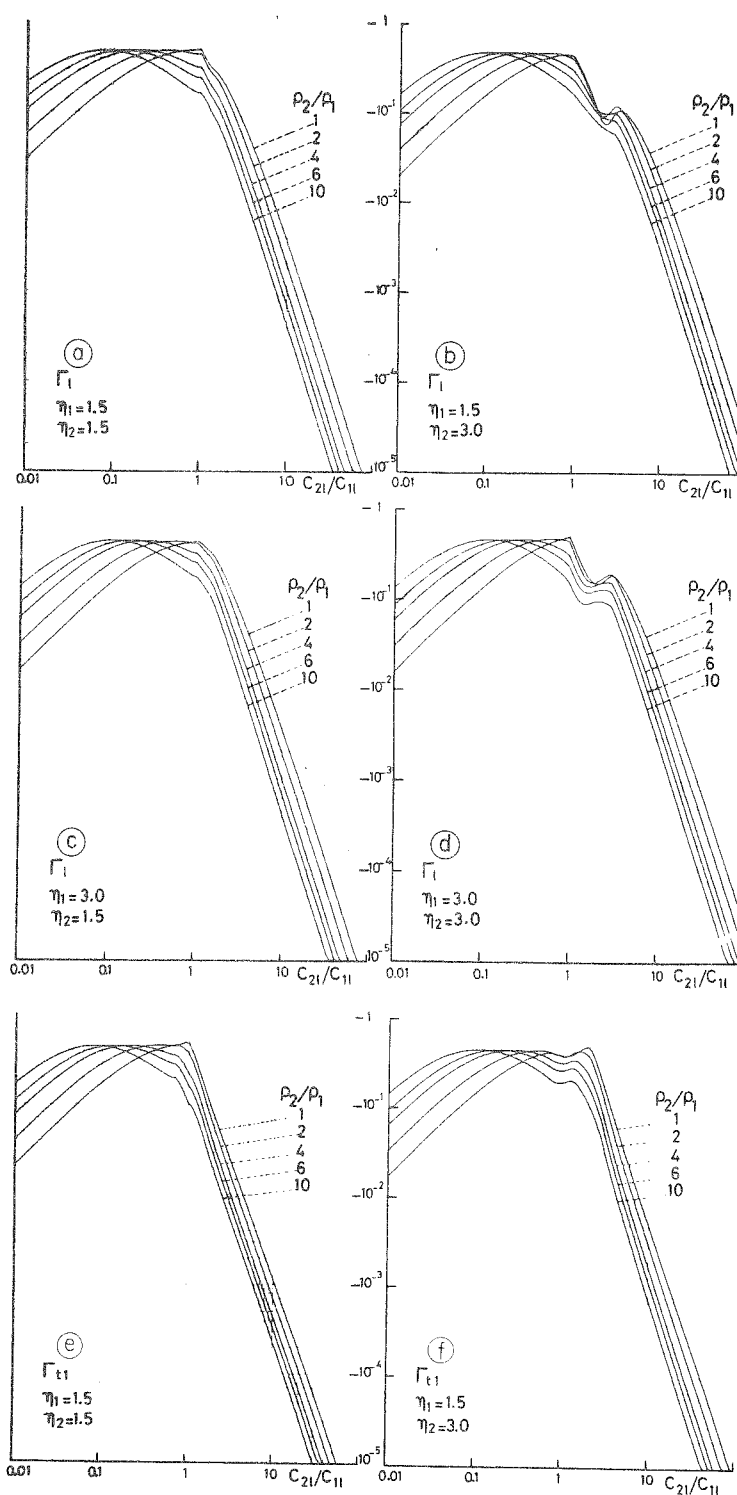


FIG. 3. (a)-(d): Γ_1 as a function of $n = c_{21}/c_{11}$ and $\rho = \rho_2/\rho_1$ for different values of η_1 and η_2 (the behaviour of most solids is intermediate between that of these 4 limiting cases); (e)-(f): Γ_{t1} as a function of $n = c_{21}/c_{11}$ and $\rho = \rho_2/\rho_1$.

The effects of mode conversion can be summarised as follows; if the two media are approximately matched then mode conversion is small, $\Gamma_{1 \rightarrow 1} \sim \Gamma_{11 \rightarrow 11} \sim 0.5$; $\Gamma_{1 \rightarrow 11} \sim \Gamma_{11 \rightarrow 1} \sim 0$. For extreme values of n , we have, for c_i = speed of the incident mode, for $n \ll 1$, $1 > c_{21}/c_i > c_{21}/c_i$ and $1 > \rho_2 c_{21}/\rho_1 c_i > \rho_2 c_{21}/\rho_1 c_i$, which means that the transmitted l mode is less poorly adapted than the transmitted t mode so that $\Gamma \sim \Gamma_{1 \rightarrow 1}$. Likewise for $n \gg 1$, $1 < c_{21}/c_i < c_{21}/c_i$ and $1 < \rho_2 c_{21}/\rho_1 c_i < \rho_2 c_{21}/\rho_1 c_i$, and by the same reasoning $\Gamma \sim \Gamma_{11 \rightarrow 11}$. This simplified type of analysis is mainly valid for $\eta_1 \sim \eta_2$. A final observation is that Γ_1 and Γ_{11} are practically independent of η_1 for $n \gg 1$ and to a lesser degree independent of η_2 for $n \ll 1$.

(i) Γ_l

The decomposition of the transmitted wave into longitudinal and transverse components is shown in Fig. 4a. The behaviour for $n \ll 1$ and $n \gg 1$ is determined by the considerations of the previous section. For $\rho = 1$, we note that there is a pronounced dip in $\Gamma_{1 \rightarrow 11}$, corresponding to vastly reduced mode conversion when the two media are approximately matched. The position of the minimum is determined by the condition $c_{21} = c_{11}$ (i.e. $\theta_{21} = \theta_0$) so that there is no mode conversion, as can be seen from Fig. 1. For $\rho = 10$, the situation is different as both l and t modes are relatively poorly matched, leading to virtual effacement of the minimum in $\Gamma_{1 \rightarrow 11}$. The two maxima in $\Gamma_{1 \rightarrow 11}$ correspond to: (a) for $n < 1$, to approximate impedance matching $l \rightarrow t_1$ and (b) for $n > 1$, to closing of the cone in the first medium ($c_{11} \lesssim c_{21}$). As mentioned previously, this second peak shifts to the left with decreasing η_2 , eventually blending into the peak in $\Gamma_{1 \rightarrow 1}$.

(ii) Γ_{11}

We see in Figs. 4c and d that a minimum is also often observed in this case, due again to a strong decrease in the transmission of the mode converted wave as compared to the mode transmitted directly at conditions of approximate matching. For the latter the minimum of the mode converted signal now occurs for $\theta_0 = \theta_{21}$ for the reasons given above. Another evident feature is that the amplitude of the maximum ($n > 1$) of the mode converted signal is always inferior to that of the nonconverted mode.

(C) Angular Variation of Γ_l : $d\Gamma/d\theta$ (θ)

The behaviour indicated above can be related directly to the variation of $d\Gamma/d\theta$ as a function

of θ . The case of Γ_l will be treated for simplicity and for the particular case where $\eta_1 = 1.5$, $\eta_2 = 3$, $n = 1.5$, and $\rho = 1$ and 10. As will be indicated below, for this case, there is a direct correspondence between the two peaks shown in Fig. 5 and the contribution $\Gamma_{1 \rightarrow 1}$ and $\Gamma_{1 \rightarrow 11}$ of Fig. 4. In general, for $n \ll 1$, the peaks coalesce and $d\Gamma/d\theta$ becomes a curve with simply one smooth maximum. For $n > 1$ the two correspond to $\Gamma_{1 \rightarrow 1}$ for small θ and $\Gamma_{1 \rightarrow 11}$ for large θ . The integrals of the respective curves give directly the corresponding amplitudes $\Gamma_{1 \rightarrow 1}$ and $\Gamma_{1 \rightarrow 11}$ shown in Fig. 4. In general, as will be explained below, as n increases, the contribution of the second peak becomes more important. We now treat the 4 points indicated in Figs. 4a and b in turn.

Point 1: We are not too far from the impedance matching condition for $l \rightarrow l$. So the first ($l \rightarrow l$) peak is large, with the $l \rightarrow l$ critical cone occurring at $\theta \sim 42^\circ$.

Point 2: Worsening mismatch for $l \rightarrow l$ and improving match for $l \rightarrow t_1$ means that the relative peak heights are reversed.

Point 3: Same as Point 1 but with $\rho \sim 10$. We have decreased the matching for $l \rightarrow l$ and improved it for $l \rightarrow t_1$, so that the two contributions become about equal.

Point 4: Same as Point 2 but with $\rho \sim 10$. The same effect occurs, but now the preponderance of $l \rightarrow t_1$ is even greater.

Similar analyses were made for a large range of values of n and ρ and the above behaviour is fairly typical. A more complicated variation is observed for $d\Gamma_{11}/d\theta$, but the basic principles of course remain the same.

IV. Results

A collection of the final results for Γ_{101} is given in Fig. 6 for a reasonable range of η_1 , η_2 , and ρ . We have given Γ_{101} rather than the separate curves for Γ_l , Γ_{11} , and Γ_{12} for convenience. A complete set of numerical values corresponding to these curves is given in the Appendix, as well as results for many intermediate values of η_1 and η_2 . For very small values of Γ_{101} , the value given in the table is equal to Γ_{101} times the multiplying factor given in the right hand column.

Having suitably defined the media 1 and 2 of the problem at hand, the user should then calculate η_1 , η_2 , n , and ρ appropriate to his system. In general, the values of η_1 and η_2 will not correspond to those given in the curves and Appendix, and the most suitable procedure is then to select those sets of curves which have η_1 and η_2

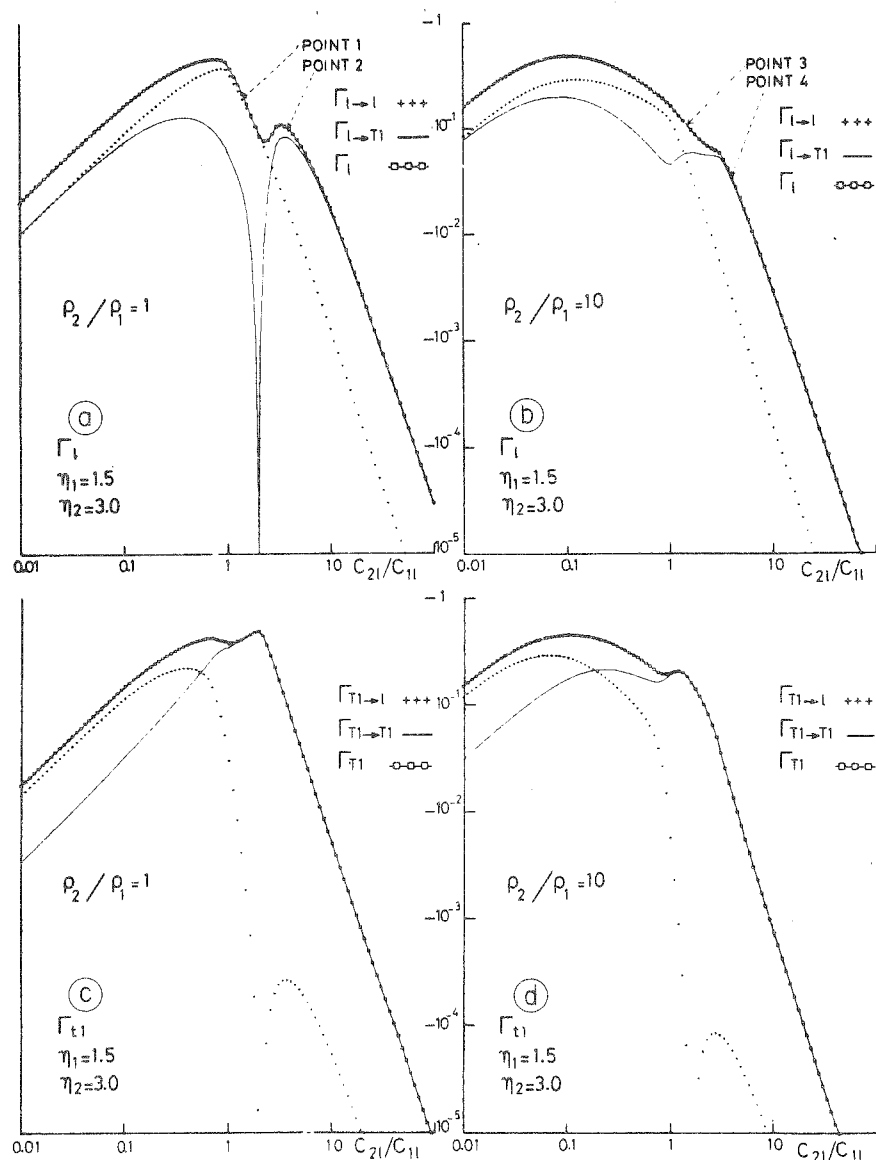


FIG. 4. Decomposition of curves for Γ_I and Γ_{II} in terms of directly transmitted modes and converted modes.

nearest to the desired values. This will give from 2 to 4 values of Γ_{tot} , and with the aid of the Appendix, a suitable interpolation can usually be made to within better than 5% in our experience. This is probably sufficient for the practical user in most cases, especially in view of the intrinsic uncertainty in the appropriate average values of c_1 and c_i for crystalline media in any case.

As an example of the accuracy obtainable by this procedure in typical cases, we have given in Table 1 the results for Γ_{tot} calculated by this

method and compared to the exact values obtained by the machine calculation for each specific case.

V. Discussion

The present results should be useful chiefly in providing quantitative estimates of thermal boundary resistances between solids at low temperatures and in the determination of phonon radiation temperatures of pulse heated metal films on a variety of dielectric substrates. Both

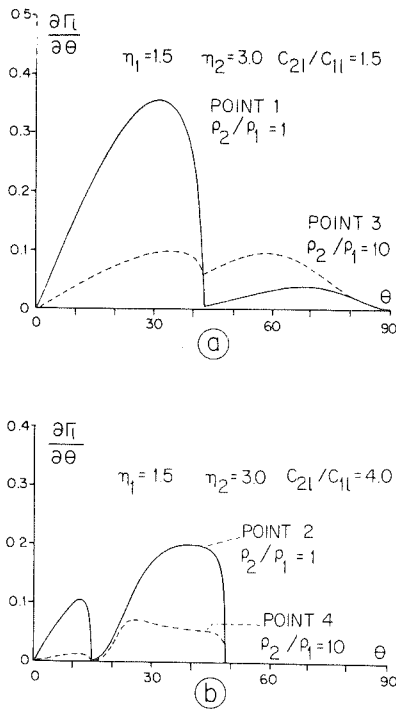


FIG. 5. Curves of $d\Gamma/d\theta$ for selected points of Fig. 4, showing directly effects due to mode conversion.

applications follow directly from [1]. Before commenting upon the range of validity of the theory to these two problems, we shall deal briefly with a number of modifications and extensions of the model which are generally applicable.

(A) Anisotropic Effects

Phonon Focussing

The classical theory of acoustic wave propagation in anisotropic media shows that in general the energy propagation vector associated with a mode is not parallel to $\mathbf{q}$, with the consequence that the energy flux density is greater in some directions than in others. Such 'phonon focussing' effects will of course alter the simple Debye-Knudsen angular distribution of the incident energy flux assumed in the present work. A general description of this effect has been given by Taylor *et al.* (1969), and its application to heat pulse propagation has been treated quantitatively by Weis *et al.*³

Transmission Between Anisotropic Media

The calculation outlined in the present work becomes much more complicated. Even in the

TABLE 1. Results for Γ_{tot} calculated by interpolation with a comparison to machine-calculated exact values

	Indium Quartz	Tin Sapphire	Tin Quartz	Epibond Tungsten
Γ_{tot} (from table)	0.45	0.32	0.62	0.28
Γ_{tot} (machine calculation)	0.463	0.317	0.640	0.269

case of an isotropic source medium, the transmission coefficient will be altered due to acoustic anisotropy in medium 2.

(B) Phonon Lifetime Effects

The phonon lifetime effects in the medium of the higher acoustic velocity may lead to important modifications of the above formulation (Peterson and Anderson 1973). In this case, absorption of the generalised (Stoneley) surface wave set up in the second medium leads to a greatly enhanced heat flow, as the critical cone is effectively opened. The effect is thus particularly important in cases where the critical cone is small (cases of large mismatch, for example the metal-liquid helium interface) and is easily included in the calculation by the use of complex wave vectors (as opposed to the real ones used here). Both the general uncertainty concerning the value of the relevant attenuation coefficient for any given problem plus the vastly increased amount of information that would have to be presented precluded any treatment of the effect in the present work.

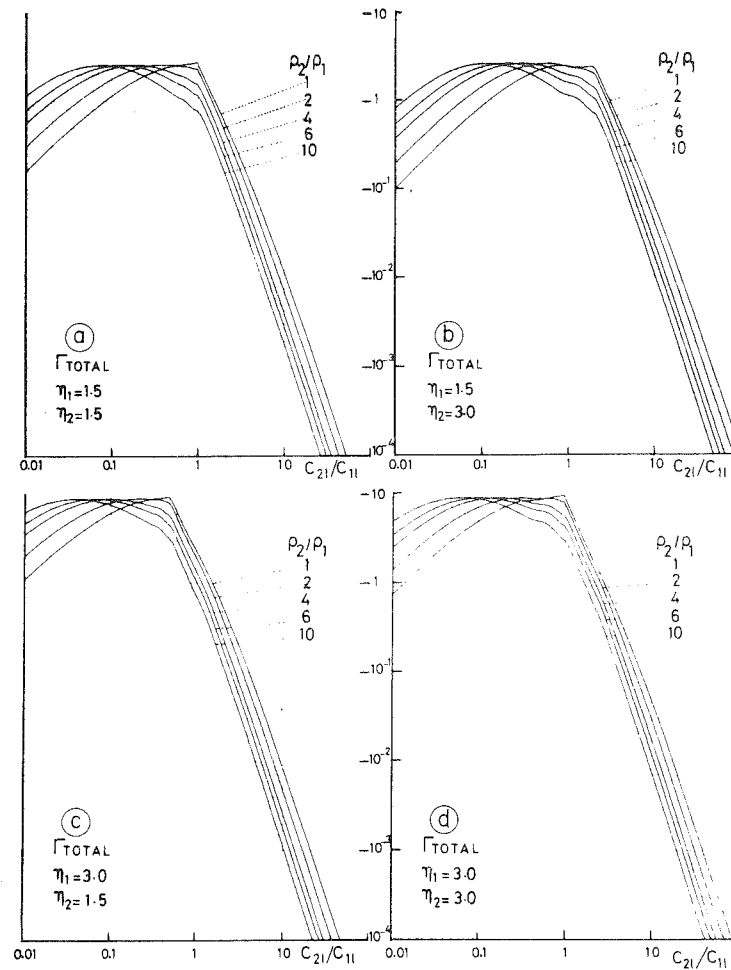
(C) The Case of a Heated Film

In the case of a heated film, it has been shown that, due to the finite thickness of the film, there can be significant deviations from a Bose-Einstein distribution (Perrin and Budd 1972; Maris 1972). While such effects may be limited by severe defect scattering in the film, they may become very important at low temperatures and for thin films.

(D) Phonon Dispersion

As the temperature is increased, there are departures from a linear dispersion law and a quadratic density of states so that the Debye model is not strictly valid unless $T \ll \theta_D$. Effects due to dispersion and the temperature dependence of the Debye integral can be included quantitatively as shown by Weis (1969) and

³Martinon, C. 1975. Private communication.

FIG. 6. Representative curves of Γ_{tot} .

Cheeke *et al.* (1973). These corrections can generally be neglected for $T < \theta_D/10$.

(E) Corrections

Corrections due to the nonequilibrium nature of the phonon distribution function in the presence of a heat current (Simons 1974). Inclusion of a nonspherical distribution function in the Little (1959) model resolves a well-known paradox concerning the necessary vanishing of the boundary resistance when the two bodies are identical. The corresponding correction to the Little result should be important for the case where the mismatch between the two media is small.

We now pass to a brief consideration of the above generalisations to the principal experimental situations of interest. It is fortunate that

in the case of heat pulse phonon radiation most of the above factors are either negligible or easily included in the model under normal operating conditions. In particular, the radiation temperature is usually sufficiently high so that (c) and (e) are not important and sufficiently low so as to exclude (d): *i.e.* in the range $4 \leq T \leq 20$ K. The film is isotropic in the plane and thick enough to avoid the necessity of size corrections. The substrate is usually optically polished, so that (b) should be unimportant. If the substrate is an anisotropic monocrystal, the actual transmission coefficients depend on the interface direction. For media such as diamond and sapphire, the isotropic model can be used and leads to an agreement of a few percent with experiment. When quartz is the heat pulse transmission medium, some measures were also

correctly explained by an averaged isotropic model (Cheeke *et al.* 1972). Later on, using other directions of propagation, discrepancies of 10% to 30% were found (Martinon, 1976). No data or calculation are as yet available on very anisotropic systems. To use an isotropic model, one needs to choose averaged velocities for longitudinal and transverse modes. As the real phase and group velocities may vary by a factor of 2 to 10 with the direction, the averaged values are not easy to define.

All of the above refinements are of course also present to varying degrees in the solid-solid thermal resistance problem. Effects due to phonon focussing and anisotropy have been observed in thermal conductivity experiments in sapphire (Doulat *et al.* 1976) but not as yet on boundary resistance experiments. In most experiments (and certainly in practical applications) the materials used are polycrystalline, in which case the correction should be very small. The most important single correction is probably due to phonon lifetime effects. These may be only of the order of a few per cent for reasonably well acoustically matched defect free solids (copper-epoxy) but they may be very large ($\sim 50\%$ or more) for badly matched solids with considerable surface damage or a strong electron-phonon interaction (Be-epoxy). A thorough experimental and theoretical treatment is given by Peterson and Anderson (1973). In the special case of a solid in contact with liquid helium (and undoubtedly also for other quantum systems), lifetime effects may reduce the boundary resistance by orders of magnitude (Haug and Weiss 1972; Anderson and Johnson 1972) at least near $T \sim 0.1$ K. As far as nonequilibrium effects are concerned, a special case of a metal-epoxy sandwich has been investigated by Reynolds and Anderson (1975). However, for this configuration (and in fact in most experimental situations), one does not know the frequency distribution of phonons incident upon the boundary so that it is difficult to compare Simons' (Simons 1974) predictions with existing data. Fortunately, if the mismatch is large, the correction is small while if the mismatch is small (where the Simons' correction may be important), the boundary resistance is often masked by bulk or spurious thermal resistances. The present calculations can be used directly (by use of Simons' equation (21)) to examine this correction term for any particular case. As the boundary resistance varies approxi-

mately as T^{-3} , it becomes increasingly unimportant with increasing temperature (and, as before, inapplicable due to the breakdown of the Debye model). Hence the present tables are mainly of interest for low temperature work, and will be useful for the temperature range below roughly 4 K. It should be emphasized that in any given problem, one must of course add in any series or parallel bulk thermal resistances, size effects, etc. In particular, it is important that glued or greased joints be made as thin as possible, otherwise the bulk contribution of the glue may well swamp the boundary resistance.

- ANDERSON, A. C. and JOHNSON, W. L. 1972, *J. Low Temp. Phys.* **7**, 1.
 CHALLIS, L. J. and CHEEKE, J. D. N. 1968, *Proc. R. Soc. A*, **304**, 479.
 CHEEKE, J. D. N. and MARTINON, C. 1972, *Solid State Commun.* **11**, 1971.
 CHEEKE, J. D. N., HEBRAL, B., and MARTINON, C. 1973, *J. Physique*, **34**, 257.
 DOULAT, J., LOCATELLI, M., and RIVALLIN, J. 1976, Phonon scattering in solids, *ed. by* L. J. Challis, V. W. Rampton, and A. F. G. Wyatt (Plenum Press, New York, NY), p. 383.
 HAUG, H. and WEISS, K. 1972, *Phys. Lett. A*, **40**, 19.
 HERTH, P. and WEIS, O. 1970, *Z. Angew. Phys.* **29**, 101.
 KAPPUS, W. and WEIS, O. 1973, *J. Appl. Phys.* **44**, 1947.
 KHALATNIKOV, I. M. 1952, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **22**, 687.
 ——— 1965, *An introduction to the theory of superfluidity* (Benjamin Press, New York, NY), p. 138.
 LITTLE, W. A. 1959, *Can. J. Phys.* **37**, 334.
 MARIS, H. J. 1972, *Suppl. J. Phys. (Paris)*, **33**, C4-3 (Ste. Maxime Conference on High Frequency Phonons).
 MARTINON, C. 1976, *Doctoral Thesis*, Heidelberg University, Heidelberg, Germany.
 PERRIN, N. and BUDD, H. 1972, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1701.
 PETERSON, R. E. and ANDERSON, A. C. 1973, *J. Low Temp. Phys.* **11**, 639.
 REYNOLDS, C. L. and ANDERSON, A. C. 1975, *J. Low Temp. Phys.* **21**, 641.
 SIMONS, S. 1974, *J. Phys. C*, **7**, 4048.
 TAYLOR, B., MARIS, H., and ELBAUM, C. 1969, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 416.
 WEIS, O. 1969, *Z. Angew. Phys.* **26**, 325.
 ——— 1972, *Suppl. J. Phys. (Paris)*, **33**, C4-48 (Ste. Maxime Conference on High Frequency Phonons).
 WIGMORE, J. K. 1972, *Phys. Rev. B*, **5**, 700.

Appendix

Values of Γ_{tot} as a function of the density ratio and longitudinal sound velocity ratio of the two media are given in Table 2. For very small values of Γ_{tot} , the value given in Table 2 is equal to Γ_{tot} times the multiplying factor given in the right-hand column.

TABLE 2. Values of Γ_{tot} as a function of the density ratio and the longitudinal sound velocity ratio of the two media

MEDIUM 1: CL/CT=1.50 MEDIUM 2: CL/CT=1.50		POISSON'S RATIO= .1000 POISSON'S RATIO= .1000		DENSITY 2/DENSITY 1										MULTIPLYING FACTOR
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0				
0.1	1.15	1.51	1.78	2.14	2.36	2.48	2.57	2.51	2.28	2.04	1			
0.2	1.78	2.14	2.36	2.58	2.57	2.52	2.29	2.05	1.66	1.39	1			
0.3	2.14	2.44	2.58	2.58	2.45	2.31	1.96	1.68	1.29	1.04	1			
0.35	2.26	2.51	2.59	2.52	2.36	2.19	1.82	1.53	1.16	.930	1			
0.4	2.36	2.58	2.59	2.47	2.27	2.08	1.69	1.41	1.06	.841	1			
0.45	2.43	2.59	2.58	2.41	2.19	1.99	1.59	1.31	.971	.769	1			
0.5	2.44	2.61	2.58	2.35	2.11	1.90	1.50	1.23	.901	.710	1			
0.6	2.57	2.61	2.51	2.24	1.97	1.75	1.36	1.10	.796	.623	1			
0.8	2.66	2.60	2.42	2.05	1.75	1.53	1.15	.920	.658	.512	1			
1	2.75	2.57	2.27	1.85	1.55	1.32	.973	.768	.540	.417	1			
1.25	1.70	1.59	1.44	1.20	1.02	.843	.663	.531	.381	.298	1			
1.5	1.15	1.06	.963	.793	.669	.578	.432	.346	.249	.196	1			
1.75	.829	.750	.670	.543	.455	.391	.290	.231	.166	.131	1			
2	6.20	5.50	4.85	3.88	3.22	2.76	2.03	1.62	1.16	.911	10			
2.5	3.76	3.22	2.79	2.18	1.79	1.52	1.11	.882	.630	.494	10			
3	2.46	2.06	1.76	1.35	1.10	.930	.674	.533	.379	.297	10			
3.5	1.70	1.40	1.18	.895	.724	.609	.440	.347	.246	.192	10			
4	1.23	.993	.829	.624	.502	.421	.303	.238	.169	.132	10			
5	7.05	5.55	4.57	3.39	2.71	2.26	1.62	1.27	.897	.698	100			
10	11.5	8.53	6.62	4.91	3.86	3.20	2.25	1.75	1.22	.936	1000			

MEDIUM 1: CL/CT=1.50 MEDIUM 2: CL/CT=1.75		POISSON'S RATIO= .1000 POISSON'S RATIO= .2576		DENSITY 2/DENSITY 1										MULTIPLYING FACTOR
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0				
0.1	1.07	1.42	1.69	2.07	2.30	2.44	2.57	2.55	2.36	2.13	1			
0.2	1.69	2.07	2.30	2.53	2.58	2.55	2.36	2.14	1.76	1.48	1			
0.3	2.06	2.38	2.53	2.58	2.50	2.37	2.05	1.77	1.38	1.12	1			
0.35	2.19	2.47	2.57	2.55	2.42	2.27	1.91	1.62	1.24	1.00	1			
0.4	2.29	2.53	2.59	2.51	2.34	2.16	1.78	1.50	1.13	.907	1			
0.45	2.37	2.57	2.59	2.46	2.26	2.07	1.68	1.40	1.04	.829	1			
0.5	2.44	2.59	2.58	2.40	2.18	1.98	1.58	1.31	.968	.766	1			
0.6	2.53	2.60	2.53	2.29	2.04	1.83	1.43	1.17	.854	.671	1			
0.8	2.59	2.59	2.46	2.15	1.88	1.66	1.27	1.02	.735	.573	1			
1	2.66	2.56	2.34	1.94	1.64	1.42	1.05	.836	.592	.458	1			
1.25	2.24	2.11	1.91	1.57	1.33	1.15	.862	.688	.490	.381	1			
1.5	1.51	1.41	1.28	1.07	.909	.789	.592	.474	.339	.264	1			
1.75	1.09	1.01	.913	.755	.639	.553	.413	.329	.235	.183	1			
2	.819	.744	.667	.544	.457	.394	.292	.232	.165	.128	1			
2.5	5.02	4.42	3.89	3.10	2.57	2.20	1.61	1.27	.896	.692	10			
3	3.32	2.85	2.47	1.94	1.59	1.35	.977	.768	.538	.414	10			
3.5	2.32	1.95	1.67	1.29	1.05	.886	.637	.498	.347	.267	10			
4	1.69	1.40	1.18	.904	.730	.613	.438	.341	.237	.182	10			
5	9.83	7.91	6.59	4.94	3.95	3.29	2.33	1.80	1.25	.951	100			
10	1.65	1.24	.994	.712	.555	.455	.314	.240	.163	.124	100			

MEDIUM 1: CL/CT=1.50 MEDIUM 2: CL/CT=2.00		POISSON'S RATIO= .1000 POISSON'S RATIO= .3333		DENSITY 2/DENSITY 1										MULTIPLYING FACTOR
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0				
0.1	1.01	1.35	1.61	2.00	2.24	2.40	2.57	2.57	2.41	2.21	1			
0.2	1.61	1.99	2.24	2.49	2.58	2.57	2.42	2.21	1.84	1.56	1			
0.3	1.99	2.33	2.49	2.58	2.53	2.42	2.12	1.85	1.46	1.19	1			
0.35	2.12	2.42	2.55	2.57	2.46	2.33	1.98	1.70	1.32	1.07	1			
0.4	2.23	2.49	2.58	2.53	2.39	2.23	1.86	1.58	1.20	.967	1			
0.45	2.32	2.54	2.59	2.49	2.31	2.13	1.75	1.47	1.11	.885	1			
0.5	2.39	2.57	2.58	2.44	2.24	2.05	1.66	1.38	1.03	.817	1			
0.6	2.48	2.59	2.54	2.33	2.10	1.89	1.50	1.23	.903	.712	1			
0.8	2.54	2.55	2.45	2.18	1.92	1.71	1.33	1.08	.787	.618	1			
1	2.57	2.54	2.39	2.05	1.76	1.54	1.16	.931	.666	.518	1			
1.25	2.52	2.36	2.14	1.76	1.48	1.28	.949	.754	.534	.413	1			
1.5	2.94	1.82	1.65	1.37	1.17	1.01	.761	.609	.435	.338	1			
1.75	1.39	1.30	1.18	.988	.841	.731	.549	.439	.314	.244	1			
2	1.05	.970	.881	.730	.619	.536	.400	.319	.228	.177	1			
2.5	6.49	5.83	5.20	4.21	3.52	3.02	2.23	1.77	1.25	.969	10			
3	4.33	3.80	3.33	2.65	2.19	1.87	1.37	1.08	.756	.584	10			
3.5	3.05	2.62	2.27	1.78	1.46	1.23	.894	.701	.491	.378	10			
4	2.24	1.89	1.62	1.25	1.02	.858	.617	.482	.336	.258	10			
5	1.32	1.08	.907	.688	.553	.463	.329	.256	.177	.135	10			
10	2.28	1.73	1.40	1.01	.787	.647	.448	.343	.234	.177	100			

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1:	CL/CT=1.50	POISSON'S RATIO= .1000									
MEDIUM 2:	CL/CT=2.25	POISSON'S RATIO= .3764									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	.954	1.28	1.55	1.93	2.19	2.35	2.55	2.58	2.46	2.27	1
0.2	1.54	1.93	2.18	2.46	2.56	2.58	2.46	2.27	1.97	1.64	1
0.3	1.92	2.27	2.46	2.58	2.55	2.46	2.18	1.92	1.53	1.25	1
0.35	2.06	2.38	2.52	2.57	2.49	2.37	2.05	1.78	1.39	1.13	1
0.4	2.17	2.45	2.56	2.55	2.43	2.28	1.93	1.65	1.27	1.02	1
0.45	2.27	2.51	2.58	2.51	2.36	2.19	1.82	1.54	1.17	.938	1
0.5	2.34	2.54	2.58	2.47	2.29	2.10	1.72	1.44	1.08	.865	1
0.6	2.44	2.57	2.55	2.36	2.15	1.95	1.56	1.29	.951	.752	1
0.8	2.50	2.53	2.44	2.18	1.94	1.73	1.36	1.11	.811	.638	1
1	2.49	2.49	2.38	2.09	1.83	1.62	1.24	1.01	.728	.569	1
1.25	2.46	2.39	2.20	1.85	1.58	1.37	1.03	.820	.584	.453	1
1.5	2.44	2.27	2.04	1.67	1.41	1.22	.906	.721	.511	.396	1
1.75	1.74	1.63	1.49	1.25	1.06	.923	.694	.555	.397	.309	1
2	1.31	1.22	1.12	.934	.796	.692	.520	.416	.297	.231	1
2.5	.816	.747	.673	.553	.466	.402	.299	.238	.169	.131	1
3	.549	.490	.435	.351	.292	.250	1.84	1.46	1.03	.796	10
3.5	.390	.340	.298	.237	1.95	1.66	1.21	.955	.670	.517	10
4	.288	.247	.214	1.67	1.37	1.16	.840	.658	.460	.354	10
5	1.71	1.42	1.21	.926	.749	.630	.450	.351	.244	.187	10
10	3.04	2.34	1.89	1.38	1.08	.890	.619	.475	.324	.247	100

MEDIUM 1: CL/CT=1.50		POISSON'S RATIO= .1000									
MEDIUM 2: CL/CT=2.50		POISSON'S RATIO= .4044									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	.908	1.23	1.49	1.87	2.13	2.31	2.53	2.58	2.49	2.32	1
0.2	1.48	1.87	2.13	2.42	2.54	2.58	2.49	2.32	1.98	1.71	1
0.3	1.87	2.22	2.42	2.57	2.56	2.49	2.23	1.98	1.54	1.32	1
0.35	2.01	2.33	2.49	2.57	2.51	2.41	2.11	1.84	1.45	1.19	1
0.4	2.12	2.42	2.54	2.56	2.46	2.32	1.99	1.71	1.33	1.08	1
0.45	2.22	2.47	2.56	2.53	2.39	2.24	1.88	1.60	1.23	.989	1
0.5	2.29	2.51	2.57	2.49	2.32	2.15	1.78	1.50	1.14	.912	1
0.6	2.40	2.55	2.55	2.39	2.19	2.00	1.61	1.34	.997	.792	1
0.8	2.46	2.51	2.43	2.19	1.96	1.76	1.38	1.13	.829	.653	1
1	2.43	2.44	2.35	2.09	1.85	1.65	1.29	1.05	.769	.605	1
1.25	2.39	2.37	2.24	1.93	1.66	1.46	1.11	.891	.639	.498	1
1.5	2.40	2.27	2.07	1.72	1.46	1.26	.946	.755	.537	.417	1
1.75	2.15	2.02	1.84	1.52	1.29	1.12	.837	.668	.476	.370	1
2	1.61	1.51	1.38	1.16	.986	.858	.646	.517	.370	.288	1
2.5	1.00	.931	.848	.705	.599	.519	.388	.310	.221	.172	1
3	.679	.616	.553	.451	.379	.326	.241	.191	.136	.105	1
3.5	.485	.431	.381	.306	.254	.217	1.60	1.26	.888	.687	10
4	.360	.314	.274	.217	1.79	1.52	1.11	.872	.612	.472	10
5	.216	1.82	1.56	1.21	.986	.831	.598	.467	.326	.250	10
10	3.94	3.06	2.50	1.83	1.44	1.19	.830	.638	.437	.332	100

MEDIUM 1:	CL/CT=1.50	POISSON'S RATIO= .1000									
MEDIUM 2:	CL/CT=3.00	POISSON'S RATIO= .4375									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	.835	1.14	1.39	1.77	2.03	2.22	2.48	2.56	2.53	2.39	1
0.2	1.39	1.77	2.03	2.35	2.50	2.56	2.52	2.39	2.09	1.82	1
0.3	1.76	2.13	2.34	2.53	2.56	2.52	2.31	2.09	1.71	1.44	1
0.35	1.91	2.25	2.43	2.56	2.54	2.46	2.20	1.95	1.56	1.30	1
0.4	2.03	2.34	2.49	2.56	2.49	2.39	2.09	1.82	1.44	1.18	1
0.45	2.12	2.41	2.52	2.54	2.44	2.31	1.98	1.71	1.33	1.08	1
0.5	2.21	2.46	2.54	2.51	2.38	2.23	1.88	1.61	1.24	1.00	1
0.6	2.33	2.51	2.54	2.43	2.26	2.08	1.71	1.44	1.09	.869	1
0.8	2.39	2.47	2.43	2.22	2.01	1.81	1.44	1.19	.879	.695	1
1	2.34	2.38	2.30	2.08	1.86	1.67	1.32	1.09	.801	.633	1
1.25	2.27	2.29	2.21	1.98	1.76	1.57	1.23	1.00	.732	.576	1
1.5	2.30	2.29	2.16	1.87	1.62	1.43	1.09	.878	.632	.494	1
1.75	2.33	2.23	2.04	1.70	1.45	1.26	.944	.755	.538	.418	1
2	2.34	2.19	1.96	1.61	1.36	1.18	.875	.696	.494	.382	1
2.5	1.44	1.35	1.24	1.04	.892	.776	.585	.469	.335	.261	1
3	.981	.913	.833	.694	.590	.511	.383	.306	.218	.169	1
3.5	.707	.645	.581	.476	.401	.345	.256	.204	.144	.112	1
4	.529	.474	.422	.341	.285	.244	1.80	1.42	1.00	.776	10
5	.322	.280	.244	1.92	1.58	1.35	.978	.769	.539	.415	10
10	6.15	4.88	4.03	2.99	2.38	1.97	1.39	1.07	.735	.560	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1: CL/CT=1.75 MEDIUM 2: CL/CT=1.50		POISSON'S RATIO= .2576 POISSON'S RATIO= .1000									
		DENSITY 2/DENSITY 1									
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.65	2.12	2.47	2.91	3.14	3.26	3.30	3.19	2.86	2.54	1
0.2	2.46	2.91	3.15	3.32	3.30	3.20	2.87	2.56	2.06	1.71	1
0.3	2.90	3.22	3.33	3.27	3.10	2.90	2.44	2.08	1.59	1.29	1
0.35	3.04	3.30	3.34	3.20	2.98	2.75	2.26	1.90	1.44	1.15	1
0.4	3.15	3.34	3.34	3.13	2.86	2.61	2.11	1.76	1.31	1.04	1
0.45	3.23	3.36	3.31	3.05	2.75	2.49	1.98	1.64	1.21	.956	1
0.5	3.29	3.37	3.28	2.97	2.66	2.39	1.88	1.54	1.13	.889	1
0.6	3.36	3.36	3.22	2.86	2.52	2.24	1.74	1.42	1.03	.810	1
0.8	3.50	3.31	3.01	2.48	2.10	1.81	1.35	1.08	.765	.593	1
1	2.66	2.49	2.26	1.88	1.59	1.37	1.02	.811	.577	.448	1
1.25	1.66	1.54	1.40	1.16	.989	.858	.644	.516	.371	.291	1
1.5	1.13	1.04	.933	.764	.642	.554	.412	.330	.237	.187	1
1.75	.814	.727	.645	.519	.432	.370	.273	.218	.156	.122	1
2	6.06	5.31	4.65	3.68	3.05	2.60	1.90	1.51	1.08	.847	10
2.5	3.65	3.09	2.65	2.06	1.68	1.42	1.03	.817	.587	.455	10
3	2.37	1.96	1.60	1.27	1.03	.863	.623	.491	.349	.272	10
3.5	1.64	1.32	1.11	.835	.672	.564	.405	.319	.226	.176	10
4	1.18	.937	.777	.580	.465	.389	.278	.219	.154	.120	10
5	6.69	5.21	4.26	3.14	2.50	2.08	1.48	1.16	.816	.633	100
10	10.7	7.89	6.28	4.50	3.53	2.91	2.05	1.58	1.10	.840	1000

MEDIUM 1: CL/CT=1.75 MEDIUM 2: CL/CT=1.75		POISSON'S RATIO= .2576 POISSON'S RATIO= .2576									
		DENSITY 2/DENSITY 1									
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.54	2.01	2.36	2.82	3.09	3.23	3.33	3.26	2.97	2.67	1
0.2	2.35	2.82	3.09	3.31	3.33	3.27	2.98	2.68	2.19	1.83	1
0.3	2.81	3.17	3.31	3.32	3.18	3.00	2.56	2.20	1.71	1.39	1
0.35	2.97	3.26	3.35	3.26	3.07	2.85	2.38	2.02	1.54	1.24	1
0.4	3.08	3.32	3.35	3.19	2.96	2.72	2.23	1.87	1.41	1.12	1
0.45	3.17	3.35	3.34	3.12	2.85	2.60	2.10	1.74	1.30	1.03	1
0.5	3.24	3.36	3.31	3.05	2.76	2.49	1.99	1.64	1.21	.957	1
0.6	3.31	3.36	3.25	2.93	2.61	2.34	1.85	1.51	1.11	.875	1
0.8	3.44	3.38	3.16	2.70	2.32	2.03	1.54	1.24	.887	.692	1
1	3.56	3.31	2.96	2.40	2.02	1.73	1.28	1.02	.721	.558	1
1.25	2.20	2.05	1.86	1.55	1.32	1.15	.864	.692	.495	.386	1
1.5	1.48	1.37	1.25	1.04	.884	.768	.576	.461	.329	.256	1
1.75	1.07	.982	.886	.729	.615	.530	.395	.314	.223	.173	1
2	.806	.723	.644	.521	.436	.374	.276	.218	.154	.120	1
2.5	4.91	4.27	3.72	2.94	2.42	2.06	1.50	1.18	.828	.638	10
3	3.23	2.74	2.35	1.82	1.49	1.26	.905	.708	.494	.379	10
3.5	2.25	1.86	1.58	1.21	.978	.821	.587	.457	.317	.243	10
4	1.63	1.33	1.12	.843	.677	.566	.402	.312	.216	.165	10
5	9.40	7.46	6.17	4.58	3.64	3.02	2.13	1.64	1.13	.861	100
10	1.55	1.15	.915	.650	.505	.413	.284	.217	.147	.111	100

MEDIUM 1: CL/CT=1.75 MEDIUM 2: CL/CT=2.00		POISSON'S RATIO= .2576 POISSON'S RATIO= .3333									
		DENSITY 2/DENSITY 1									
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.46	1.91	2.26	2.74	3.03	3.20	3.34	3.30	3.04	2.77	1
0.2	2.26	2.74	3.03	3.29	3.35	3.31	3.06	2.78	2.30	1.94	1
0.3	2.73	3.12	3.29	3.34	3.23	3.07	2.66	2.31	1.81	1.48	1
0.35	2.89	3.22	3.34	3.30	3.14	2.94	2.48	2.13	1.63	1.32	1
0.4	3.02	3.29	3.35	3.24	3.03	2.81	2.33	1.97	1.49	1.20	1
0.45	3.11	3.33	3.33	3.18	2.93	2.69	2.19	1.84	1.38	1.10	1
0.5	3.19	3.35	3.33	3.11	2.84	2.58	2.08	1.73	1.28	1.02	1
0.6	3.27	3.35	3.26	2.97	2.67	2.41	1.91	1.57	1.15	.910	1
0.8	3.36	3.37	3.22	2.83	2.48	2.20	1.70	1.38	1.00	.786	1
1	3.47	3.31	3.03	2.52	2.13	1.85	1.38	1.11	.790	.614	1
1.25	2.82	2.65	2.41	1.99	1.69	1.47	1.10	.884	.632	.492	1
1.5	1.90	1.76	1.61	1.35	1.15	1.000	.753	.604	.432	.337	1
1.75	1.36	1.26	1.15	.961	.818	.710	.533	.426	.304	.237	1
2	1.03	.947	.856	.705	.596	.515	.383	.305	.217	.168	1
2.5	6.37	5.66	5.00	4.02	3.34	2.86	2.09	1.65	1.17	.901	10
3	4.24	3.66	3.19	2.51	2.06	1.75	1.27	.997	.698	.537	10
3.5	2.97	2.51	2.16	1.67	1.36	1.15	.827	.646	.450	.346	10
4	2.17	1.80	1.53	1.17	.947	.795	.568	.442	.307	.235	10
5	1.26	1.02	.853	.639	.511	.426	.301	.233	.161	.123	10
10	2.14	1.61	1.29	.921	.718	.588	.406	.310	.211	.160	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1: CL/CT=1.75		POISSON'S RATIO= .2576									
MEDIUM 2: CL/CT=2.25		POISSON'S RATIO= .3769									
		DENSITY 2/DENSITY 1									
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.38	1.83	2.18	2.66	2.97	3.15	3.34	3.33	3.13	2.86	1
0.2	2.17	2.86	2.98	3.26	3.35	3.33	3.13	2.87	2.40	2.04	1
0.3	2.66	3.07	3.26	3.35	3.27	3.14	2.75	2.41	1.90	1.56	1
0.35	2.82	3.18	3.32	3.33	3.19	3.01	2.58	2.22	1.72	1.40	1
0.4	2.95	3.26	3.35	3.28	3.09	2.89	2.42	2.06	1.57	1.27	1
0.45	3.06	3.31	3.35	3.22	3.00	2.77	2.28	1.92	1.45	1.16	1
0.5	3.14	3.34	3.34	3.15	2.90	2.66	2.16	1.80	1.35	1.07	1
0.6	3.23	3.34	3.28	3.01	2.73	2.47	1.96	1.62	1.20	.946	1
0.8	3.30	3.33	3.21	2.88	2.56	2.29	1.80	1.47	1.08	.854	1
1	3.38	3.33	3.12	2.66	2.29	2.00	1.52	1.23	.884	.691	1
1.25	3.34	3.12	2.81	2.30	1.94	1.68	1.25	.998	.710	.551	1
1.5	2.39	2.23	2.03	1.70	1.45	1.26	.953	.765	.549	.428	1
1.75	1.71	1.59	1.45	1.22	1.04	.905	.682	.547	.392	.305	1
2	1.29	1.19	1.09	.907	.773	.671	.504	.403	.288	.224	1
2.5	.804	.727	.651	.530	.445	.383	.283	.224	.159	.123	1
3	.538	.474	.418	.334	.276	.236	1.72	1.36	.955	.737	10
3.5	3.40	3.28	2.85	2.24	1.83	1.56	1.13	.883	.618	.475	10
4	2.79	2.36	2.03	1.57	1.28	1.08	.776	.606	.422	.324	10
5	1.65	1.35	1.14	.864	.695	.582	.413	.321	.227	.170	10
10	2.86	2.18	1.75	1.26	.987	.811	.561	.430	.293	.222	100

MEDIUM 1: CL/CT=1.75 POISSON'S RATIO= .2576
 MEDIUM 2: CL/CT=2.50 POISSON'S RATIO= .4048

		DENSITY 2/DENSITY 1									
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.32	1.76	2.10	2.59	2.91	3.11	3.33	3.35	3.14	2.94	1
0.2	2.10	2.59	2.90	3.23	3.34	3.35	3.14	2.94	2.49	2.13	1
0.3	2.59	3.01	3.23	3.35	3.30	3.19	2.83	2.49	1.99	1.64	1
0.35	2.76	3.14	3.30	3.34	3.07	2.66	2.31	1.80	1.47	1.17	1
0.4	2.89	3.22	3.34	3.30	3.14	2.95	2.50	2.14	1.65	1.33	1
0.45	3.00	3.28	3.35	3.25	3.05	2.84	2.36	2.00	1.52	1.22	1
0.5	3.09	3.23	3.35	3.19	2.96	2.73	2.24	1.88	1.41	1.13	1
0.6	3.19	3.33	3.29	3.05	2.78	2.53	2.03	1.68	1.25	.986	1
0.8	3.24	3.30	3.20	2.89	2.59	2.33	1.85	1.52	1.12	.891	1
1	3.30	3.30	3.14	2.75	2.41	2.13	1.64	1.34	.971	.763	1
1.25	3.29	3.14	2.88	2.40	2.01	1.78	1.34	1.07	.770	.600	1
1.5	2.94	2.77	2.51	2.08	1.77	1.54	1.16	.926	.663	.516	1
1.75	2.11	1.97	1.80	1.51	1.29	1.13	.851	.683	.490	.382	1
2	1.58	1.47	1.35	1.13	.965	.841	.634	.508	.364	.284	1
2.5	.989	.909	.824	.681	.576	.498	.371	.296	.210	.163	1
3	6.68	5.98	5.33	4.31	3.60	3.08	2.27	1.80	1.27	.981	10
3.5	4.75	4.16	3.65	2.90	2.40	2.04	1.49	1.17	.823	.635	10
4	3.51	3.02	2.62	2.05	1.68	1.42	1.03	.807	.564	.434	10
5	2.09	1.74	1.48	1.13	.917	.770	.551	.429	.298	.228	10
10	3.72	2.86	2.32	1.68	1.32	1.09	.754	.578	.395	.300	100

MEDIUM 1: CL/CT=1.75 POISSON'S RATIO= .2576
 MEDIUM 2: CL/CT=3.00 POISSON'S RATIO= .4375

		DENSITY 2/DENSITY 1									
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.22	1.64	1.97	2.47	2.80	3.02	3.29	3.36	3.24	3.06	1
0.2	1.97	2.46	2.79	3.16	3.31	3.35	3.25	3.06	2.64	2.29	1
0.3	2.46	2.91	3.15	3.34	3.33	3.25	2.95	2.64	2.14	1.79	1
0.35	2.64	3.05	3.24	3.35	3.28	3.16	2.79	2.46	1.95	1.61	1
0.4	2.79	3.15	3.30	3.33	3.22	3.06	2.64	2.29	1.79	1.46	1
0.45	2.90	3.22	3.33	3.30	3.14	2.95	2.50	2.15	1.66	1.34	1
0.5	3.00	3.27	3.34	3.25	3.05	2.84	2.36	2.02	1.54	1.24	1
0.6	3.12	3.30	3.30	3.12	2.88	2.64	2.15	1.80	1.35	1.07	1
0.8	3.16	3.25	3.18	2.91	2.63	2.37	1.89	1.57	1.16	.921	1
1	3.17	3.21	3.10	2.79	2.50	2.25	1.78	1.47	1.09	.861	1
1.25	3.16	3.15	2.99	2.61	2.28	2.01	1.55	1.26	.917	.720	1
1.5	3.18	3.04	2.79	2.33	1.99	1.73	1.31	1.05	.752	.586	1
1.75	3.05	2.87	2.59	2.14	1.81	1.57	1.18	.943	.672	.523	1
2	2.28	2.14	1.96	1.64	1.41	1.23	.927	.745	.535	.417	1
2.5	1.41	1.32	1.21	1.02	.869	.756	.570	.457	.327	.255	1
3	.695	.691	.609	.670	.568	.491	.367	.292	.208	.162	1
3.5	.665	.627	.561	.456	.382	.328	.242	.192	.136	.105	1
4	5.18	4.59	4.05	3.24	2.69	2.30	1.68	1.33	.933	.720	10
5	3.13	2.68	2.32	1.81	1.48	1.26	.907	.710	.496	.381	10
10	5.85	4.58	3.70	2.76	2.18	1.81	1.26	.972	.666	.507	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1: CL/CI=2.00		POISSON'S RATIO= .3333									
MEDIUM 2: CL/CI=1.50		POISSON'S RATIO= .1000									
DENSITY 2/DENSITY 1											
CPL/CIL	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	2.28	2.05	3.30	3.80	4.04	4.16	4.11	3.92	3.48	3.07	1
0.2	3.30	3.01	4.05	4.16	4.10	3.95	3.50	3.09	2.44	2.05	1
0.3	3.51	4.13	4.20	4.06	3.81	3.54	2.95	2.51	1.92	1.55	1
0.35	3.96	4.20	4.20	3.96	3.65	3.35	2.74	2.30	1.73	1.38	1
0.4	4.07	4.23	4.17	3.86	3.51	3.19	2.57	2.13	1.59	1.26	1
0.45	4.15	4.24	4.13	3.76	3.38	3.05	2.43	2.00	1.48	1.17	1
0.5	4.20	4.24	4.09	3.68	3.29	2.96	2.33	1.92	1.41	1.11	1
0.55	4.30	4.25	4.01	3.48	3.03	2.68	2.07	1.69	1.23	.970	1
0.6	3.92	4.11	3.30	2.78	2.37	2.06	1.56	1.25	.907	.714	1
1	2.57	2.39	2.18	1.52	1.35	1.35	1.00	.800	.570	.443	1
1.25	1.62	1.50	1.30	1.13	.958	.831	.623	.500	.359	.281	1
1.5	1.12	1.01	.906	.737	.619	.532	.395	.316	.227	.178	1
1.75	.799	.707	.623	.497	.413	.353	.260	.206	.148	.116	1
2	.593	.514	.447	.352	.289	.246	.180	.143	.102	.796	10
2.5	.355	.297	.254	.195	.159	.134	.970	.765	.593	.424	10
3	.230	.188	.150	.120	.904	.810	.583	.458	.325	.253	10
3.5	.158	.126	.100	.786	.630	.528	.376	.297	.209	.163	10
4	.113	.091	.734	.545	.435	.363	.259	.203	.143	.111	10
5	.0839	.073	.401	.294	.233	.194	.138	.107	.753	.582	100
10	10.1	7.37	5.85	4.17	3.27	2.69	1.88	1.45	1.00	.766	1000

MEDIUM 1:	CL/CT=2.00	POISSON'S RATIO= .3333									
MEDIUM 2:	CL/CT=1.75	POISSON'S RATIO= .2576									
DENSITY 2/DENSITY 1											
CCL/CIL	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	2.14	2.74	3.17	3.71	4.00	4.13	4.17	4.03	3.63	3.24	1
0.2	3.17	3.71	4.00	4.19	4.16	4.05	3.64	3.25	2.64	2.20	1
0.3	3.71	4.09	4.20	4.13	3.92	3.67	3.11	2.67	2.05	1.67	1
0.35	3.97	4.17	4.22	4.04	3.77	3.49	2.89	2.45	1.84	1.49	1
0.4	4.00	4.22	4.20	3.95	3.63	3.33	2.71	2.27	1.70	1.36	1
0.45	4.09	4.24	4.17	3.86	3.51	3.19	2.56	2.13	1.54	1.26	1
0.5	4.15	4.24	4.13	3.77	3.40	3.08	2.45	2.03	1.50	1.19	1
0.55	4.21	4.25	4.10	3.67	3.27	2.92	2.30	1.89	1.34	1.09	1
0.6	4.41	4.21	3.85	3.20	2.73	2.37	1.79	1.43	1.03	.799	1
1	3.27	2.95	2.44	2.07	1.80	1.35	1.08	.773	.603	.443	1
1.25	2.15	1.99	1.82	1.51	1.29	1.12	.843	.676	.484	.377	1
1.5	1.46	1.34	1.22	1.01	.860	.746	.559	.447	.319	.248	1
1.75	1.06	.961	.862	.705	.593	.510	.378	.301	.213	.165	1
2	.794	.705	.624	.501	.417	.357	.262	.207	.144	.113	1
2.5	.481	.413	.358	.280	.230	1.95	1.41	1.11	.773	.595	10
3	.315	.264	.225	1.73	1.40	1.18	.846	.660	.454	.352	10
3.5	.218	1.79	1.51	1.14	.919	.769	.547	.424	.294	.225	10
4	1.57	1.27	1.06	.793	.634	.529	.374	.289	.199	.152	10
5	.902	.708	.582	.428	.339	.281	1.97	1.51	1.04	.791	100
10	1.46	1.08	.851	.602	.466	.380	.261	.199	.135	.102	100

MEDIUM 1:		CL/CT=2.00		POISSON'S RATIO= .3333							
MEDIUM 2:		CL/CT=2.00		POISSON'S RATIO= .3333							
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	2.03	2.62	3.06	3.62	3.94	4.11	4.21	4.11	3.75	3.38	1
0.2	3.05	3.62	3.94	4.19	4.20	4.12	3.76	3.39	2.74	2.33	1
0.3	3.61	4.03	4.19	4.18	4.00	3.78	3.24	2.80	2.18	1.77	1
0.35	3.79	4.13	4.22	4.11	3.87	3.61	3.02	2.58	1.97	1.59	1
0.4	3.93	4.19	4.22	4.02	3.73	3.45	2.84	2.39	1.81	1.45	1
0.45	4.03	4.22	4.20	3.93	3.61	3.30	2.68	2.24	1.67	1.33	1
0.5	4.10	4.23	4.16	3.84	3.49	3.17	2.55	2.12	1.57	1.25	1
0.6	4.15	4.22	4.10	3.74	3.37	3.04	2.43	2.01	1.49	1.18	1
0.65	4.34	4.28	4.01	3.44	2.98	2.61	2.00	1.61	1.17	.914	1
1	4.50	4.18	3.74	3.05	2.57	2.22	1.66	1.32	.943	.733	1
1.25	2.77	2.58	2.35	1.96	1.67	1.46	1.10	.883	.634	.495	1
1.5	1.86	1.72	1.57	1.31	1.12	.973	.732	.587	.420	.327	1
1.75	1.35	1.24	1.12	.935	.794	.689	.516	.412	.294	.229	1
2	1.02	.927	.833	.683	.575	.495	.367	.292	.207	.161	1
2.5	.626	.550	.483	.385	.319	.271	1.98	1.56	1.10	.845	10
3	.414	.364	.306	.239	1.95	1.65	1.19	.933	.651	.500	10
3.5	.289	.242	.206	1.58	1.28	1.08	.773	.602	.418	.320	10
4	.210	1.73	1.46	1.11	.890	.744	.529	.411	.284	.217	10
5	1.22	.973	.807	.600	.478	.397	.279	.216	.148	.113	10
10	2.02	1.51	1.20	.854	.663	.542	.373	.284	.193	.146	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1:		CL/CI=2.00		POISSON'S RATIO= .3333							
MEDIUM 2:		CL/CI=2.25		POISSON'S RATIO= .3769							
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.93	2.51	2.95	3.54	3.88	4.07	4.22	4.16	3.84	3.50	1
0.2	2.45	3.53	3.87	4.17	4.22	4.17	3.86	3.51	2.91	2.46	1
0.3	3.53	3.98	4.17	4.21	4.07	3.87	3.36	2.92	2.24	1.88	1
0.35	3.72	4.10	4.22	4.15	3.95	3.70	3.14	2.70	2.04	1.68	1
0.4	3.86	4.17	4.23	4.08	3.82	3.55	2.95	2.50	1.90	1.53	1
0.45	3.97	4.21	4.21	3.99	3.69	3.40	2.78	2.34	1.74	1.40	1
0.5	4.05	4.22	4.18	3.90	3.57	3.26	2.64	2.20	1.64	1.31	1
0.6	4.04	4.20	4.11	3.77	3.42	3.10	2.49	2.07	1.54	1.22	1
0.8	4.25	4.27	4.08	3.60	3.17	2.82	2.19	1.79	1.30	1.03	1
1	4.41	4.19	3.82	3.18	2.70	2.35	1.77	1.42	1.02	.797	1
1.25	3.48	3.17	2.97	2.47	2.10	1.83	1.36	1.11	.793	.619	1
1.5	2.34	2.17	1.98	1.66	1.42	1.24	.935	.751	.540	.421	1
1.75	1.68	1.55	1.42	1.18	1.01	.880	.662	.531	.380	.296	1
2	1.27	1.17	1.00	.882	.750	.650	.487	.349	.274	.216	1
2.5	.792	.709	.631	.511	.427	.366	.269	.213	.150	.116	1
3	.528	.460	.403	.319	.263	.224	.153	.128	.095	.070	10
3.5	.317	.273	.243	.213	.174	.147	.106	.086	.057	.042	10
4	.272	.227	.194	.149	.121	.101	.075	.055	.037	.030	10
5	.197	.169	.141	.108	.082	.063	.044	.034	.024	.017	10
10	.072	.064	.054	.047	.041	.034	.027	.020	.014	.010	100

MEDIUM 1: CL/CI=2.00 POISSON'S RATIO= .3333
 MEDIUM 2: CL/CI=2.50 POISSON'S RATIO= .4046

DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.44	2.42	2.80	3.45	3.81	4.03	4.22	4.20	3.93	3.60	1
0.2	2.45	3.45	3.81	4.14	4.23	4.20	3.94	3.61	3.07	2.57	1
0.3	3.44	3.72	4.14	4.23	4.12	3.94	3.46	3.04	2.40	1.98	1
0.35	3.64	4.05	4.20	4.19	4.01	3.79	3.25	2.80	2.14	1.77	1
0.4	3.80	4.14	4.23	4.12	3.84	3.63	3.05	2.61	1.99	1.61	1
0.45	3.91	4.19	4.22	4.05	3.77	3.49	2.88	2.43	1.84	1.48	1
0.5	4.00	4.21	4.20	3.96	3.65	3.35	2.73	2.29	1.72	1.37	1
0.6	4.05	4.18	4.11	3.80	3.46	3.15	2.54	2.11	1.57	1.25	1
0.8	4.17	4.22	4.09	3.68	3.28	2.95	2.33	1.92	1.41	1.12	1
1	4.32	4.22	3.94	3.35	2.89	2.53	1.93	1.56	1.13	.899	1
1.25	4.30	4.01	3.60	2.95	2.50	2.16	1.62	1.30	.924	.723	1
1.5	2.89	2.69	2.40	2.06	1.76	1.53	1.16	.935	.673	.526	1
1.75	2.06	1.92	1.75	1.47	1.26	1.10	.830	.667	.474	.373	1
2	1.55	1.44	1.31	1.10	.941	.819	.618	.495	.355	.276	1
2.5	.977	.890	.802	.659	.556	.480	.357	.284	.201	.156	1
3	.657	.582	.515	.414	.344	.294	.215	.170	.126	.093	10
3.5	.465	.403	.351	.277	.228	.193	.140	.110	.079	.059	10
4	.342	.291	.251	.195	.159	.134	.095	.074	.052	.039	10
5	.202	.167	.141	.107	.082	.063	.043	.034	.024	.017	10
10	.074	.069	.057	.047	.041	.034	.027	.020	.014	.010	100

MEDIUM 1: CL/CI=2.00 POISSON'S RATIO= .3333
 MEDIUM 2: CL/CI=3.00 POISSON'S RATIO= .4375

DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	1.71	2.26	2.70	3.30	3.69	3.93	4.20	4.23	4.05	3.77	1
0.2	2.69	3.30	3.60	4.08	4.22	4.23	4.05	3.77	3.27	2.78	1
0.3	3.30	3.81	4.07	4.23	4.18	4.05	3.63	3.23	2.60	2.16	1
0.35	3.51	3.96	4.16	4.22	4.10	3.92	3.43	3.00	2.37	1.94	1
0.4	3.67	4.06	4.21	4.18	4.00	3.78	3.24	2.79	2.17	1.76	1
0.45	3.81	4.13	4.22	4.12	3.89	3.64	3.08	2.61	2.00	1.62	1
0.5	3.90	4.17	4.21	4.04	3.76	3.50	2.90	2.46	1.84	1.49	1
0.6	3.95	4.14	4.12	3.88	3.56	3.26	2.65	2.22	1.64	1.32	1
0.8	4.05	4.15	4.06	3.71	3.36	3.04	2.44	2.03	1.52	1.21	1
1	4.14	4.16	4.00	3.56	3.15	2.82	2.21	1.82	1.34	1.06	1
1.25	4.17	4.05	3.75	3.18	2.73	2.39	1.83	1.47	1.07	.836	1
1.5	4.19	3.91	3.52	2.89	2.46	2.13	1.61	1.29	.924	.720	1
1.75	2.99	2.80	2.50	2.14	1.84	1.60	1.20	.940	.704	.552	1
2	2.24	2.08	1.91	1.61	1.45	1.20	.914	.735	.524	.413	1
2.5	1.39	1.29	1.18	.989	.845	.736	.554	.444	.318	.247	1
3	.955	.872	.788	.649	.549	.473	.352	.280	.194	.154	1
3.5	.684	.611	.543	.438	.365	.313	.230	.182	.124	.089	10
4	.509	.445	.390	.310	.256	.218	.159	.125	.085	.064	10
5	.305	.259	.222	.172	.140	.118	.084	.063	.041	.034	10
10	.074	.064	.053	.043	.036	.030	.022	.017	.011	.008	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1:		CL/CI=2.25	POISSON'S RATIO= .3769													
MEDIUM 2:		CL/CI=1.50	POISSON'S RATIO= .1000													
			DENSITY 2/DENSITY 1													
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR					
0.1	3.05	3.79	4.29	4.63	5.06	5.13	5.00	4.72	4.13	3.83	1					
0.2	4.28	4.64	5.08	5.14	4.98	4.76	4.17	3.67	2.92	2.41	1					
0.3	4.45	5.16	5.18	4.93	4.58	4.23	3.51	2.97	2.26	1.82	1					
0.35	5.01	5.21	5.15	4.79	4.39	4.01	3.26	2.73	2.05	1.64	1					
0.4	5.12	5.23	5.10	4.67	4.23	3.83	3.07	2.55	1.89	1.50	1					
0.45	5.19	5.23	5.05	4.57	4.11	3.71	2.96	2.44	1.81	1.43	1					
0.5	5.25	5.25	5.02	4.46	3.95	3.53	2.77	2.27	1.67	1.31	1					
0.6	5.40	5.19	4.79	4.05	3.49	3.06	2.34	1.90	1.34	1.08	1					
0.8	3.94	3.58	3.27	2.73	2.34	2.05	1.56	1.26	.919	.727	1					
1	2.49	2.32	2.11	1.76	1.50	1.31	.980	.781	.554	.432	1					
1.25	1.59	1.47	1.33	1.10	.929	.805	.604	.484	.344	.273	1					
1.5	1.10	.989	.881	.714	.598	.513	.381	.304	.214	.171	1					
1.75	.785	.688	.603	.479	.396	.338	.246	.197	.140	.110	1					
2	5.41	4.99	4.32	3.38	2.77	2.35	1.71	1.35	.964	.753	10					
2.5	3.45	2.67	2.43	1.86	1.51	1.27	.918	.723	.512	.399	10					
3	2.23	1.80	1.51	1.14	.914	.766	.550	.432	.305	.237	10					
3.5	1.52	1.21	1.00	.746	.596	.498	.356	.279	.196	.152	10					
4	1.09	.851	.699	.516	.411	.342	.244	.191	.134	.104	10					
5	6.12	4.69	3.60	2.77	2.19	1.82	1.29	1.01	.703	.542	100					
10	4.54	4.96	5.50	3.92	3.06	2.52	1.75	1.35	.927	.707	1000					

MEDIUM 1:		CL/CI=2.25	POISSON'S RATIO= .3769													
MEDIUM 2:		CL/CI=1.75	POISSON'S RATIO= .2576													
			DENSITY 2/DENSITY 1													
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR					
0.1	2.47	1.62	4.14	4.74	5.03	5.14	5.10	4.87	4.33	3.84	1					
0.2	4.13	4.74	5.03	5.18	5.08	4.89	4.36	3.87	3.11	2.59	1					
0.3	4.74	5.12	5.20	5.03	4.72	4.40	3.70	3.16	2.49	1.96	1					
0.35	4.91	5.19	5.17	4.91	4.54	4.19	3.45	2.91	2.20	1.76	1					
0.4	5.04	5.22	5.15	4.78	4.38	4.00	3.25	2.71	2.03	1.62	1					
0.45	5.12	5.22	5.10	4.68	4.25	3.86	3.11	2.58	1.92	1.53	1					
0.5	5.16	5.22	5.07	4.62	4.17	3.78	3.02	2.51	1.87	1.48	1					
0.6	5.29	5.27	5.01	4.40	3.95	3.43	2.66	2.17	1.50	1.25	1					
0.8	5.21	4.94	4.47	3.70	3.16	2.75	2.08	1.67	1.20	.938	1					
1	3.38	3.17	2.89	2.39	2.03	1.77	1.33	1.07	.768	.600	1					
1.25	2.11	1.95	1.77	1.48	1.25	1.09	.820	.656	.470	.366	1					
1.5	1.44	1.32	1.19	.964	.834	.722	.540	.431	.307	.239	1					
1.75	1.05	.941	.841	.684	.573	.493	.364	.289	.204	.158	1					
2	.781	.688	.600	.484	.401	.342	.250	.197	.134	.107	1					
2.5	4.71	4.01	3.45	2.69	2.20	1.85	1.34	1.05	.729	.560	10					
3	3.07	2.55	2.16	1.65	1.33	1.12	.798	.621	.436	.329	10					
3.5	2.12	1.72	1.44	1.09	.870	.726	.514	.398	.275	.210	10					
4	1.52	1.22	1.01	.752	.599	.498	.350	.271	.184	.142	10					
5	8.68	6.76	5.53	4.05	3.19	2.64	1.84	1.41	.967	.735	100					
10	13.8	10.1	8.00	5.63	4.35	3.54	2.43	1.84	1.25	.943	1000					

MEDIUM 1:		CL/CI=2.25	POISSON'S RATIO= .3769													
MEDIUM 2:		CL/CI=2.00	POISSON'S RATIO= .3333													
			DENSITY 2/DENSITY 1													
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR					
0.1	2.72	1.47	4.00	4.65	4.98	5.13	5.16	4.98	4.44	4.02	1					
0.2	3.99	4.64	4.95	5.14	5.14	5.00	4.51	4.04	3.29	2.75	1					
0.3	4.63	5.07	5.20	5.10	4.84	4.54	3.86	3.32	2.57	2.09	1					
0.35	4.83	5.16	5.21	4.99	4.66	4.33	3.61	3.06	2.33	1.88	1					
0.4	4.97	5.21	5.18	4.88	4.50	4.14	3.39	2.85	2.15	1.72	1					
0.45	5.06	5.21	5.13	4.76	4.35	3.97	3.22	2.69	2.01	1.60	1					
0.5	5.09	5.20	5.07	4.69	4.26	3.88	3.14	2.62	1.94	1.56	1					
0.6	5.18	5.25	5.08	4.59	4.10	3.69	2.92	2.41	1.74	1.41	1					
0.8	5.45	5.22	4.79	4.02	3.43	3.00	2.27	1.83	1.32	1.03	1					
1	4.40	4.13	3.74	3.10	2.64	2.30	1.74	1.40	1.01	.787	1					
1.25	2.71	2.52	2.29	1.92	1.64	1.43	1.08	.866	.623	.486	1					
1.5	1.83	1.69	1.53	1.28	1.09	.945	.711	.569	.407	.317	1					
1.75	1.33	1.22	1.10	.910	.772	.669	.500	.399	.285	.221	1					
2	1.01	.908	.813	.663	.556	.478	.354	.281	.199	.154	1					
2.5	4.16	3.46	4.08	3.70	3.05	2.59	1.89	1.48	1.04	.799	10					
3	4.05	3.43	2.95	2.29	1.86	1.57	1.13	.881	.613	.470	10					
3.5	2.82	2.34	1.98	1.51	1.22	1.02	.728	.566	.392	.300	10					
4	2.04	1.66	1.39	1.05	.842	.703	.497	.385	.266	.203	10					
5	1.15	.932	.769	.568	.451	.374	.262	.202	.138	.105	10					
10	1.93	1.42	1.13	.800	.620	.506	.347	.264	.179	.135	100					

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1:		POISSON'S RATIO= .3769									
MEDIUM 2:		POISSON'S RATIO= .3769									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	2.60	3.34	3.88	4.55	4.92	5.10	5.20	5.07	4.63	4.18	1
0.2	3.87	4.55	4.91	5.19	5.19	5.08	4.64	4.19	3.45	2.90	1
0.3	4.54	5.02	5.19	5.15	4.93	4.66	4.01	3.48	2.71	2.21	1
0.35	4.74	5.13	5.21	5.06	4.77	4.45	3.75	3.20	2.46	1.99	1
0.4	4.90	5.19	5.20	4.95	4.60	4.26	3.52	2.98	2.26	1.81	1
0.45	5.00	5.20	5.16	4.84	4.45	4.08	3.33	2.79	2.10	1.67	1
0.5	5.03	5.18	5.10	4.74	4.34	3.96	3.22	2.69	2.01	1.61	1
0.6	5.10	5.20	5.08	4.65	4.22	3.83	3.08	2.56	1.91	1.53	1
0.6	5.36	5.29	4.97	4.28	3.71	3.27	2.51	2.04	1.48	1.17	1
1	5.56	5.17	4.63	3.79	3.20	2.77	2.05	1.67	1.19	.932	1
1.25	3.42	3.18	2.90	2.42	2.07	1.81	1.37	1.10	.793	.620	1
1.5	2.29	2.12	1.93	1.62	1.38	1.21	.911	.732	.526	.410	1
1.75	1.65	1.52	1.38	1.15	.983	.855	.643	.515	.368	.287	1
2	1.25	1.15	1.04	.859	.728	.631	.472	.377	.269	.209	1
2.5	.781	.693	.614	.494	.411	.351	.258	.203	.143	.111	1
3	5.19	4.48	3.89	3.06	2.51	2.13	1.54	1.21	.846	.651	10
3.5	3.63	3.07	2.63	2.03	1.65	1.39	.999	.779	.542	.415	10
4	2.65	2.20	1.86	1.42	1.15	.960	.683	.531	.368	.281	10
5	1.54	1.24	1.03	.772	.616	.512	.361	.279	.192	.146	10
10	2.59	1.94	1.54	1.10	.855	.700	.482	.367	.244	.189	100

MEDIUM 1:		POISSON'S RATIO= .3769									
MEDIUM 2:		POISSON'S RATIO= .4048									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	2.44	3.22	3.76	4.46	4.85	5.07	5.22	5.13	4.74	4.31	1
0.2	3.75	4.45	4.84	5.17	5.21	5.13	4.75	4.32	3.59	3.04	1
0.3	4.44	4.96	5.17	5.19	5.01	4.76	4.14	3.61	2.84	2.33	1
0.35	4.66	5.09	5.21	5.11	4.85	4.56	3.88	3.33	2.54	2.09	1
0.4	4.83	5.16	5.21	5.02	4.70	4.37	3.65	3.10	2.36	1.90	1
0.45	4.94	5.19	5.18	4.90	4.54	4.19	3.44	2.90	2.14	1.75	1
0.5	4.97	5.16	5.12	4.80	4.41	4.04	3.30	2.76	2.07	1.66	1
0.6	5.03	5.17	5.07	4.68	4.27	3.89	3.15	2.63	1.98	1.58	1
0.8	5.26	5.28	5.06	4.47	3.94	3.51	2.74	2.24	1.65	1.30	1
1	5.47	5.17	4.72	3.93	3.35	2.91	2.20	1.78	1.24	1.00	1
1.25	4.22	3.96	3.60	3.00	2.56	2.24	1.70	1.37	.991	.777	1
1.5	2.83	2.63	2.40	2.01	1.72	1.51	1.14	.923	.666	.521	1
1.75	2.03	1.87	1.71	1.43	1.22	1.07	.806	.648	.465	.363	1
2	1.53	1.41	1.29	1.08	.917	.798	.601	.482	.345	.269	1
2.5	.965	.872	.782	.640	.538	.464	.344	.273	.193	.150	1
3	6.47	5.68	5.00	3.98	3.30	2.81	2.05	1.62	1.13	.875	10
3.5	4.56	3.91	3.39	2.66	2.18	1.84	1.33	1.04	.727	.559	10
4	3.34	2.82	2.41	1.86	1.51	1.27	.912	.711	.494	.379	10
5	1.96	1.60	1.35	1.02	.816	.681	.483	.374	.258	.197	10
10	3.38	2.55	2.05	1.47	1.15	.939	.648	.495	.337	.255	100

MEDIUM 1:	CL/CT=2.25	POISSON'S RATIO= .3769									
MEDIUM 2:	CL/CT=3.00	POISSON'S RATIO= .4375									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	2.31	3.02	3.56	4.29	4.71	4.97	5.22	5.20	4.91	4.54	1
0.2	3.56	4.28	4.71	5.11	5.22	5.20	4.92	4.54	3.85	3.30	1
0.3	4.28	4.84	5.11	5.22	5.11	4.92	4.37	3.86	3.04	2.55	1
0.35	4.51	5.00	5.18	5.18	4.99	4.74	4.11	3.57	2.80	2.29	1
0.4	4.70	5.09	5.21	5.11	4.85	4.56	3.87	3.33	2.57	2.08	1
0.45	4.83	5.14	5.20	5.01	4.70	4.38	3.65	3.11	2.37	1.91	1
0.5	4.86	5.12	5.14	4.90	4.55	4.21	3.48	2.94	2.22	1.78	1
0.6	4.91	5.11	5.07	4.74	4.36	3.99	3.25	2.73	2.05	1.64	1
0.6	5.08	5.19	5.06	4.61	4.16	3.77	3.02	2.51	1.84	1.50	1
1	5.27	5.23	4.95	4.30	3.76	3.42	2.68	2.10	1.56	1.22	1
1.25	5.30	4.98	4.52	3.74	3.18	2.76	2.09	1.68	1.21	.947	1
1.5	4.10	3.85	3.51	2.93	2.51	2.19	1.67	1.34	.971	.760	1
1.75	2.93	2.73	2.50	2.10	1.80	1.58	1.20	.973	.706	.552	1
2	2.19	2.04	1.88	1.57	1.34	1.17	.886	.715	.516	.402	1
2.5	1.37	1.27	1.15	.965	.823	.716	.539	.431	.309	.240	1
3	.944	.855	.788	.630	.531	.457	.339	.270	.191	.148	1
3.5	6.74	5.96	5.27	4.27	3.51	3.00	2.19	1.73	1.22	.939	10
4	4.99	4.33	3.77	2.98	2.45	2.08	1.51	1.18	.827	.637	10
5	2.98	2.50	2.14	1.64	1.33	1.12	.802	.625	.436	.332	10
10	5.36	4.13	3.35	2.43	1.91	1.57	1.09	.836	.570	.433	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1: CL/CI=2.50 MEDIUM 2: CL/CI=1.50		POISSON'S RATIO= .4048 POISSON'S RATIO= .1000									
		DENSITY 2/DENSITY 1									
CZL/CIL	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	3.95	4.45	5.41	5.99	6.19	6.21	5.96	5.57	4.84	4.21	1
0.2	5.41	6.01	6.22	6.19	5.94	5.63	4.88	4.26	3.37	2.77	1
0.3	6.02	6.40	6.25	5.87	5.41	4.98	4.10	3.46	2.62	2.10	1
0.35	6.18	6.43	6.20	5.71	5.19	4.73	3.83	3.20	2.39	1.91	1
0.4	6.29	6.46	6.13	5.57	5.03	4.56	3.66	3.04	2.26	1.79	1
0.45	6.37	6.46	6.09	5.43	4.83	4.33	3.42	2.82	2.08	1.64	1
0.5	6.47	6.45	5.97	5.17	4.51	4.00	3.11	2.53	1.85	1.46	1
0.6	6.66	6.27	5.66	4.69	4.01	3.50	2.67	2.16	1.57	1.24	1
0.8	3.73	3.47	3.17	2.67	2.29	2.01	1.53	1.24	.909	.720	1
1	2.43	2.25	2.05	1.71	1.46	1.27	.954	.760	.541	.420	1
1.25	1.57	1.43	1.29	1.07	.903	.782	.586	.470	.338	.265	1
1.5	1.08	.968	.860	.694	.579	.497	.368	.293	.210	.165	1
1.75	.771	.671	.586	.463	.382	.325	.238	.189	.135	.105	1
2	5.64	4.85	4.16	3.25	2.66	2.25	1.64	1.29	.919	.717	10
2.5	3.37	2.78	2.35	1.79	1.44	1.21	.875	.688	.486	.378	10
3	2.16	1.74	1.45	1.09	.872	.730	.523	.410	.289	.224	10
3.5	1.47	1.16	.960	.712	.568	.474	.338	.264	.185	.143	10
4	10.5	8.17	6.66	4.92	3.91	3.25	2.31	1.80	1.26	.974	100
5	5.89	4.49	3.63	2.64	2.08	1.73	1.22	.949	.661	.508	100
10	9.09	6.61	5.22	3.70	2.88	2.37	1.65	1.26	.866	.659	1000

MEDIUM 1: CL/CI=2.50 MEDIUM 2: CL/CI=1.75		POISSON'S RATIO= .4048 POISSON'S RATIO= .2576									
		DENSITY 2/DENSITY 1									
CZL/CIL	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	3.73	4.64	5.24	5.90	6.17	6.25	6.10	5.77	5.07	4.46	1
0.2	5.23	5.91	6.19	6.26	6.07	5.61	5.11	4.51	3.60	2.98	1
0.3	5.90	6.27	6.29	6.00	5.59	5.19	4.33	3.68	2.81	2.27	1
0.35	6.08	6.32	6.25	5.84	5.37	4.93	4.04	3.40	2.56	2.05	1
0.4	6.20	6.33	6.19	5.70	5.20	4.74	3.84	3.21	2.40	1.91	1
0.45	6.25	6.33	6.16	5.63	5.10	4.63	3.73	3.11	2.33	1.85	1
0.5	6.33	6.37	6.14	5.52	4.93	4.43	3.51	2.90	2.14	1.70	1
0.6	6.53	6.36	5.92	5.06	4.38	3.86	2.97	2.42	1.76	1.38	1
0.8	5.12	4.82	4.40	3.69	3.16	2.77	2.11	1.71	1.24	.968	1
1	3.30	3.08	2.82	2.34	1.99	1.73	1.30	1.05	.751	.587	1
1.25	2.07	1.91	1.73	1.44	1.22	1.06	.796	.637	.455	.355	1
1.5	1.42	1.29	1.16	.958	.810	.701	.523	.417	.297	.231	1
1.75	1.03	.923	.821	.665	.556	.477	.352	.279	.197	.152	1
2	.770	.672	.589	.468	.387	.329	.240	.189	.132	.102	1
2.5	4.61	3.90	3.34	2.59	2.11	1.77	1.27	.995	.692	.531	10
3	2.99	2.47	2.08	1.58	1.27	1.07	.758	.588	.407	.311	10
3.5	2.06	1.66	1.38	1.04	.829	.690	.487	.376	.259	.198	10
4	1.48	1.17	.968	.717	.569	.472	.331	.255	.175	.133	10
5	8.38	6.49	5.28	3.85	3.03	2.49	1.74	1.33	.909	.690	100
10	13.2	9.63	7.57	5.31	4.10	3.33	2.28	1.73	1.17	.882	1000

MEDIUM 1: CL/CI=2.50 MEDIUM 2: CL/CI=2.00		POISSON'S RATIO= .4048 POISSON'S RATIO= .3333									
		DENSITY 2/DENSITY 1									
CZL/CIL	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	3.55	4.47	5.09	5.80	6.13	6.26	6.20	5.93	5.28	4.69	1
0.2	5.07	5.80	6.14	6.29	6.17	5.95	5.31	4.72	3.81	3.17	1
0.3	5.74	6.23	6.31	6.10	5.74	5.36	4.52	3.87	2.94	2.42	1
0.35	5.99	6.30	6.29	5.95	5.52	5.10	4.22	3.57	2.71	2.18	1
0.4	6.12	6.32	6.23	5.81	5.33	4.89	3.99	3.35	2.52	2.01	1
0.45	6.17	6.30	6.17	5.71	5.21	4.77	3.88	3.25	2.45	1.96	1
0.5	6.22	6.32	6.17	5.66	5.13	4.67	3.77	3.14	2.35	1.88	1
0.6	6.39	6.40	6.12	5.41	4.78	4.26	3.33	2.73	2.01	1.59	1
0.8	6.71	6.31	5.69	4.70	3.99	3.47	2.62	2.11	1.51	1.18	1
1	4.31	4.04	3.66	3.05	2.60	2.27	1.72	1.39	1.00	.785	1
1.25	2.67	2.46	2.24	1.87	1.59	1.39	1.05	.844	.607	.474	1
1.5	1.81	1.65	1.50	1.25	1.06	.919	.690	.552	.395	.307	1
1.75	1.31	1.19	1.08	.888	.752	.651	.486	.388	.276	.215	1
2	.997	.891	.794	.645	.540	.464	.342	.271	.192	.148	1
2.5	6.06	5.23	4.55	3.58	2.94	2.49	1.80	1.41	.989	.760	10
3	3.97	3.33	2.85	2.20	1.78	1.50	1.07	.837	.581	.445	10
3.5	2.75	2.26	1.91	1.45	1.16	.974	.692	.536	.371	.283	10
4	1.99	1.61	1.34	1.00	.802	.668	.471	.364	.251	.191	10
5	11.4	8.96	7.36	5.41	4.28	3.54	2.47	1.90	1.30	.991	100
10	1.84	1.35	1.07	.756	.586	.476	.326	.248	.168	.127	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1:	CL/CT=2.50	POISSON'S RATIO= .4048									
MEDIUM 2:	CL/CT=2.25	POISSON'S RATIO= .3769									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	3.39	4.31	4.94	5.70	6.08	6.25	6.26	6.05	5.46	4.88	1
0.2	4.93	5.69	6.07	6.31	6.24	6.06	5.48	4.91	4.00	3.35	1
0.3	5.68	6.18	6.31	6.18	5.86	5.51	4.70	4.05	3.14	2.56	1
0.35	5.90	6.27	6.31	6.04	5.65	5.25	4.39	3.73	2.85	2.30	1
0.4	6.05	6.30	6.26	5.90	5.45	5.02	4.13	3.48	2.63	2.11	1
0.45	6.09	6.28	6.19	5.77	5.30	4.86	3.97	3.34	2.52	2.01	1
0.5	6.13	6.28	6.16	5.71	5.22	4.77	3.89	3.26	2.46	1.97	1
0.6	6.27	6.36	6.17	5.60	5.03	4.54	3.62	3.00	2.23	1.77	1
0.8	6.61	6.35	5.85	4.92	4.22	3.70	2.82	2.28	1.65	1.29	1
1	5.45	5.12	4.64	3.85	3.29	2.87	2.17	1.75	1.27	.993	1
1.25	3.36	3.11	2.83	2.37	2.02	1.77	1.34	1.08	.779	.610	1
1.5	2.26	2.08	1.89	1.58	1.35	1.17	.885	.711	.510	.398	1
1.75	1.63	1.49	1.35	1.13	.957	.831	.624	.499	.357	.278	1
2	1.24	1.13	1.02	.838	.709	.614	.458	.366	.260	.202	1
2.5	.770	.678	.598	.478	.397	.339	.248	.195	.137	.106	1
3	5.09	4.36	3.77	2.95	2.42	2.04	1.47	1.15	.805	.618	10
3.5	3.55	2.98	2.54	1.95	1.58	1.33	.951	.740	.513	.393	10
4	2.58	2.12	1.79	1.36	1.09	.914	.649	.503	.348	.266	10
5	1.50	1.20	.990	.738	.585	.486	.341	.263	.181	.138	10
10	2.48	1.84	1.47	1.04	.807	.659	.453	.345	.234	.177	100

MEDIUM 1:		CL/CT=2.50		POISSON'S RATIO= .4048							
MEDIUM 2:		CL/CT=2.50		POISSON'S RATIO= .4048							
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	3.26	4.16	4.81	5.60	6.02	6.22	6.31	6.14	5.61	5.06	1
0.2	4.80	5.59	6.01	6.30	6.29	6.14	5.62	5.08	4.14	3.52	1
0.3	5.58	6.12	6.30	6.23	5.96	5.64	4.86	4.22	3.30	2.69	1
0.35	5.82	6.24	6.32	6.12	5.76	5.39	4.54	3.89	2.99	2.42	1
0.4	5.98	6.28	6.28	5.98	5.56	5.15	4.27	3.62	2.75	2.21	1
0.45	6.02	6.26	6.21	5.84	5.39	4.96	4.08	3.43	2.59	2.07	1
0.5	6.06	6.25	6.17	5.76	5.29	4.85	3.97	3.33	2.52	2.02	1
0.6	6.17	6.30	6.17	5.67	5.15	4.69	3.79	3.17	2.38	1.90	1
0.8	6.50	6.42	6.04	5.21	4.53	4.00	3.09	2.52	1.84	1.45	1
1	6.75	6.28	5.83	4.61	3.91	3.39	2.55	2.05	1.47	1.15	1
1.25	4.15	3.86	3.52	2.95	2.53	2.21	1.69	1.36	.990	.778	1
1.5	2.78	2.57	2.34	1.96	1.68	1.46	1.11	.895	.646	.505	1
1.75	2.00	1.84	1.67	1.40	1.19	1.04	.783	.629	.451	.352	1
2	1.51	1.38	1.26	1.05	.891	.774	.582	.466	.333	.259	1
2.5	.954	.856	.765	.623	.523	.449	.332	.264	.187	.144	1
3	6.36	5.55	4.86	3.85	3.18	2.71	1.97	1.55	1.08	.834	10
3.5	4.47	3.81	3.29	2.56	2.09	1.76	1.27	.992	.691	.530	10
4	3.27	2.73	2.33	1.79	1.45	1.21	.867	.675	.468	.358	10
5	1.91	1.55	1.30	.972	.778	.648	.457	.354	.244	.186	10
10	3.24	2.43	1.95	1.39	1.08	.886	.610	.466	.316	.239	100

MEDIUM 1:	CL/CT=2.50	POISSON'S RATIO= .4048									
MEDIUM 2:	CL/CT=3.00	POISSON'S RATIO= .4375									
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	3.03	3.92	4.57	5.40	5.87	6.13	6.34	6.26	5.84	5.35	1
0.2	4.56	5.40	5.86	6.26	6.33	6.26	5.84	5.36	4.50	3.83	1
0.3	5.39	6.00	6.25	6.30	6.12	5.85	5.14	4.51	3.54	2.95	1
0.35	5.65	6.15	6.31	6.22	5.94	5.62	4.82	4.17	3.25	2.65	1
0.4	5.84	6.23	6.30	6.10	5.76	5.38	4.54	3.88	2.92	2.41	1
0.45	5.89	6.21	6.23	5.96	5.57	5.16	4.30	3.64	2.77	2.23	1
0.5	5.92	6.19	6.18	5.85	5.42	5.01	4.13	3.48	2.64	2.11	1
0.6	6.01	6.22	6.14	5.72	5.25	4.81	3.93	3.31	2.50	2.01	1
0.8	6.28	6.37	6.17	5.56	4.97	4.47	3.55	2.94	2.18	1.74	1
1	6.56	6.34	5.88	4.99	4.30	3.78	2.90	2.35	1.71	1.35	1
1.25	6.00	5.66	5.13	4.24	3.62	3.15	2.39	1.93	1.40	1.09	1
1.5	4.04	3.76	3.43	2.88	2.47	2.16	1.65	1.33	.966	.759	1
1.75	2.88	2.67	2.44	2.05	1.76	1.55	1.18	.954	.692	.543	1
2	2.16	1.99	1.82	1.53	1.31	1.14	.863	.695	.500	.390	1
2.5	1.36	1.24	1.13	.942	.802	.697	.524	.420	.300	.236	1
3	.932	.839	.751	.613	.515	.444	.329	.261	.185	.143	1
3.5	6.64	5.83	5.13	4.09	3.39	2.89	2.11	1.66	1.14	.897	10
4	4.90	4.22	3.66	2.87	2.35	1.99	1.44	1.13	.788	.605	10
5	2.91	2.42	2.06	1.58	1.27	1.07	.763	.593	.411	.314	10
10	5.16	3.95	3.19	2.31	1.81	1.48	1.03	.787	.536	.407	100

TABLE 2 (Continued)

MEDIUM 1:		CL/CI=3.00		POISSON'S RATIO= .4375							
MEDIUM 2:		CL/CI=1.50		POISSON'S RATIO= .1000							
						DENSITY 2/DENSITY 1					
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	6.18	7.38	8.57	9.66	10.75	11.84	12.93	14.02	15.11	16.20	1
0.2	6.06	7.11	8.03	8.94	9.85	10.76	11.67	12.58	13.49	14.40	1
0.3	6.75	8.41	9.87	11.34	12.81	14.28	15.75	17.22	18.69	20.16	1
0.35	6.70	8.32	9.71	11.10	12.57	14.04	15.51	16.98	18.45	19.92	1
0.4	7.06	8.75	10.21	11.68	13.15	14.62	16.09	17.56	19.03	20.50	1
0.45	7.22	8.96	10.41	11.88	13.35	14.82	16.29	17.76	19.23	20.70	1
0.5	7.37	9.16	10.61	12.07	13.54	15.01	16.48	17.95	19.42	20.89	1
0.6	7.43	9.22	10.67	12.13	13.60	15.07	16.54	18.01	19.48	20.95	1
0.8	7.55	9.34	10.79	12.25	13.72	15.19	16.66	18.13	19.60	21.07	1
1	7.64	9.43	10.88	12.34	13.81	15.28	16.75	18.22	19.69	21.16	1
1.25	7.72	9.51	10.96	12.42	13.89	15.36	16.83	18.30	19.77	21.24	1
1.5	7.79	9.58	11.03	12.49	13.96	15.43	16.90	18.37	19.84	21.31	1
1.75	7.85	9.64	11.09	12.55	14.02	15.49	16.96	18.43	19.90	21.37	10
2	7.90	9.69	11.14	12.60	14.07	15.54	17.01	18.48	19.95	21.42	10
2.5	8.02	9.81	11.26	12.72	14.19	15.66	17.13	18.60	20.07	21.54	10
3	8.05	9.84	11.29	12.75	14.22	15.69	17.16	18.63	20.10	21.57	10
3.5	8.09	9.88	11.33	12.79	14.26	15.73	17.20	18.67	20.14	21.61	10
4	8.12	9.91	11.36	12.82	14.29	15.76	17.23	18.70	20.17	21.64	100
5	8.15	9.94	11.39	12.85	14.32	15.79	17.26	18.73	20.20	21.67	100
10	8.34	10.13	11.58	13.04	14.51	15.98	17.46	18.93	20.40	21.86	1000

MEDIUM 1:		CL/CI=3.00		POISSON'S RATIO= .4375							
MEDIUM 2:		CL/CI=1.75		POISSON'S RATIO= .2576							
						DENSITY 2/DENSITY 1					
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	7.86	9.12	10.38	11.64	12.90	14.16	15.42	16.68	17.94	19.20	1
0.2	7.80	9.01	10.23	11.45	12.67	13.89	15.11	16.33	17.55	18.77	1
0.3	8.61	9.89	11.17	12.45	13.73	15.01	16.29	17.57	18.85	20.13	1
0.35	8.76	10.04	11.32	12.60	13.88	15.16	16.44	17.72	19.00	20.28	1
0.4	8.86	10.14	11.42	12.70	13.98	15.26	16.54	17.82	19.10	20.38	1
0.45	9.02	10.30	11.58	12.86	14.14	15.42	16.70	17.98	19.26	20.54	1
0.5	9.18	10.46	11.74	13.02	14.30	15.58	16.86	18.14	19.42	20.70	1
0.6	8.85	10.13	11.41	12.69	13.97	15.25	16.53	17.81	19.09	20.37	1
0.8	9.92	11.20	12.48	13.76	15.04	16.32	17.60	18.88	20.16	21.44	1
1	10.18	11.46	12.74	14.02	15.30	16.58	17.86	19.14	20.42	21.70	1
1.25	10.44	11.72	13.00	14.28	15.56	16.84	18.12	19.40	20.68	21.96	1
1.5	10.70	11.98	13.26	14.54	15.82	17.10	18.38	19.66	20.94	22.22	1
1.75	11.01	12.29	13.57	14.85	16.13	17.41	18.69	19.97	21.25	22.53	1
2	11.32	12.60	13.88	15.13	16.41	17.69	18.97	20.25	21.53	22.81	1
2.5	11.63	12.91	14.19	15.44	16.72	18.00	19.28	20.56	21.84	23.12	10
3	11.94	13.22	14.50	15.75	17.03	18.31	19.59	20.87	22.15	23.43	10
3.5	12.25	13.53	14.81	16.06	17.34	18.62	19.90	21.18	22.46	23.74	10
4	12.56	13.84	15.12	16.37	17.65	18.93	20.21	21.49	22.77	24.05	10
5	12.87	14.15	15.43	16.68	17.96	19.24	20.52	21.80	23.08	24.36	100
10	13.78	15.06	16.34	17.62	18.90	20.18	21.46	22.74	23.99	25.25	1000

MEDIUM 1:		CL/CI=3.00		POISSON'S RATIO= .4375							
MEDIUM 2:		CL/CI=2.00		POISSON'S RATIO= .3333							
						DENSITY 2/DENSITY 1					
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	5.61	6.89	8.17	9.45	10.73	12.01	13.29	14.57	15.85	17.13	1
0.2	5.67	6.95	8.23	9.51	10.79	12.07	13.35	14.63	15.91	17.19	1
0.3	6.49	7.77	9.05	10.33	11.61	12.89	14.17	15.45	16.73	18.01	1
0.35	6.65	7.93	9.21	10.49	11.77	13.05	14.33	15.61	16.89	18.17	1
0.4	6.72	8.00	9.28	10.56	11.84	13.12	14.40	15.68	16.96	18.24	1
0.45	6.83	8.11	9.39	10.67	11.95	13.23	14.51	15.79	17.07	18.35	1
0.5	6.99	8.27	9.55	10.83	12.11	13.39	14.67	15.95	17.23	18.51	1
0.6	7.27	8.55	9.83	11.11	12.39	13.67	14.95	16.23	17.51	18.79	1
0.8	8.50	9.78	11.06	12.34	13.62	14.90	16.18	17.46	18.74	20.02	1
1	8.75	10.03	11.31	12.59	13.87	15.15	16.43	17.71	18.99	20.27	1
1.25	9.00	10.28	11.56	12.84	14.12	15.40	16.68	17.96	19.24	20.52	1
1.5	9.25	10.53	11.81	13.09	14.37	15.65	16.93	18.21	19.49	20.77	1
1.75	9.50	10.78	12.06	13.34	14.62	15.90	17.18	18.46	19.74	21.02	1
2	9.75	11.03	12.31	13.59	14.87	16.15	17.43	18.71	20.00	21.28	1
2.5	10.00	11.28	12.56	13.84	15.12	16.40	17.68	18.96	20.24	21.52	10
3	10.25	11.53	12.81	14.09	15.37	16.65	17.93	19.21	20.49	21.77	10
3.5	10.50	11.78	13.06	14.34	15.62	16.90	18.18	19.46	20.74	22.02	10
4	10.75	12.03	13.31	14.59	15.87	17.15	18.43	19.71	21.00	22.27	10
5	11.00	12.28	13.56	14.84	16.12	17.40	18.68	19.96	21.25	22.52	100
10	11.75	13.03	14.31	15.59	16.87	18.15	19.43	20.71	21.99	23.27	1000

TABLE 2 (Concluded)

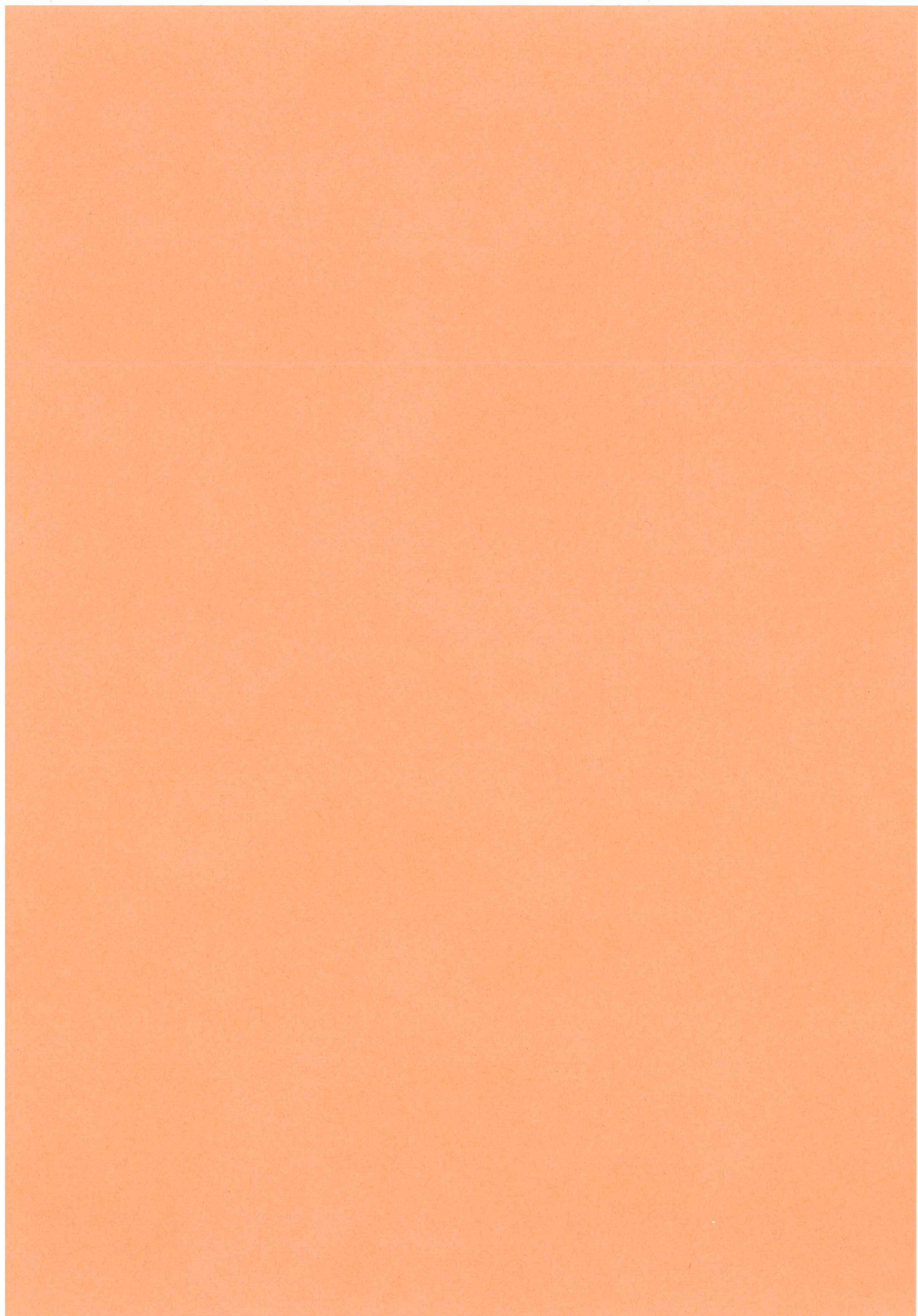
MEDIUM 1:		CL/CT=1.00		POISSON'S RATIO= .4375							
MEDIUM 2:		CL/CT=2.25		POISSON'S RATIO= .3769							
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	5.39	8.57	7.50	8.40	8.76	8.86	8.64	8.20	7.23	6.38	1
0.2	7.48	8.39	8.76	8.84	8.59	8.23	7.28	6.44	5.17	4.29	1
0.3	8.37	8.83	8.85	8.46	7.92	7.37	6.18	5.28	4.06	3.28	1
0.35	8.55	8.84	8.75	8.23	7.61	7.02	5.81	4.91	3.73	3.00	1
0.4	8.61	8.82	8.67	8.09	7.44	6.84	5.63	4.76	3.61	2.91	1
0.45	8.69	8.86	8.68	8.02	7.33	6.71	5.48	4.61	3.49	2.80	1
0.5	8.81	8.94	8.69	7.92	7.15	6.47	5.20	4.33	3.24	2.59	1
0.6	9.11	9.02	8.51	7.40	6.49	5.75	4.48	3.61	2.69	2.13	1
0.8	9.26	7.83	7.14	5.96	5.11	4.47	3.41	2.75	2.00	1.57	1
1	5.27	4.91	4.46	3.72	3.18	2.78	2.11	1.71	1.24	.971	1
1.25	3.25	2.99	2.71	2.26	1.92	1.68	1.27	1.02	.737	.577	1
1.5	2.20	2.00	1.81	1.50	1.28	1.11	.835	.670	.481	.375	1
1.75	1.59	1.44	1.30	1.07	.909	.788	.591	.472	.337	.262	1
2	1.21	1.09	.975	.800	.676	.584	.436	.347	.247	.192	1
2.5	7.49	6.52	5.70	4.53	3.74	3.18	2.32	1.82	1.28	.983	10
3	4.92	4.16	3.57	2.77	2.26	1.90	1.37	1.07	.740	.568	10
3.5	3.41	2.82	2.39	1.82	1.47	1.23	.875	.679	.469	.359	10
4	2.67	2.01	1.68	1.26	1.01	.842	.595	.460	.317	.242	10
5	1.82	1.12	.922	.679	.538	.445	.311	.239	.164	.125	10
10	2.30	1.70	1.34	.948	.733	.597	.409	.311	.210	.159	100

MEDIUM 1:		CL/CT=3.00		POISSON'S RATIO= .4375							
MEDIUM 2:		CL/CT=2.50		POISSON'S RATIO= .4044							
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	5.19	8.47	7.33	8.29	8.71	8.86	8.75	8.36	7.47	6.64	1
0.2	7.31	8.27	8.73	8.87	8.69	8.38	7.50	6.68	5.41	4.52	1
0.3	8.25	8.79	8.87	8.57	8.08	7.56	6.40	5.50	4.25	3.45	1
0.35	8.45	8.81	8.78	8.33	7.76	7.19	5.99	5.09	3.88	3.13	1
0.4	8.50	8.78	8.69	8.16	7.54	6.96	5.75	4.87	3.70	2.98	1
0.45	8.57	8.80	8.66	8.08	7.43	6.83	5.62	4.75	3.61	2.91	1
0.5	8.67	8.86	8.68	8.02	7.32	6.69	5.45	4.58	3.46	2.78	1
0.6	8.93	9.01	8.67	7.75	6.90	6.19	4.90	4.05	3.00	2.38	1
0.8	9.39	8.85	8.04	6.68	5.70	4.97	3.77	3.04	2.20	1.72	1
1	6.54	6.10	5.55	4.63	3.97	3.47	2.64	2.14	1.55	1.22	1
1.25	4.01	3.78	3.37	2.81	2.41	2.10	1.60	1.29	.932	.730	1
1.5	2.70	2.47	2.24	1.86	1.59	1.39	1.05	.845	.609	.476	1
1.75	1.95	1.77	1.60	1.33	1.13	.983	.740	.593	.425	.332	1
2	1.48	1.34	1.20	.995	.844	.732	.549	.438	.313	.243	1
2.5	.931	.826	.733	.593	.496	.426	.314	.249	.176	.136	1
3	6.77	5.31	4.62	3.63	2.99	2.53	1.83	1.44	1.00	.771	10
3.5	4.31	3.63	3.10	2.40	1.95	1.64	1.17	.914	.634	.486	10
4	3.14	2.59	2.19	1.67	1.34	1.12	.798	.619	.428	.327	10
5	1.82	1.46	1.21	.900	.716	.595	.418	.322	.221	.169	10
10	3.02	2.25	1.79	1.27	.984	.804	.552	.420	.285	.215	100

MEDIUM 1:		CL/CT=3.00		POISSON'S RATIO= .4375							
MEDIUM 2:		CL/CT=3.00		POISSON'S RATIO= .4375							
DENSITY 2/DENSITY 1											
C2L/C1L	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	MULTIPLYING FACTOR
0.1	4.85	6.13	7.01	8.05	8.57	8.81	8.87	8.61	7.85	7.09	1
0.2	7.00	8.04	8.55	8.89	8.83	8.61	7.86	7.11	5.84	4.94	1
0.3	8.03	8.68	8.67	8.72	8.33	7.88	6.80	5.90	4.62	3.78	1
0.35	8.26	8.74	8.62	8.31	8.03	7.51	6.35	5.44	4.19	3.40	1
0.4	8.31	8.71	8.71	8.31	7.76	7.21	6.02	5.12	3.91	3.15	1
0.45	8.36	8.71	8.66	8.19	7.59	7.01	5.81	4.93	3.75	3.02	1
0.5	8.44	8.74	8.65	8.11	7.47	6.88	5.67	4.80	3.65	2.94	1
0.6	8.65	8.86	8.68	8.02	7.31	6.67	5.43	4.56	3.44	2.77	1
0.8	9.15	9.04	8.51	7.36	6.42	5.68	4.41	3.60	2.64	2.09	1
1	9.50	8.84	7.94	6.52	5.54	4.81	3.63	2.93	2.11	1.65	1
1.25	5.83	5.43	4.93	4.15	3.55	3.11	2.37	1.92	1.39	1.09	1
1.5	3.90	3.60	3.28	2.75	2.36	2.06	1.57	1.27	.926	.729	1
1.75	2.79	2.56	2.33	1.95	1.66	1.45	1.10	.890	.642	.503	1
2	2.10	1.92	1.74	1.45	1.24	1.08	.815	.655	.471	.368	1
2.5	1.33	1.20	1.09	.901	.766	.665	.500	.400	.286	.223	1
3	.911	.810	.721	.585	.490	.421	.311	.246	.174	.135	1
3.5	6.44	5.59	4.88	3.86	3.19	2.71	1.97	1.54	1.08	.831	10
4	4.73	4.02	3.47	2.70	2.20	1.86	1.34	1.04	.726	.556	10
5	2.79	2.29	1.94	1.47	1.18	.988	.701	.543	.375	.287	10
10	4.83	3.66	2.94	2.11	1.65	1.35	.932	.712	.484	.366	100

CHAPITRE I

B) CONTACT HELIUM-SOLIDE



COMMENTS ON THE KAPITZA CONDUCTANCE OF COPPER TO LIQUID AND SOLID ^4He

J.D.N. CHEEKE and B. HEBRAL

Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, C.N.R.S., B.P. 166, Centre de Tri 38042, Grenoble-Cedex, France

Received 11 April 1972

We show that while there is a large difference between the Kapitza conductance of copper to liquid ^4He measured at 1.9 K and that calculated using the Khalatnikov model, there is reasonable agreement between theory and experiment for copper and solid ^4He . It is suggested that the disagreement in the former case is mainly due to the properties of the liquid rather than to the large acoustic mismatch.

It is well known [1, 2] that experimentally observed Kapitza conductances between solids and liquid ^4He in the range 1–2 K are generally orders of magnitude greater than those calculated on the basis of the acoustic mismatch model of Khalatnikov [3]. In the case of copper for example the highest Kapitza conductance determined experimentally [4] is some fifty five times greater at 1.9 K than that calculated on the basis of the Khalatnikov model (including surface wave absorption). This disagreement between theory and experiment may to some extent be improved by considering the effect of the dense helium layer next to the solid surface which acts as a matching unit between the two media [5], and perhaps completely by considering the dynamic interaction between incident solid phonons and bound helium atoms [6] or the influence of phonon attenuation in the solid which modifies the Khalatnikov model [7, 8].

The acoustic mismatch model [3, 9] has been verified for the transmission of coherent long wavelength phonons at frequencies up to about 10^9 Hz for both solid-solid junctions and solid-liquid helium interfaces [10] for normal incidence. It has also been found to hold for the thermal resistance of intimate solid-solid interfaces in the 1 K temperature region, as well as that associated with the contact between metal films and insulating substrates for higher temperature phonons [11, 12]. Peterson and Anderson [7] have recently modified the theory for solid-solid contacts by including attenuation effects and they find good agreement between the modified acoustic mismatch theory and experiment for mylar-metal interfaces in the range 0.4–4 K. They have also modified the Khalatnikov

model in a similar way and obtain curves compatible with experiments between copper and liquid and solid ^3He for $T < 0.1$ K.

As solid-solid interfaces are generally well matched acoustically, we felt that it would be of interest to determine whether the disagreement between theory and experiment for the solid-liquid problem in the higher temperature range (1–2 K) is due to the invalidity of the Khalatnikov model when there are extreme differences in acoustic properties between the two media or to the fact that one of the bodies is a liquid. An opportunity to resolve this question is offered by a comparison of the Kapitza conductance of a given specimen to liquid and then solid helium as both the latter have acoustic impedances Z much smaller than those of typical solids (for example, for longitudinal phonons $Z(\text{Cu}) \sim 40$, $Z(\text{solid } ^4\text{He}) \sim 0.2$ and $Z(\text{liquid } ^4\text{He}) \sim 0.03$ in units of $10^5 \text{ g cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$). A similar disagreement with the theory for the solid helium would suggest that a large acoustic mismatch is at the origin of the problem in both cases. We make such a comparison in this letter for the case of copper, the only system for which both measurements have been found in the literature for ^4He . Thermal conductivity measurements on the solid helium crystals of this work indicated their particularly high perfection.

Mezhov-Deglin [13] reports a value of $R_K = 25T^{-2.6} \text{ cm}^2 \text{ deg W}^{-1}$ for the Kapitza resistance between a copper surface and a crystal of solid ^4He in the range 0.5–2 K. Using his stated values of ρ and θ_D and a mean value of $c_l = 8.8 \times 10^4 \text{ cm/sec}$ [14] we obtain $c_t = 3.9 \times 10^4 \text{ cm/sec}$, where ρ is the density, θ_D the Debye temperature and c_t and c_l the transverse and

longitudinal sound velocities. Using a program for numerical calculations based on Little's model for the solid-solid contact [9] we find $R_K = 73 T^{-3}$ cm² deg W⁻¹. Thus at 1.9 K, $h_K^{\text{meas}}/h_K^{\text{cal}} = 2.25$ where $h_K = 1/R_K$. There is some uncertainty in the experimental contact area and we have ignored the rather large anisotropy in the helium [15] so that uncertainty in the experimental result within a factor of two is possible. The contribution of surface waves has been neglected in the calculation and their inclusion would improve the agreement, increasing the heat flow by a factor $\lesssim 2$. We thus consider the agreement between theory and experiment as quite satisfactory.

Comparison between theory and experiment for liquid ⁴He is complicated by the wide scatter in the experimental results [16] and uncertainty in the surface condition. Be that as it may, it seems clear that agreement between theory and experiment is very much better for copper-solid ⁴He than for copper-liquid ⁴He. Further experimental work on a single specimen would clearly be desirable.

Concerning the two initial hypotheses, approximate agreement with theory for the solid ⁴He suggests that it is not the large acoustic mismatch which is responsible for the discrepancy in the liquid case, and we thus conclude that the origin of the problem lies in the particular properties of the liquid. This is in contrast to the case of Cu-³He at lower temperatures [7] where disagreement between the Khalatnikov model and experiment is similar for solid and liquid ³He, and where both theoretical results can be satisfactorily modified by attenuation. The most likely possibility seems the modification of the liquid at the interface along lines

already suggested [6]. The extreme acoustic mismatch between the two media plays an indirect role in that it implies a high boundary resistance associated with the Khalatnikov mechanism, and this would allow the other parallel mechanisms to become effective, especially at the higher temperatures. Attenuation effects should also, of course, play some role.

We are grateful to Prof. A.C. Anderson for sending preprints of his work before publication.

References

- [1] G.L. Pollack, *Revs. Mod. Phys.* 41 (1969) 48.
- [2] J.D.N. Cheeke, *J. de Phys., Colloque C3*, 31, suppl.10 (1970) 129.
- [3] I.M. Khalatnikov, *Zh. Eksp. i Teor. Fiz.* 22 (1952) 687.
- [4] R.C. Johnson and W.A. Little, *Phys. Rev.* 130 (1963) 596.
- [5] L.J. Challis, K. Dransfeld and J. Wilks, *Proc. Roy. Soc. A* 260 (1961) 31.
- [6] G.A. Toombs and L.J. Challis, *J. Phys. C4* (1971) 1085.
- [7] R.E. Peterson and A.C. Anderson, to be published.
- [8] H. Haug and K. Weiss, *Proc. Int. Cryo. Eng. Conf.* 4 (1972).
- [9] W.A. Little, *Can. J. Phys.* 37 (1959) 334.
- [10] J. Wilks, *Liquid and solid helium* (Oxford 1967).
- [11] P. Herth and O. Weis, *Z. Physik* 29 (1970) 101.
- [12] J.D.N. Cheeke, B. Hebral and C. Martinon, *C. R. Acad. Sci.*, May 1972.
- [13] L.P. Mezhov-Deglin, *Sov. Phys. JETP* 22 (1966) 47.
- [14] J.H. Vignos and H.A. Fairbank, *Proc. 8th Int. Conf. Low Temp. Phys.*, ed Davies (Butterworth 1963) 31.
- [15] L.H. Nosanow and N.R. Werthamer, *Phys. Rev. Letters* 15 (1965) 618.
- [16] N.S. Snyder, *Cryogenics* 10 (1970) 89.

2638

Anomalous Behavior of the Kapitza Resistance between Solids and Liquid Helium II

J. D. N. Cheeke, B. Hebral, J. Richard, and R. R. Turkington*

Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, Centre National de la Recherche Scientifique, 38042 Grenoble, France

(Received 26 November 1973)

We report observations of an anomalous behavior in the Kapitza resistance between Cu or Pb and liquid helium II in the range 1–2 K. Systematic deviations from linearity at small heat fluxes have been observed for the temperature difference as a function of heat current. The dependence of the anomaly upon diameter and temperature is described, as well as possible origins of the effect.

In experiments on thermal conductivity at low temperatures a linear relation between the temperature difference ΔT and the heat current $\dot{Q}$ is usually observed. An exception is provided by liquid helium II, where it has been found that under certain conditions¹ a strongly nonlinear variation occurs, primarily due to the effect of mutual friction between normal fluid and superfluid. Such effects have recently been used to study critical velocities in helium II for the case of heat conduction in narrow capillaries.² In the present Letter, we report the first observation of similar deviations from a simple linear ΔT versus $\dot{Q}$ relation for the boundary resistance at a solid-helium II interface, the Kapitza resistance.^{3,4} The results suggest that such effects are also related to the creation of turbulence in the liquid, which points to the possible existence of a new tool for the study of critical velocities in liquid helium in the immediate vicinity of a heated solid surface.

The experiments were made using the classical steady-state technique. The specimens were in the form of cylinders a few centimeters long and with diameters ranging from 5 to 15 mm. As shown in Fig. 1 the heat flow was axial across one end face which was in contact with the helium bath. In the work reported here the surfaces were in the as-machined state, being degreased with acetone just before cooling down. The specimens were soldered into $\frac{2}{10}$ -mm-thick German silver plates which acted as thermal insulating supports. Temperatures were measured using $\frac{1}{10}$ -W, 47- Ω , Allen-Bradley resistors calibrated against the helium bath temperature. Temperature differences were determined by the difference in thermometer resistance with and without an applied heat current, the helium bath being regulated at a constant temperature with a precision of $\leq 10^{-4}$ K in both cases. Ample time was taken to ensure that the thermometers were

in thermal equilibrium at each point, this being facilitated by the use of a linear ramp heater supply by which the heater power $\dot{Q}$ could be slowly increased over a 20-min time interval. As determined by the maximum observed scatter in the experimental points, the estimated error in ΔT is $< 3\%$ for $\Delta T \sim 50$ mK and $< 8\%$ for $\Delta T \sim 5$ mK. Absolute accuracy in the determination of $\dot{Q}$ is estimated to be better than 0.5%. A summary of the results for a 10-mm-diam copper specimen is shown in Fig. 2 to illustrate the temperature dependence. A change in slope is observed at a critical heat current $\dot{Q}_c \sim 5$ mW cm⁻² for $T \sim 2$ K and the effect progressively disappears at the lowest temperatures. The size dependence is shown by representative results for Pb in Fig. 3. A significant break in slope is seen for a 15-mm specimen for $T \sim 2$ K while the characteristic is linear for a 5-mm-diam specimen.

The slope change at 2 K is about 25% in both Figs. 2 and 3 although, for a given heat current density (for example, $\dot{Q} = 10$ mW cm⁻²), the ex-

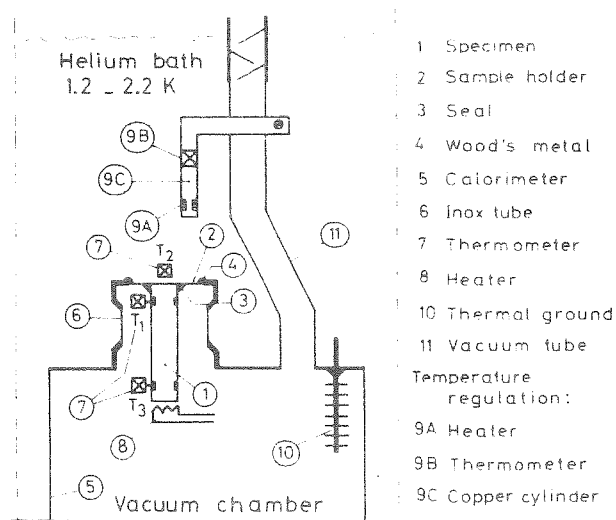


FIG. 1. Kapitza resistance calorimeter.

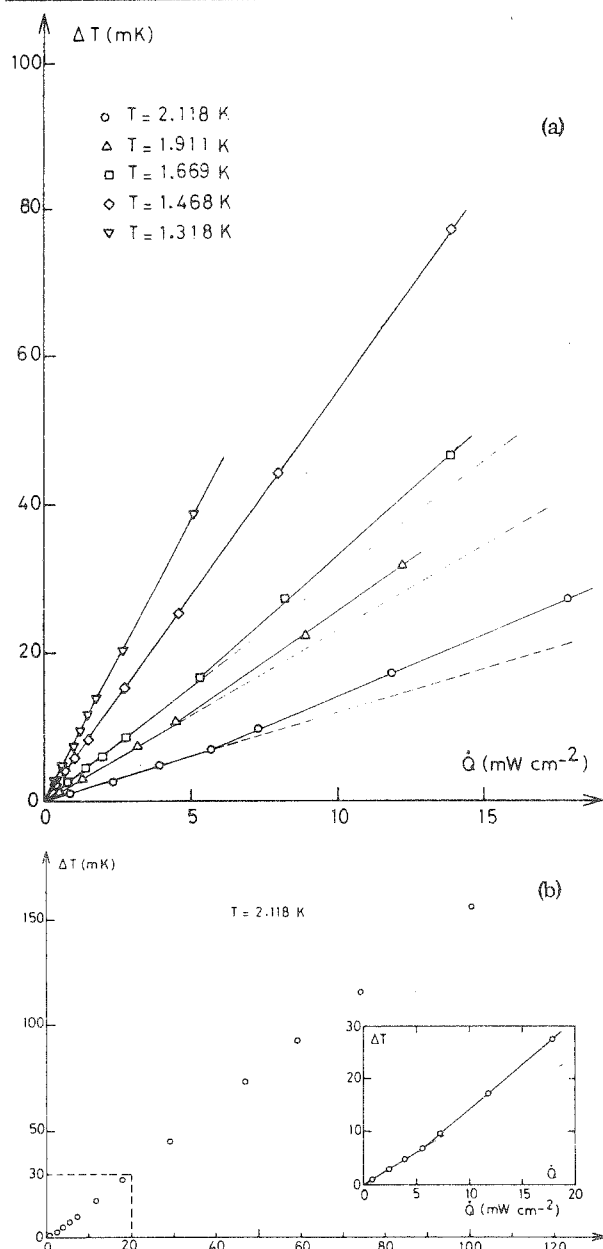


FIG. 2. (a) Summary of the results for copper. In most cases the indicated behavior has been observed to continue for heater powers higher than those shown here. (b) The anomaly shown in the inset may escape attention if only a few points are taken over a wide ΔT range.

cess ΔT above that determined from the slope at the origin is much larger for the 15-mm-diam Pb specimen (7 mK) than for the 10-mm-diam copper (2 mK). At present we feel that there are not sufficient data to pin down the curve shape near and immediately above $\dot{Q}_c$. We have shown the curve above $\dot{Q}_c$ as being approximated by a

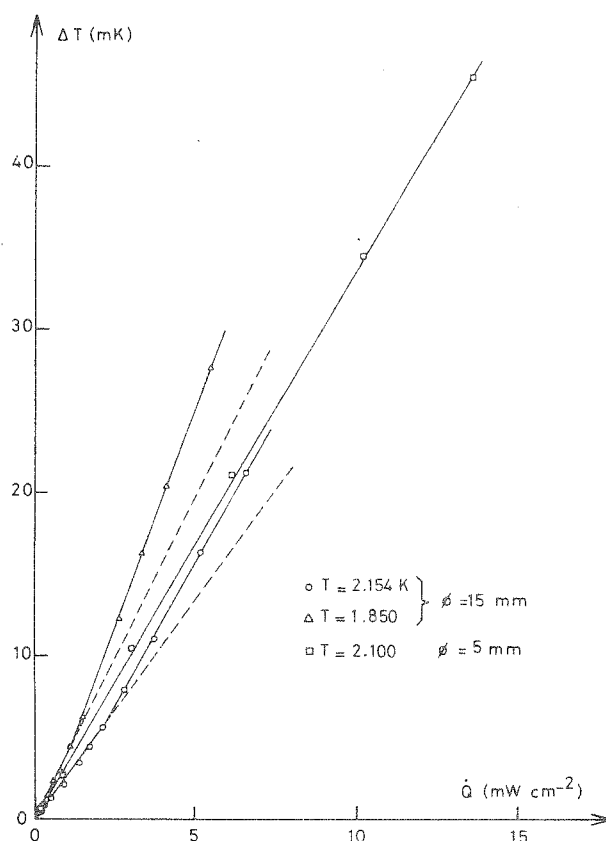


FIG. 3. Size dependence for Pb. Similar results were obtained for normal lead. The results for the 5-mm specimen were obtained in a different investigation (Ref. 5).

straight line merely as a visual aid to show the existence of the anomaly. Detailed measurements below $\dot{Q}_c$ on copper revealed the slope to be accurately linear very close to the origin, and to a first approximation the slope is linear above the break. It is interesting to note in passing that for $T \sim T_\lambda$ the solid temperature is above T_λ for most of the curve and nothing unusual in ΔT versus $\dot{Q}$ is observed at the corresponding value of ΔT .

The existence and order of magnitude of the anomaly have been found to be reproducible in all of the work thus far, and from the ensemble of the data we have deduced the following features. (i) There is a marked dependence on the temperature, a simple linear behavior always being observed for $T \lesssim 1.5$ K except for the larger diameter (~ 15 mm) specimens. However, it has not yet been found possible to determine accurately $\dot{Q}_c$ and hence $\dot{Q}_c(T)$ (Fig. 2 is typical in this regard). (ii) The excess ΔT increases rapidly with specimen diameter; we have not observed

the effect in 5-mm-diam Pb specimens for heat currents up to 20 mW cm^{-2} as shown in Fig. 3. The data presently available do suggest that $\dot{Q}_c$ varies approximately inversely as the diameter. (iii) The surface condition seems to be important although further work is needed on this point. (iv) The anomaly has been observed in specimens of Cu, Pb (superconducting and normal), Bi, Fe, Co, Ni, and H_2O and thus seems to be of a quite general nature irrespective of the solid used.

We have gone to some lengths to satisfy ourselves that the observation is not of a pernicious experimental origin. Some checks included measurement of the thermal conductivity K of a wire of commercial grade copper (diameter 2 mm, length 50 mm) and of commercial brass (diameter 7 mm, length 6 mm) in the same conditions of temperature, heat flux, and temperature difference as for when the anomaly was observed. In both cases there was unquestionably no slope increase for K , while a small anomaly was observed for R_K of the same brass specimen. Likewise the fact that the characteristic is generally linear for $T < 1.5 \text{ K}$ immediately eliminated a host of possibilities such as steady heat leaks, faulty wiring, etc., which are common to both temperature intervals. A standard R_K surface not being yet available, we have verified the correctness of our thermal conductivity measurements by determining the Lorenz number for Fe, Co, and Ni.⁶

One might also ask why the effect has not been observed in previous measurements. A clue is given from Fig. 2(b), where we see that the slope change is quite invisible if we look at the variation over a wide range of T and $\dot{Q}$. As seen in the inset, a detailed inspection reveals the anomaly. We note that for the highest values of $\dot{Q}$ there is an apparent decrease in the slope which can be explained simply by the fact that the condition $\Delta T \ll T_0$ is not longer true; a simple Taylor's series expansion of $R_K(T)$ accounts for this difference. Other reasons why the anomaly seems to have escaped notice may be that 5–6-mm-diam specimens have been used in many cases, and more generally that few detailed studies of $\Delta T(\dot{Q})$ have been made. Finally it is interesting to note that the same effect that we have observed here seems to be present to some degree in Kapitza's original work.⁴

Turning to the origin of the effect we may look for a cause in four regions of the system: (a) In the bulk of the solid. This seems unlikely, as such effects do not seem to have been reported

in the literature on thermal conductivity work.⁷ In particular a linear characteristic was observed in our brass specimen which was chosen specifically so as to put any possible end effects in evidence. (b) In the bulk of the liquid. This is quite unlikely, as we tested for this possibility by moving the bath resistor as close as possible to the specimen surface (about 0.1–1 mm) and no change was observed in the results. Further, work on temperature gradients in bulk helium II in the mutual-friction regime^{8,9} predicts excess ΔT 's orders of magnitude smaller than those that we observe here. (c) In a thin (perhaps damaged) surface layer of the solid. This is quite possible, but we have no precise model to offer. (d) In a thin layer of liquid near the interface. We presently regard this as being the most likely location of the effect.

The apparently strong dependence of the results on the temperature and surface diameter suggests that the effect can be explained by turbulence in the helium at the interface. The observed $\dot{Q}_c$ could in principle correspond to turbulence in either the normal fluid or the superfluid. The work of Van Alphen *et al.*¹⁰ suggests that for wide channels in counterflow conditions (i.e., when the normal fluid is unclamped as in our case) a critical velocity corresponding to turbulence in the normal fluid is usually observed. It seems reasonable to suppose that this is also the case in our problem.¹¹ Turbulence in the normal fluid could in turn be due to either mutual friction or the existence of a critical Reynolds number.¹² An extensive investigation would probably be necessary to distinguish between the two possibilities at least as far as the form of the $\Delta T(\dot{Q})$ relation is concerned. However, considerations given below suggest a correlation between $\dot{Q}_c$ and a critical Reynolds number.

As a first step in identifying the phenomenon at hand we define a surface Reynolds number $R_s = \rho v_n d / \eta_n$, where ρ is the total fluid density, $v_n = \dot{Q} / \rho TS$ is the normal fluid velocity, d is the surface diameter, and η_n is the normal fluid viscosity. Values for ρ , S , and η_n for liquid helium have been taken from standard tables.³

For these of our results where $\dot{Q}_c$ is sufficiently clearly defined we obtain $R_s \sim 1500$ for $T \sim 1.2 \text{ K}$ (superconducting lead) then falling progressively to $R_s \sim 500$ at $T \sim 1.5 \text{ K}$ (copper) and $R_s \leq 50$ for $T \leq T_\lambda$ (all specimens). A similar situation is observed in bulk helium, which is encouraging. However, as already pointed out, such an analogy cannot be carried over quantitatively to the pres-

ent work, at least as far as the magnitude of ΔT is concerned. Unfortunately our experimental results do not permit accurate evaluation of R_s at the lowest temperatures as the anomaly becomes very small and not well defined.

An independent check of the present results and conjectures would clearly be desirable, at which point a detailed theory of initiation of turbulence in helium II at a solid interface will be needed. This is clearly outside of the scope of the present work.

We are most grateful for numerous discussions throughout the course of this work, particularly with H. J. Maris, K. Dransfeld, L. J. Challis, and A. Libchaber.

*Permanent address: Royal Military College, Kingston, Ont. K7L 2W3, Canada.

¹J. T. Tough, Phys. Rev. **144**, 186 (1966).

²R. K. Childers and J. T. Tough, Phys. Rev. Lett. **31**, 911 (1973).

³For a general review see G. L. Pollack, Rev. Mod. Phys. **41**, 48 (1969). An up to date treatment of the subject has been given by L. J. Challis (to be published).

⁴P. L. Kapitza, J. Phys. (U.S.S.R.) **4**, 181 (1941); *Collected papers of P. L. Kapitza*, edited by D. ter Haar (Pergamon, New York, 1965), Vol. II, p. 581.

⁵J. D. N. Cheeke, Cryogenics **10**, 463 (1970).

⁶J. D. N. Cheeke, B. Hebral, and J. Richard, J. Low

Temp. Phys. **12**, 359 (1973). We obtain the following deviations from the classical Lorenz number: for Fe, 2.8%; for Co, 4.5%; and for Ni, 0.4%. Part of these deviations could be explained by specimen quality or real metal effects, as well as additional errors in the resistivity determination.

⁷M. P. Zaitlin and A. C. Anderson, J. Low Temp. Phys. **9**, 467 (1972).

⁸P. R. Critchlow and R. A. Hemstreet, J. Appl. Phys. **40**, 2675 (1969).

⁹C. E. Chase, Phys. Rev. **131**, 1898 (1963). See also a general discussion by V. Arp, Cryogenics **10**, 96 (1970).

¹⁰W. M. Van Alphen, G. J. Van Haasteren, R. De Bruyn Ouboter, and K. W. Taconis, Phys. Lett. **20**, 474 (1966).

¹¹Some of our data (for example, Fig. 3) also suggest the existence of a first transition at $\dot{Q}_0 < \dot{Q}_c$. This could correspond to a transition to superfluid turbulence, which gives further support to our association of $\dot{Q}_c$ with normal-fluid turbulence.

¹²J. T. Tough and C. E. Oberly [J. Low Temp. Phys. **6**, 161 (1972)] have discovered a dimensionless parameter P which seems to characterize the transition to normal-fluid turbulence in the bulk liquid in the range 1–2 K. The parameter P does not seem to describe our data very well ($5 < P < 80$ as opposed to $P \sim 55$ for bulk helium). This is not surprising, as our results already suggest that a different theoretical treatment will be needed for the surface problem. Hence our use of a Reynolds number in the text.

¹³Arp, Ref. 9.

KAPITZA RESISTANCE OF LOW ACOUSTIC IMPEDANCE SOLIDS (ICE AND BISMUTH)

J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL, J. RICHARD and R.R. TURKINGTON*

*Centre de Recherches sur les Très Basses Températures,
C.N.R.S., B.P. 166, Centre de Tri, 38042, Grenoble-Cédex, France*

Received 6 August 1973

Results of the Kapitza resistance between ice and bismuth and superfluid helium in the 1–2 K range are presented. Reasonable agreement with theory is obtained, consistent with the comparatively good acoustic matching between these solids and liquid helium.

Available experimental evidence suggests that the Kapitza resistance R_K between solids and liquid helium II in the 1–2 K range is much smaller than that predicted by the Khalatnikov acoustic mismatch model [1]. The agreement improves considerably for strain free surfaces at rather lower temperatures [2]. As one of us has already pointed out [3], the disagreement in the 1–2 K range becomes increasingly dramatic for high Θ_D solids while low Θ_D solids seem to show comparatively better agreement with the theory (although this is still far from being good). In the present letter we report results on two systems (ice and bismuth) in this low acoustic impedance range in an attempt to better establish the behaviour here.

The ice specimens were prepared by filling a stainless steel recipient (length ~ 15 mm and diameter ~ 15 mm) equipped with copper heater and thermometer lugs with bi-distilled water which was then subsequently frozen: the best procedure was found to be to very slowly solidify the liquid during about 90 minutes by an external antifreeze bath at -9°C . This resulted in a visibly defect free specimen. The surface of the specimen was placed to be about 0.5 mm above the upper thermometer probe. Measures of R_K and the thermal conductivity K were carried out in the usual way using a steady state technique. Some confidence in the absolute value of R_K is given by the fact that our measurements of K are in reasonable agreement with previous work [4]. Several average values of h_K were obtained in the range 1–2 K; (a) $T = 1.3$ K,

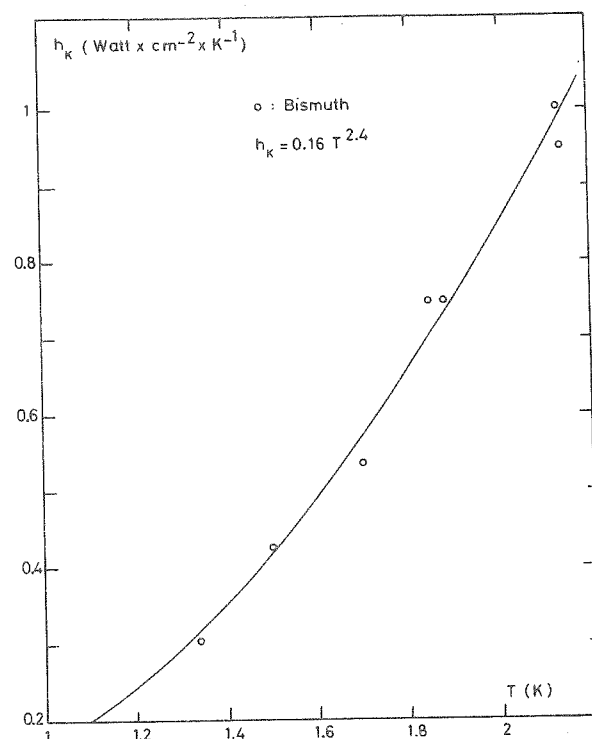


Fig. 1. Heat transfer at the surface of a bismuth specimen as a function of temperature.

$h_K = 0.18$; (b) $T = 1.47$ K, $h_K = 0.25$; (c) $T = 1.72$ K, $h_K = 0.3$ and (d) $T = 2.05$ K, $h_K = 0.3$ watts $\text{cm}^{-2} \text{deg}^{-1}$. The good agreement with theory at 2 K (see table) is probably fortuitous and clearly further data will be needed to establish the temperature dependence. The present experiments were however discontinued as we wished to fully investigate an anomalous ΔT versus $\dot{Q}$

* Permanent address: Dept. of Physics, Royal Military College, Kingston, Ontario, Canada.

Table 1
Comparison of experimental heat transfer with theoretical values [5, 6].

Solid	Θ_D (K)	$h_K^{\text{exp}}/h_K^{\text{am}}$	Ref.
Hg	72	3.5	[8]
Pb	91	15	[9]
Bi	106	6	this work
In	111	6	[10]
Ni	476	135	[11]
H ₂ O	226	2	this work
KCl	235	10	[12]
Al ₂ O ₃	1 020	88	[13]

relation observed in this and other materials which will be reported elsewhere. This effect leads to about a 20% uncertainty in the present results.

The bismuth specimen was a 6N polycrystalline rod 7 mm in diameter and 3 cm long supplied by Metals Research. The specimen was mounted in the as received state, the surface being machined and rinsed in acetone before cooling. The values of R_K were corrected for the bulk temperature gradient between thermometer and surface (correction $\sim 20\%$). The results for h_K versus T are shown in fig. 1; the observed value at 1.3 K was independent of magnetic fields up to 8 kOe parallel to the heat flow. We note the temperature dependence is rather less than T^3 .

* The conclusion for ice could be modified by the diffusion of helium atoms into the sample [7]. While our observation of an anomalous behaviour of ΔT versus $\dot{Q}$ for K is suggestive of this effect, the associated anticipated enhancement of $h_K^{\text{exp}}/k_K^{\text{th}}$ however has not been observed.

These results are compared with those for solids with limiting values of Θ_D in table 1. Calculated values were obtained using Anderson's elastic constant data [5], and the surface wave contribution was included [6]. We see that the results for ice and bismuth are quite in accord with the general picture^{*}; one observes improving agreement with the theory for small Θ_D and very significant disagreement for large Θ_D . We feel that this observation will be of major importance in identifying the heat transfer mechanism in this temperature region.

References

- [1] I.M. Khalatnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 22 (1952) 687.
- [2] R.E. Peterson and A.C. Anderson, Jour. Low. Temp. Phys. 11 (1973) 639.
- [3] J.D.N. Cheeke, Journal de Physique, Colloque C3 supplément au n° 10 (1970) C3-129.
- [4] J. Klinger and K. Neumaier, C.R. Acad. Sci. Paris 269 (1969) Série B-945.
- [5] O.L. Anderson, in Physical acoustics, ed. W.P. Mason (Academic Press, New-York) III B (1965) 43.
- [6] L.J. Challis and J.D.N. Cheeke, Proc. Roy. Soc. A 304 (1968) 479.
- [7] J. Davy and K.W. Miller, Solid State Comm. 8 (1970) 1459.
- [8] D.A. Neeper, D.C. Pearce, R.M. Wasilik, Phys. Rev. 156 (1967) 764.
- [9] L.J. Challis and J.D.N. Cheeke, Prog. Refrig. Sci. 1 (1965) 227.
- [10] D.A. Neeper and J.R. Dillinger, Phys. Rev. 135 (1964) 1028.
- [11] J.D.N. Cheeke, B. Hebral and J. Richard, Jour. Low. Temp. Physics 12 (1973) 354.
- [12] R.C. Johnson, Bull. Am. Phys. Soc. 9 (1964) 713.
- [13] J.I. Gittleman and S. Bozowski, Phys. Rev. 128 (1962) 646.

Kapitza Resistance Between the Transition Metals Fe, Co, and Ni and Superfluid Helium

J. D. N. Cheeke, B. Hebral,* and J. Richard

Centre de Recherches sur Les Très Basses Températures, C.N.R.S., Grenoble, France

(Received March 6, 1973)

Measurements of the Kapitza resistance R_K between Fe, Co, and Ni and superfluid helium in the range 1–2 K are presented. The results are in strong numerical disagreement with the Khalatnikov model. We also find that R_K depends hardly at all upon the state of mechanical deformation of the surface, in sharp disagreement with the previous work of Wey-Yen on nickel. The results are internally consistent and fit into the general pattern of available published work on other materials.

1. INTRODUCTION

The Kapitza resistance, the thermal contact resistance between solids and liquid helium, still remains an unsolved problem of low-temperature physics. There has recently been some evidence, at least for copper at $T \sim 0.1$ K, that the heat transfer is enhanced by the presence of dislocations in the surface layer.¹ Such a mechanism partially explains the difference between theory and experiment and may indeed completely account for the discrepancy in the low-temperature range. However, at higher temperatures (1–2 K) the situation does not seem clear regarding the effect of dislocations, and in addition it has been remarked that the disagreement between theory and experiment in this range increases with increasing values of θ_D of the solid.² In the present study we have attempted to elucidate this behavior by considering the effect of dislocations on the Kapitza resistance of several high θ_D metals (Fe, Co, Ni) in the range 1–2 K.

The only previous work on such systems was carried out by Kuang Wey-Yen.³ In a series of experiments on nickel, he found that R_K increased abruptly after electropolishing of the surface. He interpreted this in terms of diminution of the "porosity" of the nickel surface after electropolishing. In

*Present address: Faculté des Sciences et de Génie, Département de Physique, Université d'Ottawa, Ottawa, Ontario, Canada.

the present work we find disagreement with both the experimental results and the conclusions of Wey-Yen. However, both his results on nickel and lead and investigations by other workers did suggest that R_K was influenced by mechanical damage. Anderson and Johnson¹ investigated the effect of surface lapping, electropolishing, oxidizing, annealing, and sandblasting on the Kapitza resistance between copper and liquid ^3He in the range 0.04–0.6 K. They concluded that the presence of a severely cold-worked layer next to the surface led to a marked reduction in R_K , via an improved transmission of phonons across the interface due to surface damage. This idea was worked out in detail by Peterson and Anderson⁴ and Haug and Weiss,⁵ who modified Khalatnikov's acoustic mismatch model⁶ by explicitly including phonon attenuation in the solid. This results in a broadening of the Rayleigh peak, which, as in the theory of Khalatnikov, gives rise to the surface-wave contribution for small damping. For large damping of the surface disturbance, Haug and Weiss have shown explicitly that the effective transmission is greatly improved for phonons incident from the liquid at all angles and not only those at the Rayleigh angle. This work clearly indicates that surface dislocations increase the Kapitza conductance h_K in copper in the low-temperature range to a degree where most of the difference between theory and experiment seems explicable in terms of a modified Khalatnikov model.

The disagreement between theory and experiment in the range 1–2 K seems to be much larger than could be explained uniquely by surface damage, and in some cases surface damage even has the opposite effect on the apparent h_K so that any real effects on the increase of h_K by dislocations occurring at the same time are very small. This seems to be the case for at least Pb.⁷ The difference between theory and experiment at these temperatures can be highlighted by considering the disagreement between theory and experiment as a function of θ_D of the solid.² The disagreement becomes relatively small for solids of low θ_D and dramatically large for high θ_D solids. In the limiting case at 2 K, h_K for sapphire is about 100 times higher than that calculated using the Khalatnikov model.* By considering the maximum possible heat flow between the two media, Snyder⁸ showed that in this high θ_D limit the experimental conductances approach the theoretical limiting value, the phonon radiation limit h_K^{pr} .

In Section 2 we present experimental details and results for specimens of Fe, Co, and Ni after a systematic surface treatment had been performed. The general effects of surface damage on h_K for the present work and other results are treated in Section 3. A comparison with the theory and remarks on the θ_D variation of our results is given in Section 4, and our major conclusions are summarized in Section 5.

*See footnote p. 370.

2. EXPERIMENTAL RESULTS

In this series of experiments we wished to measure a given specimen firstly with as small a surface dislocation density as possible and then with as large a density as could conveniently be obtained. The procedure adopted⁹ was first to polish the surfaces to a planinity of about $1\ \mu$, then anneal the specimens in the following conditions:

- (a) *iron*: 8 h at 740°C in pure hydrogen
- (b) *cobalt*: 92 h at 380°C in vacuo
- (c) *nickel*: 7 h at 1000°C in vacuo

The specimens were then mounted in the apparatus in a fashion to be described, and a light electropolishing was made in situ with an Ellopol tampon. After this treatment we then suppose that the dislocation density is small.

After the measurements had been made the treated specimen was demounted and a thickness about 0.2 mm was machined off the surface using a lathe. The surface was then mechanically polished to give roughly the same planinity as before, and the experiment repeated in conditions where we now think that the dislocation density is high. It is of course possible that during cooling a significant concentration of dislocations is introduced by thermal contraction of the specimen holder. Such effects are intrinsic to the classical steady-state technique, and we cannot estimate quantitatively how important this will be. This is a disadvantage of this mounting technique as it reduces the sensitivity of the experiment to those dislocations which we have introduced intentionally.

The specimens were of the form shown in Fig. 1. They were mounted in supporting disks of german silver 0.2 mm thick of external diameter 23 mm. The disk was first fitted closely around the specimen, which protruded from the plane of the disk by about 0.2 mm. The specimen was then hard soldered to the support in a high-frequency furnace in a vacuum of about 10^{-6} Torr. This procedure gave a very thin, clean, and highly reliable seal, with the specimen surface being very well defined. The method cannot, unfortunately,

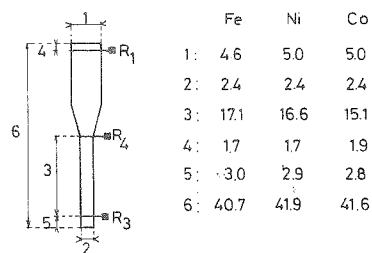


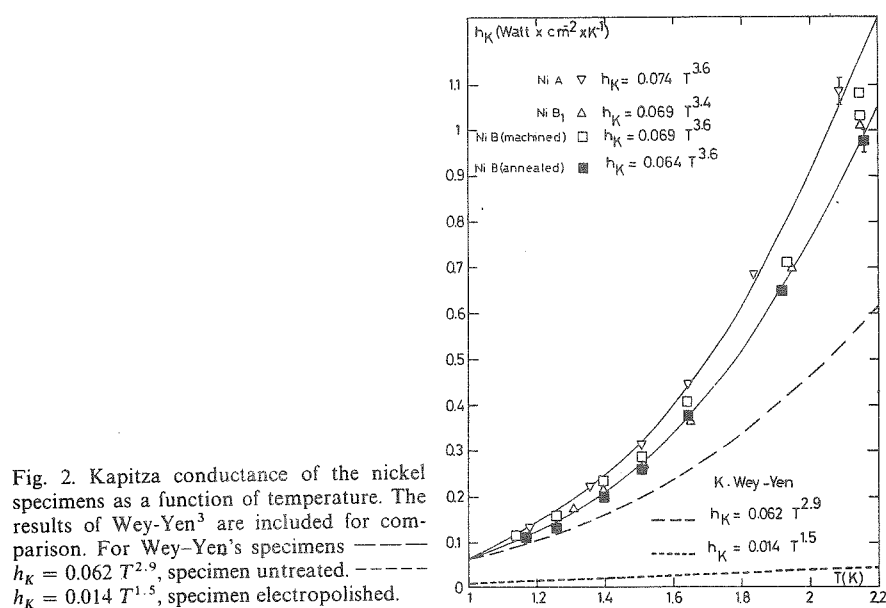
Fig. 1. Dimensions (in mm) of the machined specimens.

be used for insulators and seem unsatisfactory for low-melting-point metals.

The measurements were made using the classical steady-state method, the lower "tail" being used to measure the thermal conductivity. The overall form was chosen so as to avoid a nonlinearity in $\Delta T(\dot{Q})$ which we had observed earlier in larger area specimens¹⁰ and which was generally absent in the present work. Considering errors due to nonlinearities in $\Delta T(\dot{Q})$, imprecision on the absolute value of temperature, surface area, temperature difference, and heater power, and heat losses by leads, radiation, Joule heating, and along the specimen holder, we estimate a total error of about 7%. The apparatus was also tested by thermal conductivity measurements on the specimens and subsequent determination of the Lorenz number, which agreed with the theoretical value to within better than 5%.

We first compare our results for nickel with those of Wey-Yen. He reported results on two nickel specimens in the range 1.2–2.1 K. The first of these was a disk of diameter 14 mm and thickness 2.6 mm, and showed a conductance $h_K = 0.062T^{2.9} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1}$. The surface was untreated except for cleaning with alcohol and carbon tetrachloride. In a second experiment Wey-Yen measured a short cylinder (diameter 10.2 mm, length 2.8 mm) first in the untreated condition, and then removed 14, 56, and 140 μ from the surface by successive electropolishing. All three experiments gave points falling on a limiting conductance $h_K = 0.0142T^{1.5}$, at least 10 times smaller than that of the untreated specimen. Wey-Yen attempted to explain these results in terms of "pores" in the nickel surface which were normally covered by an "amorphous Beilby layer" and which were then exposed to the liquid helium as a consequence of the electropolishing. He also claimed that the ensemble of his results on Ni and other materials (Pb, Sn) showed that the Beilby layer improves the acoustic match between the solid and the helium. We will now show that our present results in conjunction with previous work by one of us^{7,11} lead us to quite different conclusions.

In order to obtain conditions as close as possible to those of Wey-Yen we removed about 80 μ from the surface (measured by weight) by electropolishing of the machined surface; as seen in Fig. 2, this specimen (Ni B₁) has a conductance h_K barely changed from that of the specimen in the heavily dislocated condition. This result is in complete contradiction to that of Wey-Yen, as seen in Fig. 2. The specimen Ni A was completely untreated, and we see that it is in good agreement in absolute value with the different measurements on specimen Ni B. Looking at all of our results, there is clearly an extremely small increase in h_K for the machined specimens of Ni, a small ~~decrease~~ ^{increase} for machined cobalt (Fig. 4), while no significant change is observed for Fe (Fig. 3). The ensemble of the results and specimen characteristics is summarized in Table I. The results for the annealed specimens



have been corrected for their slight excess surface area with respect to the cut specimens.

The values of h_K were corrected for the bulk temperature gradient between the upper thermometer and the bath by means of thermal conductivity measurements K made on the tail section. The thermal conductivity

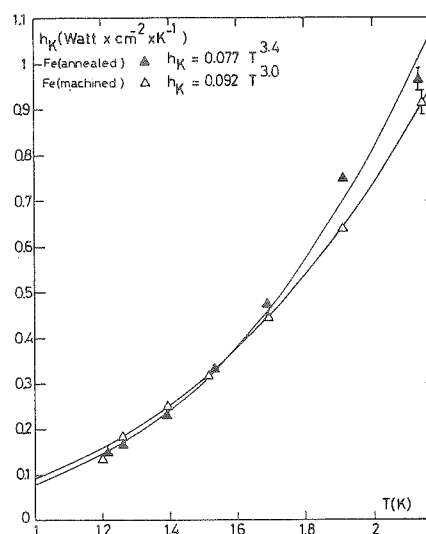


TABLE I
Specimen Characteristics and Results^a

Sample supplied by Purity, %	Iron		Cobalt		Nickel		
	Johnson and Matthey 99.995		Johnson and Matthey 99.998		Johnson and Matthey 99.995		
Treatment	annealed	machined	annealed	machined	Ni A machined	Ni B annealed	Ni B ₁ machined electropolished
$\rho_0, \Omega \cdot \text{cm}$		3.75×10^{-8}		5.17×10^{-8}		4.76×10^{-8}	
RRR		231		99.5		141	
$K = bT$							
$W \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$		0.67T		0.45T		0.51T	
$L,$							
Lorenz number,							
$W \cdot \Omega \cdot \text{deg}^{-2}$		2.72×10^{-8}		2.33×10^{-8}		2.43×10^{-8}	
$h_k = aT^n$							
$W \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1}$		$0.092T^{3.0}$		$0.098T^{3.2}$		$0.064T^{3.6}$	
$\frac{h_k^{\text{exp}}}{h_k^{\text{th}}}$ at $T = 2 \text{ K}$	118	107	103	119	136	114	110
$\frac{h_k^{\text{pr}}}{h_k^{\text{exp}}}$ at $T = 2 \text{ K}$	2.67	2.94	2.72	2.36	2.54	3.05	3.15

^a ρ_0 is the residual resistivity, and $RRR = (R_{300})/R_0$.

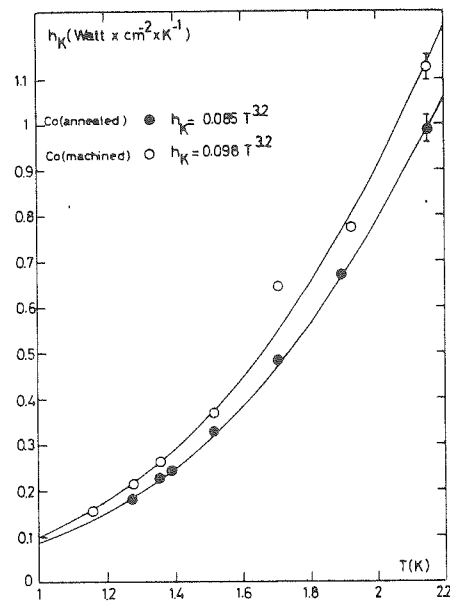


Fig. 4. Kapitza conductance of the cobalt specimens as a function of temperature.

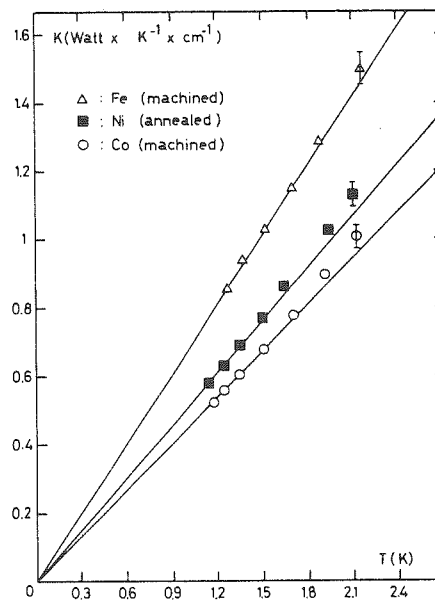


Fig. 5. The thermal conductivity of representative specimens of Fe, Co, and Ni as a function of temperature.

results are summarized in Fig. 5. In all cases we see an approximately linear behavior with a slope which agrees well with that predicted by the classical Lorenz number and the measured resistivity. These results are in good agreement with previous work,¹²⁻¹⁴ and given the narrow limits of our temperature range and the precision, we see no evidence of an electron-electron interaction. To within 1%, K of Fe and Co was observed to be independent of magnetic field up to 8 kOe at 1.2 K.

3. EFFECT OF SURFACE DAMAGE

We first compare our results with those of Wey-Yen³ for nickel. We have no information as to the state of his untreated specimen, so we assume that it was as cut and also unannealed. In this case it seems clear that the dislocation density in our untreated specimens should be rather similar to his, or at least as great, as we increased the dislocation density intentionally by lathe turning. The fact that we do not obtain his results for the treated specimens, either by following his electropolishing treatment faithfully or by controlled annealing plus a light electropolish which should be at least as effective,⁹ suggests a definite disagreement between the two investigations. We have gone to some length to verify our techniques due to this disagreement and the observed anomalies already mentioned. We feel that the consistent pattern displayed by our results, plus the reproducibility in absolute value obtained for different nickel specimens, suggests that Wey-Yen's results are due to some particular quality of his specimens which is not present in ours. In what follows we then disregard Wey-Yen's results (and hence his conclusions regarding nickel), and we note that it would be interesting to have the situation clarified by an independent set of measurements.

Independent of the discrepancy between our results and Wey-Yen's, we stress that for technical reasons we have no knowledge of the absolute dislocation density present in our surfaces. We believe that it is as high as can be obtained by standard techniques for the untreated specimens and as low as can be conveniently obtained for the treated specimens. That there is no significant difference in the results for the two states then suggests that (a) there is not a sufficient difference between the dislocation density in the two cases, due to spurious introduction of dislocations upon cooling, retention of a high dislocation density in the annealed specimens, etc., or (b) the dislocation mechanism is negligible in this temperature range.

It seems premature to come to any definite conclusion regarding these two possibilities. As we will show, there is in fact generally little evidence of a dislocation enhanced h_K in this temperature region for other metals. Further, regarding the second point, even if we had a quantitative estimate of the dislocation density, it would not be completely trivial to then determine

such values of λ/l_ϕ ; if we assume that the theory is only valid for $\lambda/l_\phi < 1$, an l_ϕ from this to put in the theory in view of the present uncertainties in the interpretation of phonon-dislocation scattering.¹⁵ Peterson and Anderson found that a fit could be made to the available experimental results for h_K of a given copper surface in contact with liquid ^3He at different pressures, solid ^3He , and liquid ^4He by assuming a value $\lambda/l_\phi \sim 1.5$, where λ is the dominant phonon wavelength and l_ϕ is the surface phonon mean free path. As compared to the weak-damping Khalatnikov model, this gave a heat transfer about 10 times higher. However, it is not clear that the classical theory is valid for such a value is appropriate to an annealed electropolished specimen of a then Peterson and Anderson's results suggest an improvement over the Khalatnikov model (including weakly damped surface waves) by a factor of about five for $\lambda/l_\phi \sim 0.5$. To obtain even this degree of improvement in the higher temperature range we would need values of $l_{\phi \text{ dist}} \lesssim 1000 \text{ \AA}$ according to the curves of Peterson and Anderson for copper, and it is not obvious that such a value is appropriate to an annealed electropolished specimen of a high-purity metal. A final possibility regarding the apparent absence of a dislocation effect is that the mechanism is short circuited by a strong electronic attenuation, but this seems unlikely in view of previous results²⁰ for the weak-coupling limit.

Finally, we examine briefly the ensemble of all measurements to date on surface damage in this temperature range to see if there is any evidence of a dislocation mechanism. Apart from the present results and those of Wey-Yen already discussed, we have those of Challis¹⁶ on copper; Johnson and Little¹⁷ on copper deformed at low temperatures and silicon; Challis, Dransfeld, and Wilks¹⁸ on copper; Challis and Cheeke¹¹ on lead; Wey-Yen³ on Ni and Pb; Cheeke⁷ on lead deformed at low temperatures; and Mittag¹⁹ on Nb and Cu. We briefly give our conclusions on each of these investigations in turn. Challis' results¹⁶ cannot be used, as the specimen was mechanically polished before measurements on both the work hardened and the annealed specimen. We thus expect the surface dislocation density to be about the same in both cases, and the observed variation was in any case only about 10%. Johnson and Little find an increase in R_K for copper surfaces scraped at low temperatures; the dislocation densities are probably very high in this case, as very little subsequent annealing can take place between damage and measurement. This increase in R_K could be explained by a bulk effect as was proposed by Cheeke⁷ for superconducting lead; it was also observed by Challis, Dransfeld, and Wilks¹⁸ for a polished copper surface as compared to an etched surface. An increase of about a factor of two was observed for the polished surface. Finally, Mittag¹⁹ observed a decreased R_K below about 1.6 K for damaged copper, while above this temperature there was little variation. These results on copper are consistent with our present point of view that evidence for a dislocation enhanced h_K at higher temperatures is

very weak, at best contradictory. This is also supported by the results of Anderson and Johnson,¹ where we see that effects due to different states of surface damage are disappearing rapidly at higher temperatures.

Only one experiment was done where it was actually attempted to count the number of dislocations introduced, and this was the experiment by Johnson and Little¹⁷ on silicon. Ironically, no change was observed for silicon crystals with 7 cm^{-2} and 800 cm^{-2} dislocation densities, and it has since been pointed out by Anderson and Johnson¹ that as grown-in dislocations are immobile (and hence weakly interacting with phonons) no change would be expected in this case. However, there was evidence of an enhanced h_K by dislocations in that R_K increased significantly when the surface was etched. We remark also in passing that care should be taken in interpreting results on specimens tightly pressed against an O-ring joint due to the possibility of spurious introduction of dislocations. Mittag has shown by Laue examination that O-ring tightening can introduce considerable damage, at least in a soft metal such as Al.¹⁹ Such problems are to some extent inherent to any study of the Kapitza resistance.

The work on Pb is almost as extensive as that on copper. Challis and Cheeke¹¹ showed that there was a continuous increase of h_K with annealing and electropolishing in both the normal and superconducting states. Wey-Yen scraped superconducting lead surfaces at low temperatures, obtaining a decrease in h_K with scraping until a limiting value was observed. He interpreted the subsequent increase in h_K upon warming as annealing out of the "amorphous Beilby layer," the modified elastic constants of this layer being proposed by that author as the origin of the decrease in h_K . Cheeke⁷ obtained the same results by guillotining lead specimens in liquid helium, but showed that such effects occur mainly in the superconducting state, in the normal state the variation being small and rather irregular. Taken together with the direct evidence that the electronic contribution to h_{Kn} in lead is very small,²⁰ this rules out Wey-Yen's interpretation, and Cheeke was able to interpret his results consistently in terms of a bulk resistance due to dislocations and hence essentially operative only in the superconducting state.

A final observation was that of Mittag¹⁹ on niobium. Working on very pure and well-annealed specimens characterized by some of the highest values of thermal conductivity yet observed, Mittag showed that h_K is higher for a specimen that is annealed and chemically polished than in the as-machined state. As the measurement was made in the superconducting state, this could be due to bulk correction effects.

In summary, we find that the majority of investigations up to now show an increase in h_K upon removal of dislocations by annealing and electropolishing, although in a few cases the reverse has been observed. In the

present work we find essentially no change or perhaps evidence of a slight decrease of h_K upon removal of dislocations.

4. COMPARISON WITH THEORY

We compare the experimental results with the theory of Khalatnikov,⁶ and we will also calculate the upper limit of phonon radiation h_K^{pr} suggested by Snyder in an extension of the work on solid-solid contacts.

Khalatnikov's model for the partial transmission of phonons due to acoustic mismatch between solids and liquid helium II is now well known, and we give only the final result*:

$$\begin{aligned} h_K^{th} &= \frac{16\pi^5 k_B^4 \rho c F(c_l/c_t) T^3}{15h^3 \rho_s c_t^3} \\ &= \frac{1.4 \times 10^{14} F T^3}{\rho_s c_t^3} \\ &= \frac{6.6 \times 10^6 p F T^3}{l M \theta_D^3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1} \end{aligned}$$

where $\rho = 0.144 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ is the helium density, $c = 2.38 \times 10^4 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ is the helium sound velocity, p is the number of atoms per molecule, ρ_s , c_l , c_t are the solid density and longitudinal and transverse sound velocity, respectively, $F(c_l/c_t) = F_1 + F_2 \sim 1.5$ and is weakly dependent on the solid, and $l = 2 + (c_l/c_t)^3$.

The factor F has been tabulated for different values of Poisson's ratio by Challis and Cheeke,²⁰ and we have plotted these values in Fig. 6 as a function of $\eta = c_l/c_t$ and σ (= Poisson's ratio). The factor F_1 corresponds to phonon transmission from within the critical cone, while F_2 corresponds to absorption of the surface wave at the Rayleigh angle in the limit of weak damping, as calculated by Khalatnikov. However, we do not know $l_{\phi, \text{dist}}$ of the surface phonons for our specimens, and hence we have no information on what to use for a "modified" value of F_2 due to attenuation effects. There is, in fact, uncertainty on this point for all results on h_K thus far reported. We have thus arbitrarily taken $F = F_1 + F_2$, as in the original Khalatnikov model, so as to facilitate comparison with that model and other work. Recent work by Cheeke and Martinon²² at slightly higher temperatures ($T \sim 10 \text{ K}$) suggests that the contribution of the F_2 term is small for the solid-solid contact.

The elastic constants needed for the theoretical formulas are given in²³ Table II, and calculated and experimental values for our specimens are given

*See footnote p. 370.

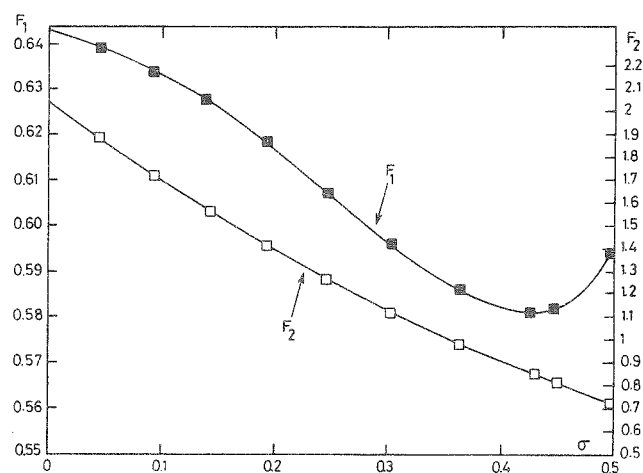


Fig. 6. Numerical factors F_1 and F_2 of Khalatnikov's model, as defined and calculated in Ref. 20.

in Table I. For completion we give the values calculated for the phonon radiation limit given by Snyder, where*

$$h_K^{pr} = 1.9 \times 10^5 \left(\frac{p\rho}{M} \right)^{2/3} T^3 / \theta_D^2 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1}$$

We note that the disagreement with Khalatnikov is very great ($\sim$ factor of 100), while the results are within a factor of two or three of the phonon radiation limit. Both of these results are in agreement with our

*Except for the case of quartz, the Khalatnikov values h_K^{am} of Ref. 2 for insulating solids were underestimated by a factor p (= number of atoms per molecule). The same error was also made by Snyder⁸ in calculating the values of h_K^{pr} for insulators so that the values of h_K^{pr} in Refs. 2 and 8 are underestimated by this factor.

TABLE II
Acoustic Parameters of Fe, Co, and Ni^a

	Fe	Co	Ni
ρ , g/cm ³	7.86	8.9	8.9
$c_l \times 10^{-5}$, cm/sec	6.064	5.827	5.894
$c_t \times 10^{-5}$, cm/sec	3.325	3.049	3.219
θ_D^0 , K	479	453	476
σ	0.285	0.311	0.288
F_1	0.603	0.595	0.60
F	1.816	1.705	1.74

^aFrom Ref. 23.

previous observations for high θ_D materials² and the present work thus confirms the general tendency of an augmenting disagreement with Khalatnikov for increasing values of θ_D . A second point to note for the series Fe, Co, and Ni is that from Table II we see that the acoustic properties of the three elements are very similar. It is comforting to note that experimentally we obtain almost identical results for all three systems. In view of the wide scatter and inconsistent behavior usually observed in such experiments, we find this systematic behavior quite remarkable, and it suggests that there is indeed some correlation between h_K and the acoustic properties of the specimen, independent of any microscopic model one might have in mind.

Further conclusions along these lines are possible. One reasonable explanation for the relatively increased heat transfer coefficients for the high θ_D materials is that defects formed during fabrication would normally be frozen in at room temperature. The higher the value of θ_D , the more difficult it should be to anneal out these defects. At this point we must be careful to distinguish between what we will call macroscopic damage (defect structures on the scale of microns or tens of microns) and microscopic defects (on the scale of Angstroms or tens of Angstroms). In our case we feel that we should have removed the first type of damage by our annealing and electropolishing techniques, while we have no information at all on the second type. That we obtain the same values of h_K after surface treatment then suggests that the high values of $h_K^{\text{exp}}/h_K^{\text{th}}$ observed for high θ_D materials is not due to the presence of macroscopic deformation but is characteristic of the true bulk material, with or without a superficial microscopic defect structure.

A related point is that it seems clear that one must look for some mechanism for h_K varying less strongly than θ_D^{-3} to explain the experimental results. Most of the existing theories, in fact, give $h_K \sim \theta_D^{-3}$, although Johnson and Anderson¹ suggested a model involving direct excitation of bound helium atoms for which $h_K \sim \theta_D^{-2}$. [We note that the present work puts in doubt some of the experimental results (e.g., Ni, Sn) which the latter authors used in an attempt to see if this θ_D^{-2} variation was followed experimentally.] Sheard and Toombs²⁸ have considered the effect of enhanced transmission due to defects using a second-order perturbation in a tunnel Hamiltonian approach. They indeed find a contribution $h_K \sim \theta_D^{-1}$, which is just what is needed to explain the overall pattern of the high-temperature results.^{2,29} Especially in this short-wavelength region ($\lambda_{\text{He}} \sim 40/T \text{ \AA}$) it may well be that the as yet unstudied microscopic surface defects could give a significant contribution along these lines. Such a process has the further advantage that it opens out the critical cone in the helium, increasing the heat flow by a big numerical factor^{2,28} $\sim (c/c')^2$, which is again just what is needed to improve the agreement with Khalatnikov. We thus feel that the possibility of an enhanced h_K due to microscopic surface defects in this temperature region is

most promising, but obviously carefully controlled experiments will be necessary in order to develop this point.

All of this leads us to the conclusion not that the modified Khalatnikov model is invalid at high temperatures, but simply that it is dominated by some other parallel mechanism. This could well be that due to the presence of absorbed helium atoms on the surface as originally suggested by Johnson and Little¹⁷ and since treated in detail by Toombs *et al.*,^{24,25} as this is such a mechanism with the required property that it be important at high temperatures and then became negligible in the low-temperature ($T < 0.1$ K) regime. However, this is not the only possibility. Another possible mechanism lies in the fact that it is known both theoretically²⁶ and from the boundary conditions that the roton gap must go to zero in the dense liquid layer in immediate contact with the solid wall. Then direct excitation of low-gap rotons near the wall by impinging phonons from the solid becomes a very favorable process, and because of the diminished value of the gap, it could well be operative at temperatures much lower than the λ point. A detailed calculation would be complicated to some extent by the precise model to be used to describe the dense helium layer. Another possibility to be elaborated upon is the effect of shear waves in the liquid near the surface, as suggested by Saslow.²⁷ However, it is not clear in this suggestion how the energy is then transferred from these modes into the solid. Further work on all of these points is obviously needed in order to resolve the situation in this higher temperature regime.

5. CONCLUSION

We can summarize the conclusions of these experiments as follows.

(1) Our results on electropolished nickel are in striking disagreement with those of Wey-Yen; we see no significant increase of R_K upon electropolishing.

(2) The results for the Kapitza resistance of Fe, Co, and Ni are internally consistent, and all three are compatible with the general trend already observed for other systems as regards the θ_D variation.

(3) We have observed no convincing evidence for a dislocation enhanced h_K for Fe, Co, and Ni in the range 1–2 K.

(4) It seems clear that the conductance h_K in the 1–2 K region cannot be accounted for in detail by existing theories.

ACKNOWLEDGMENTS

We would like to thank M. Ferrari for assistance in mounting the specimens and P. Groh (C.E.N. Grenoble) for helpful discussions. We are most grateful to P. Haen for carrying out the resistivity measurements.

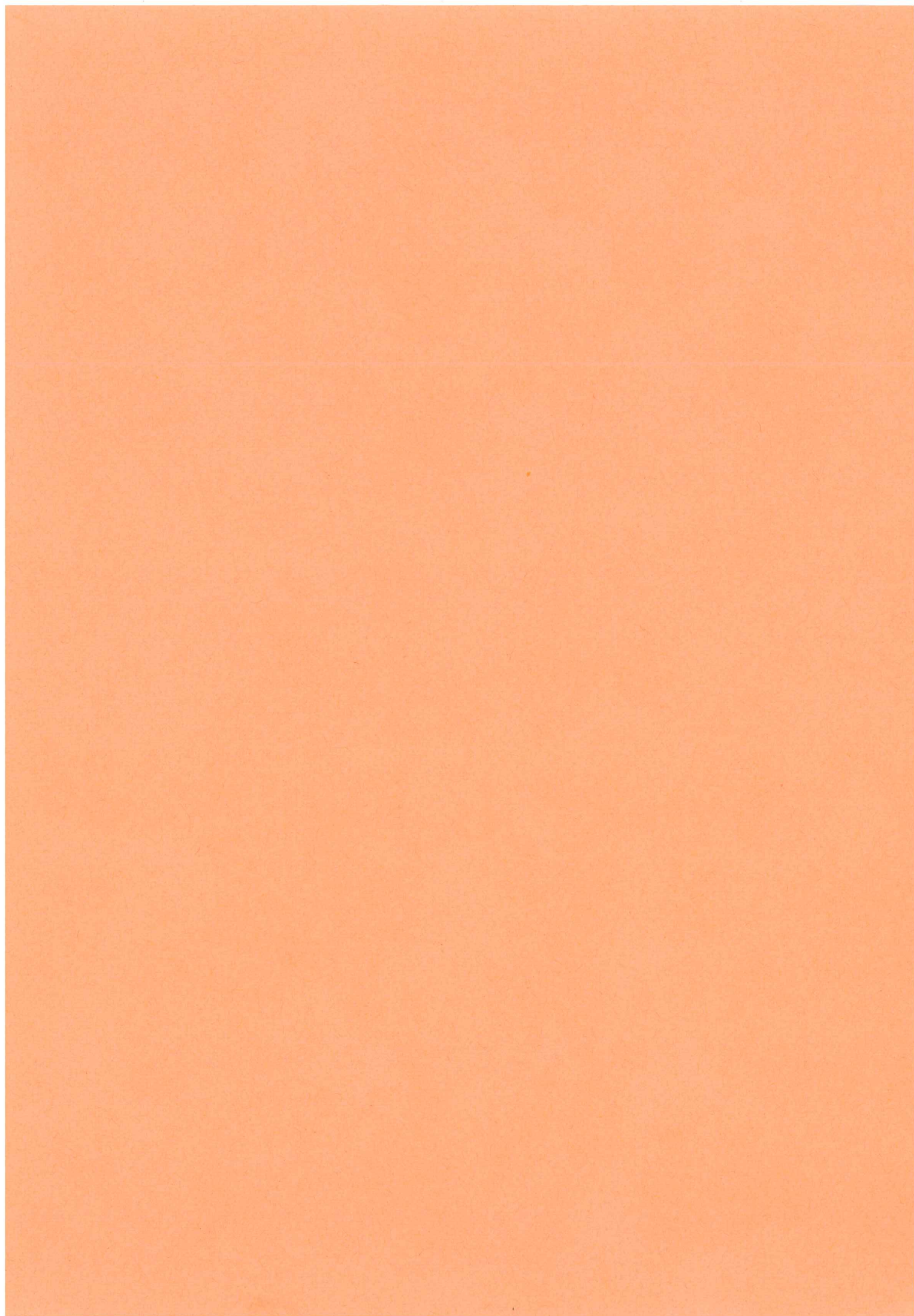
REFERENCES

1. A. C. Anderson and W. L. Johnson, *J. Low Temp. Phys.* **7**, 1 (1972); *Phys. Letters* **37A**, 101 (1971).
2. J. D. N. Cheeke, *Jour. de Phys.* **31**, supplément au n° 10, C3-129 (1970).
3. Kuang Wey-Yen, *Soviet Phys.—JETP* **15**, 635 (1962).
4. R. E. Peterson and A. C. Anderson, *Phys. Letters* **40A**, 317 (1972).
5. H. Haug and K. Weiss, *Phys. Letters* **40A**, 19 (1972).
6. I. M. Khalatnikov, *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.* **22**, 687 (1952).
7. J. D. N. Cheeke, *LT-11* (University of St. Andrews Press, St. Andrews, Scotland, 1968), p. 567; *Cryogenics* **10**, 463 (1970).
8. N. S. Snyder, *Cryogenics* **10**, 89 (1970).
9. P. Groh, C.E.N. Grenoble, private communication.
10. J. D. N. Cheeke, B. Hebral, and J. Richard, to be published; J. Richard, thesis, University of Grenoble, 1972, unpublished.
11. L. J. Challis and J. D. N. Cheeke, *Prog. Refrig. Sci.* **1**, 227 (1965).
12. H. M. Rosenberg, *Phil. Trans. A* **247**, 441 (1955).
13. G. K. White and R. J. Tainsh, *Phys. Rev. Letters* **19**, 165 (1967).
14. T. Farrell and D. Greig, *J. Phys. C* **2**, 1465 (1969).
15. M. E. Malinkowski and A. C. Anderson, *Phys. Letters* **37A**, 291 (1971).
16. L. J. Challis, *Proc. Phys. Soc. (London)* **80**, 759 (1962).
17. R. C. Johnson and W. A. Little, *Phys. Rev.* **130**, 596 (1963).
18. L. J. Challis, K. Dransfeld, and J. Wilks, *Proc. Roy. Soc. (London)* **260**, 31 (1960).
19. K. Mittag, *Cryogenics* **13**, 94 (1973).
20. L. J. Challis and J. D. N. Cheeke, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A304**, 479 (1968).
21. R. Radebaugh and J. D. Siegworth, *LT-13*, Boulder, 1973, to be published.
22. J. D. N. Cheeke and C. Martinon, *Solid State Commun.* **11**, 1771 (1972).
23. O. L. Anderson, *Physical Acoustics* **III B**, 43 (1965).
24. G. A. Toombs and L. J. Challis, *J. Phys. C* **4**, 1085 (1971).
25. G. A. Toombs, F. W. Sheard, and M. J. Rice, *Solid State Commun.* **10**, 601 (1972).
26. C. G. Kuper, *Physica* **24**, 1009 (1956).
27. W. M. Saslow, *J. Low Temp. Phys.* **11**, 255 (1973).
28. F. W. Sheard and G. A. Toombs, *Jour. de Phys.* **33**, supplément n° 10, C4-61 (1972).
29. L. J. Challis, *Phys. Letters* **26A**, 105 (1968).

CHAPITRE II

LE CONTACT CMN-HELIUM AU VOISINAGE DU mK

A) TECHNIQUE EXPERIMENTALE



APPAREILLAGE DE MESURE DE CAPACITE THERMIQUE ET DE

TRANSFERT THERMIQUE JUSQU'AU mK

G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER, D. THOULOUZE
Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, C.N.R.S.,
B.P. 166 X, 38042 GRENOBLE Cédex, FRANCE.

RESUME :

Nous décrivons un appareillage composé d'une cellule de désaimantation adiabatique électronique attachée à un réfrigérateur à dilution, destiné à effectuer des mesures de capacité thermique et de transfert thermique entre 1,5 et 50 mK. Des mesures de capacité calorifique ont été effectuées sur les systèmes CMN-Hélium. Une étude systématique en présence de ^3He liquide à pression nulle ou sous pression ou d'un mélange 1,1 % ^3He - 98,9 % ^4He permet de mesurer la capacité thermique du CMN jusqu'à environ 1,6 mK. En présence de ^4He liquide, on met en évidence une anomalie de chaleur spécifique en dessous de 10 mK qui ne semble pas être interprétable par des considérations simples d'équilibre thermique. Nous déduisons également la capacité calorifique de ^3He superfluide des résultats obtenus avec ^3He liquide sous pression. Lors de mesures de transfert thermique à l'interface CMN-mélange ^3He - ^4He , la variation en fonction de la température de la résistance thermique de contact est en assez bon accord avec d'autres résultats sur les poudres. Les résistances mesurées sont supérieures à celles prévues par le processus de phonons classique.

ABSTRACT :

We describe a cryogenic apparatus to perform heat capacity and heat transfer measurements in the range 1.5 mK-50 mK. They are done in an adiabatic demagnetization cell attached to a dilution refrigerator. Heat capacity measurements were performed on CMN-Helium systems. Using liquid ^3He or a mixture 1.1 % ^3He - 98.9 % ^4He , we deduce the CMN specific heat above 1.6 mK. With liquid ^4He , we observe a specific heat anomaly below 10 mK. It does not seem possible to interpret it by simple thermal equilibrium considerations. We also deduce the superfluid ^3He heat capacity from the results obtained with liquid ^3He under pressure. In the heat transfer measurements at the interface CMN-mixture ^3He - ^4He , the temperature dependence of the thermal boundary resistance is in rather good agreement with other powder results. The measured resistances are larger than those predicted by the classical phonon process.

L'étude des propriétés physiques de l'hélium aux températures inférieures à 10 mK a été entreprise il y a une douzaine d'années [1-2]. Elle mettait en oeuvre une technique de double désaimantation adiabatique paramagnétique électronique, en partant d'une température d'environ 0,3 K obtenue à l'aide d'un réfrigérateur à ^3He , et permettait d'atteindre des températures d'environ 3 mK.

Les améliorations dans la mise au point des réfrigérateurs à dilution de ^3He dans ^4He [3] ont conduit à l'utilisation de températures stables inférieures à 20 mK ; un étage supplémentaire de désaimantation adiabatique paramagnétique électronique [4] ou nucléaire [5], ou de compression adiabatique de ^3He sur sa courbe de fusion [6] permettait alors d'obtenir une température d'environ 1-2 mK et d'étudier les phases superfluides de ^3He par exemple.

Nous décrivons ici un appareil du type à désaimantation adiabatique paramagnétique électronique permettant des mesures de chaleur spécifique et de transfert thermique à l'interface solide-liquide jusqu'à 2 mK environ. La source froide est un sel de nitrate de Cérium et de Magnésium (CMN) en poudre assurant le refroidissement de l'échantillon et de l'hélium liquide servant de contact thermique. Dans un premier temps, nous avons étudié le système CMN-He seul. L'analyse des mesures de transfert thermique nécessite une bonne connaissance de la chaleur spécifique de chacun des deux

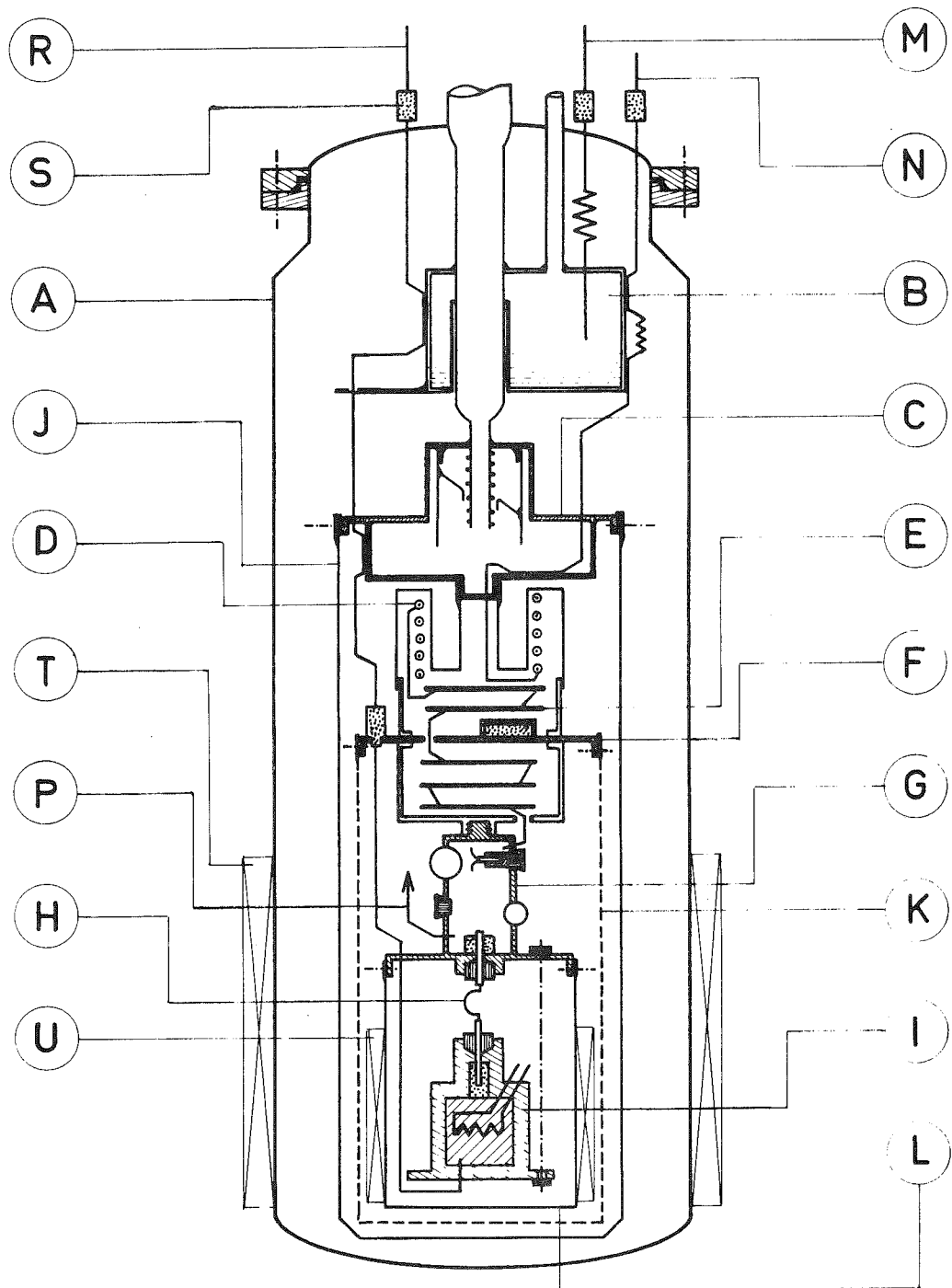


FIGURE 1

A) Calorimètre. B) Boîte à K. C) Evaporateur. D) Echangeur Cu-Ni.
 E) Echangeur plastique. F) Plaque 30 mK. G) Boîte à mélange.
 H) Interrupteur étain. I) Cellule à CMN. J)K)L) Ecrans. M) Remplissage
 boîte à K. N) Phase concentrée. P) Phase diluée. R) Remplissage cellule
 à CMN. S) Cuivre ou argent fritté. T) Bobine de champ principal.
 U) Bobine de mutuelle inductance.

milieux. L'ensemble des résultats précédemment obtenus sur le CMN présente une certaine dispersion à très basse température [7,8,9,10,11]; ne disposant pas des résultats nécessaires pour les phases superfluides de ^3He [4], nous avons effectué les mesures correspondantes qui sont présentées dans cet article, ainsi que les premiers résultats de transfert thermique à l'interface CMN-mélange ^3He - ^4He .

Dans la première partie nous décrivons le montage cryogénique, la deuxième partie présentera ses performances et décrira la technique des mesures, la dernière partie étant consacrée aux résultats expérimentaux et à leur discussion.

I - LE MONTAGE CRYOGENIQUE

Il se compose d'un réfrigérateur à dilution d'un type original mis au point au laboratoire et d'une cellule de désaimantation adiabatique paramagnétique du CMN, reliés par un interrupteur thermique supraconducteur. L'ensemble est représenté sur la figure 1.

L'appareil est supporté par un montage antivibratoire composé en particulier de trois bacs remplis de sable pesant environ 1 tonne chacun, posés sur des amortisseurs prévus pour couper l'effet des fréquences supérieures à 8 Hz. Tous les tuyaux arrivant au cryostat comportent des liaisons souples. L'efficacité de ce dispositif semble suffisante :

les vibrations autour du montage ne provoquent pas de réchauffement parasite, en particulier lors des mesures de chaleur spécifique. Le cryostat d'hélium liquide a une consommation de 0,4 l/h et une autonomie supérieure à 36 h. Le niveau est déterminé au moyen d'une jauge à fil supraconducteur dont on mesure la résistance non immergée.

A) Le réfrigérateur à dilution.

1) Pompage et condensation du mélange :

Le mélange composé de 10 l ^3He et 40 l ^4He TPN circule à l'aide d'une pompe à diffusion Bendix KS 200 et d'une pompe primaire Alcatel 2060H permettant d'assurer un débit maximum d'environ 200 μ moles/s à une température de l'évaporateur d'environ 1 K. Les caractéristiques de la ligne de pompage sont données dans l'annexe I. Le gaz, avant d'entrer dans le cryostat, passe par un piège à azote et à travers un débitmètre de masse à pont thermique, construit au laboratoire, qui permet de mesurer des débits variant de 10^{-6} à 10^{-3} mole/s.

Dans le vase hélium, le gaz ^3He passe sur des filtres de cuivre fritté. Il est ensuite condensé dans un tube de cuivre soudé sur la boîte à ^4He maintenue à 1,2 K. Cette boîte est alimentée de façon continue à partir du bain à 4 K par l'intermédiaire d'un capillaire de Cu-Ni $\varnothing$ 0,1-0,3 mm, de 1,5 m de long ($Z \approx 2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$). L'impédance assurant la

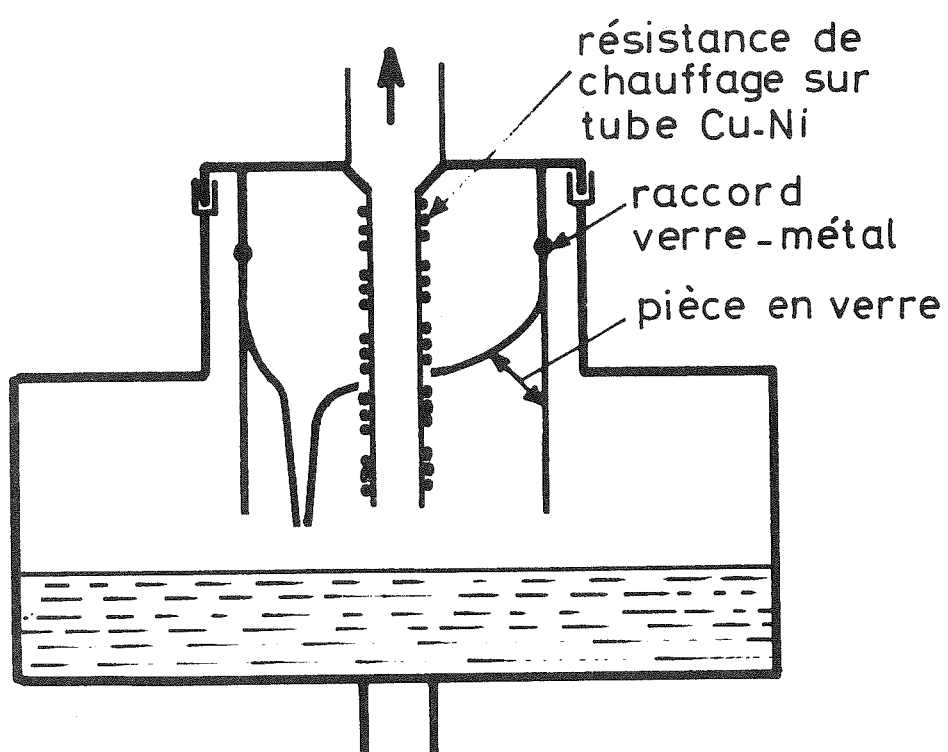


FIGURE 2

Evaporateur avec son dispositif pour brûler le film de ^4He .

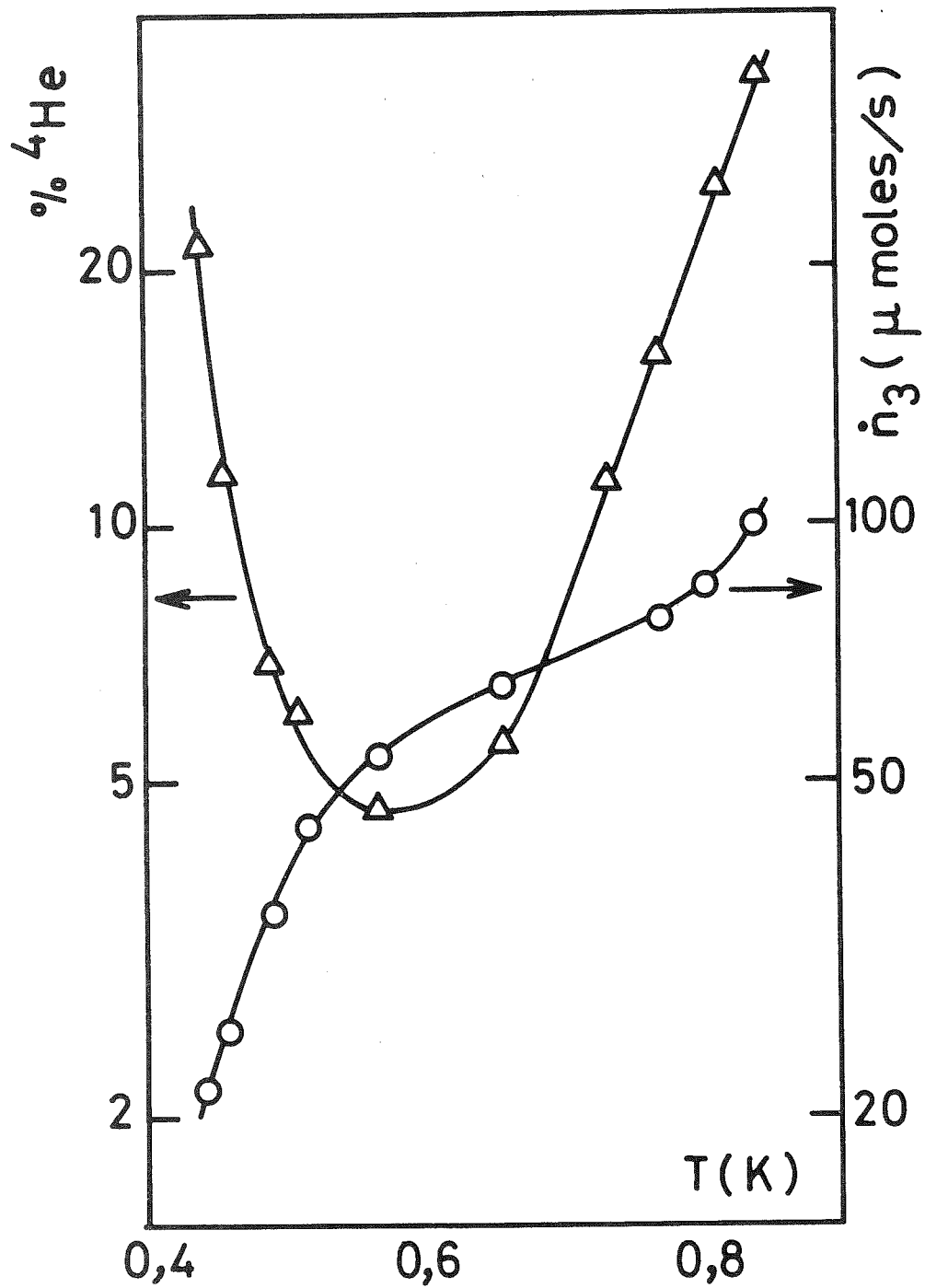


FIGURE 3

Pourcentage ^4He en sortie de l'évaporateur et débit ^3He dans le circuit de mélange en fonction de la température de l'évaporateur.

détente de ^3He liquide se compose d'un capillaire de Cu-Ni $\varnothing$ 0,1-0,3 mm de 0,8 m de long ($Z \approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$) placé entre la boîte à 1,2 K et l'évaporateur. Ce tube se trouve à l'intérieur d'un tube de Cu de $\varnothing$ 0,4-0,6 mm maintenu à la température de la boîte à 1,2 K.

2) L'évaporateur :

Construit en cuivre, il offre un volume de 180 cm^3 et est représenté sur la figure 2. Étudié il y a plusieurs années au laboratoire [12], il comprend à l'intérieur un baffle en verre permettant de diminuer l'épaisseur du film superfluide et d'allonger sensiblement le chemin suivi par ce film. On sépare ainsi la région riche en ^4He de la région riche en ^3He où est effectué le pompage. Le film est ensuite évaporé sur le tube de pompage de Cu-Ni ($\varnothing$ 6 mm) par une résistance de chauffage de 1100Ω en constantan ($\varnothing$ 5/100 mm) qui sert également à chauffer l'évaporateur. Le gaz qui circule a ainsi une teneur affaiblie en ^4He comme on le voit sur la figure 3, où l'on a représenté le pourcentage de ^4He et le débit de ^3He en fonction de la température de l'évaporateur. L'évaporateur supporte également un écran en cuivre entourant toute la partie froide du cryostat.

3) Les échangeurs :

Le liquide ^3He entrant est thermalisé à la température de l'évaporateur dans un tube de cuivre soudé à ce dernier. Puis il est refroidi par la phase diluée dans un échangeur à

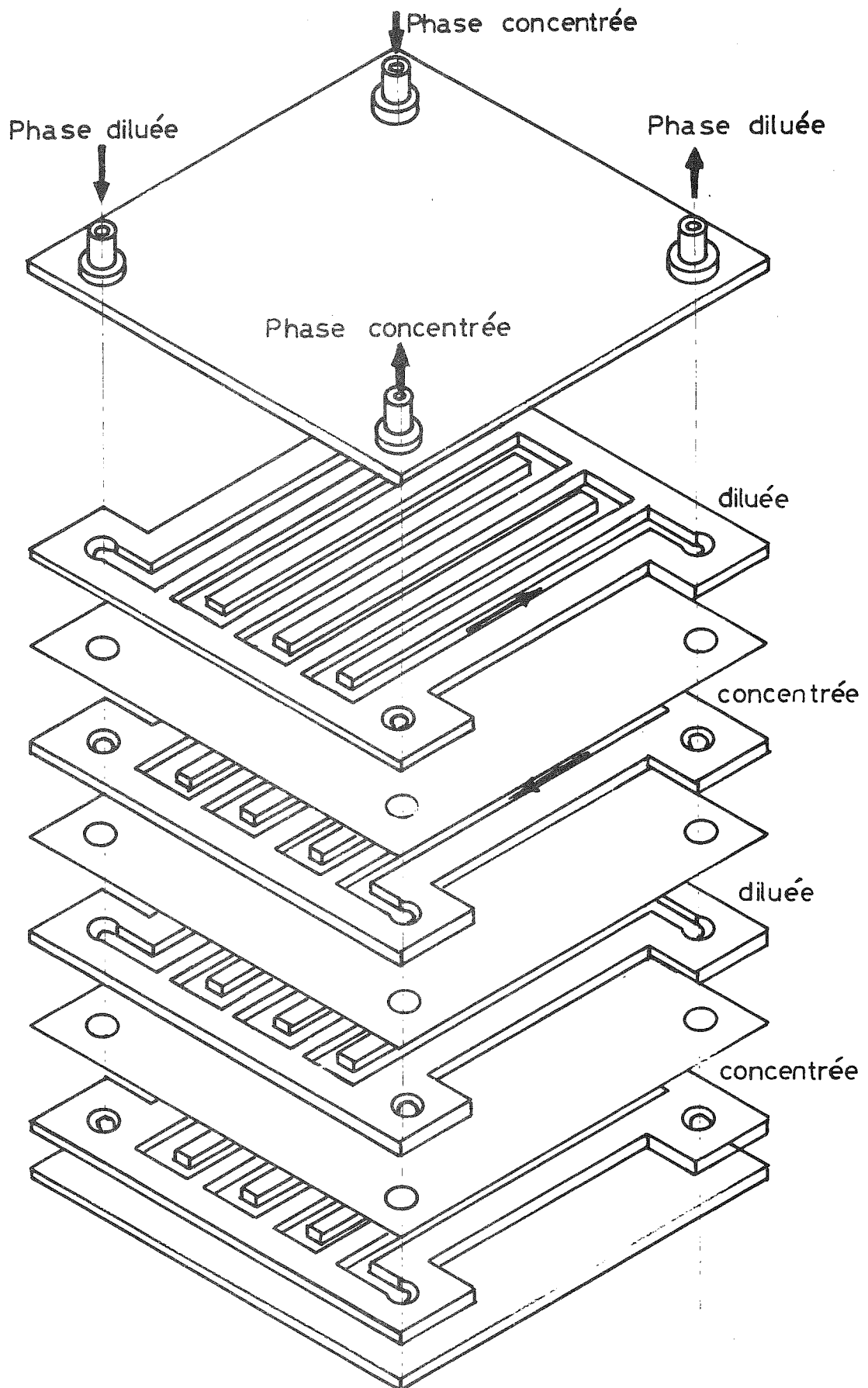


FIGURE 4

Montage des échangeurs plastiques.

contre-courant constitué de deux tubes concentriques en Cu-Ni [13]. Dans le tube extérieur ($\varnothing$ 1-1,5 mm) circule la phase diluée, le tube intérieur ($\varnothing$ 0,2 - 0,4 mm) étant traversé par la phase concentrée. La longueur de l'échangeur est de 1,5 m.

Ce type d'échangeur tubulaire ne permet pas d'atteindre des températures inférieures à 20 mK, la surface d'échange étant trop faible. Pour obtenir des températures plus basses, d'autres types d'échangeurs offrant une surface d'échange bien supérieure sont nécessaires. Nous avons donc utilisé, à la suite de l'échangeur tubulaire, cinq échangeurs en Kapton d'un type précédemment mis au point au laboratoire [14].

Chaque échangeur est formé de canaux disposés en parallèle, comme le montre la figure 4, dans lesquels circulent alternativement les phases concentrée et diluée. Chaque canal est séparé de son voisin par des feuilles de Kapton 50 H de 12 μ d'épaisseur [15]. La géométrie des canaux est obtenue par la superposition d'espaceurs de Kapton préencollés GT 420 de 100 μ d'épaisseur [16] découpés à la forme désirée. La surface d'échange pour chaque feuille est de 8 cm². Le nombre d'espaceurs détermine l'impédance des canaux qui peut être ainsi ajustée pour limiter les effets de réchauffement visqueux et de conduction thermique dans le liquide. Espaceurs et feuilles collés ensemble à l'aide d'araldite

TABLEAU I

$\sigma = 16 \text{ cm}^2$	2 canaux dilués 1 canal concentré	$Z_d = 3,6 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$ $Z_c = 3,1 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$
$\sigma = 32 \text{ cm}^2$	3 canaux dilués 2 canaux concentrés	$Z_d = 2,6 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$ $Z_c = 9,5 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$
$\sigma = 32 \text{ cm}^2$	3 canaux dilués 2 canaux concentrés	$Z_d = 7 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ $Z_c = 1,7 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$
$\sigma = 32 \text{ cm}^2$	3 canaux dilués 2 canaux concentrés	$Z_d = 4,9 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ $Z_c = 8 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$
$\sigma = 32 \text{ cm}^2$	3 canaux dilués 2 canaux concentrés	$Z_d = 9,7 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ $Z_c = 4,5 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$

Caractéristiques des échangeurs plastiques.

σ surface d'échange en cm^2 ; Z_d , Z_c impédances diluées et concentrées en cm^{-3} .

DCY230 (durcisseur HY 151) vont constituer un échangeur continu. Leurs caractéristiques géométriques sont données dans le tableau I ; σ est la surface d'échange totale, Z_d et Z_c les impédances côté dilué et côté concentré pour chaque échangeur. La surface d'échange totale est d'environ 150 cm^2 dont 10 cm^2 pour l'échangeur à contre-courant en Cu-Ni. Les échangeurs en Kapton mis en série sont divisés en deux groupes de deux et trois échangeurs séparés par une plaque de cuivre servant à la thermalisation des circuits des liquides et des fils de mesure. Cette plaque est refroidie par la phase diluée à l'aide d'une grande surface de cuivre frittée. Elle peut éventuellement supporter un écran en cuivre.

4) La boîte à mélange :

Réalisée dans un barreau d'araldite [17], elle a un volume d'environ 30 cm^3 . Sept bouchons coniques, en araldite, en facilitent l'accès : l'étanchéité est assurée par un bon rodage des parties mâle et femelle des cônes, recouvertes par un mince film de graisse aux silicones.

Un bouchon supporte un "poral" de cuivre fritté d'environ 900 cm^2 sur lequel on peut placer quatre résistances à étalonner. Sur un autre bouchon on a fixé une résistance de 500Ω permettant de chauffer la boîte à mélange. Le troisième et le quatrième, ayant chacun un "poral" de cuivre fritté, sont destinés l'un à thermaliser un écran formé de fils de cuivre noyés dans de l'araldite entourant la cellule

de désaimantation, l'autre à refroidir cette cellule via l'interrupteur thermique. Le cinquième bouchon supporte une petite bobine de mutuelle inductance dans laquelle on a placé 50 mg de CMN utilisé pour la mesure de la température de la boîte à mélange. Ce sel est étalonné entre 1,3 K et 2 K en fonction de la tension de vapeur de ^4He , après avoir admis du gaz d'échange dans le calorimètre. Un sixième bouchon reçoit le montage destiné à des mesures de résistivité électrique à l'aide d'un SQUID [18].

B) L'étage de désaimantation.

1) L'interrupteur thermique et la bobine de champ :

La puissance frigorifique destinée à refroidir la cellule expérimentale est extraite de la boîte à mélange par l'intermédiaire d'un "poral" de cuivre fritté d'environ 4000 cm^2 fixé sur une tige de cuivre de pureté 5 N de 3 mm de diamètre. Ce barreau traverse un bouchon conique, l'étanchéité étant assurée par du Stycast 2850 FT (catalyseur 24 LV).

Pour isoler la cellule contenant le CMN et l'He liquide de la boîte à mélange après désaimantation et pour assurer le contact thermique pendant le prérefroidissement de la cellule, on utilise un interrupteur thermique supraconducteur.

Il est constitué d'une feuille d'étain de pureté 5 N de $0,3 \times 5 \times 20 \text{ mm}$ soudée au métal de Wood d'une part sur

la tige de cuivre venant de la boîte à mélange, d'autre part sur une tige de cuivre analogue pénétrant par un bouchon conique dans la cellule de désaimantation adiabatique. Cette seconde tige est soudée à un poral d'argent fritté offrant une surface d'échange estimée à 600 cm^2 . L'interrupteur thermique, commandé par le champ de la bobine de désaimantation, n'est ouvert qu'une heure environ après le début de celle-ci. Néanmoins l'apport de chaleur sur la cellule est suffisamment faible pendant ce temps pour ne pas limiter la température finale, compte-tenu de la résistance de Kapitza aux températures inférieures à 20 mK.

La bobine de champ de diamètre 141 mm et de longueur 310 mm est placée sur le calorimètre dans le bain de ^4He à 4,2 K. 2250 spires de fil de Nb-Ti multifilamentaire cuivré sont bobinées en deux couches et permettent d'obtenir un champ d'environ 2300 G avec un courant de 25 A. La bobine peut être fermée sur elle-même grâce à un court-circuit supraconducteur commandé par une résistance de chauffage d'environ 100Ω parcourue par un courant de 40 mA.

2) La cellule de désaimantation :

Réalisée également en araldite, elle a une paroi de 8 mm destinée à supporter des pressions d'environ 50 bars. Elle est supportée par la boîte à mélange au moyen de trois tiges de nylon d'environ 10 cm de longueur et 3 mm de diamètre. Elle contient 28,5 g de CMN broyé en grains de

dimension inférieure à $50\text{ }\mu$ ($\emptyset$ moyen $30\text{ }\mu$) et tassé à 81 % sous la forme d'un cylindre de diamètre 28 mm et de hauteur 28 mm.

Le capillaire de remplissage en Cu-Ni est formé de 26 cm de $\emptyset$ 0,1 - 0,3 mm entre la boîte à 1 K et l'évaporateur, de 1 m de $\emptyset$ 0,2 - 0,6 mm entre l'évaporateur et la plaque intermédiaire et de 60 cm de $\emptyset$ 0,2 - 0,6 mm entre cette plaque et la cellule. Un filtre en cuivre fritté thermalise le liquide à 4,2 K et permet d'éviter de boucher le capillaire. Des filtres d'argent fritté placés sur l'évaporateur et la plaque froide assurent la thermalisation de ce liquide. Ces thermalisations sont indispensables en particulier pour faire des mesures avec ^4He liquide et minimiser ainsi les apports de chaleur par conduction dans le liquide.

Pour les mesures sous pression avec ^3He liquide ou solide, on utilise le système de mise sous pression classique avec cryopompe à 4,2 K décrit dans la référence [19].

Une résistance de carbone Speer $100\text{ }\Omega$ coupée à une épaisseur de $300\text{ }\mu$ est placée au fond de la cellule et permet d'évaluer la température pendant le prérefroidissement sous champ magnétique.

Après désaimantation, la mesure de la susceptibilité du sel de CMN fournit la température de la cellule. C'est cette température magnétique T^* déduite de la susceptibilité du CMN par une loi de Curie que nous utilisons dans cet

article.

Une résistance de chauffage de 60Ω de fil d'Evanohm de diamètre 50μ est noyée dans le CMN pendant le compactage. Elle permet de chauffer l'ensemble CMN-He lors des mesures de chaleur spécifique ou de transfert thermique.

II - RESULTATS CRYOGENIQUES ET TECHNIQUES DE MESURE

Après avoir présenté les performances de l'appareil à dilution, nous décrivons la façon dont sont conduites les désaimantations et les mesures de chaleur spécifique.

A) Performances de l'appareil à dilution.

Ses performances sont principalement conditionnées par la surface d'échange. Pour un échangeur continu parfait, on montre [20] que la température T_m de la boîte à mélange est liée au débit $\dot{n}$ par :

$$T_m^2 = 12,8 \times 10^{-6} R_K \frac{\dot{n}}{S} \quad (1)$$

où S est la surface d'échange et R_K le coefficient de résistance de Kapitza entre la phase diluée et la paroi. Plus généralement, si l'on tient compte des pertes $\dot{Q}$ sur la boîte à mélange, T_m est donné par :

$$T_m^2 = 12,8 \times 10^{-6} R_K \frac{\dot{n}}{S} + 1,2 \times 10^4 \frac{\dot{Q}}{\dot{n}} \quad (2)$$

T en K, R_K en $\text{cm}^2 \text{K}^4/\text{W}$, $\dot{n}$ en $\mu\text{mole/s}$, $\dot{Q}$ en W, S en cm^2 .

Sur la figure 5, on a représenté la température T_m de la

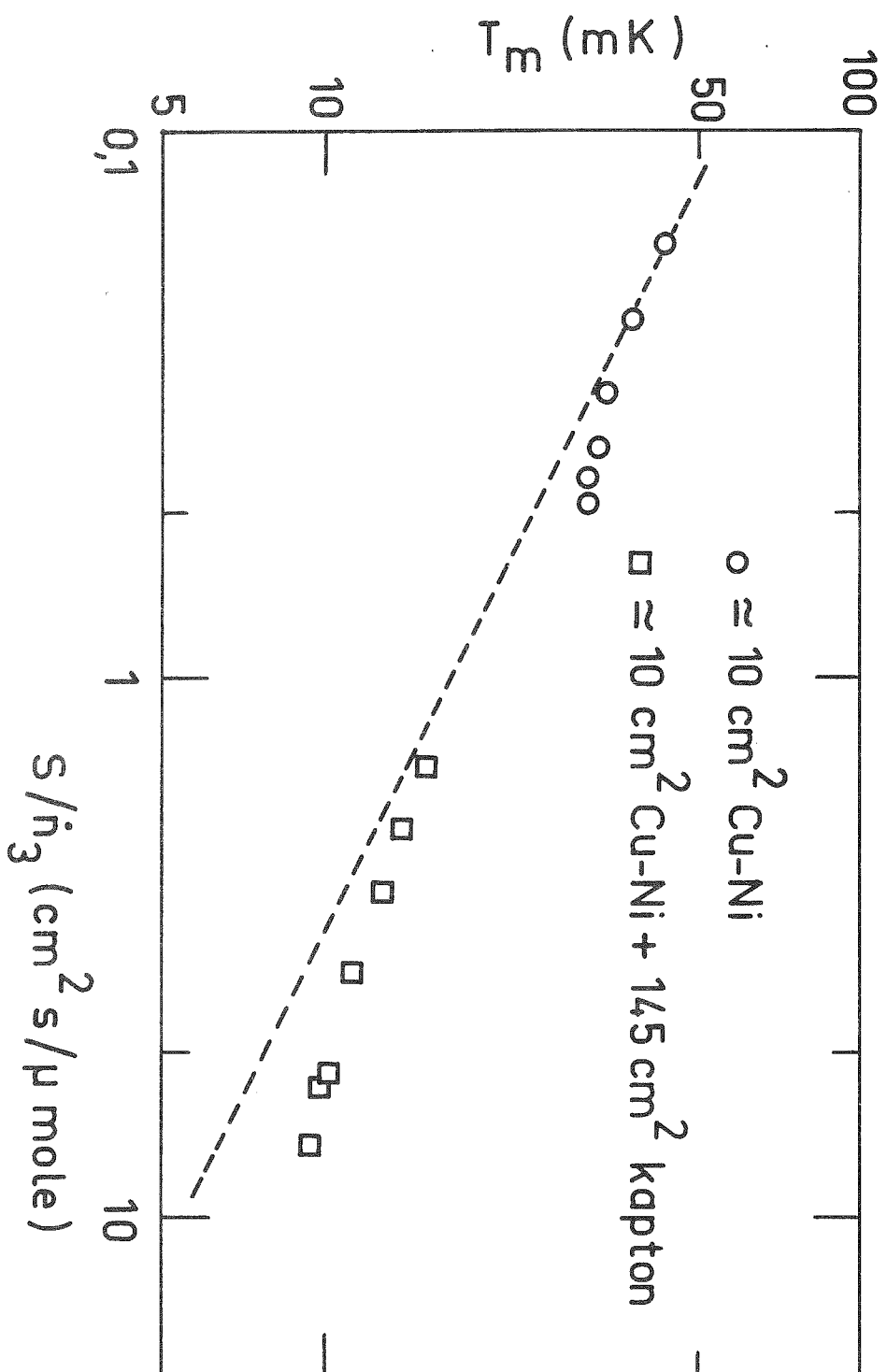


FIGURE 5

Température de la boîte à mélange en fonction de $\frac{S}{\dot{n}_3}$. La droite correspond à l'échangeur parfait défini dans le texte.

boîte à mélange en fonction du rapport de la surface d'échange S au débit $\dot{n}_3$ de ^3He . La température minimale atteinte avec l'échangeur tubulaire en Cu-Ni est de 25 mK environ ; en ajoutant les échangeurs plastiques, elle devient inférieure à 10 mK.

Sur la figure 5, on a aussi représenté la loi (1) de l'échangeur parfait qui est bien suivie au-dessus de 35 mK avec l'échangeur Cu-Ni seul et au-dessus de 15 mK lorsqu'on ajoute les échangeurs plastiques ; en dessous de 35 mK et 15 mK respectivement, l'écart à la loi (1) de l'échangeur parfait lors de nos mesures à faible débit montre l'influence des pertes sur la boîte à mélange qui, calculées à partir de (2), sont d'environ 1 erg/s à 20 $\mu\text{moles/s}$ et 9,5 mK. Cet écart est aussi montré sur la figure 6 où l'on a représenté la charge thermique appliquée sur la boîte à mélange en fonction de la température de la boîte pour trois débits différents. Les pertes déduites de ces courbes sont en bon accord avec celles déterminées à partir des résultats montrés sur la figure 5 : environ 3 erg/s à 23 $\mu\text{moles/s}$ et 12 mK.

Il se trouve que pour ces échangeurs, le coefficient R_K de résistance de Kapitza est le même pour l'échangeur Cu-Ni seul que pour les échangeurs plastiques :

$$R_K = 25 \text{ cm}^2 \text{ K}^4/\text{W}.$$

Cette valeur pour l'échangeur Cu-Ni est en bon accord avec les valeurs obtenues récemment pour des alliages Cu-Be ou Cu-Cr : $15 < R_K < 30 \text{ cm}^2 \text{ K}^4/\text{W}$ [21]. Pour les échangeurs plastiques, cette valeur est aussi en bon accord

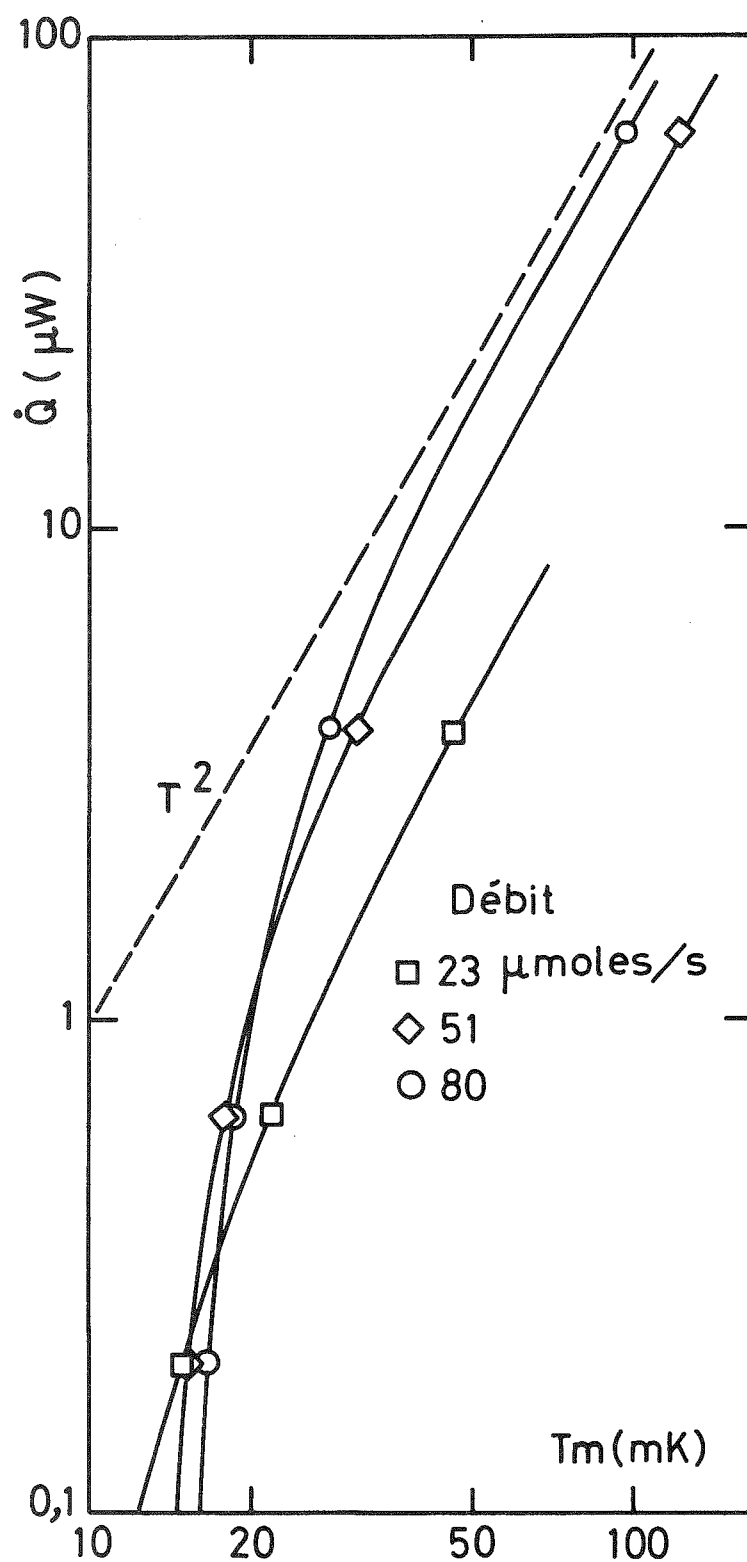


FIGURE 6

Charge thermique appliquée à la boîte à mélange en fonction de T_m pour trois débits différents

avec celle précédemment obtenue pour d'autres échangeurs du même type : $R_K = 18 \text{ cm}^2 \text{ K}^4/\text{W}$ [14] ou avec celle déduite de mesures sur de l'Epibond 100 A : $R_K = 30 \text{ cm}^2 \text{ K}^4/\text{W}$ [22]. Ces résultats indiquent également que, dans nos échangeurs, tous les canaux contribuent à l'échange, c'est-à-dire que les canaux en parallèle offrent des impédances comparables ; dans le cas contraire, on surestimerait S et on obtiendrait une valeur anormalement élevée de R_K .

B) Procédure expérimentale de désaimantation et résultats cryogéniques.

La cellule contenant le CMN remplie avec l'hélium liquide ou solide à environ 1,3 K est alors mise sous champ magnétique. Avec ^3He liquide, ^3He solide ou un mélange ^3He - ^4He à 1 % de ^3He , les essais ont montré que le champ initial H_0 optimal pour effectuer la désaimantation est de 1 kG. La température initiale de 15 mK est atteinte en 36 h avec le mélange, alors qu'il faut 4 jours avec ^3He sous 29 bars : ceci est lié à la grande chaleur spécifique et à la mauvaise conductivité thermique de ^3He sous pression [2,23]. Avec ^4He , la température initiale était de 20 mK par suite de la grande résistance de Kapitza entre l'argent fritté et le liquide et de la très faible conductivité thermique de ^4He dans les pores du CMN à cette température ; ceci a conduit à utiliser un champ initial H_0 d'environ 2 kG dans ce cas.

La désaimantation se fait en trois étapes :

$H_o \rightarrow \frac{H_o}{2}$, $\frac{H_o}{2} \rightarrow \frac{H_o}{4}$, $\frac{H_o}{4} \rightarrow 0$ de 1 h, 20 mn et 40 mn respectivement. Avec ^3He liquide, ^4He liquide ou le mélange, l'équilibre thermique est atteint en quelques minutes après la fin de la désaimantation. Avec ^3He solide, il n'est obtenu qu'après environ 2 h.

Les pertes sur la cellule sont d'environ 1,5 erg/mm après la première désaimantation. Cette valeur tend à diminuer après plusieurs cycles aimantation-désaimantation pour atteindre 0,5 erg/mm après environ quatre semaines d'expérience. Dans le cas des mesures avec ^4He liquide, les pertes sont plus élevées : environ 2 ergs/mm.

Le taux de compactage des grains de CMN était choisi pour que l'on puisse atteindre sa température d'ordre et donc étudier les phases superfluides de ^3He liquide. Il est nécessaire pour cela que la variation d'entropie du CMN sous champ pendant le prérefroidissement de la cellule soit nettement supérieure à la variation d'entropie de ^3He pendant la désaimantation. Il faut aussi éviter un taux de compactage trop élevé, conduisant à utiliser très peu de ^3He , ce qui rendrait trop difficile l'analyse des résultats de capacité calorifique, celle de ^3He étant complètement masquée par celle du CMN. Ceci conduit à utiliser une cellule dont le taux de compactage est compris entre 75 et 85 % pour un champ initial de 1000 G et une température initiale d'environ

15 mK⁽¹⁾. Dans la cellule décrite ici pour un taux de compactage de 81 % et dans ces conditions initiales, l'entropie de ^3He sous 29,2 bars était de 8×10^5 ergs/K et la variation d'entropie du CMN de 2×10^6 ergs/K.

Avec ^3He liquide sous 20 bars ou 0 bar et le mélange ^3He - ^4He , on atteint la température d'ordre du CMN caractérisée par un léger maximum de la susceptibilité :

$T^* = 1,45$ mK. Avec ^4He liquide ou ^3He solide, la température minimale atteinte est d'environ 1,7 mK. La chaleur spécifique de ^3He solide varie en effet en T^{-2} dans cette gamme de température et celle d'un liquide de Fermi en T , ce qui donne une charge thermique plus élevée dans le cas du solide. Pour ^4He liquide, la température finale de 1,7 mK s'explique probablement par une température initiale plus élevée. Les faibles pertes arrivant sur la cellule permettent de rester

(1) Cette valeur dépend aussi de la géométrie de la cellule : l'une des cellules que nous avons utilisée, analogue à celle décrite ici, était munie d'une tour de 2 cm ne contenant que ^3He ; le taux de compactage du sel de désaimantation était de 75 %. Cette cellule n'atteignait que $T^* = 2,12$ mK à 29 bars et 1,85 mK à 0 bar à cause de la mauvaise diffusivité thermique de ^3He au début de la désaimantation. De même une troisième cellule, au taux de compactage de 60 %, sans tour contenant du liquide, descend à $T^* = 1,85$ mK avec ^3He sous pression nulle.

environ 20 h, à 29 bars, en dessous de la température de transition superfluide, dans le cas où le réchauffement est dû uniquement aux pertes.

C) Technique de mesure de chaleur spécifique.

On utilise une technique classique de mesure quasi-adiabatique, la cellule étant isolée de la boîte à mélange par l'interrupteur supraconducteur. Pendant un intervalle de temps Δt , on fait passer un courant I dans le fil de chauffage placé dans la cellule. La chaleur spécifique est directement donnée par le rapport de la quantité de chaleur ΔQ à l'élévation ΔT de température $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$.

1) Mesure de la quantité de chaleur :

La résistance de chauffage est mesurée à 4,2 K au début et à la fin du cycle de mesures ainsi qu'à environ 30 mK à l'aide d'un pont de Wheatstone travaillant en courant alternatif. On vérifie ainsi que sa valeur reste constante : 60,0 Ω . Le courant de chauffage est fourni par une alimentation pouvant délivrer des créneaux d'intensité I variant entre 0,1 μA et 8 mA pendant un intervalle de temps Δt compris entre 1 ms et 10 000 s. La valeur de ΔQ est choisie pour que l'élévation de température correspondante ΔT soit telle que $\frac{\Delta T}{T} \leq 10 \%$. La plupart des points pour $T < 10$ mK sont tels que : $\frac{\Delta T}{T} < 1 \%$. Les énergies ΔQ sont comprises entre 3 et 1000 ergs dissipés pendant une durée Δt variant entre 0,01 s et 100 s.

2) Mesure de la température :

Elle est déduite de la susceptibilité du CMN mesurée à l'aide d'un pont de mutuelle inductance, travaillant à 119 Hz, mis au point au laboratoire [24]. Le courant primaire de 0,1 mA crée un champ d'environ 15 mOe. La variation maximale de mutuelle inductance est d'environ 600 μ H. Le primaire de la mutuelle est formé d'une couche de 1 250 tours de fil Nb-Ti ($\emptyset$ 0,05 mm) cuivré monofilamentaire de longueur 100 mm bobiné sur l'écran de diamètre 83 mm, entourant la cellule de désaimantation, et lié à la boîte à mélange. Le secondaire en cuivre ($\emptyset$ 0,05 mm) est bobiné sur le primaire en trois bobinages jointifs de longueur totale 50 mm de façon à minimiser la mutuelle à vide : les deux bobines extrêmes de 10 mm de long et 380 tours en 3 couches chacune sont bobinées en sens contraire de l'enroulement central de 30 mm de long et 760 tours en 2 couches. Les centres des bobinages primaire et secondaire et le centre du cylindre de CMN sont confondus.

L'étalonnage de ce CMN ne peut être effectué entre 1 et 2 K à l'inverse de celui placé dans la boîte à mélange. En effet, dans cette gamme de température, la susceptibilité du CMN de désaimantation se superpose celle de l'environnement : tubes de remplissage, soudures devenant supraconductrices, etc. Tout ceci est mesuré par la bobine de mutuelle inductance qui a un diamètre trois fois plus grand que celui du CMN. C'est pourquoi l'étalonnage est fait entre 10 et

150 mK après désaimantation en fonction de la résistance de carbone d'étalonnage connu, placée dans la cellule. Cette méthode, bien qu'indirecte, donne de bons résultats en général. L'incertitude due à l'étalonnage sur la mesure de température est inférieure à 1 %. Les constantes d'étalonnage sont reproductibles d'une expérience à l'autre quel que soit l'environnement : ^3He liquide sous pression ou sous pression nulle, mélange à 1,1 % ^3He , ^3He solide. Une confirmation de la validité de notre étalonnage est donnée par la détermination de la température de transition superfluide de ^3He : l'accord avec les expériences antérieures [4] est bon comme on le verra plus loin. Néanmoins nous avons observé une variation notable de l'étalonnage ($\sim 10\%$) lors des expériences avec ^4He liquide ; en outre dans ce dernier cas, comme pour les mesures avec ^3He solide, l'étalonnage n'est effectué qu'au-dessus de 20 mK pour des raisons d'équilibre thermique.

Un exemple typique de point de chaleur spécifique est représenté sur la figure 7, en fonction du temps. Pour tenir compte des entrées de chaleur parasite, l'enregistrement est effectué pendant plusieurs dizaines de minutes avant et après chaque période de chauffage. La constante de temps de retour à l'équilibre τ liée au transfert thermique entre le CMN et l'Hélium et la variation totale de susceptibilité mesurant l'élévation de température ΔT sont directement tirées de cet enregistrement.

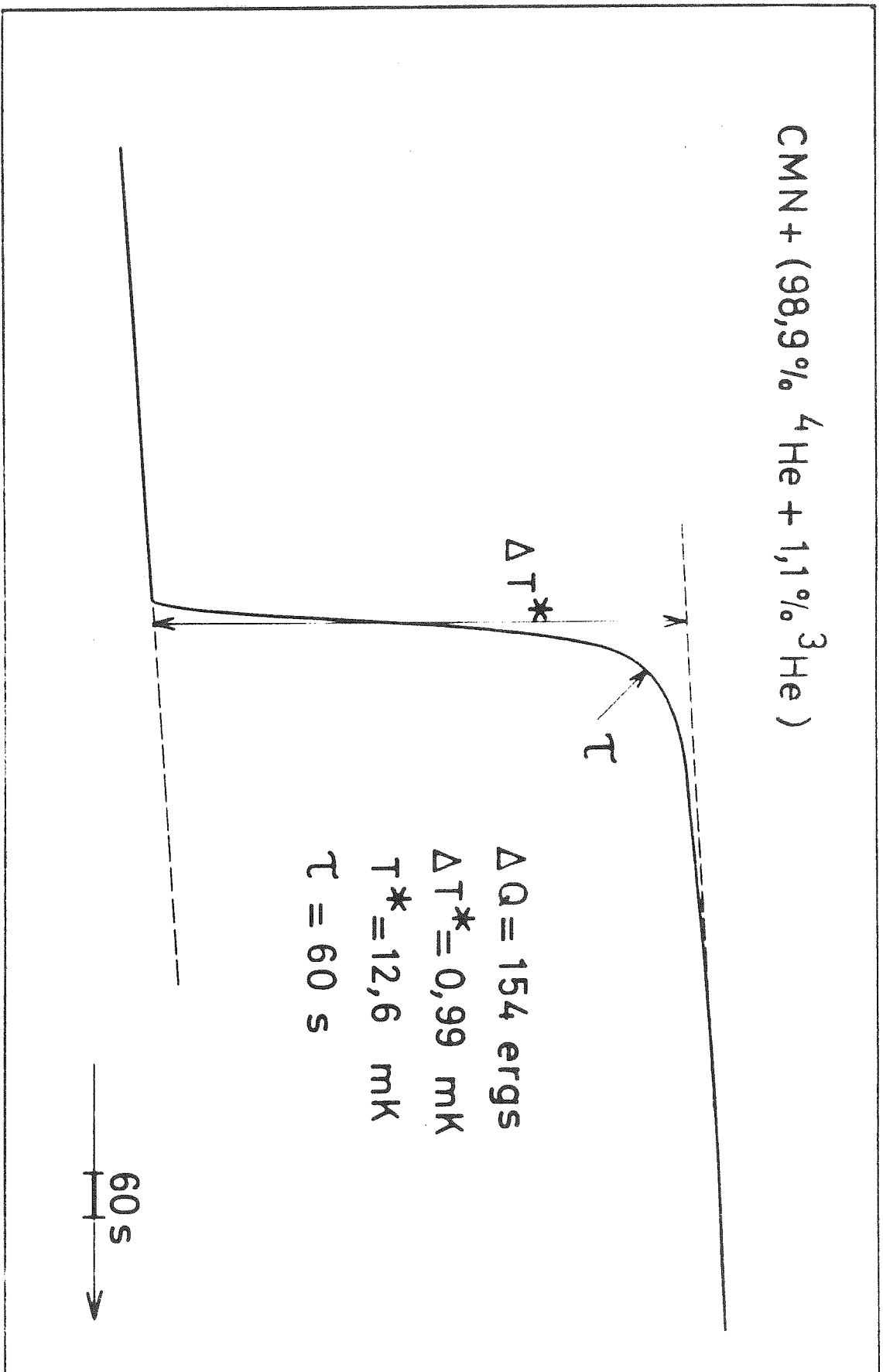


FIGURE 7

Variation en fonction du temps de la susceptibilité du CMN lors d'une mesure de chaleur spécifique

III - MESURES ET RESULTATS

A) Mesures de chaleur spécifique.

1) Mesures avec ^3He liquide :

Sur la figure 8, on a représenté la capacité calorifique de la cellule remplie avec ^3He sous pression nulle et sous une pression de 29,2 bars, entre 1,6 mK et 3 mK. Dans cette gamme de température, les constantes de temps de retour à l'équilibre après l'impulsion de chaleur sont de l'ordre de quelques secondes. La dérive due aux apports de chaleur parasite est constante avant et après le temps de chauffage et correspond à une entrée de chaleur d'environ 1 erg/mm. La dispersion des résultats est d'environ 1 %.

Les mesures sous pression présentent une discontinuité à $T_A^* = 2,1$ mK caractéristique de la transition superfluide de ^3He . Dans cette gamme de température, la chaleur spécifique du CMN, au moins cinq fois plus grande que celle de ^3He , est mal connue en particulier à cause de l'incertitude sur la température absolue [7,8,9,10,11]. Pour séparer les capacités calorifiques du CMN et de ^3He superfluide, nous reprenons une méthode utilisée dans la référence [4].

Sous 29,2 bars, la capacité calorifique $C_{29,2}$ de la cellule est :

$$C_{29,2} = n_S C_{\text{CMN}} + V C_{29,2}^3 \quad (3)$$

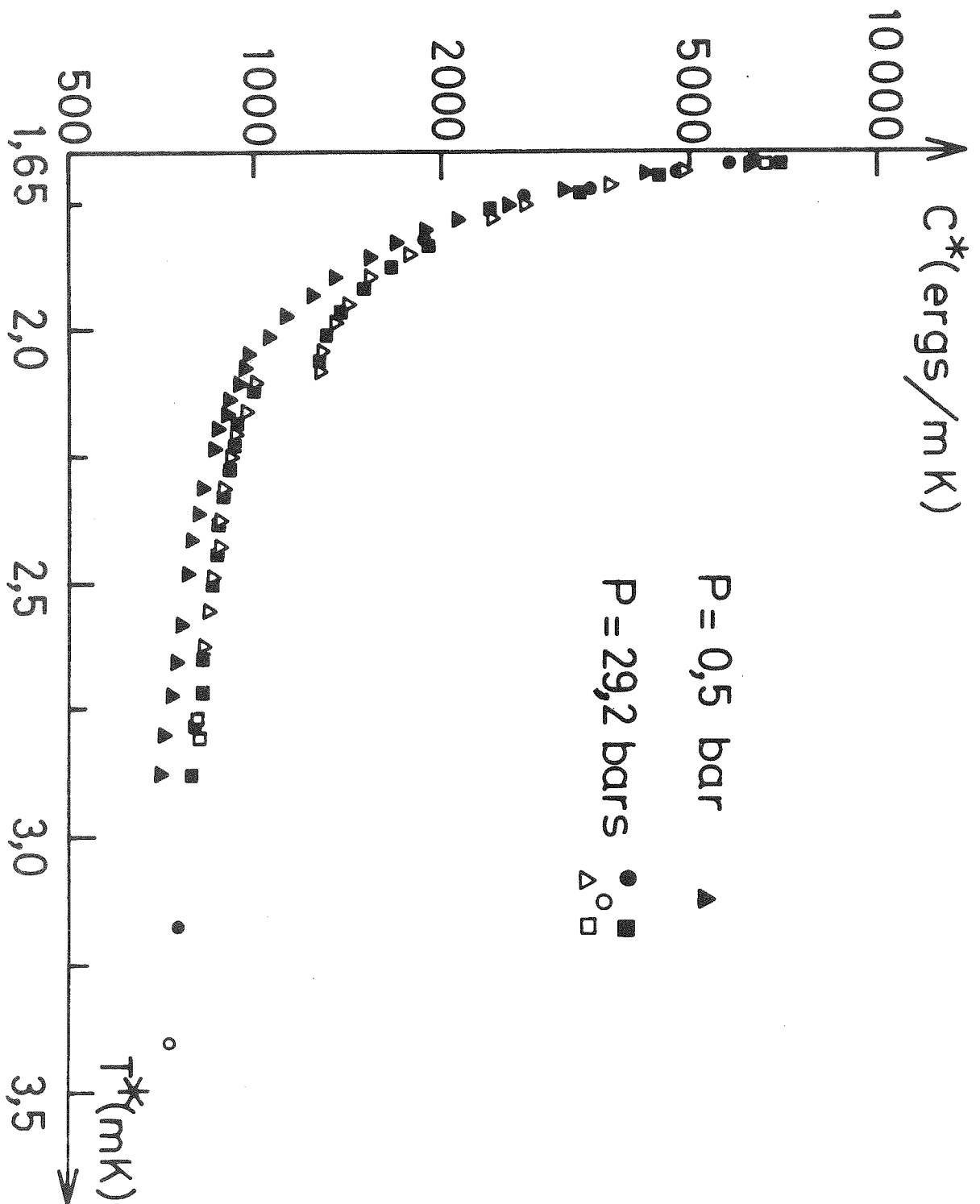


FIGURE 8

Capacité thermique de la cellule remplie de ^3He liquide.

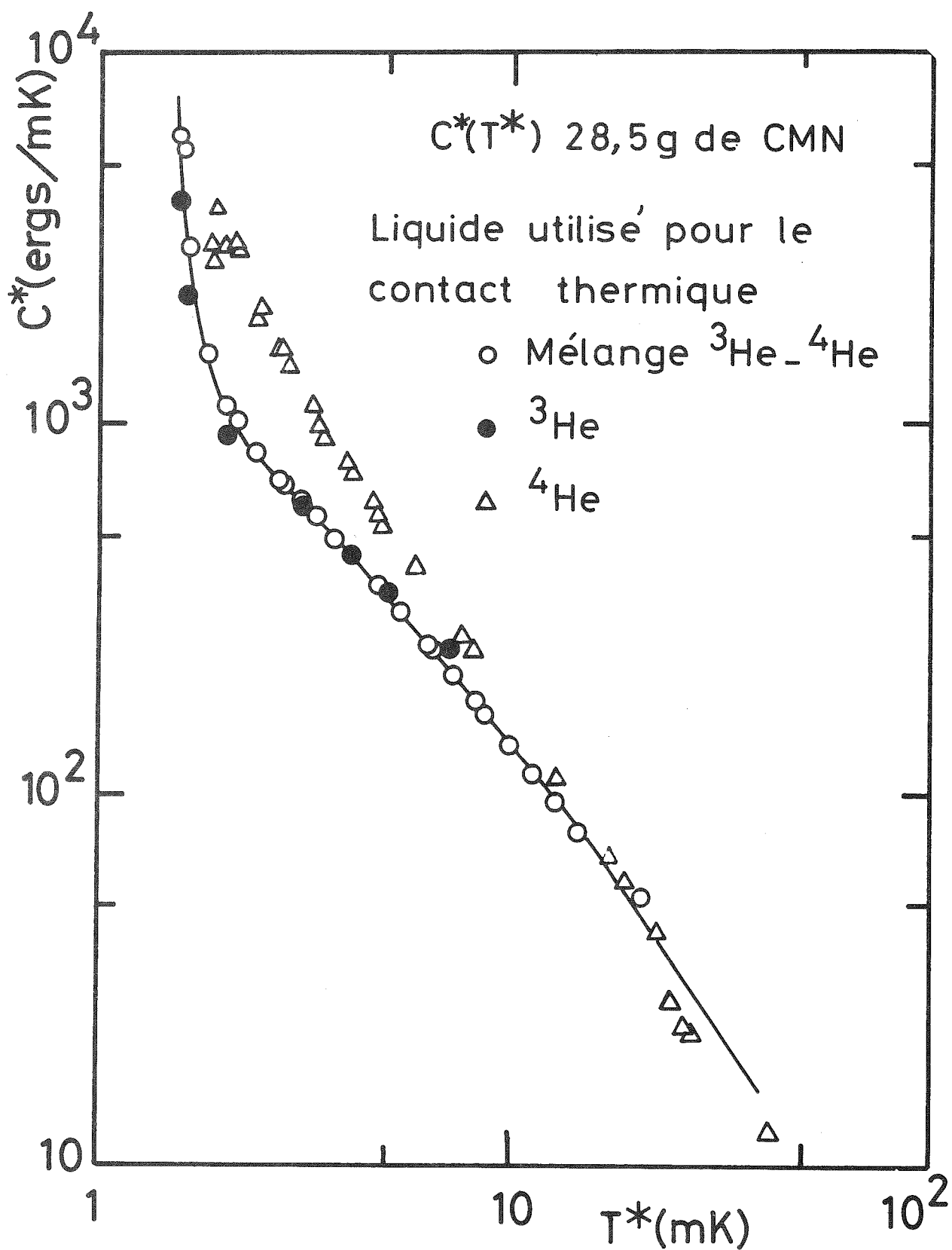


FIGURE 9

Capacité thermique de 28,5 g de CMN
 comme agent thermique de contact.

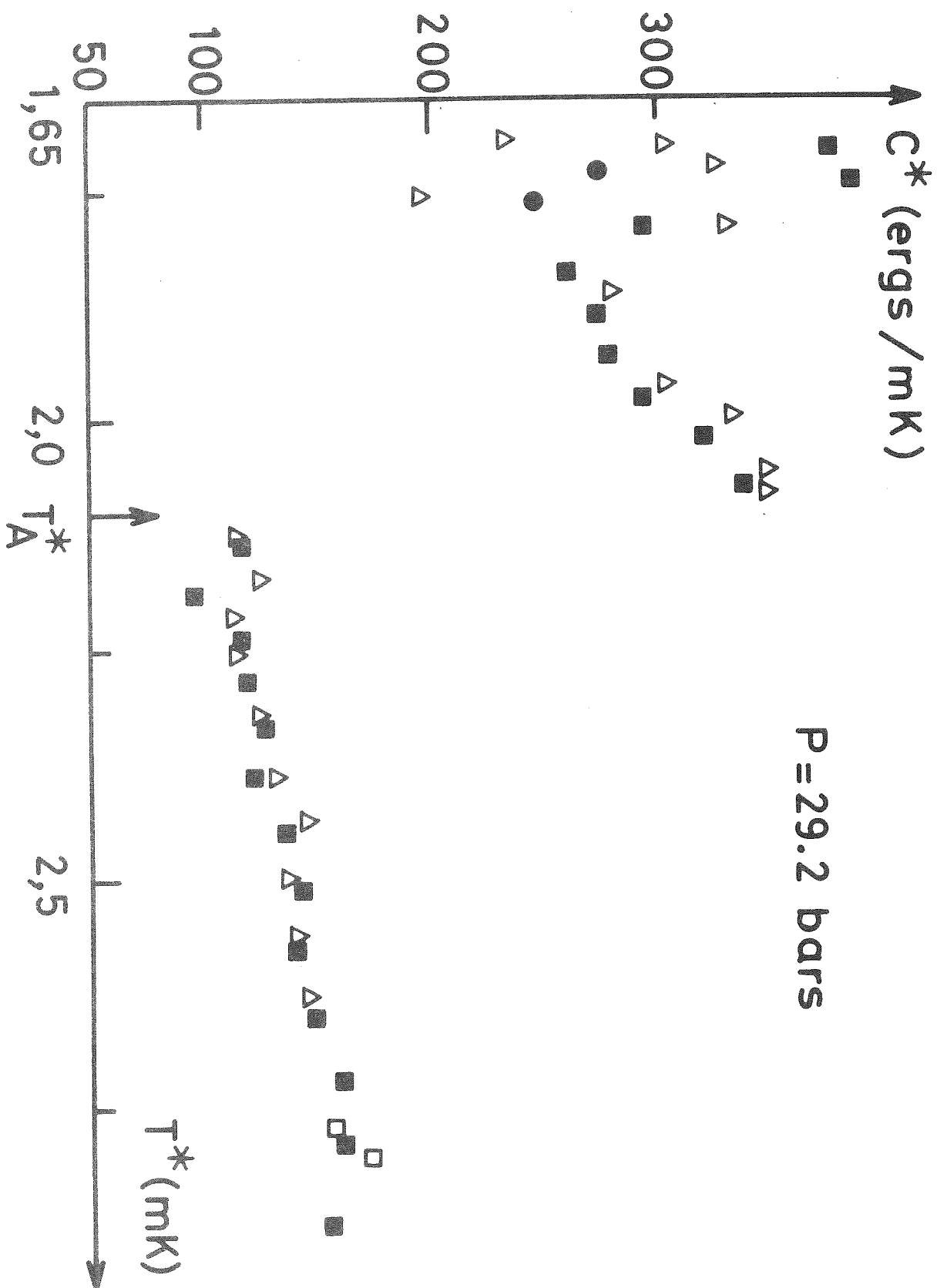


FIGURE 10

Capacité thermique de ^3He contenu dans la cellule sous une
pression de 29,2 bars.

n_S , nombre de moles de CMN ; V , volume de ^3He ; C_{CMN} et $C_{29,2}^3$, chaleur spécifique par mole de CMN et par cm^3 de ^3He .

Sous une pression de 0,5 bar, on a avec les mêmes notations :

$$C_{0,5} = n_S C_{\text{CMN}} + V C_{0,5}^3 \quad (4)$$

Par différence on obtient :

$$C_{29,2} - C_{0,5} = V (C_{29,2}^3 - C_{0,5}^3) \quad (5)$$

De nos mesures au-dessus de T_A , on détermine le volume V de ^3He remplissant la cellule, à partir de (5), en utilisant les tables donnant la chaleur spécifique de ^3He [25]. L'équation (4) nous permet de déduire le terme $n_S C_{\text{CMN}}$ présenté sur la figure 9 ; en reportant dans (3) on obtient la capacité thermique de ^3He présent dans la cellule dans l'état normal ou dans l'état superfluide, sous 29,2 bars. La variation en fonction de la température de cette capacité thermique est représentée sur la figure 10. Nos résultats sont en très bon accord avec ceux obtenus précédemment [4]. Les échelles de température magnétique correspondent à $\pm 5 \%$.

En dessous de 1,8 mK, il n'est plus possible de déterminer avec une bonne précision la capacité thermique de ^3He sous pression qui représente moins de 5 % de la capacité thermique totale, ce qui explique la grande dispersion des résultats.

La mesure du saut de chaleur spécifique à la transition superfluide est faite à partir des résultats de la figure 11 où l'on a représenté la vitesse de réchauffement de

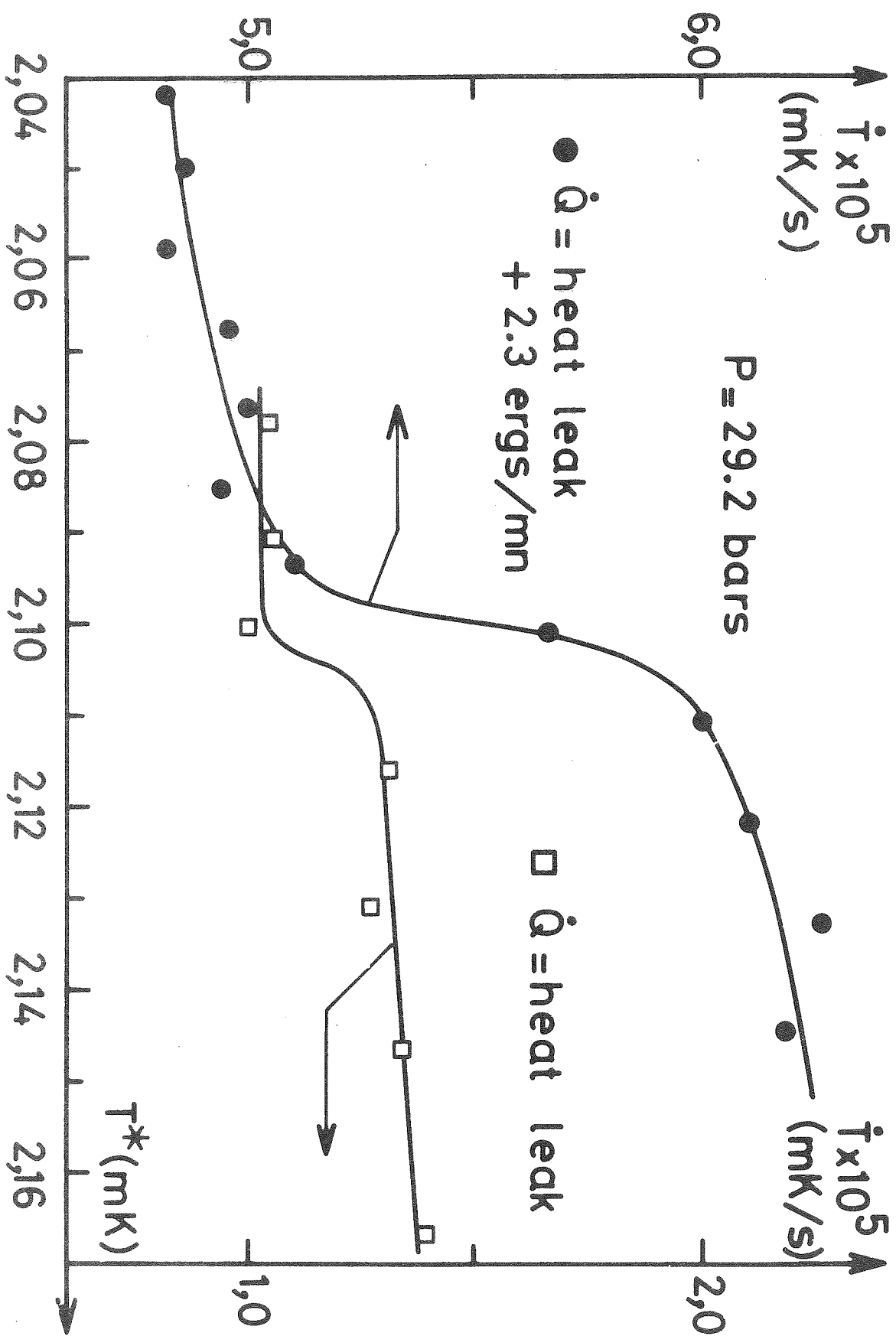


FIGURE 11

Vitesse de réchauffement de la cellule, remplie de ^3He , à la transition superfluide T_A sous 29,2 bars, en fonction de la température pour deux régimes de pertes différents

la cellule $\dot{T}$ en fonction de sa température autour de T_A pour deux régimes différents :

- a) en laissant la cellule se réchauffer sous l'action des pertes ;
- b) en ajoutant à ces pertes une puissance supplémentaire de 2,3 ergs/mm.

Cette figure met bien en évidence la transition superfluide de ^3He qui se caractérise par une discontinuité de $\dot{T}$. La demi-largeur de transition est d'environ 0,3 %. Soient $C_>$, $\dot{T}_>$ la capacité thermique de la cellule et sa vitesse de réchauffement juste en dessus de T_A , $\dot{T}_<$ sa vitesse de réchauffement juste au-dessous de T_A , ΔC_3 l'excès de capacité thermique de ^3He dû à sa transition superfluide. Les pertes $\dot{Q}$ sur la cellule sont alors données par :

$$\dot{Q} = (C_> + \Delta C_3) \dot{T}_< = C_> \dot{T}_>$$

$$\text{d'où : } \Delta C_3 = C_> \left(\frac{\dot{T}_>}{\dot{T}_<} - 1 \right)$$

On obtient alors :

$$\text{- dans le régime a) : } \Delta C_3 = 235 \text{ ergs/mK, } C_{3<}/C_{3>} = 3$$

$$\text{- dans le régime b) : } \Delta C_3 = 225 \text{ ergs/mK, } C_{3<}/C_{3>} = 3,$$

$C_{3>}$ et $C_{3<}$ étant les capacités thermiques de ^3He dans l'état normal et dans l'état superfluide à T_A , l'incertitude sur le rapport étant d'environ $\pm 5\%$.

Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus précédemment [4]. Ils montrent également que le confinement

de ^3He dans des pores de taille comprise entre 1 et 5 μ (observée au microscope électronique à balayage) ne modifie pas de façon sensible les résultats des mesures de chaleur spécifique effectuées dans ^3He massif [2]. Le rapport $C_{3<}/C_{3>}$ mesuré est supérieur à la valeur 2,59 déduite des mesures de RMN [26] dans le cadre d'une théorie de fluctuation de spin [27].

2) Mesures avec ^4He liquide :

Lors des mesures avec ^3He liquide, le terme $n_S C_{\text{CMN}}$ est mesurable jusqu'à environ 10 mK. Au-dessus de cette température, la capacité thermique de ^3He est trop grande par rapport à celle du CMN. En remplaçant ^3He par ^4He liquide, on attend une contribution négligeable du liquide à la capacité thermique totale de la cellule pour $T < 0,1$ K et donc une mesure directe de la capacité thermique du CMN.

Les résultats présentés sur la figure 9 montrent un désaccord important avec les mesures effectuées avec ^3He en dessous de 8 mK, allant jusqu'à un facteur 3 à 2 mK. Ces résultats ont été obtenus lors de deux séries de mesures. Dans la première, la cellule se réchauffait sous l'effet de pertes de 45 ergs/mm dues à une mauvaise thermalisation de ^4He . Un capillaire de Cu-Ni ($\emptyset$ int. = 0,2 mm, L = 25 mm) entre la boîte à 1 K et l'évaporateur constituait un court-circuit thermique [28] et les thermalisations sur l'évaporateur et la plaque froide étaient insuffisantes. Dans la seconde série

de mesures, on a pu ramener les pertes sur la cellule à environ 2 ergs/mm en mettant un capillaire de Cu-Ni ($\emptyset$ int. = 0,1 mm, L = 27 cm) entre la boîte à 1 K et l'évaporateur et en accroissant la surface d'échange pour les thermalisations au niveau de l'évaporateur et de la plaque froide. Les points, bien représentés par une loi en $T^{*-1,7}$ sur environ trois décades, sont reproductibles, ce qui semble éliminer l'hypothèse d'un mauvais équilibre thermique dû aux pertes aux très basses températures.

Lors d'une mesure, une quantité de chaleur comprise entre 3 et 96 ergs était dissipée pendant un temps t tel que : $0,01 \text{ s} < t < 100 \text{ s}$. La puissance de chauffage était comprise entre 0,25 erg/s et 1200 ergs/s et le rapport de l'échauffement ΔT à la température moyenne lors d'une mesure entre 0,2 % et 7 %. La bonne reproductibilité des résultats malgré ces conditions extrêmes montre qu'il ne faut pas chercher dans ces conditions de chauffage l'origine du désaccord.

L'étalonnage du CMN a varié d'environ 10 % entre les mesures avec ^3He et ^4He . L'incertitude sur la mesure de la température et de l'échauffement lors d'une mesure de capacité thermique ne suffit pas à expliquer un rapport 2 à 3 dans les résultats vers 2 mK. Des mesures effectuées, après celles avec ^4He , en utilisant un mélange $^3\text{He}-^4\text{He}$ sont en bon accord au-dessus de 10 mK avec les mesures avec ^4He . Dans ce cas, l'étalonnage était retrouvé égal à celui obtenu initialement avec ^3He .

Si l'on prend pour résistance de Kapitza entre le CMN et ^4He une valeur comparable à celle du cuivre avec ^4He : $R_K = 200 \text{ T}^{-3} \text{ cm}^2 \text{ K/W}$, avec des pertes de 2 ergs/mm et une surface de contact CMN - ^4He d'environ $5 \times 10^4 \text{ cm}^2$, mesurée par la méthode BET, on calcule une température minimale de ^4He voisine de 3 mK. Avec des pertes de 45 ergs/mm, la température minimale de ^4He calculée serait voisine de 6,5 mK. Les résultats dans les deux cas sont identiques, ce qui confirme l'hypothèse d'une contribution négligeable de ^4He à la capacité calorifique totale de la cellule.

De même une surchauffe locale du CMN ne semble pas pouvoir expliquer le désaccord, les ordres de grandeur mis en cause étant peu réalistes (voir Annexe II).

Une fuite thermique parasite pourrait expliquer nos résultats. En effet, la quantité de chaleur ΔQ causant l'échauffement ΔT serait alors inférieure à la quantité de chaleur ΔQ_m mesurée et la capacité calorifique déduite supérieure à la capacité calorifique réelle. La différence $\Delta Q_m - \Delta Q$ pourrait par exemple être transférée vers la boîte à mélange via l'interrupteur thermique ou vers la plaque froide à 30 mK via le capillaire de remplissage de la cellule plein de ^4He liquide. En fait, la résistance de carbone placée sur l'interrupteur thermique côté cellule s'échauffe jusqu'à 20 ou 30 mK environ lors de l'impulsion de chaleur puis relaxe rapidement à la température d'équilibre ; ceci traduit la surchauffe de ^4He due à sa faible capacité

thermique puis le transfert de chaleur de ^4He au CMN. Dans ces conditions, la quantité de chaleur pouvant être perdue via l'interrupteur thermique est de quelques dixièmes d'erg et ne peut expliquer le désaccord observé. De même les résistances placées sur la plaque froide ne montrent aucun réchauffement lié à l'impulsion de chaleur. Aucune perte d'énergie par le capillaire de remplissage ne semble donc intervenir. Tout ceci ne fait que confirmer d'ailleurs le caractère adiabatique de nos mesures.

3) Mesures avec un mélange ^3He - ^4He :

Devant ce désaccord, nous avons entrepris deux séries de mesures avec un mélange 98,9 % ^4He - 1,1 % ^3He . La température de Fermi du mélange étant beaucoup plus faible que celle de ^3He pur, sa capacité thermique est également plus faible. Ceci nous permet de mesurer la capacité thermique du CMN en dessous d'environ 20 mK. Au-delà, la capacité thermique du mélange est trop grande par rapport à celle du CMN pour que l'on puisse faire des mesures précises.

Les résultats sont également présentés sur la figure 9 et sont en très bon accord avec ceux obtenus avec ^3He . Ils sont déduits des mesures de capacité thermique en utilisant les valeurs extrapolées de la référence [29] pour la chaleur spécifique du mélange.

4) Discussion des résultats obtenus sur la capacité thermique du CMN :

Nos mesures de capacité thermique du CMN en présence de ^3He ou d'un mélange ^3He - ^4He montrent une variation en $T^{-1,7}$ au-dessus de 10 mK environ, plus faible jusqu'à 5 mK, en bon accord avec d'autres résultats [7,9,10,11] obtenus par la même méthode de mesure directe de la capacité thermique. Aux températures inférieures à 7 mK les comparaisons deviennent plus difficiles à faire, les échelles de température pouvant subir des distorsions importantes lorsqu'on se rapproche de la température d'ordre du CMN. Les résultats obtenus par différentiation de courbes entropie-température [8] donnent également une capacité thermique en accord raisonnable avec nos résultats au-dessus de 10 mK, limite inférieure de leurs valeurs.

Il faut noter que ces mesures sont faites sur des échantillons très divers : massifs [8,10,11], grains de diamètre inférieur à 420 μ [7] ou, dans notre cas, grains de diamètre moyen 30-40 μ .

L'influence des impuretés semble aussi peu importante : le CMN utilisé dans nos mesures contient 500 ppm de Pr, 65 ppm d'Er, moins de 5 ppm d'Yb. D'autres échantillons [8,11] ont un taux d'impureté très différent et donnent les mêmes résultats lors des mesures de capacité thermique pour des températures inférieures à 25 mK. Ceci confirme que pour

ces températures un modèle de dipôles en interaction rend bien compte des résultats, l'influence des impuretés en particulier Pr n'intervenant qu'à plus haute température [30]. L'ensemble de ces résultats montre qu'une erreur grossière dans la façon dont sont conduites les mesures et analysés les résultats ne semble pas être à l'origine du désaccord observé lors des expériences avec ^4He liquide. Des mesures plus anciennes [7] ont donné des résultats similaires qui étaient attribués à un défaut d'équilibre de température dans la cellule. Ceci ne semble pas pouvoir être retenu dans nos expériences.

On est ainsi conduit à envisager une possible origine physique à ce désaccord. Diverses approches ont été envisagées dans ce sens.

Une hypothèse, envisageant l'existence à très basse température d'interactions (à déterminer) entre le CMN et un liquide de Fermi (^3He ou un mélange ^3He - ^4He), semble devoir être rejetée. En effet, certaines mesures [10], qui ont été effectuées sans que l'échantillon ait été mis en présence de ^3He , sont en bon accord avec nos résultats avec ^3He .

On peut évaluer le nombre minimum d'atomes concernés par l'anomalie de chaleur spécifique d'environ 2000 ergs/mK à 2 mK, en estimant à R l'ordre de grandeur maximum de la capacité thermique pour une mole. On trouve alors

$2,4 \times 10^{-2}$ ion-gramme de CMN ou mole de ^4He alors que la cellule contient $3,8 \times 10^{-2}$ ion-gramme de CMN et 0,14 mole de ^4He . Ces valeurs montrent qu'un effet de surface doit être écarté et que seul un effet dans toute la masse de l'échantillon peut éventuellement prendre en compte l'anomalie.

Une autre hypothèse suppose que la vraie chaleur spécifique du CMN est celle mesurée lors des expériences avec ^3He ou le mélange. Pendant une impulsion de chaleur, ^4He se trouverait porté localement à haute température (1 K voire beaucoup plus) et les excitations ainsi créées se trouvent bloquées dans un état métastable lors du retour à l'équilibre thermique. A 2 mK, l'excès de capacité thermique dans nos mesures avec ^4He est d'environ 2000 ergs/mK correspondant par exemple à celle de rotons à une température de 1,4 K [19]. Néanmoins une telle interprétation semble difficile à soutenir. Comment des excitations peuvent-elles subsister dans un état métastable à basse température et avoir une chaleur spécifique variant avec la température du CMN, devenant négligeable vers 10 mK ? De plus, un tel système devrait présenter un caractère très hystérétique dépendant en particulier de la valeur de la puissance dégagée pendant l'impulsion de chaleur. Ceci n'est pas le cas comme il a déjà été souligné : lors des diverses séries de mesures, nous avons observé une très bonne reproductibilité des résultats quelles que soient les caractéristiques de l'impulsion de chaleur.

Le spectre des excitations de ^4He à aussi basse

température est très mal connu. Il semble néanmoins bien improbable qu'il présente une anomalie suffisamment grande pour expliquer le désaccord observé dans nos mesures. L'influence de cette anomalie devrait être observable bien au-dessus de 10 mK. De plus comme on l'a déjà vu, la reproductibilité des résultats, lors des mesures avec ^4He , malgré des pertes très différentes, indique que la contribution de ^4He à la chaleur spécifique totale est négligeable.

L'origine physique du désaccord semble donc très spéculative et une origine expérimentale non triviale. Heureusement dans nos mesures de transfert thermique, la capacité thermique du CMN n'intervient dans l'analyse des mesures qu'au-dessus d'environ 8 mK. Nos résultats expérimentaux sont alors en bon accord quel que soit le liquide assurant le contact thermique.

Pour éclaircir le problème en dessous de cette température, des mesures systématiques avec des tailles de grains et des taux de compactage différents sont nécessaires. L'utilisation de CMN dilué au lanthane pourrait également fournir des résultats intéressants en diminuant les interactions magnétiques entre atomes de Cérium.

B) Mesures de transfert thermique entre CMN et un mélange

^3He - ^4He .

Le retour à l'équilibre lors d'une mesure de la chaleur spécifique du système CMN + (98,9 % ^4He + 1,1 % ^3He) était quasi exponentiel. La variation thermique de la constante de temps correspondante est présentée sur la figure 12 entre 4

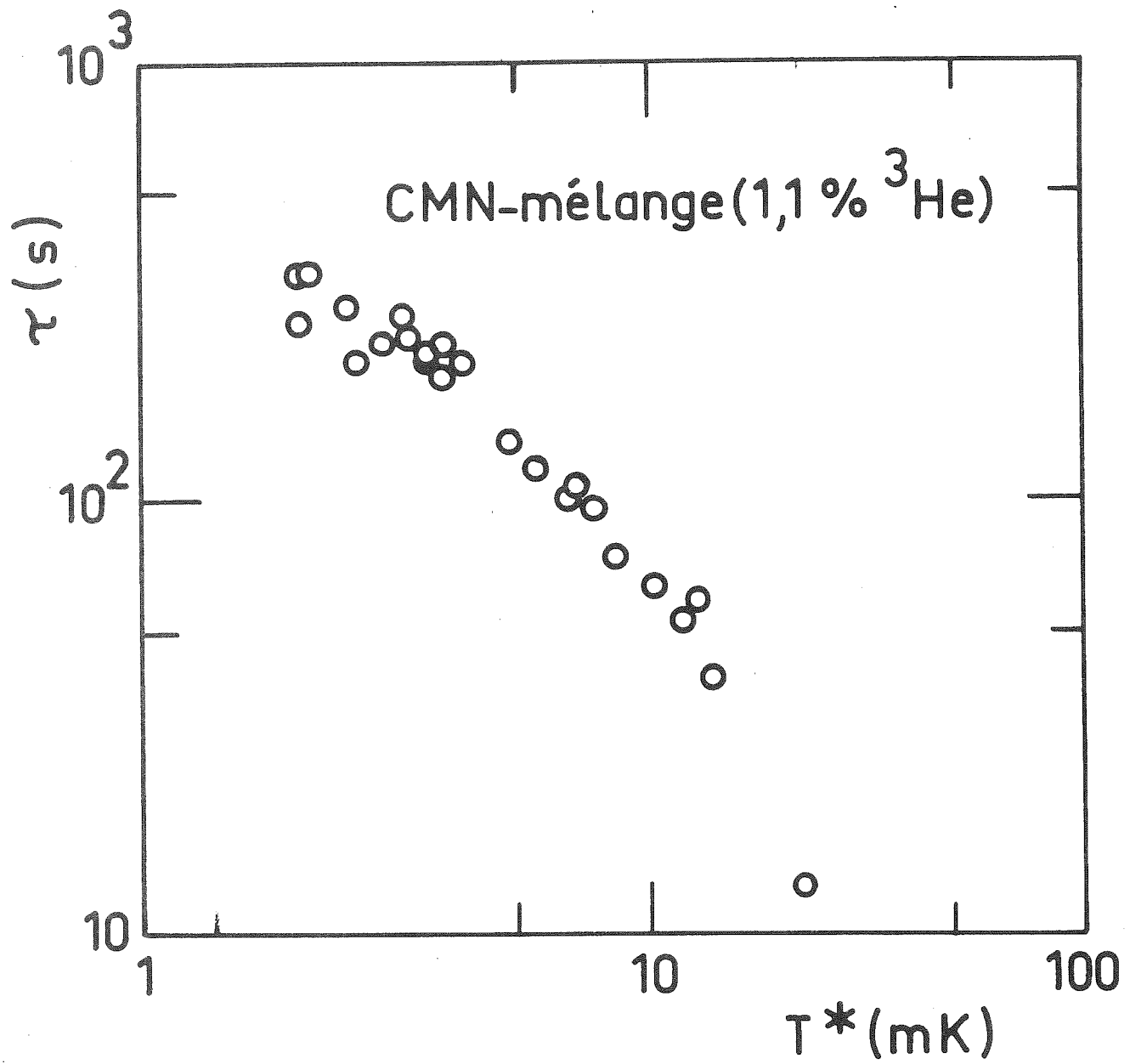


FIGURE 12

Constante de temps de retour à l'équilibre du système
 CMN + (98,9 % + 1,1 % ^3He) en fonction de la température

et 25 mK. Dans un modèle simple où l'on considère le CMN et le mélange couplés par une résistance thermique R , on a la relation : $\tau = R\bar{C}$ avec $\bar{C} = \frac{C_{\text{CMN}} \cdot C_m}{C_{\text{CMN}} + C_m}$, où C_{CMN} et C_m représentent respectivement les capacités thermiques du CMN et du mélange. Comme on l'a déjà remarqué, pour $T \lesssim 12$ mK la capacité thermique du mélange est faible par rapport à celle du CMN et en dessous de 10 mK on peut écrire : $\tau \approx R C_m$. Par conséquent, les problèmes rencontrés dans la mesure de la capacité thermique du CMN en dessous de 10 mK ne rejaillissent pas dans l'analyse du transfert thermique entre le CMN et le mélange. Le rapport $\frac{\tau}{\bar{C}}$ est représenté sur la figure 13 entre 4 et 25 mK. La variation thermique suit une loi en T^{*-2} . Sur la même figure on a représenté la loi en T^{-3} décrivant la variation théorique attendue dans un modèle de désaccord acoustique [31]. Nos résultats ne présentent pas la variation thermique attendue, mais l'ordre de grandeur en dessous de 10 mK est celui prévu par la théorie. Des résultats montrant une résistance de contact mesurée bien plus élevée que celle calculée théoriquement ont aussi été plusieurs fois présentés dans l'étude du transfert thermique entre une poudre et l'hélium [20,32] mais restent encore sans explication.

En fait cette situation est inhabituelle. Dans les mesures de résistance de Kapitza au voisinage de 1 K, les valeurs mesurées sont de façon générale plus faibles que les valeurs déduites de la théorie et n'ont pas la dépendance de T attendue, qui ne commence à être suivie qu'aux plus basses

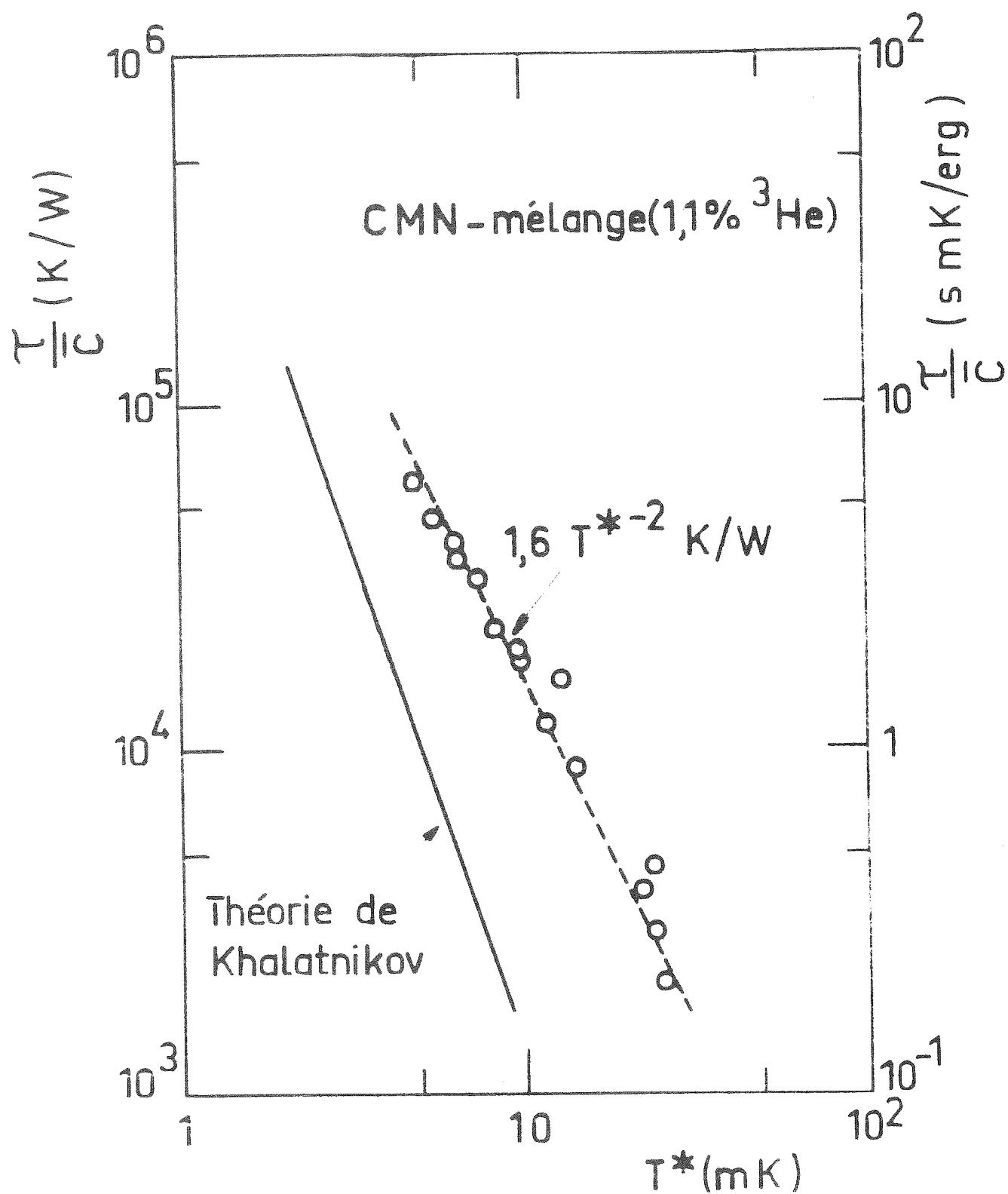


FIGURE 13

$\frac{\tau}{C}$ en fonction de la température dans le système
 CMN + (98,9 % ^4He + 1,1 % ^3He).

températures ($T \lesssim 100$ mK).

Les modifications éventuelles dans notre arrangement expérimental des paramètres utilisés dans la théorie (vitesse du son, température de Debye par exemple) ne peuvent pas rendre compte quantitativement de l'écart entre théorie et expérience : dans des grains de faibles dimensions compactés très fortement, les variations attendues de ces paramètres ne sont que de l'ordre du pour cent et n'expliquent pas le rapport d'environ huit mesuré ici.

En fait d'autres mesures utilisant des grains de CMN de taille différente sont nécessaires pour déterminer l'origine de cette situation assez exceptionnelle dans l'étude du transfert thermique à basse température.

Conclusion :

Nous avons mis au point un appareil permettant des mesures de chaleur spécifique et de transfert thermique jusqu'à la température d'ordre du CMN. Les mesures de chaleur spécifique à la transition superfluide de ^3He liquide sont en bon accord avec les mesures antérieures. Les mesures ont aussi montré un comportement anormal de la chaleur spécifique en présence de ^4He liquide, en dessous de 10 mK. D'autres expériences sont nécessaires pour en déterminer l'origine.

Les mesures de transfert thermique montrent que le modèle utilisé pour l'analyse des constantes de temps nous donne des résultats en accord avec ceux obtenus dans d'autres expériences au contact poudre-Hélium. Le désaccord avec les prévisions du processus de phonons classique n'ont pas une origine claire. Ce travail est le point de départ d'une étude du transfert thermique avec ^3He liquide ou solide dont les résultats seront publiés par ailleurs.

Remerciements :

Nous remercions M. JUREK pour l'aide qu'il nous a apportée dans la construction et la mise au point de notre appareil et Mlle AMIOT et M. PALLEAU qui ont préparé le CMN et effectué son analyse par absorption atomique. M. GINOUX de l'ENSEEG a mesuré la surface spécifique du CMN.

A N N E X E I =====

CARACTERISTIQUES DE LA LIGNE DE POMPAGE DU MELANGE

Le gaz est pompé sur l'évaporateur à travers un tube de $\varnothing$ 6 mm et de 3 cm de long. Le chauffage destiné à brûler le film de ^4He superfluide se trouve sur ce tube qui est donc maintenu à une température supérieure ou égale à T_λ ; ce brûleur de film permet également de chauffer l'évaporateur pour accroître le débit du gaz.

Les caractéristiques des tubes de pompage (en acier inoxydable) dans le cryostat sont rassemblées dans le tableau II. L est la longueur du tube en cm ; $\varnothing_i$ et $\varnothing_e$, ses diamètres intérieur et extérieur en mm ; T_s et T_i , les températures de ses extrémités supérieure et inférieure en K. La ligne de pompage hors du cryostat comporte des soufflets inox, pour limiter l'effet des vibrations, montés de façon compensée . Cet ensemble est relié à la pompe à diffusion Bendix KS 200 via un piège à azote et un baffle à eau destinés à minimiser l'effet d'une éventuelle rétrodiffusion de l'huile utilisée (Convoil 10). Le piège et le baffle ont un effet négligeable sur les caractéristiques de la pompe.

Un calcul de conductance classique montre que chacune des sections de la ligne de pompage sauf le tube $\varnothing$ 6 mm de l'évaporateur donne lieu à la même perte de charge.

TABLEAU II

L_{cm}	$\phi_i \text{ mm}$	$\phi_e \text{ mm}$	$T_s \text{ K}$	$T_i \text{ K}$
15	13	14	4,2	0,6 ⁽¹⁾
20	29	30	4,2 - 20	4,2
25	60	61	80 - 130	4,2 - 20
35	90	91,5	300	80 - 130
Coude	89	à l'ambiante		
200	125			

(1) Egalement thermalisé sur la boîte à 1,2 K.

Caractéristiques de la ligne de pompage du mélange.

L longueur du tube en cm ; ϕ_i , ϕ_e diamètres intérieur et extérieur du tube en mm ; T_s , T_i températures des extrémités supérieure et inférieure du tube en K.

Il montre en particulier qu'il est indispensable de thermaliser le tube $\emptyset$ 13-14 sur la boîte à 1,2 K et que le point critique de la ligne est le tube de pompage de l'évaporateur. Pour éviter ce problème, les évaporateurs utilisés maintenant au laboratoire disposent de deux chauffages : l'un sur le tube de pompage brûle le film, le tube restant à environ T_λ ; le second est placé dans le liquide dilué et le chauffe à la température d'ébullition convenable pour assurer le débit souhaité. Cet arrangement évite la surchauffe du tube $\emptyset$ 6 mm qui dans notre cas est à l'origine d'une perte de charge limitant les performances du système de pompage.

A N N E X E I I

SURCHAUFFE LOCALE DU CMN LORS DES EXPERIENCES AVEC ^4He

La taille des pores dans nos expériences est inférieure à 5 μ . La conductivité thermique de ^3He ou du mélange au voisinage du mK est très bonne [2] ; aucune mesure sur ^4He liquide n'a été faite dans cette gamme de température. Le fil de chauffage dans la cellule est localisé et une éventuelle surchauffe locale du CMN due à une mauvaise diffusion de la chaleur dans les canaux remplis de ^4He peut donner lieu à un écart sensible lors de la mesure de l'échauffement ΔT correspondant à une énergie ΔQ dissipée dans la cellule, faussant les mesures.

Soient C la capacité thermique totale de la cellule à la température T, remplie de ^4He , et ΔT l'échauffement de la cellule en l'absence de surchauffe : $\Delta Q = C \Delta T$. La mutuelle va nous donner une valeur initiale : $M_i = \frac{a}{T} + b$ et une valeur finale après échauffement : $M_f = \frac{a}{T + \Delta T} + b$:

$$\Delta M = M_f - M_i = - \frac{a \Delta T}{T^2 (1 + \Delta T/T)} \quad (6)$$

En cas de surchauffe locale on ne chauffe que x % du CMN et $\Delta Q = x C \frac{\Delta T}{x}$. La valeur initiale de la mutuelle sera :

$M_i = \frac{a}{T} + b$, sa valeur finale :

$$M_f = \frac{(1-x)a}{T} + \frac{xa}{T + \frac{\Delta T}{x}} + b$$

et
$$\Delta M = - \frac{a \Delta T}{T^2 (1 + \frac{\Delta T}{xT})} \quad (7)$$

Les deux valeurs obtenues (6) et (7) sont identiques dans la mesure où : $\frac{\Delta T}{xT} \ll 1$ (8). Dans nos expériences, en général : $\frac{\Delta T}{T} \sim 1\%$ et alors (8) n'est plus vérifié si $x < 10\%$. Néanmoins certains points sont tels que $\frac{\Delta T}{T} \sim 10\%$ et la condition (8) est alors beaucoup plus stricte. Dans les deux cas, les mesures donnent des résultats identiques ce qui indique que le processus envisagé n'explique pas le désaccord observé à basse température entre les mesures avec ^3He et celles avec ^4He .

REFERENCES

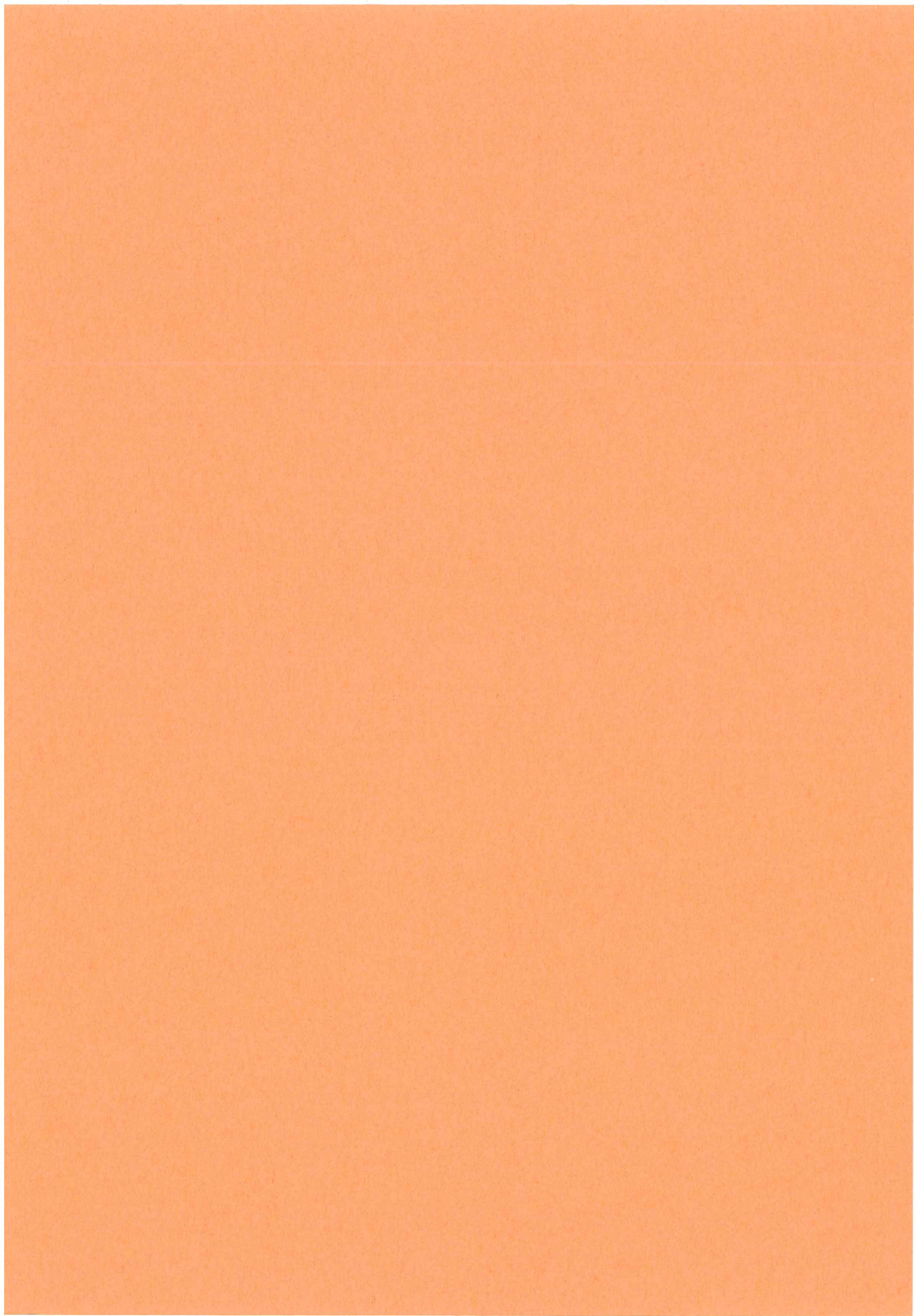
- 1 - PESHKOV V.P., Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. 48 (1965) 997
(English transl. : Sov. Physics JETP 21 (1965) 663).
- 2 - WHEATLEY J.C., "Quantum Fluids", D.F. BREWER, Editor
(North-Holland Publishing Co., Amsterdam 1966), 183.
- 3 - WHEATLEY J.C., VILCHES O.E., ABEL W.R., Physics 4 (1968) 1.
- 4 - WEBB R.A., GREYTAK T.J., JOHNSON R.T., WHEATLEY J.C.,
Phys. Rev. Let. 30 (1973) 210.
- 5 - AHONEN A.I., HAIKALA M.T., KRUSIUS M., LOUNASMAA O.V.,
Phys. Rev. Let. 33 (1974) 628.
- 6 - OSHEROFF D.D., GULLY W.J., RICHARDSON R.C., LEE D.M.,
Phys. Rev. Let. 29 (1972) 920.
- 7 - WHEATLEY J.C., Ann. Acad. Sci. Fennicae A210 (1966) 15.
- 8 - HUDSON R.P., KAESER R.S., Physics 3 (1967) 95.
- 9 - ABRAHAM B.M., ECKSTEIN Y., Phys. Rev. Let. 20 (1968) 649.
- 10 - MESS K.W., LUBBERS J., NIESEN L., HUISKAMP W.J., Physica
41 (1969) 260.
- 11 - FISHER R.A., HORNUNG E.W., BRODALE G.E., GIAUQUE W.F.,
J. Chem. Phys. 58 (1973) 5584.
- 12 - LAUMOND Y., Thèse Docteur-Ingénieur, Grenoble (1972).
- 13 - ANDERSON A.C., Rev. of Sci. Inst. 41 (1970) 1446.
- 14 - DEL CASTILLO L., FROSSATI G., LACAZE A., THOULOZE D.,
Proc. 13th Int. Conf. on Low Temp. Phys., Plenum Press,
New York (1973).

- 15 - Fourni par Du Pont de Nemours, 9, rue de Vienne,
75008 PARIS.
- 16 - Produit par Schjeldahl, Eastern Rd, Bracknell, Berksh,
ANGLETERRE.
- 17 - Produit par SAMES, 21, rue Jean Macé, 38000 GRENOBLE.
- 18 - HEBRAL B., MATHO K., MIGNOT J.M., TOURNIER R., Journ. de
Phys. Let. 38 (1977) L347.
- 19 - WILKS J., The properties of liquid and solid Helium,
Clarendon Press, Oxford (1967).
- 20 - FROSSATI G., GODFRIN H., HEBRAL B., SCHUMACHER G.,
THOULOZE D., Proceedings of the Symposium on ULT Physics,
Hakone, Japan, 1977.
- 21 - RADEBAUGH R., SIEGWARTH J.D., Proceedings of the Sympo-
sium on ULT Physics, Hakone, Japan, 1977.
- 22 - ANDERSON A.C., CONNOLLY J.I., WHEATLEY J.C., Phys. Rev.
135 (1964) A910.
- 23 - KODAMA T., MORII Y., FUJII Y., KUBOTA M., SHIGI T., Proc.
14th Int. Conf. on Low Temp. Phys., North-Holland Publi-
shing Co., Amsterdam (1975).
- 24 - Fabriqué par Barras Provence, 35, quai du Drac, 38600 FONTAINE,
commercialisé par Oxford Instruments, sous licence ANVAR.
- 25 - WHEATLEY J.C., The helium liquids, Proceedings of the
15th Scottish Universities Summer School in Physics,
Edited by J.G.M. ARMITAGE and I.E. FARQUHAR (Academic
Press 1975), 241.

- 26 - OSHEROFF D.D., ANDERSON P.W., Phys. Rev. Lett., 33
(1974) 686.
- 27 - BRINKMAN W.F., SERENE J., ANDERSON P.W., Phys. Rev. A10,
(1974) 2386.
- 28 - BERTMAN B., KITCHENS T.A., Cryogenics 8 (1968) 36.
- 29 - WHEATLEY J.C., Progress in Low Temperature Physics,
C.J. GORTER, Editor (North-Holland Publishing Co.,
Amsterdam 1970) 77.
- 30 - FOLINSBEE J.T., HARRISON J.P., Mc COLL D.B., Journ. of
Low Temp. Phys. 27 (1977) 25.
- 31 - KHALATNIKOV I.M., Zh. Eksp. i Teor. Fiz. 22 (1952) 687.
- 32 - BISHOP J.H., CUTTER D.W., MOTA A.C., WHEATLEY J.C.,
Journ. of Low Temp. Phys. 10 (1973) 379.

CHAPITRE II

B) RESULTATS EXPERIMENTAUX



THERMAL CONTACT BETWEEN HE AND CMN
IN THE MILLIKELVIN RANGE

G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER and
D. THOULOZE,
C.N.R.S., Centre de Recherches sur les Très Basses Tempé-
ratures, B.P. 166 X, 38042 GRENOBLE Cédex, FRANCE.

ABSTRACT

We present the results of heat transfer experiments on the CMN-He system above 1.5 mK. Two sizes of CMN grains are used. With the large size grains in contact with pure ^3He , the measured Kapitza resistance, varying as T , is interpreted in terms of magnetic coupling between the ^3He spins and the CMN ones. ^4He layers on the CMN enhance the boundary resistance by decreasing the magnetic exchange. With the small size grains a resistance increasing as T^{-2} is observed with a mixture ^3He - ^4He (1.1 % ^3He) ; it is larger than that expected from the acoustic mismatch model. A two orders of magnitude smaller resistance is measured with liquid or solid ^3He . This is interpreted again as a magnetic coupling effect, but hidden in the small size grains case by size effects. The results are found in rather good agreement with previous experiments on the CMN - ^3He or powder-He system. They are compared to the predictions of a dipolar coupling theory. A discussion of possible size effects both in the liquid and in the solid is also presented.

Investigations in the milliKelvin range need a fundamental knowledge of the heat transfer processes. The usual phonon process is no more efficient and the cooling time constant of samples becomes very large. In the case of thermal contact between a non-magnetic solid and helium, large differences of temperature ΔT originate from small heat fluxes $\dot{Q}$. Currently $\Delta T/T$ of about 10 % are observed at 10 mK, with a heat flux of 10 pW/cm^2 .

Since the large development of dilution refrigeration [1,2] and the discovery of superfluid phases of ^3He [3], extended work was devoted to cool helium or solid samples and to measure their temperature. Large surfaces are used to minimize the Kapitza resistance between the cooling agent and the studied sample.

Twelve years ago, it was discovered that an unusually small boundary resistance was involved in the heat transfer between CMN grains and liquid ^3He [4]. An explanation in terms of magnetic coupling between the ^3He nuclear spins and the CMN electronic spins, by-passing the usual phonon process, was proposed to take into account the measured values [5]. Some other experiments on Pt or dilute alloys-liquid ^3He contact tried to extend this work to the magnetic metals- ^3He case [6,7]. In parallel a theory of the magnetic heat transfer was proposed [8].

We started experiments on the "magnetic Kapitza" problem and present here the results on the CMN-He system.

Liquid ^3He with two ^4He impurities concentrations, ^4He or a mixture 98.9 % ^4He - 1.1 % ^3He were used as well as two sizes of CMN grains. The experiments were performed in an adiabatic demagnetization cell which allowed to reach the superfluid phases of ^3He [9].

In the first section, we give a survey of the theoretical situation both for the classical phonon process and for the magnetic coupling one. In section 2, we present the experimental procedure. The experimental results are presented and discussed in the two last sections.

I - THEORETICAL SITUATION

A) The classical phonon process.

In 1941, Kapitza discovered a temperature jump at the interface between superfluid ^4He and a solid during heat transfer experiments [10]. A theoretical approach was proposed ten years later [11]. The main idea is that the heat is transferred by the phonons from one medium to the other according to the usual momentum and energy conservation laws. Only incident phonons in a critical cone in the liquid are transmitted to the solid. The transmission probability is :

$\alpha \sim \rho_{\text{He}} c_{\text{He}} / \rho_{\text{sol}} c_{\text{sol}} = \frac{Z_{\text{He}}}{Z_{\text{sol}}} \ll 1$, where ρ_i , c_i , Z_i are the density, the sound velocity and the acoustic impedance of the medium i at temperature T_i . The model is a radiation one

limited by the mismatch in the acoustic impedances. At low temperatures, the net energy flux is given by :

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \frac{2\pi k_B^4 \Gamma_{\text{He}} S}{h^3 c_{\text{He}}^2} \left(\frac{\pi^4}{15}\right) (T_{\text{He}}^4 - T_{\text{sol}}^4) \\ &= 5.09 \times 10^9 \frac{\Gamma_{\text{He}} S}{c_{\text{He}}^2} (T_{\text{He}}^4 - T_{\text{sol}}^4)\end{aligned}$$

where $\dot{Q}$, S are expressed in Watts and cm^2 , c_{He} and T in cm/s and K . Γ_{He} is the transmission coefficient of the energy flowing from the liquid [12].

If: $\Delta T = T_{\text{He}} - T_{\text{sol}} \ll T_{\text{He}}$, then: $T_{\text{He}} \sim T_{\text{sol}} \sim T$

$$\text{and : } \dot{Q} = 2.04 \times 10^{10} \frac{\Gamma_{\text{He}} S}{c_{\text{He}}^2} T^3 \Delta T$$

In terms of energy emitted by the boundary, one obtain :

$$\dot{Q} = 4.4 \times 10^{10} \frac{\rho_{\text{He}} c_{\text{He}} F T^3 S \Delta T}{\rho_{\text{sol}} c_t^3} \text{ W cm}^{-2} \text{ K}^{-1} \quad [11]$$

where ρ_{He} and ρ_{sol} are the He and the solid density and c_t the transverse solid sound velocity expressed in cm/s . F is a numerical factor (about 1.5) depending of the solid Poisson's ratio calculated by taking into account the contribution of the surface modes.

The Kapitza resistance : $R_K = \frac{\Delta T}{\dot{Q}}$ is varying as T^{-3} .

In the case of CMN and ^3He : $\rho_{\text{CMN}} = 2 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{He}} = 0.083 \text{ g/cm}^3$,

$c_{\text{CMN}} = 2 \times 10^5$ cm/s, $c_{\text{He}} = 1.9 \times 10^4$ cm/s and $SR_K = \frac{150}{T^3}$ cm² K/W.
 In the case of CMN and a mixture ^3He - ^4He containing 1 % ^3He
 above 100 mK : $\rho_{\text{He}} = 0.145$ g/cm³, $c_{\text{He}} = 2.4 \times 10^4$ cm/s and
 $SR_K = \frac{70}{T^3}$ cm² K/W.

The T^{-3} temperature variation is rather well followed below 100 mK with the right order of magnitude for solids such as Cu [13] or single-crystals of CMN [14] in contact with ^3He or a mixture ^3He - ^4He . In this approach, the only difference between ^3He and ^4He comes from the acoustic impedances of the two media. At lower temperatures the Fermi liquid character of ^3He is taken into account through the ^3He zero sound velocity [15] ; due to the small difference between the first and the zero sound velocity in ^3He , the expected boundary resistivity between ^3He and CMN in the milli-Kelvin region stays $150 T^{-3}$ cm² K/W.

B) The magnetic Kapitza resistance.

The very small boundary resistance measured in the CMN grains - ^3He system was first explained by an anomalously large contact area [4]. This was definitely ruled out by the measurement of this surface using the BET method : only a factor two or three was found between the measured surface and the estimated one. Then the possible existence of a magnetic coupling process was investigated.

A first attempt to explain the T^{-1} temperature variation of the boundary conductance was given in terms of a contact interaction between ^3He and CMN spins [8]. In the

case of a dipolar coupling similar results were obtained [16]. The general calculation of the conductance through spin - spin interactions avoid the approximations used in other both cases [17].

In the temperature range explored, $T > T_0$ the ordering temperature of the CMN, one finds a T variation for the magnetic Kapitza resistance, using a Kubo formula which relates the energy transfer rate $\dot{Q}$ to integrals over the spectral densities associated with spin - spin correlation functions. If $T > T_0$ all the spin degrees of freedom participate in the energy transfer. If $T < T_0$, the spins are frozen, the heat transfer is strongly reduced and depends on the nature of magnetic ordering involved ; for the case of ferromagnetically aligned spins on a regular lattice: $R_K \propto T^{-3/2}$; if they are on a spatially disordered lattice: $R_K \propto T^{-5/2}$ [18]. For conduction electrons in metals, $T \ll T_F$, and the number of spins giving a contribution to the heat transfer is very small : no magnetic Kapitza resistance is observed in that case, the phonon process by-passing all the heat transfer.

The discovery of the superfluid phases of ^3He and the first thermal time constant measurements at the CMN- ^3He A or B interface [19] stimulated theoretical speculations using the same model [20] : an enhanced Kapitza conductance was expected very close to the transition temperature in the superfluid phases, followed by a strong decrease well below the normal state value at lower temperature.

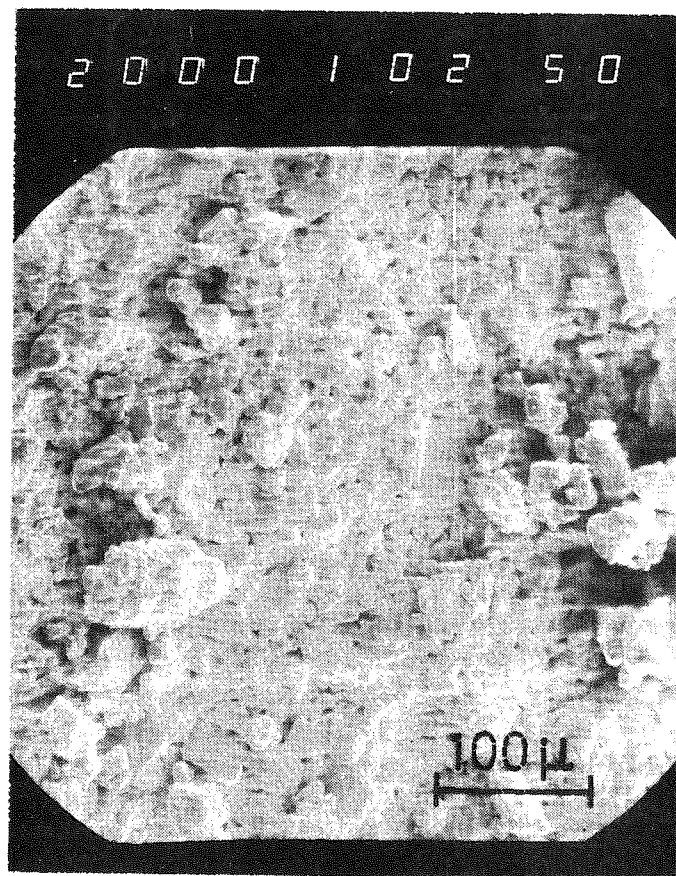


FIGURE 1

Large scale scanning microscope photograph of the CMN packed in the
small grain cell

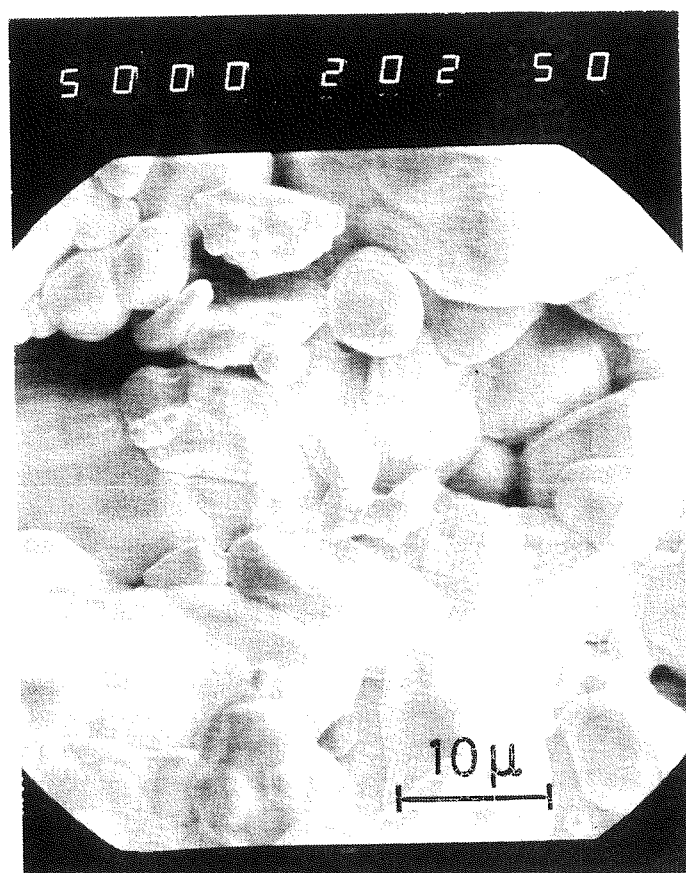


FIGURE 2

Small scale scanning microscope photograph of the CMN packed in the
small grain cell

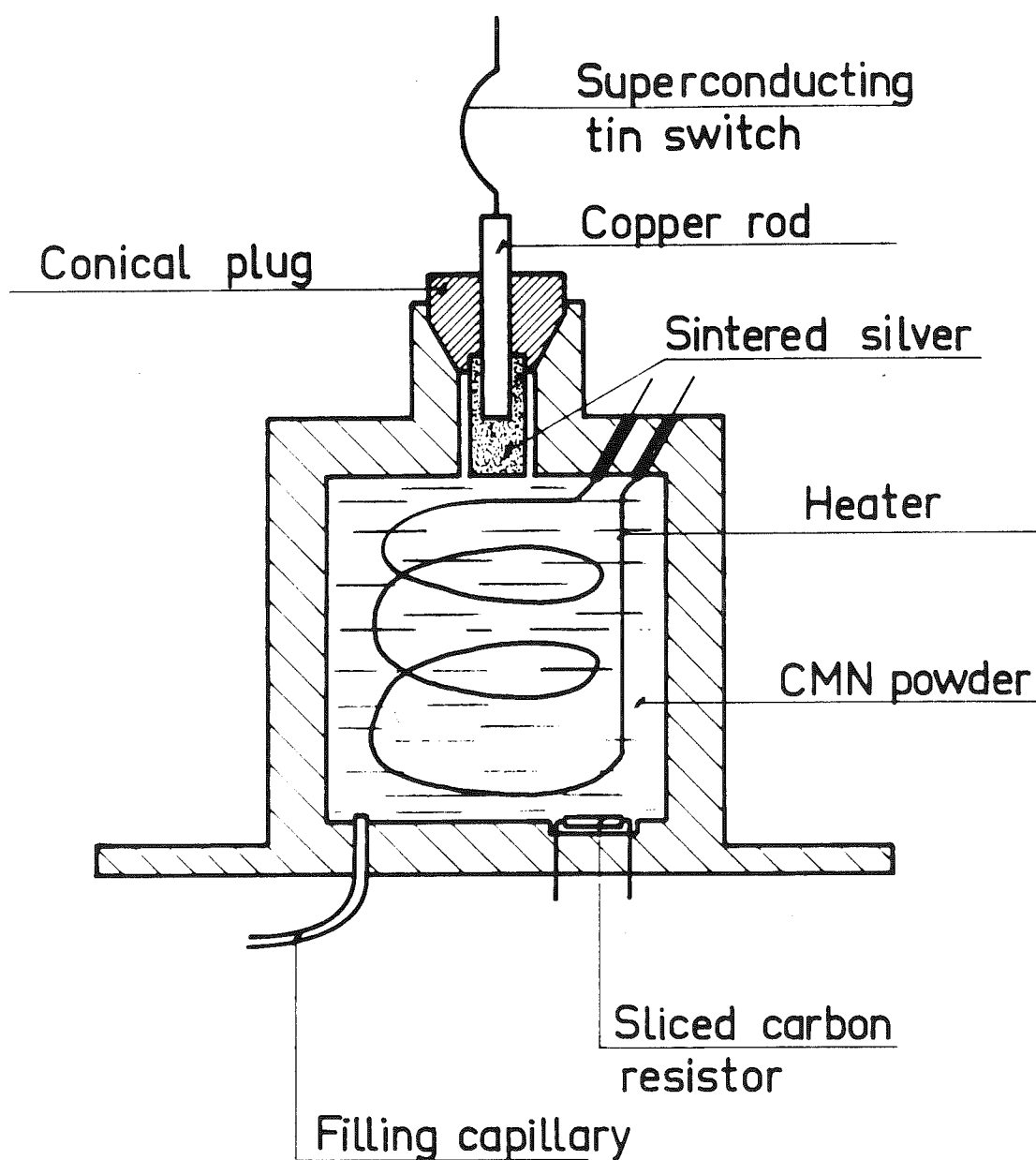


FIGURE 3

The experimental cell

II - EXPERIMENTAL PROCEDURE

To test the theoretical predictions we used an experimental arrangement allowing to reach the lowest temperatures. Liquid He is in contact with a CMN powder. Possible size effects can be investigated by interchanging the experimental cells.

The first experimental epoxy cell (called later "small grain cell") was filled with 28.5 g of CMN grains and 3.8 cm^3 of liquid Helium. The CMN was grown from Cerium nitrate [21] and Magnesium nitrate [21], then powdered with a grain size less than 50μ and packed in a cylindrical shape with height equal diameter (28 mm) at a packing factor of about 81 %.

The area of the CMN pill, as measured by BET method, was about 5 m^2 . A scanning microscope photograph of the packed CMN surface is given on figures 1 and 2. It shows a large size distribution of the grains with a mean value of about $20\text{-}30 \mu$ giving channels for Helium in the range $1\text{-}5 \mu$.

The cell (fig. 3) has been filled successively with liquid or solid ^3He ($\sim 200 \text{ ppm } ^4\text{He}$), a mixture 98.9 % ^4He - 1.1 % ^3He and liquid ^4He . The filling capillary ($\emptyset 0.2\text{-}0.4 \text{ mm}$) was placed at the bottom of the cell near a sliced 100Ω Speer carbon resistor monitoring the temperature during the pre-cooling of the cell. A 30 cm long, 50μ diameter Evanohm

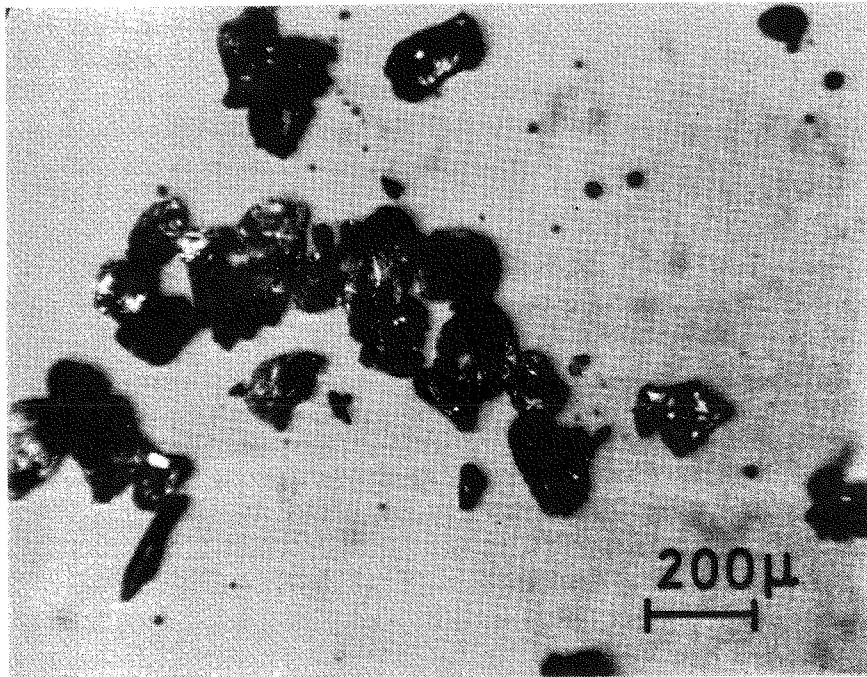


FIGURE 4

Microscope photograph of grains packed in the large grain cell

heater was wound in the CMN during the packing process. The cell was attached to the mixing chamber of a dilution refrigerator through a superconducting tin switch. It was demagnetized from 15-20 mK and 1-2 kG to 1.5-1.7 mK in zero field. The magnetizing coil was built with a multifilamentary Nb-Ti wire and gave a remanent field less than 1 G in zero field. More details on the cryogenic arrangement are given elsewhere [9].

The second epoxy cell (called later "large grain cell") was filled with $\sim 7 \text{ cm}^3$ liquid He and 20.7 g of CMN with a well defined grain size between 80 and 125 μ as seen on fig. 4. It has the same design as the first one. The heater was about 2 m long and then more uniformly wound than in the small grain cell.

Two kinds of experiments were performed either by warming the liquid with the heater, or by demagnetizing the CMN. The heat transfer rate was measured through the relaxation process. The respective relaxation times will be called $\tau_{\Delta Q}$ and $\tau_{\Delta H}$.

The mean temperature of the cell was obtained from the susceptibility of the CMN measured by a mutual inductance coil [9].

If bulk transport processes both in CMN and in Helium are negligible, the relaxation time τ is given by :

$$\tau = R\bar{C} \text{ where } \bar{C} = \frac{C_{\text{Helium}} C_{\text{CMN}}}{C_{\text{total}}} \text{ is an average heat capacity}$$

of the system (C_{Helium} , C_{CMN} and C_{total} are respectively the

Helium, CMN and cell heat capacity). R is a thermal resistance which is here the Kapitza boundary resistance R_K .

The $\tau_{\Delta Q}$ measurements were coupled with adiabatic heat capacity experiments [9]. An amount of heat ΔQ is dissipated in the liquid. Then the liquid temperature relaxes during the heating of the CMN. A typical temperature profile is given on fig. 5. The time of the heat pulses and the energy were varying between 10^{-2} s and 100 s and from 3 ergs to 1000 ergs. No dependence on those parameters was observed.

Due to the localized character of the heater and to the smallness of the channels in the powder, τ_{channels} , the heat diffusion time in the pores may be as large as the measured $\tau_{\Delta Q}$. For the above expression : $\tau_{\Delta Q} = R_K \bar{C}$ to be valid, we need to have $\tau_{\Delta Q} \gg \tau_{\text{channels}}$. This condition will be discussed later. However to insure an homogeneous heating of our cell we also used small magnetic field pulses to magnetize and demagnetize the CMN. The relaxation time $\tau_{\Delta H}$ was measured after demagnetization in zero field. In that case, problems of heat diffusion in the liquid channels are minimized.

Both mutual inductances and main field coils have the same axis. Due to the strong anisotropic character of the CMN ($g_{11} < 0.02$, $g_{\perp} = 1.84$) [22], we are measuring in ΔQ and ΔH experiments the temperature of the salt fraction which has the c-axis perpendicular to the coils axis.

In the ΔH experiments the applied magnetic field increments ΔH were in the range 6-30 G. The rise time was

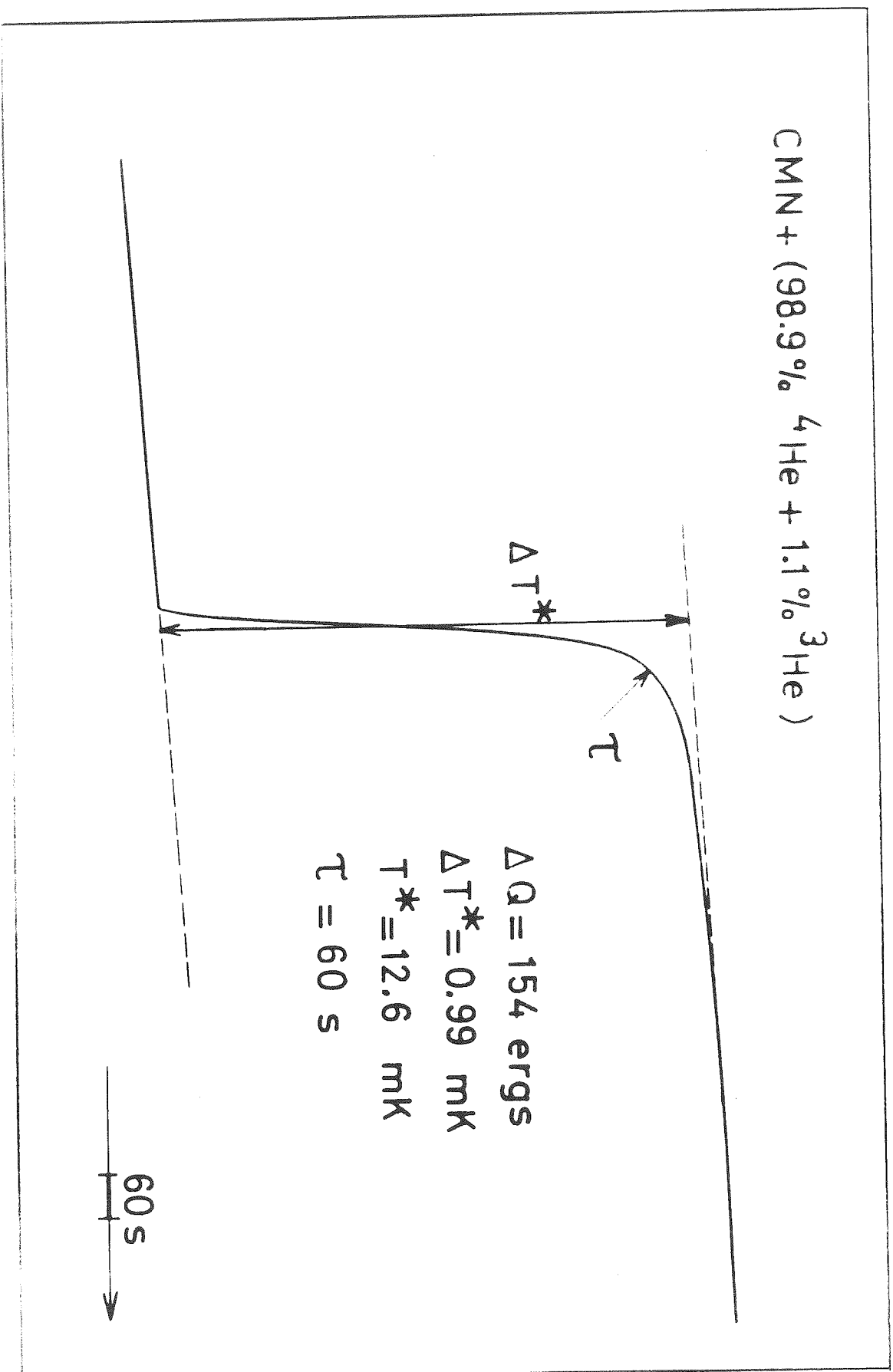


FIGURE 5

CMN susceptibility variation versus time during a specific heat measurement

10^{-2} s. When ΔH was applied we waited a time τ_0 before demagnetizing the salt. Usually τ_0 was chosen long enough compared to $\tau_{\Delta H}$, so that the cell had time to reach equilibrium before the demagnetization. Values of τ_0 in the range 50-1000s were used and the reproducibility of the results was good.

The sensitivity of the thermometry limits our temperature range at a maximum value of about 30 mK. τ as small as 1 s can be detected.

In fact, the measured time constant is that of each grain with its surrounding liquid fraction. If all grains have the same size, this time constant is the same as if we are considering the pill of CMN relaxing in the liquid through the total surface of the salt as we discussed above. In our measurements on the small grain cell, the relaxations were not exponential, while they were so in the large grain cell. This is explained by the difference in the powder size distribution. In the small grain cell, the size of the grains was less than 50 μ and, as observed on figure 1, the distribution of the grains diameter is "centered" around 30 μ and spread from some microns to 50 μ , most of them lying between 15 μ and 40 μ . In the heat transfer process, for one grain, above 10 mK, the product $R_K \bar{C} \approx R_K C_{CMN}$ is proportional to : $\frac{1}{d^2} d^3 = d$, diameter of the grain. Below 5 mK, $R_K \bar{C} \approx R_K C_{Helium}$: the volume of liquid for each grain of CMN is $\sim \frac{1-x}{x} \frac{\pi d^3}{6}$ where x is the packing factor of the CMN and again $R_K \bar{C}$ is proportional to d . This explains that we do not observe

one single relaxation process as seen on the semi-log plot of the CMN susceptibility variation versus time. We obtain a minimum and a maximum relaxation time with a ratio of roughly 3 between both, in good agreement with the grain diameter dispersion. For clarity purpose we present only the minimum relaxation time on the figures corresponding to this cell.

In the second cell, the CMN grains passed through a 125 μ sieve and did not through a 80 μ sieve. As observed on the photograph of figure 4, the diameter of the grains is much better known ; the semi-log plot of the CMN susceptibility relaxation gives well defined straight lines.

The cells were filled with a mixture 1.1 % ^3He - 98.9 % ^4He , liquid ^3He with two ^4He impurities grades (< 100 ppm and about 200 ppm) and ^4He . With ^4He the specific heat measurements present deviations below 10 mK with those performed with the mixtures or ^3He [9] and the τ results, not very reproducible, are not reported here.

III-- EXPERIMENTAL RESULTS

A) CMN - (^3He - ^4He 1.1 %) Mixture system.

On figure 6, we present the $\tau_{\Delta Q}$ and $\tau_{\Delta H}$ values measured in the small grain cell as a function of the temperature and on figure 7 the thermal variation of $\frac{\tau}{C}$. The ΔQ and ΔH measurements are in good agreement above 4 mK. The results are well described by $\frac{\tau}{C} = 1.6 T^{*-2}$ K/W. Using the measured

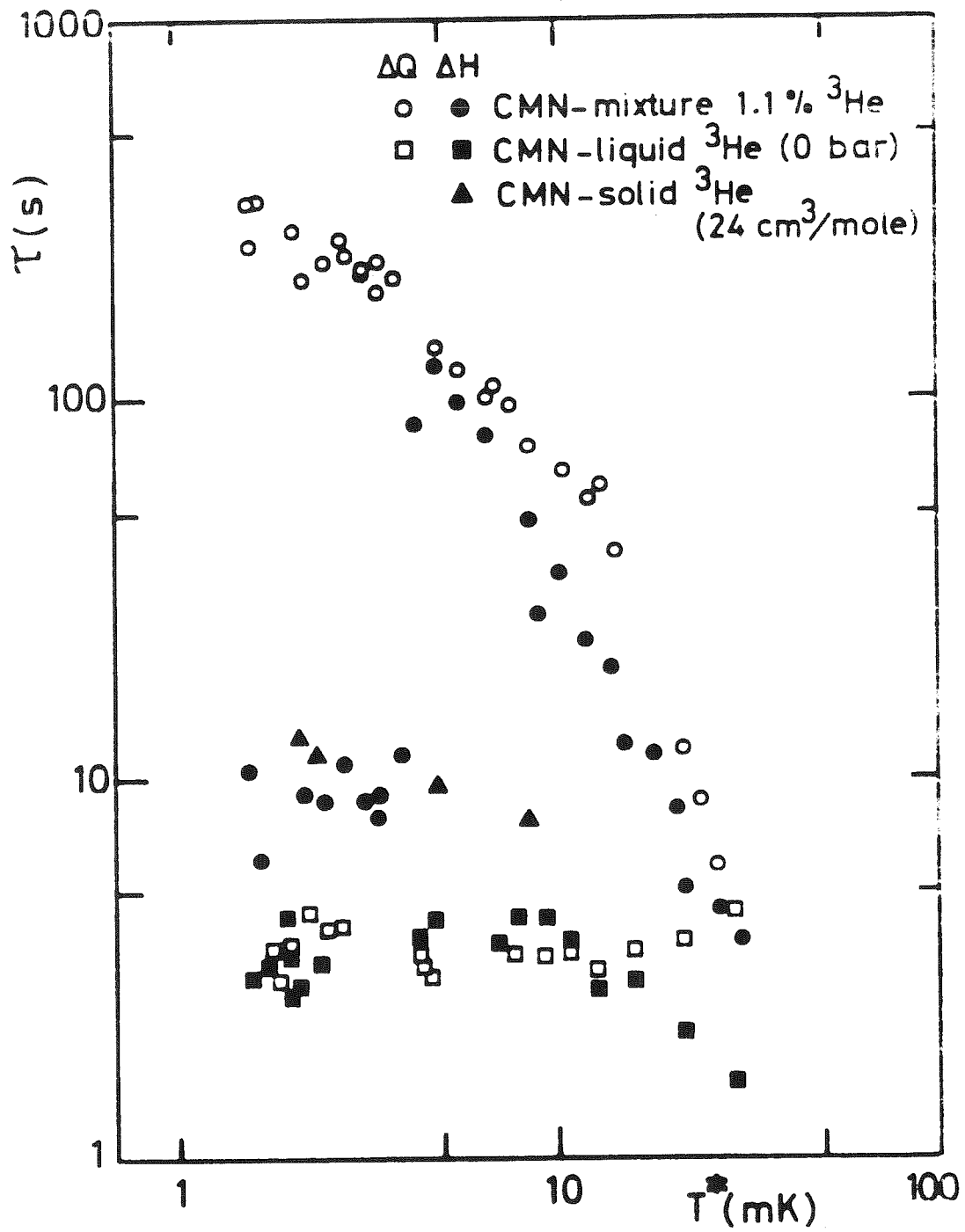


FIGURE 6

τ measurements in the small grain cell

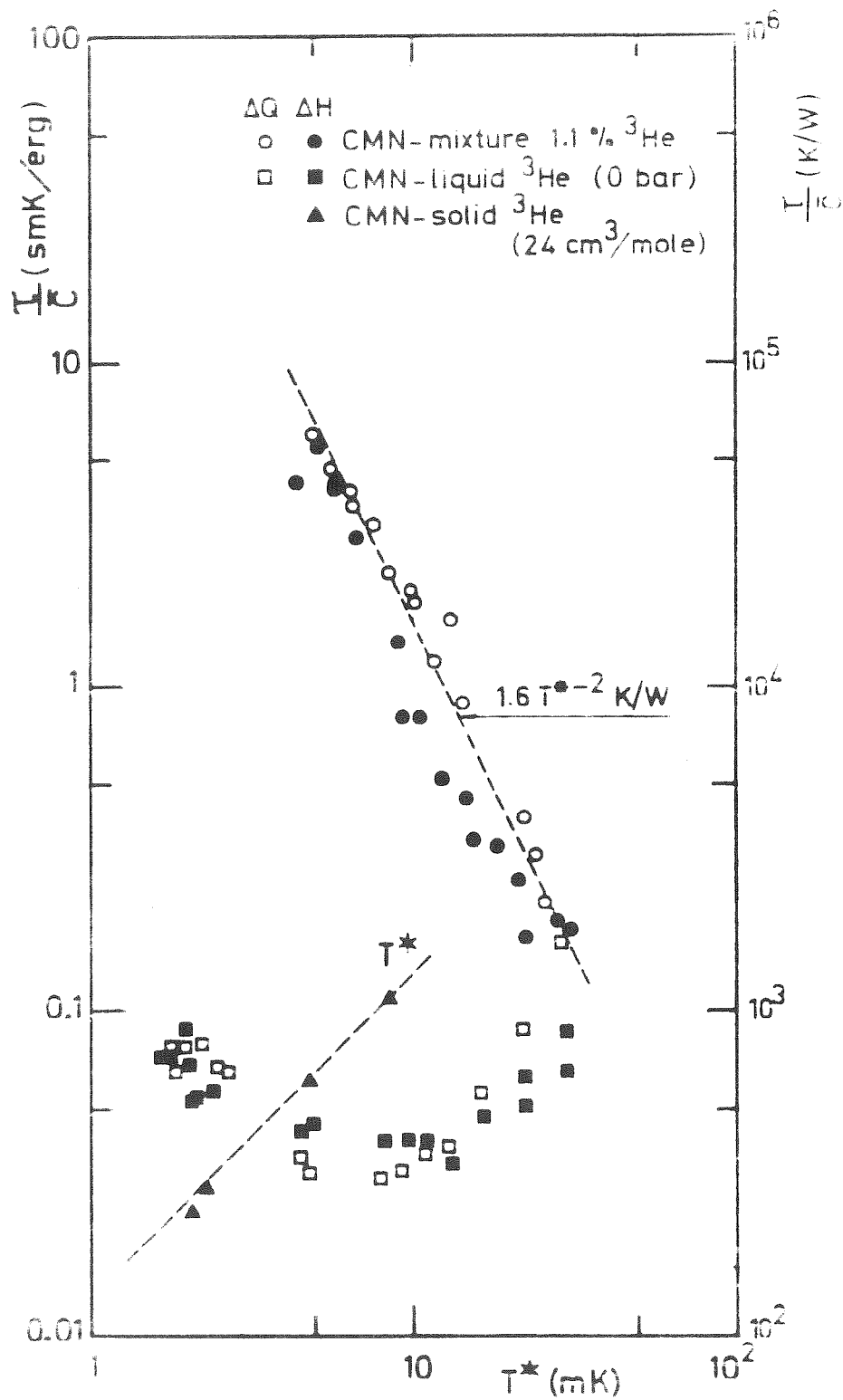


FIGURE 7

$\frac{T}{C}$ measurements in the small grain cell

area S of the CMN we obtain :

$$S \frac{\tau}{C} = 8 \times 10^4 T^{*-2} \text{ cm}^2 \text{ K/W}$$

The calculated value from the acoustic mismatch theory is about $70 T^{-3} \text{ cm}^2 \text{ K/W}$, ten times smaller than the measured one at 10 mK. Such a situation has been also observed in powdered samples. For the ^3He - CMN contact (grain size $\sim 55\mu$) a larger value ($3\,000 T^{-3} \text{ cm}^2 \text{ K/W}$) was measured [23], as well as for sintered Ag samples (grain size $\sim 0.5 \mu$) [24] in contact with diluted phases where the same values $R_K = 8 \times 10^4 T^{-2} \text{ cm}^2 \text{ K/W}$ were observed, above 10 mK (below 10 mK : $R_K = 700 T^{-3} \text{ cm}^2 \text{ K/W}$ described the experimental results). In other sintered Ag (grain size $\sim 0.1 \mu$) - dilute phase experiments [25] this anomaly was explained by a bad conduction in the liquid channels due to the confined geometry involved ; we shall see later that such an explanation does not hold in our case.

Below 10 mK, our T^{-2} results have the same order of magnitude than the T^{-3} theoretical values. However, this situation is unusual in the classical Kapitza problem, where most of the experimental results present a smaller boundary resistance than expected ; this is usually explained by an increase of the critical cone due to matching conditions (adsorbed gas, oxide or high density helium layers), by an improved transfer through surface waves and by absorption

processes [26], etc. With powders, the reverse seems to be observed and apart peculiar size effects no general explanation has been proposed.

An overestimated surface could explain the difference between the calculated and measured $\frac{\tau}{C}$ values. The BET curves do not present well defined steps but the uncertainty is not large enough to take into account the difference in the values.

In fact, we have not a lot of information about the acoustic properties of a powder packed at 81 %, above the elastic limit. A larger sound velocity in the grains, for example, can give increased values of the boundary resistance, but the increase necessary to explain our results (~ 100 %) is unrealistic. We also know from specific heat measurements [9,27] that there is no variation of the quasi-particle spectrum in the confined liquid compared to that in the bulk.

Below 4 mK, we do not observe the same variation in the ΔQ and ΔH measurements. In the ΔQ measurements, the τ values become constant ($\tau_{\Delta Q} \sim 300$ s). In fact, at 2 mK, $\frac{\tau}{C}$ is extrapolated at about 40 s mK/erg. That gives a ΔT of 1 mK with the heat leak of about 1 erg/mm. Just owing to this heat leak the mixture is no more cooled by the CMN and our measurements between a liquid at constant temperature and the colder CMN are no more significant.

In the ΔH measurements, the τ values decrease very

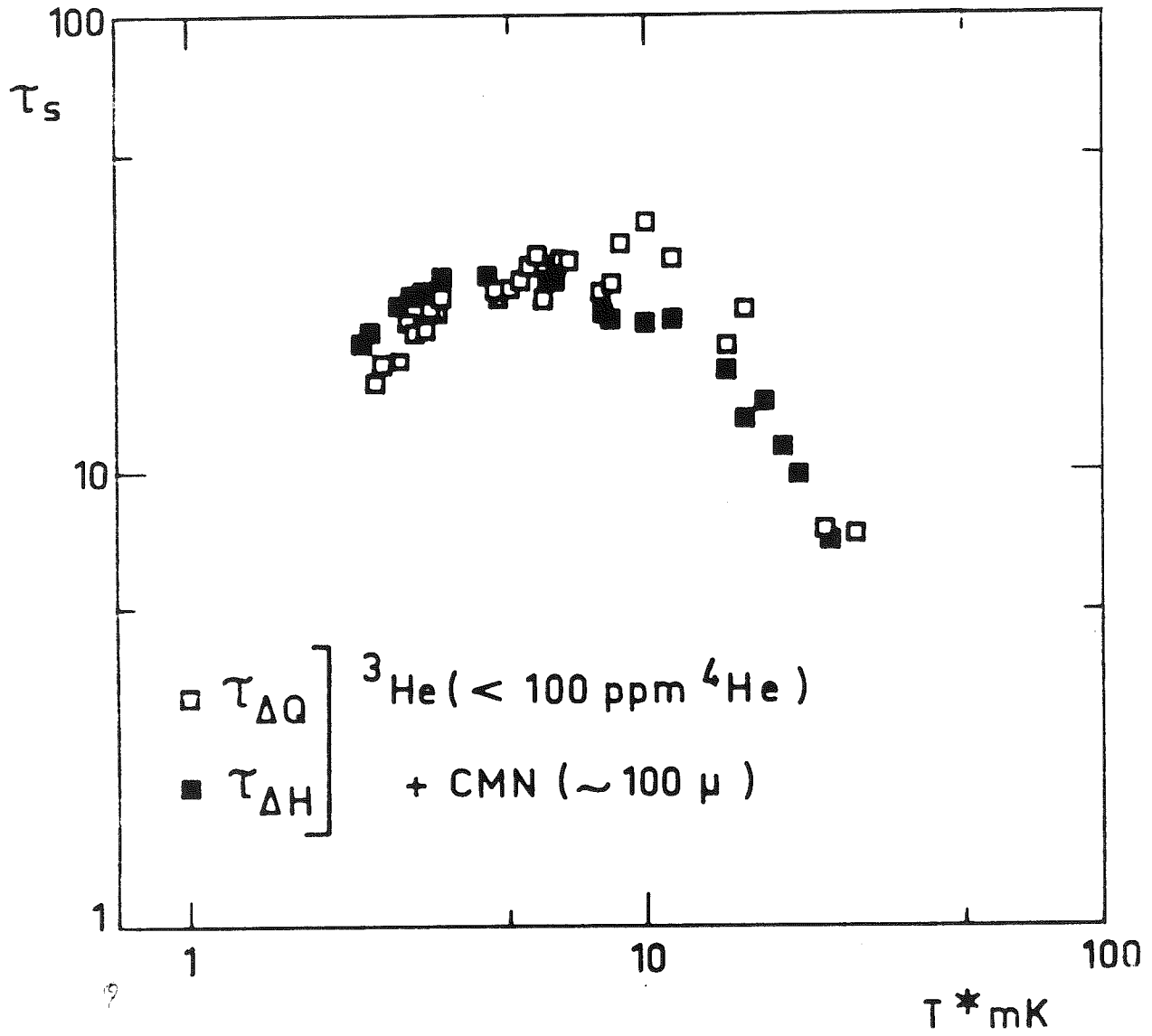


FIGURE 8

τ measurements in the large grain cell filled with pure ^3He

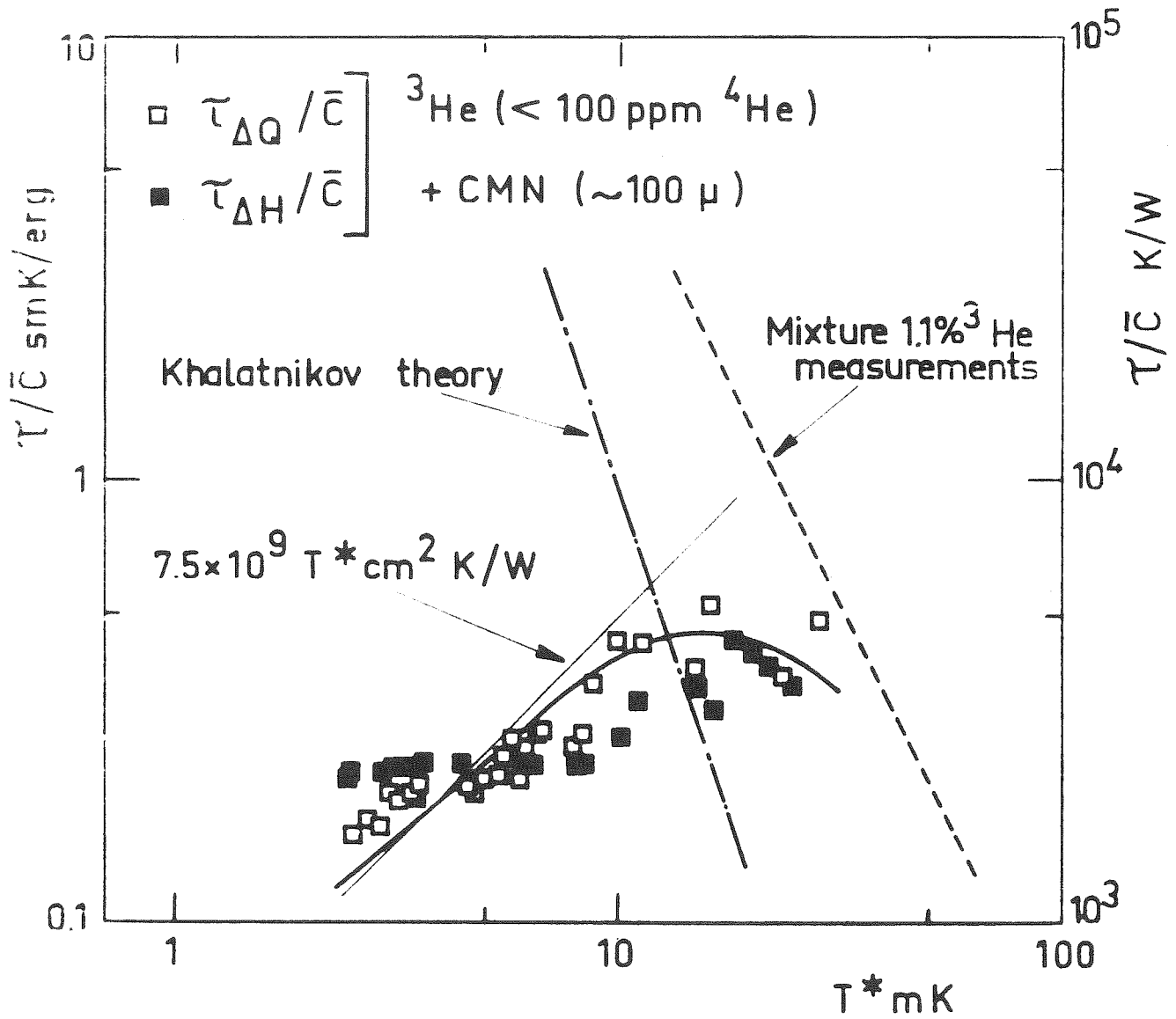


FIGURE 9

$\frac{\tau}{\bar{C}}$ measurements in the large grain cell filled with pure ^3He

rapidly to a constant value of about 10 s. The experimental or physical origine of this phenomenon has not been yet explained.

B) CMN - liquid ^3He contact.

1) Liquid ^3He at zero pressure :

a) Pure ^3He :

The large grain cell was filled with ^3He containing less than 100 ppm of ^4He that is leading to a coverage of the CMN less than one ^4He monolayer. The corresponding τ and $\frac{\tau}{C}$ are presented on figure 8 and on figure 9.

The ΔQ and ΔH measurements are in good agreement, in despite of a lack of precision in the ΔH values. The $\frac{\tau}{C}$ results present a broad maximum at about 10-15 mK ; below 10 mK they can be depicted by a T law as originally observed [4]. We estimate the specific surface area to be :

$$s = 2.5 \times \frac{6}{\rho d} \text{ cm}^2/\text{g},$$

ρ is the density in cm^3/g and d the diameter in cm of the CMN ; the 2.5 factor comes from previous measurements [28] in agreement with our BET measurements for the fine powder used in the first cell. For our CMN (20.7 g) that gives a surface area of about $15\,000 \text{ cm}^2$. In the low temperature region, the boundary resistivity is found to be :

$$s \frac{\tau}{C} = 7.5 \times 10^2 T_{\text{mK}} s \text{ cm}^2 \text{ mK/erg}$$

$$= 7.5 \times 10^9 T_K \text{ cm}^2 \text{ K/W}$$

in very good agreement with previous results [4] obtained in a cell containing 6.5 g of CMN grains with size less than 420 μ at a packing factor of 60 % and with recent experiments obtained on a CMN powder with a grain size of about .5 mm [29]. Nevertheless the maximum of the $\tau/\bar{C}$ values lies at a lower temperature than that observed early [30]. Above 20 mK the experimental points seem to approach the previous T^{-2} law obtained with the mixture and are again above the predicted law : $R_K = 150 T^{-3} \text{ cm}^2 \text{ K/W}$.

The boundary conductance is considerably increased compared to that measured with the mixture in the low temperature range. This enhancement and the T variation of $\tau/\bar{C}$ are explained by a magnetic coupling between the ^3He and the CMN spins, by-passing the process observed in the previous experiments with the mixture.

b) ^3He with 200 ppm ^4He :

In that case, using the large grain cell, the CMN was covered by two or three ^4He layers. As may be seen from fig. 10 and fig. 11, the T term is no more observed at low temperature. The thermal boundary resistivity values are larger than in the pure ^3He experiments and follow a $T^{-1/2}$ variation but nevertheless stay below ^3He - ^4He mixture results. The ΔQ and ΔH measurements are in good agreement.

Other experiments between ^3He containing 300 and 500 ppm ^4He and CMN (size < 420 μ) present below 10 mK the same $T^{-1/2}$ variation [30]. This can be explained by the

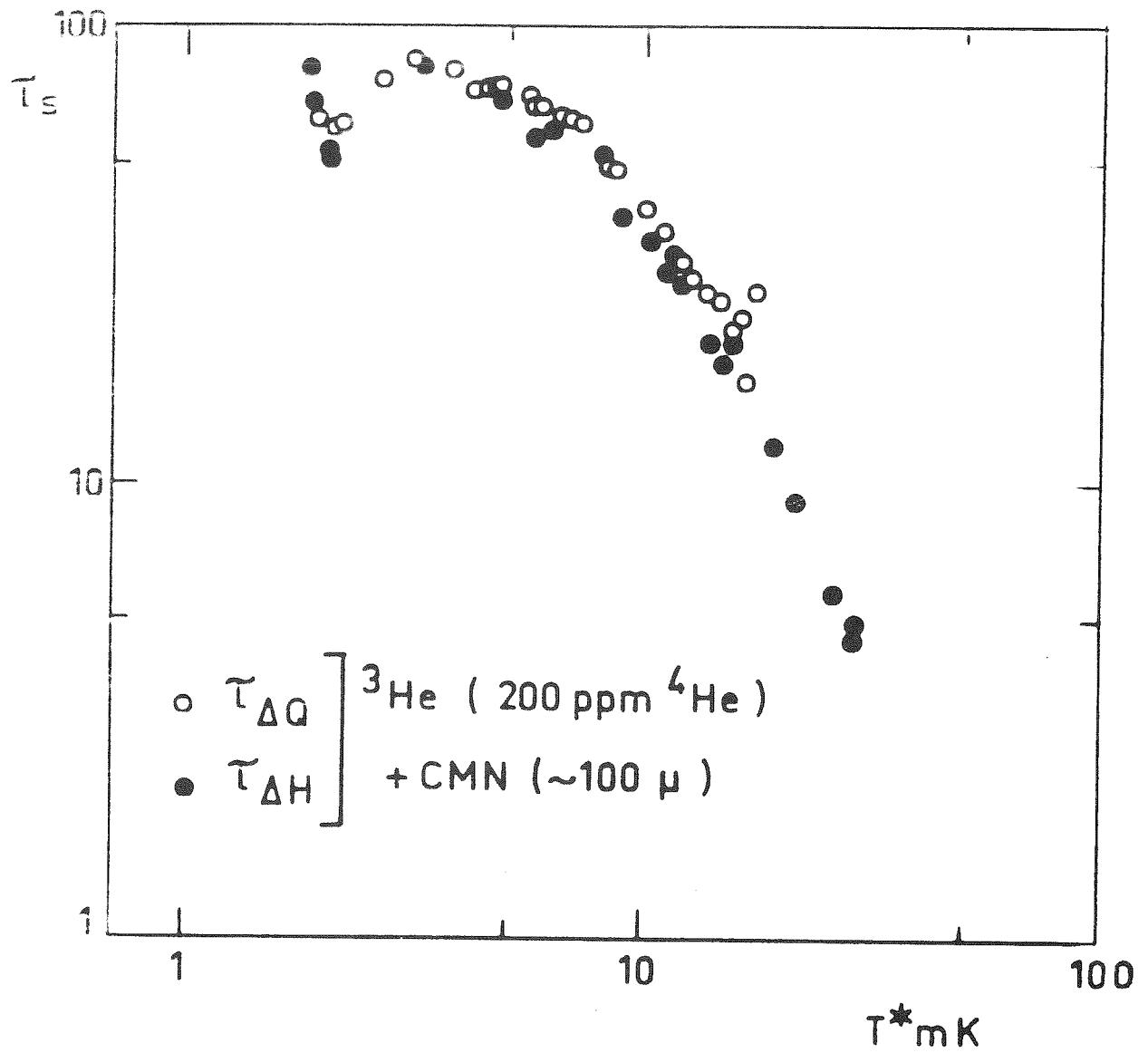


FIGURE 10

τ measurements in the large grain cell filled with ${}^3\text{He}$ containing 200 ppm ${}^4\text{He}$

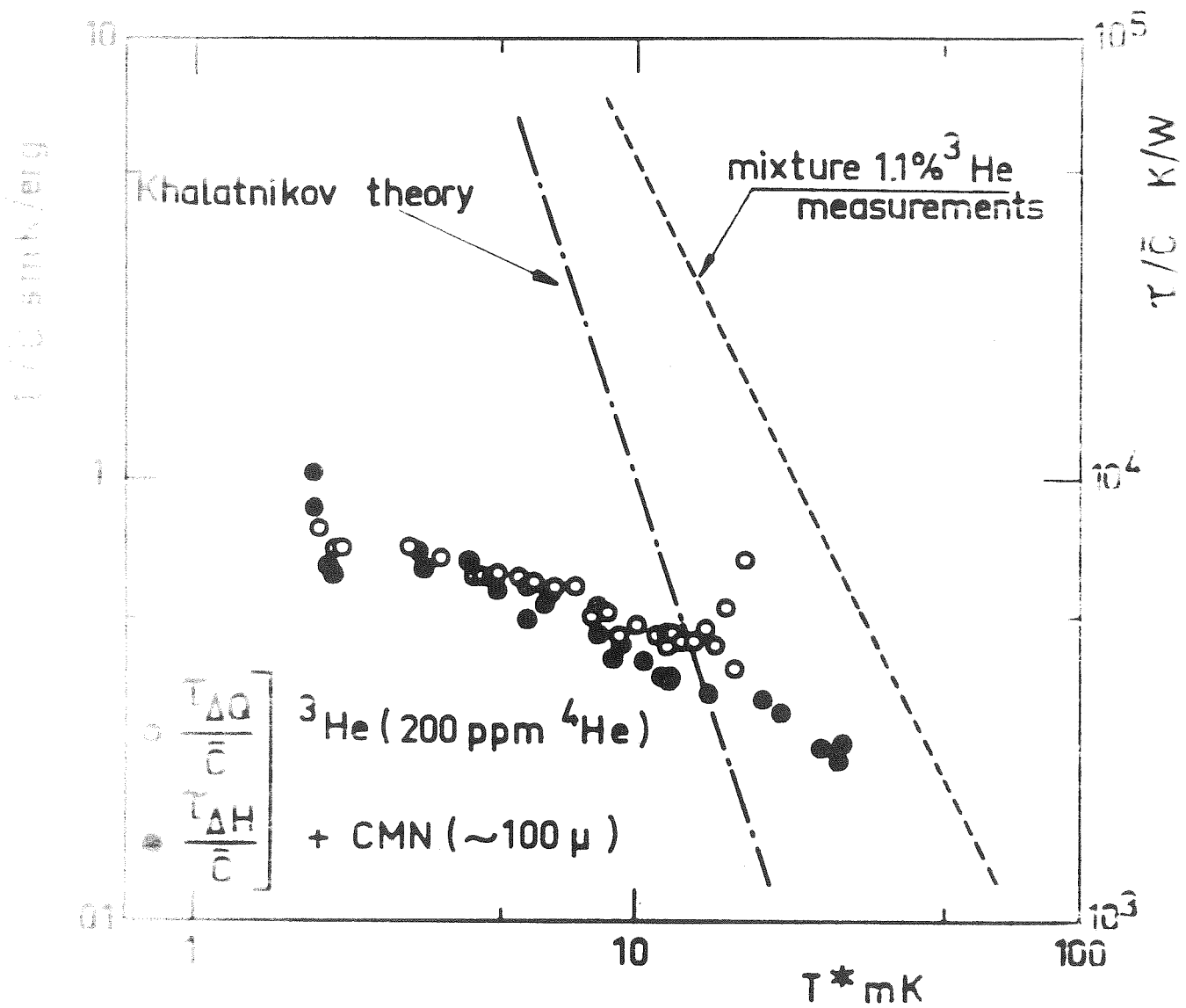


FIGURE 11

measurements in the large grain cell filled with ^3He containing
200 ppm ^4He

the presence of the ^4He atoms covering preferentially the surface and attenuating the magnetic process.

The pure ^3He results as well as these one are tending towards the mixture results above 12 mK where the phonon process becomes the dominating one, as expected.

In the small grain cell filled with ^3He containing about 200 ppm of ^4He , the CMN has a coverage less than a ^4He monolayer, that is roughly the same as in the large grain cell with pure ^3He . The thermal variation of τ and $\frac{\tau}{C}$, presented on fig. 6 and fig. 7, has a behaviour very different from that of previous cases : a constant value, below 10 mK, followed by an increase above 12 mK sharper in the ΔQ measurements than in the ΔH one.

The values of $S\tau/\bar{C}$ measured below 10 mK are smaller than in the large grain cell experiments using pure ^3He , and two orders of magnitude smaller than in the small grain cell with the ^3He - ^4He mixture. Again the classical phonon process is by-passed, but the process involved does not present the same temperature variation as in the pure ^3He experiments : we shall discuss later if there is some size effect occurring directly on the boundary resistance or if any bulk process in series with the Kapitza resistance limits the heat transfer.

Above 10 mK the larger resistivity increase in ΔQ experiments compared to the ΔH ones seems compatible with liquid thermal resistivity effects inside the channels [25,31],

as will be discussed later.

2) High density liquid ^3He :

At 29.2 bars, the τ values, in ΔQ experiments present a jump at the A transition (fig. 12). For the small grain cell, between 1.65 mK and 3 mK, this originates from the specific heat ^3He anomaly at the transition, as can be seen on figure 13 where $\frac{\tau}{C}$ is constant in our temperature range.

As in the zero pressure case, the classical phonon process is by-passed but no temperature dependent resistivity is observed. The boundary resistivity is a little larger than in the zero pressure case, but the difference is not very significant. It is interesting to note that in the phonon process also no large pressure dependence is observed when the liquid pressure is varied [26].

On the other hand, no drastic decrease of the boundary resistance just below the superfluid A transition seems to occur, within our precision. At 20.2 bars, the same results were also observed above and below the B transition.

These measurements are in good agreement with previous values obtained in a Pomeranchuk cell [19], on CMN grains with a size less than 37 μ in contact with ^3He at the melting pressure. A constant resistivity is also observed by dividing these measured τ by the CMN specific heat obtained from our measurements [9] : recent ΔH experiments [32] on CMN grains (size < 74 μ) packed at 78 % and ^3He at 30 bars confirmed our ΔQ results both for the order of magnitude of τ and the

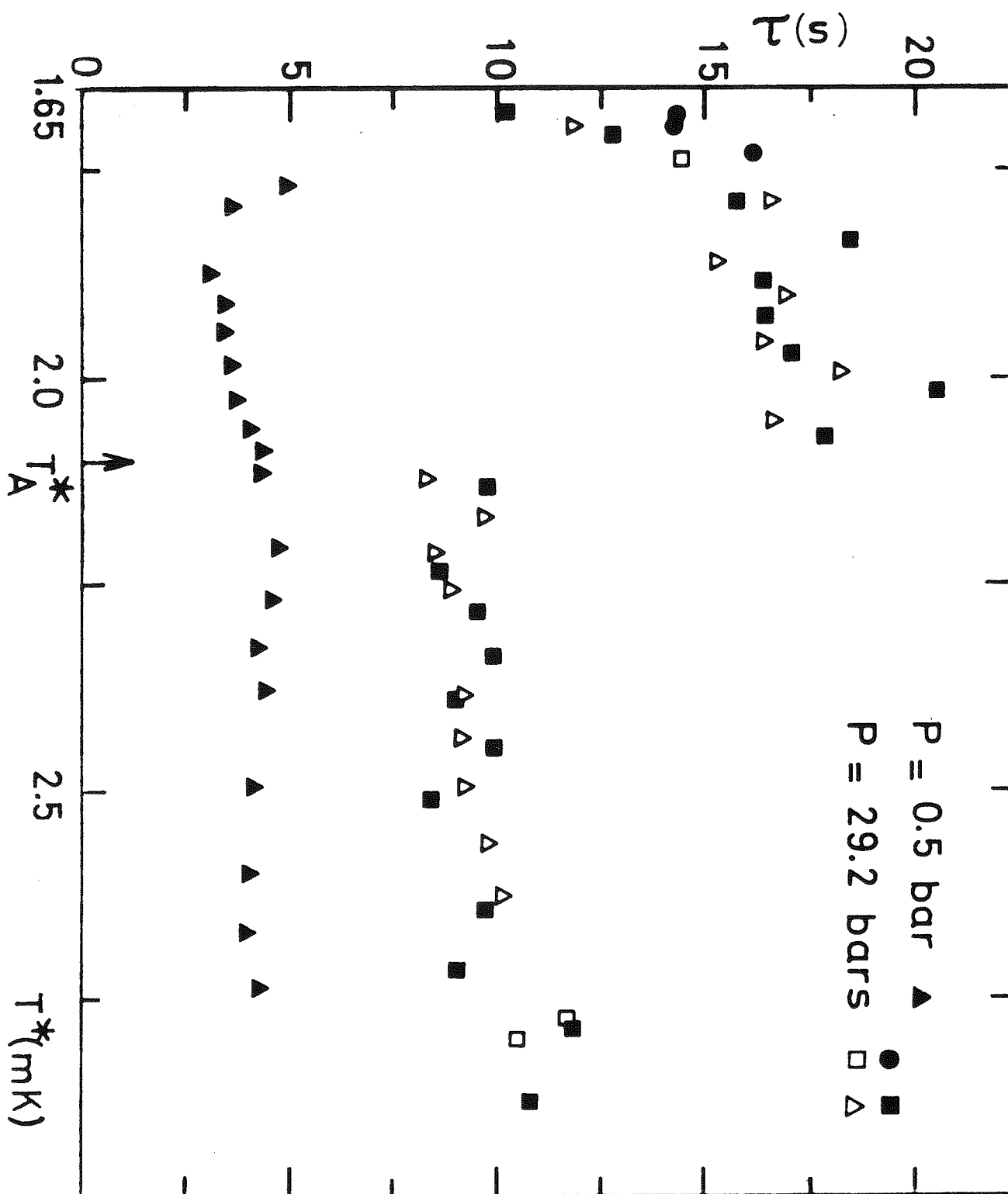


FIGURE 12

τ measurements in the small grain cell at 29.2 bars and 0.5 bar around the A transition

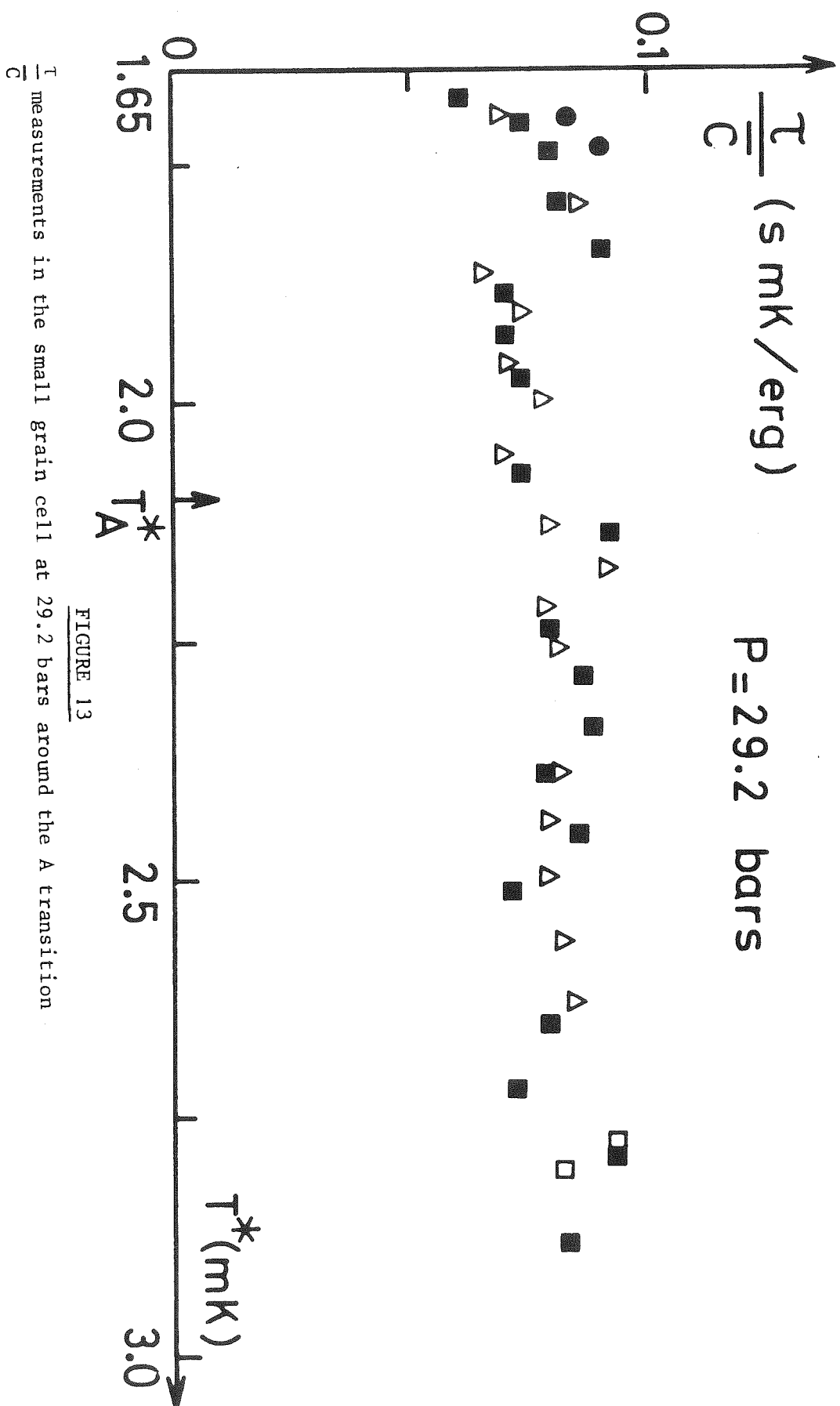


FIGURE 13
 $\frac{1}{C}$ measurements in the small grain cell at 29.2 bars around the A transition

amplitude of the relaxation time jump at the A transition.

3) Solid ^3He results :

Some preliminary results were obtained in the small grain cell using solid ^3He (200 ppm ^4He) at a molar volume of $24 \text{ cm}^3/\text{mole}$ (fig. 6 and 7). From the long diffusion time in solid ^3He only ΔH experiments could be used to measure the boundary resistivity. The measured $\tau_{\Delta H}$ are of about 10 s below 10 mK. In that case the solid ^3He heat capacity we measured has the same order of magnitude as the CMN one and is varying as T^{-2} . The exchange integral obtained : $\frac{|J|}{k_B} = 0.71 \text{ mK}$ is in good agreement with previous values [33,34].

The $\frac{\tau_{\Delta H}}{C}$ presents a T variation and not the T^2 expected from the theory [16] with the same order of magnitude as the liquid results. Below 5 mK there is some uncertainty on the results mainly due to the difficulty to measure the solid ^3He heat capacity with a good accuracy. Clearly more experiments are needed to determine the very low temperature variation of the solid ^3He - CMN boundary resistance.

IV - DISCUSSION

A) Experimental situation.

The experimental situation is summarized on fig. 14. Before to give an interpretation we will do some remarks concerning the coherence of our results and which confidence we have in the observed values : are we measuring the He-CMN

heat transfer rate and is our experimental procedure sensitive enough to detect the time constants involved ?

First of all our ΔQ and ΔH experiments give coherent results except for the mixture-CMN contact below 4 mK and for the ^3He -CMN one above 12 mK in the small grain cell. In the first case we explained the ΔQ results by a very poor contact between the CMN and the mixture which is no more cooled below about 3 mK. The second case of discrepancy between the ΔQ and ΔH experiments will be explained as an effect in the pores.

Secondly heat can be exchanged in our cell through two processes. First from He to the grains, that is through the heat transfer process we are studying. Second from one grain to another. Consider the CMN powder susceptibility to obey a Curie's law and the heat capacity to vary as T^{-2} , which is a good approximation above 6 mK, that is :

$$\chi = \sum_i \frac{N'_i c}{T_i} \quad \text{and} \quad C_s = \sum_i \frac{N_i b}{T_i^2}$$

where b and c are constants, N_i the number of ions in a grain and N'_i the number of ions in that grain participating to the susceptibility. We have :

$$N_i = N'_i + \Delta N_i \quad \text{and} \quad \Delta N_i \sim \frac{N_i}{3}$$

(due to the strong anisotropy in the direction parallel to the c axis).

The rate of heat interchanged between grains in the absence of energy coming from the outside is equal to :

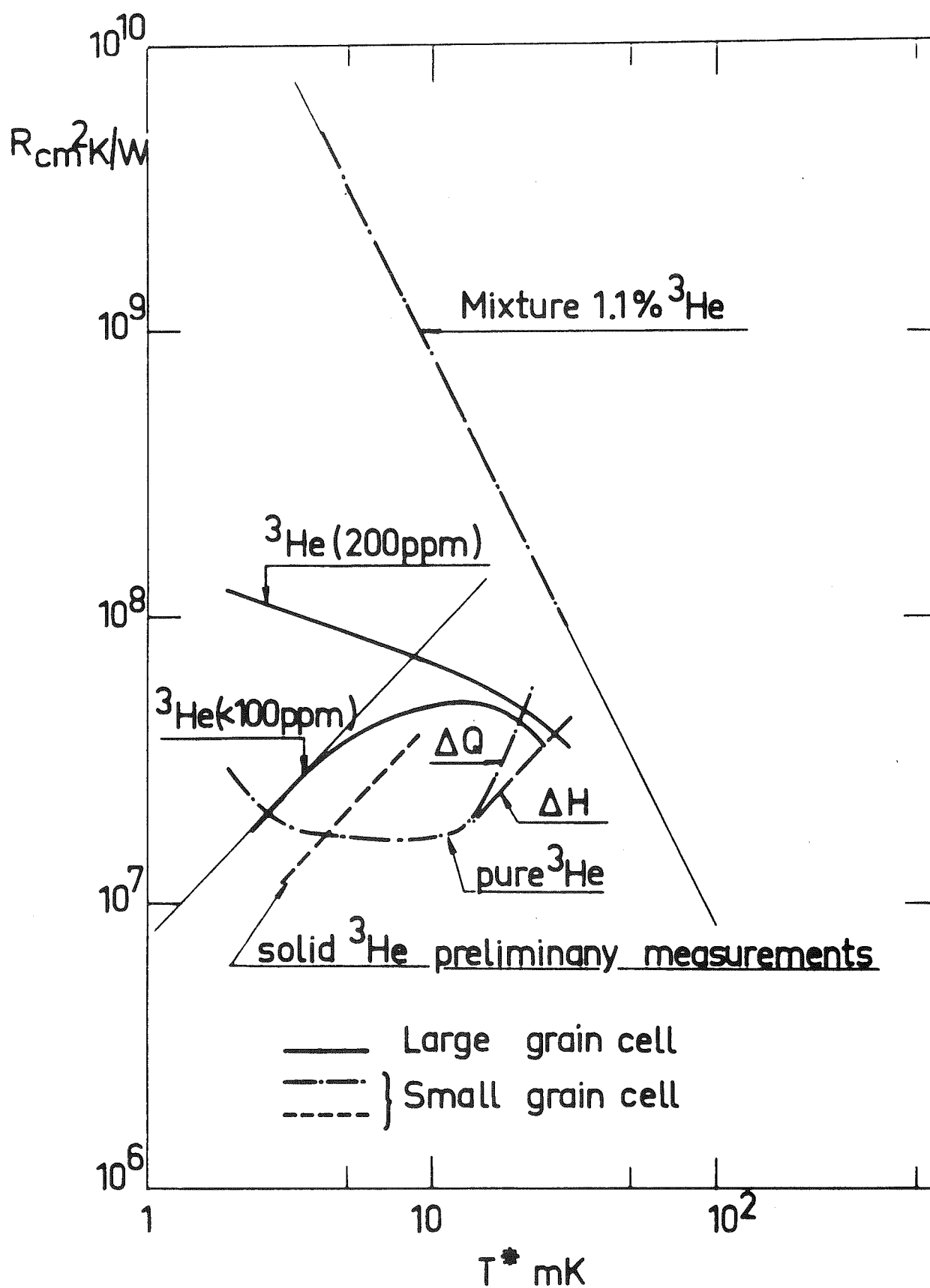


FIGURE 14

Our $\frac{\tau}{C}$ results in both experimental cells

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \sum_i \frac{N_i b}{T_i^2} \dot{T}_i = -b \frac{d}{dt} \sum_i \frac{N_i}{T_i} \\ &= -b \frac{d}{dt} \sum_i \frac{(N'_i + \Delta N_i)}{T_i} = -\frac{b}{c} \frac{d\chi}{dt} - \sum_i \frac{\Delta N_i}{T_i} = 0\end{aligned}$$

In opposition with previous conclusions [35,36], heat transfer between the grains themselves would lead to a susceptibility variation of the powder. This is just originated by anisotropy considerations. In fact that would not infer drastic modifications for our conclusions : in the solid ^3He -CMN ΔQ experiments where the heat conduction along the channels is very poor, we observe very large recovery time (many hours at 2 mK) which would be a lower limit for the heat transfer process from grain to grain.

In order to test the sensitivity of our experimental procedure we compare our values obtained on high density liquid ^3He to recent ΔH experiments [32]. They were performed in a cell containing CMN grains with a size estimated to be 50 μ giving an area of 18 000 cm^2 using the 2.5 factor mentioned earlier. One finds at the transition temperature in the normal state a value of $\frac{S\tau}{C}$ of $4.2 \times 10^3 \text{ cm}^2 \text{ s mK/erg}$ in very good agreement with the $4 \times 10^3 \text{ cm}^2 \text{ s mK/erg}$ obtained from our ΔQ measurements.

Considering the physical processes occurring from our experimental results (fig. 14), we can depicted them through the following features :

- 1) A large boundary thermal resistance, varying as T^{-2} , is measured with the mixture. The phonon process gives usually a higher conductance, varying as T^3 , but we have seen that smaller resistances than expected are often observed with powders.
- 2) The resistance decreases drastically when the cell is filled with pure ^3He . This is explained by a magnetic coupling between ^3He and CMN spins, by-passing the phonon heat transfer. It is characterized by a T thermal variation at low temperature in the large grain cell. At higher temperatures the magnetic resistance becomes larger than the phonon one giving a maximum of the measured resistance which is always smaller than that obtained with the mixture, in our temperature range.
- 3) A coverage by ^4He layers decreases the magnetic coupling and an intermediate Kapitza resistance, between that with pure ^3He and that with the mixture, is obtained. The influence of ^4He impurities will be discussed later. It strongly affects only the magnetic resistance and not the phonon one as observed : at the highest temperatures both results with pure ^3He and ^3He containing 200 ppm ^4He give the same $\frac{S\tau}{C}$ values.
- 4) In the small grain cell filled with pure ^3He a smaller resistance than in the large grain one, is measured. Below 12 mK, a constant heat transfer may be explained as size effects and will be discussed. Above 12 mK the measured resistance increases : in that case it seems that we are no more

measuring the boundary resistance, the experimental situation being complicated by the poor heat transfer inside the liquid channels.

B) Influence of ^4He coverage and dependence on the ^3He concentration in the mixture.

From a T term observed with pure ^3He the situation is evolving to a $T^{-1/2}$ term with a coverage of two or three ^4He layers and a T^{-2} variation in the mixture experiments, below 10 mK. On the high temperature side, the results are tending to the T^{-2} term observed with the mixture.

In the magnetic coupling theory two quantities are involved : the density of ^3He spins and the distance between the CMN and the ^3He spins. The magnetic Kapitza conductance depends on ^3He concentration through the factor $K_{\text{eff}}^2 \left(\frac{dn}{d\epsilon}\right)^2$; K_{eff}^2 is a phenomenological exchange enhancement coefficient and $dn/d\epsilon$ is the density of states per unit volume at the Fermi surface [8]. In other experiments [31] it was found that the density of states of a 1 % solution is approximately $\frac{1}{5}$ of that of pure ^3He . K_{eff}^2 is estimated to be about 12 for pure ^3He and 1 for dilute solutions [8]. Then the magnetic Kapitza conductance is about 300 times larger than for pure ^3He . In that case, the magnetic process would short circuit, the phonon one below about 3 mK, in the mixture experiments, that is in the region where $\tau_{\Delta H}$ is decreasing. Nevertheless the dependence of the density of states does not

appear as clearly in the high density liquid experiments : the magnetic resistance should decrease by a factor of about five at 29.2 bars. Such a variation is not observed, but is perhaps hidden by size effects in the small grain cell.

On an other hand the magnetic transfer is diminished by the smaller interaction between ^3He and CMN spins due to the presence of ^4He atoms which are going preferentially on the surface [37] : a CMN spin interacts effectively with the ^3He spin to a distance of about $10 \text{ \AA}$ [8]. The covering of the CMN by ^4He layers modifies the magnetic coupling and possibly the T dependance. That explains the intermediate situation observed with the large grain cell containing 200 ppm ^4He . This must also affect the heat transfer with the mixture but cannot be observed in our experiments because only the phonon process is involved in our temperature range.

Recently, theoretical investigations on the longitudinal nuclear spin relaxation in liquid ^3He with magnetic substrates were applied to the heat transfer between ^3He and CMN [38]. It is found that the Kapitza conductance R_K^{-1} for a short range coupling can be written as :

$$R_K^{-1} = \frac{B}{2T^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega n(1+n) \text{Im } \chi_{\text{CMN}}(\omega) \text{Im } \chi_{^3\text{He}}(\omega) d\omega$$

where n is the Bose Einstein function and χ_i the local dynamic susceptibility of the spins in medium i . B is a multiplicative constant. The Kapitza conductance is then strongly

dependent on the frequency spectrum form. A reasonable hypothesis is that the CMN spectrum is well approximated by a gaussian and the spin fluctuations in pure ^3He by a lorentzian. In that case one finds the predicted [8] T variation. Nevertheless deviations can appear from the T law : the susceptibility of surface ^3He layer [39] may present a spectrum different from a Lorentzian one ; another thermal variation can be due to ^4He impurities on the CMN surface. Deviations can also occur if the CMN spectrum is no more gaussian as it is possible near the CMN ordering temperature.

C) Size effects.

Our ^3He results with the small grain presents a lower limit to the measured resistivity of about $2 \times 10^7 \text{ cm}^2 \text{ K/W}$. The origin of this limitation can be searched in the tightly packed powder presenting possible size effects which can be due to some resistance in series with the boundary one, either in the liquid or in the solid. In the liquid, at low temperature the quasi-particle mean free path becomes as large as the size of the pores and at high temperature the liquid thermal resistance in the small channels has the same order of magnitude as the boundary one. Likewise the phonon mean free path in the CMN is comparable to the size of the grains. Attenuation effects may also occur. Then the heat transfer mechanisms are modified mainly in the small grain cell and we will discuss now if the experimental values characterize

the boundary resistance or if this one, supposed to be independent of the particle size, is hidden by some larger resistance in series.

1) In ^3He :

The size of the pores in the powder is between 1 and 5 μ . The wave length of the quasi-particles of ^3He is 8 $\text{\AA}$ at 0 bar and 7 $\text{\AA}$ at 30 bars in pure ^3He . The mean free path l , at 2 mK, as deduced from thermal conductivity experiments [40] is 7 μ and 2 μ at 0 and 30 bars respectively and is varying as T^{-2} . So below about 5 mK the mean free path of the ^3He quasi-particles is limited by the size of the Helium channels. The thermal conductivity κ can be written as :

$$\kappa = \frac{1}{3} C v_F l$$

In this confined geometry it is varying as $T \cdot A T^{-1}$ increase of the measured resistance is then expected at the lowest temperatures below 5 mK at zero pressure and 3 mK at 29.2 bars. Such an increase appears in our measurements at zero pressure below 3 mK in agreement with the large mean free path of the quasi-particles in this case.

Another conduction effect is expected in our measurements at higher temperature where the ^3He thermal conductivity decreases and may be larger in the small channels than the boundary conductivity. The thermal resistance R_3 of an

³He channel of diameter d and length l is : $R_3 = 4l/\kappa\pi d^2$ and the corresponding boundary resistance is : $R_K = \rho_K/\pi d l$ where ρ_K is the boundary resistivity. In our case $d \sim 3\mu$, $l \sim 1$ cm and at 15 mK and 0 bar : $\kappa = 2.3 \times 10^{-4}$ W cm/K, $\rho_K \sim 2 \times 10^7$ cm² K/W so that : $R_3 = 6.2 \times 10^{10}$ K/W and $R_K = 2.2 \times 10^{10}$ K/W.

As in ref. 25, it is possible to estimate at which temperature such bulk liquid effect will occur, from an analogy with heat flow out of a fin protruding from a wall (fig. 15). In that case the heat flow rate between the liquid and the metal is given by :

$$\dot{Q} = (P \bar{h} \kappa_1 A) \Delta T \text{th}(m L) \quad [41]$$

Where L is the length of a pore and P the perimeter such that PL gives the lateral area σ ; $\bar{h}$ is the heat transfer coefficient : $\bar{h} = \frac{1}{R_K \sigma}$; κ_1 and A are the thermal conductivity and the cross sectional area of the liquid. m is given by : $m^2 = \frac{1}{V_1 R_K \kappa_1}$ where V_1 is the liquid volume..

The measured resistance R is related to R_K through :

$$R = R_K \frac{mL}{\text{th} mL}$$

The ratio $\frac{R}{R_K}$ is presented on fig. 16. If : $mL < 1$, then

$R \sim R_K$, but for : $mL > 2$, $R = R_K mL$.

In the mixture experiments : $\frac{\tau}{C} = 1.6 T^{-2}$ K/W,

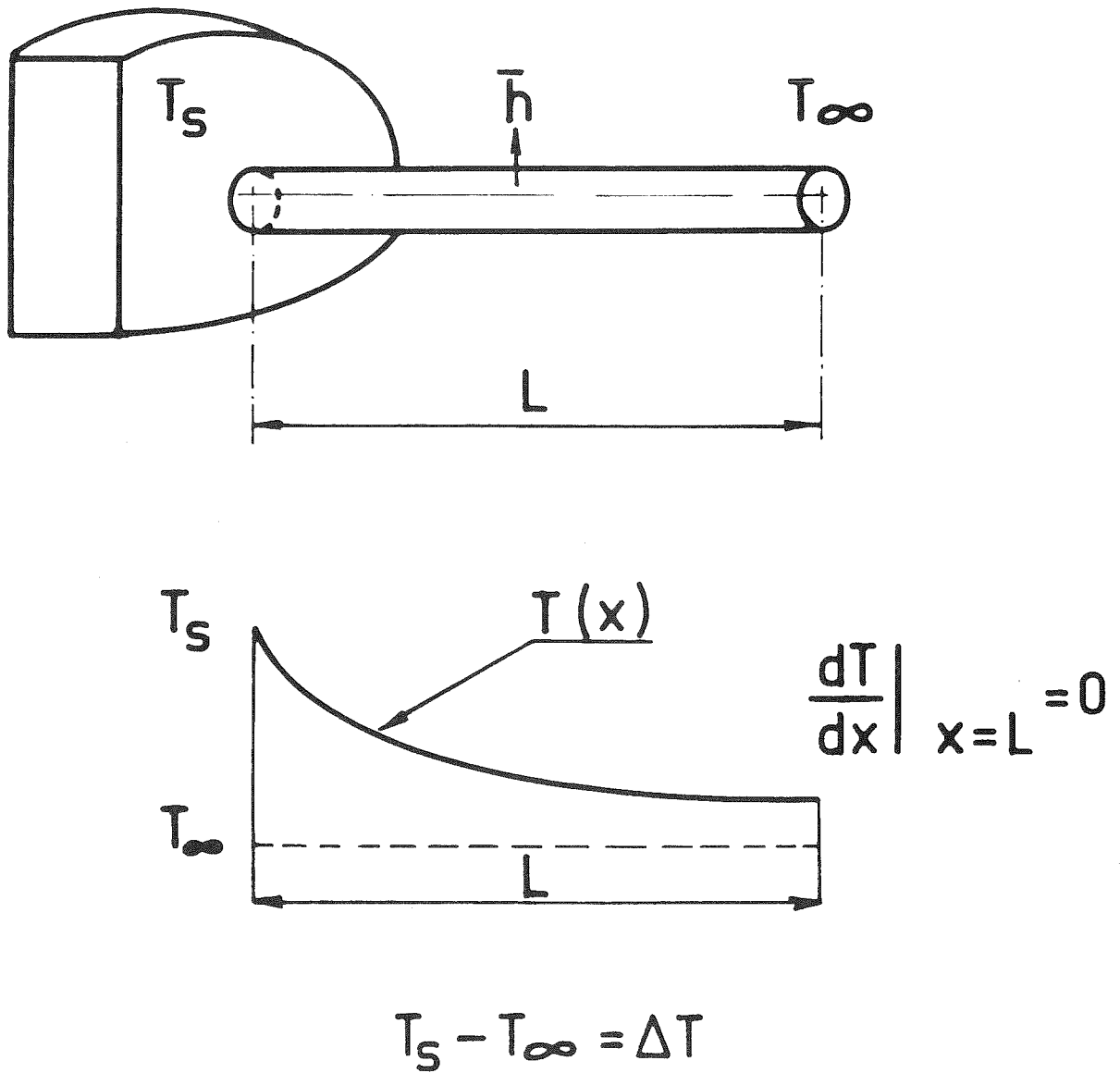


FIGURE 15

Pore represented as a fin protruding from a wall and the temperature profile along the pore

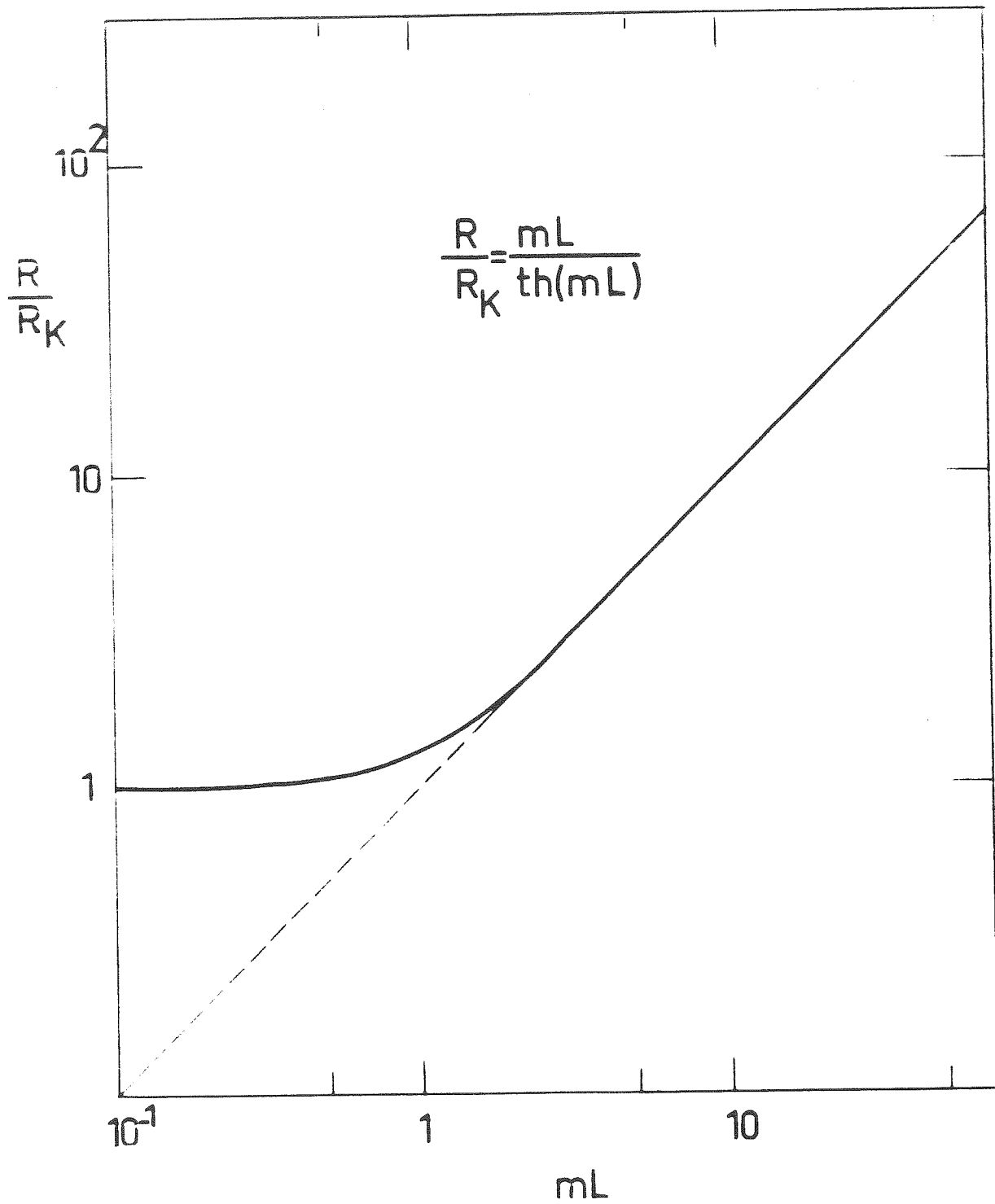


FIGURE 16
 $\frac{R}{R_K}$ ratio as a function of mL

$V_1 = 3.8 \text{ cm}^3$ and κ_1 is minimum between 10 and 20 mK :

$\kappa_1 \approx 0.1 \text{ W/cm K}$ [31]. It follows : $mL = 1.3 \text{ LT}$. In the small grain cell, L is about 7 mm so that at 20 mK :

$mL \approx 2 \times 10^{-2} \ll 1$ and the measured resistance is the boundary one as it can be seen from the experimental points where the ΔQ and ΔH results agree.

In the ^3He experiments the Kapitza resistivity is limited at a value of about $2 \times 10^7 \text{ cm}^2 \text{ K/W}$ and the conductivity of the liquid is : $\kappa_1 = \frac{3.5 \times 10^{-6}}{T} \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ at 0 bar, then : $mL = 13.7L \sqrt{T}$. At 11 mK : $mL \sim 1$ and deviations appear at higher temperature between the ΔQ and ΔH results. The ΔQ experiments do not present the $T^{1/2}$ thermal variation expected in this approach, but a T^2 one. This is probably due to a more complicated conductivity dependence compared to the simple one we have used, which gives only an estimation of the temperature above which conduction effects in the liquid become important. Furthermore this approach is a steady state one and then it does not be completely correct for the transient measurements we have done.

In the ΔH experiments a T variation of the $\frac{\tau}{C}$ results is observed above 12 mK. Since no conduction effects in the liquid are expected by using this homogeneous method, this term might be attributed to a magnetic boundary resistivity five times smaller than in the large grain cell. In that case: $mL = 1.6L$ is constant. The measured resistance would present the same thermal variation as the boundary one. A such

larger magnetic coupling is in fact difficult to interpret. No big difference between the calibration of our CMN temperature in the two cells is observed as it could be expected if the packing of the CMN at 81 % would give an enhanced susceptibility.

In the solid ^3He -CMN heat capacity measurements [42] the time constants after an energy input was more than two hours below 6 mK. The thermal conduction is very small and only ΔH experiments have a sense to measure the boundary resistance. As we discuss above the values below 5 mK are not accurate and the results may be considered as consistent with a size effect limiting the boundary resistance.

2) In the CMN :

Some emphasis was previously given to possible bottleneck effects, in order to explain the various results obtained in powder experiments [14,23,43]. This assumes that the CMN spins relax to the CMN phonons which are in a narrow frequency band around $\frac{\mu \Delta H}{2\pi}$. If the energy exchange rate between spins and phonons is much larger than the energy exchange rate between phonons and the bath (which is here the liquid) we have a bottleneck process. The corresponding time constant τ_{bn} , at temperatures above 15 mK where the Helium specific heat C_{He} is much larger than the CMN one C_{CMN} , is given by :

$$\tau_{bn} = \frac{\pi^2 c v^3}{6(\Delta\delta) k_b^2 T^2} \tau_{ph} \quad [44]$$

c is the spin concentration per unit volume, v the sound velocity, $\Delta\delta$ the bandwidth of interacting phonons. τ_{ph} is written as $\frac{nl}{v}$ where l is the phonon mean free path in the CMN and n a number. Such process is not observed in our ΔQ or ΔH experiments with ^3He . With the mixture from 4 mK to 20 mK, a T^{-2} variation of the measured τ is roughly followed. The bottleneck process might describe these results above 15 mK : at 20 mK, using the measured value : $\tau \approx 10$ s, with $v = 2 \times 10^5$ cm/s, $\Delta\delta \sim 50$ G, we obtain $nl \sim 8 \mu$. This value seems too small to characterize a bottleneck process.

Another possible size effect was studied for sintered samples [45]. It is known that the classical phonon process may be enhanced by including attenuation effects near the surface : in that case the transmission probability for a wave incident on the surface does not depend only on the incidence angle but also on the ratio of the phonon wave length λ to the phonon mean free path l [46]. The Kapitza resistance will be then vary as T^{-3} only if $\lambda \propto l$. In the other cases of strong attenuation it is no more expected that the variation of the boundary resistance will be proportional to T^{-3} : it will depend of the attenuation mechanism involved. Such attenuation effect does not seem compatible with our results. It would affect both ^3He and mixture experiments and not only the ^3He ones. Moreless, as previously mentioned, it would enhance the heat transfer which is not coherent with

larger observed values than the expected from the acoustic mismatch theory.

CONCLUSION :

In these experiments we have seen than a drastic decrease of the Kapitza resistance at the pure ^3He -CMN interface occur in the milliKelvin range compared to the expected values from the acoustic mismatch theory. A Kapitza resistance increasing proportionally to the temperature is measured. This is interpreted in terms of magnetic coupling between the ^3He nuclear spins and the CMN spins, by-passing the classical phonon process. The presence of ^4He layers on the CMN surface increases the boundary resistance which is coherent with a smaller magnetic coupling. Above 15 mK the resistance decreases with increasing temperature, the magnetic process being no more efficient.

Using smaller grains a high Kapitza resistance is measured with a mixture 98.9 % ^4He - 1.1 % ^3He . As in other experiments using powders, larger resistances than expected from the classical theory are obtained. The Kapitza resistance with liquid ^3He is about two orders of magnitude smaller than with the mixture and quasi constant below 12 mK. This is attributed to the magnetic coupling hidden by size effects in the narrow liquid channels or in the small CMN grains, but the origin is not clearly determined. With solid ^3He , preliminary experiments give resistances with the same order of magnitude as the liquid ones. The measured resis-

tance does not present any anomaly at the A transition in superfluid ^3He experiments.

Other experiments are needed on magnetic systems to test all the theoretical predictions and in confined geometries to investigate size effects. However it is of real importance to observe that the problems due to the boundary resistance in the cryogenics work (heat exchangers in dilution refrigeration, sample cooling, thermometry, etc) have not a unique limit, the acoustic mismatch one. The large improvement measured on the ^3He - CMN system shows clearly that new heat transfer mechanisms appear in the very low temperature region. This is fundamental for further experiments around the milliKelvin.

REFERENCES

- 1 - J.C. WHEATLEY, O.E. VILCHES and W.R. ABEL,
Physics 4, 1 (1968).
- 2 - G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER and
D. THOULOZE,
Proceedings of the Symposium on ULT Physics, Hakone,
Japan, 1977.
- 3 - D.D. OSHEROFF, W.J. GULLY, R.C. RICHARDSON and D.M. LEE,
Phys. Rev. Letters 29, 920 (1972).
- 4 - W.R. ABEL, A.C. ANDERSON, W.C. BLACK and J.C. WHEATLEY,
Phys. Rev. Letters 16, 273 (1966).
- 5 - J.C. WHEATLEY, Phys. Rev. 165, 304 (1968).
- 6 - J.R. BISHOP, A.C. MOTA and J.C. WHEATLEY,
Proceedings of LT 13, Boulder, Colorado (1972).
- 7 - O. AVENEL, M.P. BERGLUND, R.G. GYLLING, N.E. PHILLIPS,
A. VETLESETER and M. VUORIO,
Phys. Rev. Letters 31, 76 (1973).
- 8 - A.J. LEGGETT and M. VUORIO, J. Low Temp. Phys. 3, 359
(1970).
- 9 - G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER and
D. THOULOZE, to be published.
- 10 - P.L. KAPITZA, Journ. Phys. USSR 4, 181 (1941).
- 11 - I.M. KHALATNIKOV, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 22, 687 (1952).
- 12 - J.D.N. CHEEKE, B. HEBRAL and C. MARTINON, Journal de
Physique 34, 257 (1973).

- 13 - A.C. ANDERSON and W.L. JOHNSON , J. Low Temp. Phys. 7,
1 (1972).
- 14 - J.P. HARRISON and J.P. PENDRY, Phys. Rev. B8, 5940 (1973).
- 15 - See for exemple G.L. POLLACK, Rev. of Modern Phys. 41,
48 (1969).
- 16 - R.A. GUYER, J. Low Temp. Phys. 10, 157 (1973).
- 17 - D.L. MILLS and M.T. BEAL-MONOD, Phys. Rev. A10, 343 (1974).
- 18 - D.L. MILLS and M.T. BEAL-MONOD, Phys. Rev. A10, 2473
(1974).
- 19 - R.T. JOHNSON, D.N. PAULSON, C.B. PIERCE and J.C. WHEATLEY,
Phys. Rev. Letters 30, 207 (1973).
- 20 - K. MAKI, M.T. BEAL-MONOD and D.L. MILLS, Phys. Rev. B14,
2900 (1976).
- 21 - From MERCK A.G., Darmstadt, Germany.
- 22 - Experimental cryophysics, Edited by F.E. HOARE,
L.C. JACKSON, N. KURTI, Butterworths, London (1961).
- 23 - J.H. BISHOP, D.W. CUTTER, A.C. MOTA and J.C. WHEATLEY,
J. Low Temp. Phys. 10, 379 (1973).
- 24 - G. SCHUMACHER, Thesis, Université de Grenoble, 1978,
unpublished.
- 25 - R. RADEBAUGH, J.D. SIEGWARTH and J.C. HOLSTE, Proceedings
of ICEC V, Kyoto, p. 242, 1974.
- 26 - See for example L.J. CHALLIS, Proceedings of the 15th
Scottish Universities Summer School in Physics, 1974
(edited by J.G. ARMITAGE and I.E. FARQUHAR, Academic
Press, London, 1975).

- 27 - R.A. WEBB, T.J. GREYTAK, R.T. JOHNSON and J.C. WHEATLEY,
Phys. Rev. Letters 30, 210 (1973).
- 28 - M.P. BERTINAT, D.F. BREWER and J.P. HARRISON, J. Low
Temp. Phys. 2, 157 (1970).
- 29 - H. KOJIMA, Private Communication .
- 30 - W.C. BLACK, A.C. MOTA, J.C. WHEATLEY, J.H. BISHOP and
P.M. BREWSTER, J. Low Temp. Phys. 4, 391 (1971).
- 31 - J.C. WHEATLEY, Progress in Low Temp. Phys., Vol. VI,
Edited by C.J. GORTER, North-Holland Publishing Co.,
Amsterdam (1970).
- 32 - T. CHAINER and H. KOJIMA, Quantum Fluids and Solids,
179 (1977), Edited by S.B. TRICKEY, E.D. ADAMS and
J.W. DUFTY, Plenum Publishing Corp., New York.
- 33 - J.M. DUNDON and J.M. GOODKIND, Phys. Rev. Letters 32,
1343 (1974).
- 34 - D.S. GREYWALL, Phys. Rev. B15, 2604 (1977).
- 35 - V.P. PESHKOV, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 48, 997 (1965).
- 36 - J.C. WHEATLEY, Ann. Acad. Scient. Fennicae A210, 15 (1966).
- 37 - J.R.G. KEYSTON and J.P. LAHEURTE, Phys. Lett. 24A, 132
(1967).
- 38 - M.T. BEAL-MONOD and D.L. MILLS, to be published in Jour.
of Low Temp. Phys.
- 39 - A. AHONEN, Proceedings of the Symposium on ULT Physics,
Hakone, Japan, 1977.
- 40 - J.C. WHEATLEY, Proceedings of the 15th Scottish Univer-
sity Summer School in Physics, 1974 (Edited by
J.G. ARMITAGE and I.E. FAROUHAR, Academic Press, London,
1975).

- 41 - See for example F. KREITH, Principles of heat transfer,
Int. Textbook Comp., Scranton (1958), p. 45.
- 42 - G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER and
D. THOULOZE, Proceedings of the Symposium on ULT Phys-
sics, Hakone, Japan, 1977.
- 43 - M. CHAPELLIER, to be published.
- 44 - P.L. SCOTT and C.D. JEFFRIES, Phys. Rev. 127, 32 (1962).
- 45 - J.P. HARRISON and D.B. Mc COLL, J. Phys. C10, L297 (1977).
- 46 - R.E. PETERSON and A.C. ANDERSON, J. Low Temp. Phys. 11,
639 (1973).

Proc. ULT Hakoné Symposium 1977

TRANSPORT PROPERTIES BETWEEN HELIUM AND CMN IN THE mK RANGE

G. FROSSATI, H. GODFRIN, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER and D. THOULOZE,
Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, C.N.R.S., 166 X,
38042 GRENOBLE CEDEX, FRANCE.

At very low temperatures, the heat transfer between a solid and helium is limited by the Kapitza resistance. This phonon process varies as T^{-3} and is the main barrier to physical experiments below 10 mK.

Ten years ago it was observed¹ that thermal contact between CMN and liquid ^3He was surprisingly good below 20 mK, two orders of magnitude smaller than expected from the classical phonon process. A theoretical approach²⁻⁴ in terms of magnetic coupling between the ^3He nuclear spins and the CMN electronic spins leads to a T law in agreement with these experimental measurements.

We present here the results of thermal transfer experiments between liquid ^3He or a mixture of 98.9 % ^4He - 1.1 % ^3He and CMN. Some preliminary measurements with solid ^3He are also reported. In this case a T^2 variation is expected³ for the heat transfer from the magnetic coupling theory.

The CMN adiabatic demagnetization cell, which allows to reach the superfluid phases of liquid ^3He , contains 28.5 g of less than 40 μ diameter CMN grains packed at 81 % and 3.8 cm³ of Helium. The magnetic temperature T^* is measured through the CMN susceptibility and a Curie law is extrapolated to the lowest temperatures ($T^* \sim 1.5$ mK). The EET method gives an effective contact area of 5 m². The pore diameter of the packed powder, observed by scanning microscopy, lies between 1 and 5 μ .

The thermal resistance is obtained from the analysis of the temperature recovery after a heat pulse in specific heat experiments or after a small demagnetization^{1,5}. The thermal relaxation time τ is directly connected to the boundary resistance R in a two bath model¹ where no internal effects in Helium or CMN grains are accounted: $R = \tau/\bar{C}$. The average specific heat $\bar{C}$ is given by: $\bar{C} = \frac{C_{\text{CMN}} C_{\text{Helium}}}{C_{\text{CMN}} + C_{\text{Helium}}}$. More experimental details will be published elsewhere.

On fig. 1, we show the ratio $\tau/\bar{C}$ below 40 mK for the ^3He - ^4He mixture. The results are well described by a T^{*-2} law below 10 mK and a T^{*-3} law above 10 mK. They are six times larger than the calculated values using the acoustic mismatch theory. Such a situation was also observed in other powdered samples

measurements^{5,6} but is not yet explained. Due to the residual heat leak, and the high Kapitza resistance value, the mixture cannot be cooled below 4 mK and the heat transfer measurements when the CMN temperature is lower are no more significant.

The ratio $\tau/\bar{C}$ for pure liquid ^3He at 0 bar is constant below 10 mK. The same result is observed with liquid ^3He at 20 or 29.2 bars. No significative variation is seen at the superfluid A transition⁷. Former measurements¹ gave a larger resistance with a linear temperature variation, but further experiments^{5,8} do not show any characteristic T dependence. In fact it appears from fig. 1 that the improved thermal contact ~~we get~~ may be the result of a competition between various possible processes in parallel : a phonon process observed in the experiments with the mixture, a magnetic coupling , a possible size effect due to the small diameter of the pores which has the same order of magnitude as the phonon or the quasi particles wavelength in ^3He ... Some other processes may be in series with the boundary resistance : bulk thermal resistance in the channels of ^3He , bottleneck effect in the grains of CMN⁹. The increase above 10 mK in the ΔQ measurements is attributed to the bad conductivity of ^3He .

Preliminary measurements of $\tau/\bar{C}$ for solid ^3He below 40 mK at a molar volume of 24 cm³/mole are also presented on fig. 1. They fit a T^* variation below 10 mK with the same order of magnitude as for liquid ^3He . On fig. 2, we present the measurements of the specific heat of solid ^3He . They are in very good agreement with previous results¹⁰ at higher temperatures and show a T^{*-2} variation till 2 mK. We deduce a value of the exchange integral : $\frac{|J|}{k_B} = 0.71 \text{ mK}$, to be compared with the value 0.68 mK obtained from ref. 10.

All these results give an evidence of a very good thermal contact between CMN and ^3He in the mK range with the same order of magnitude for liquid and solid ^3He . The temperature variation is not that expected from the theory : we measure a constant thermal resistance for liquid ^3He , and a T variation for solid ^3He , while the magnetic coupling theory predicts respective T and T^2 variation. Such a magnetic term may be hidden by other processes. Experiments varying the size of the grains, the packing factor and the ^3He impurities are needed to determine the origin of this anomalously large heat transfer at very low temperatures.

REFERENCES

- 1 - W.R. ABEL, A.C. ANDERSON, W.C. BLACK, J.C. WHEATLEY, Phys. Rev. Lett. 16, 273 (1966).
- 2 - A.J. LEGGETT, M. VUORIO, J. Low Temp. Phys. 3, 359 (1970).

- 3 - R.A. GUYER, J. Low Temp. Phys. 10, 157 (1973).
- 4 - D.L. MILLS, M.T. BEAL-MONOD, Phys. Rev. A10, 343 (1974) and Phys. Rev. A10, 2473 (1974).
K. MAKI, D.L. MILLS, M.T. BEAL-MONOD, Phys. Rev. B14, 2900 (1976).
- 5 - J.H. BISHOP, D.W. CUTTER, A.C. MOTA, J.C. WHEATLEY, J. of Low Temp. Phys. 10, 379 (1973).
- 6 - R. RADEBAUCH, J.D. SIEGWARTH, J.C. HOLSTE, ICEC 5 Proceedings, Kyoto (1974).
- 7 - G. FROSSATI, B. HEBRAL, G. SCHUMACHER, D. THOULOZE, Physica 90B, 61 (1977).
- 8 - R.T. JOHNSON, D.N. PAULSON, C.B. PIERCE, J.C. WHEATLEY, Phys. Rev. Lett. 30, 207 (1973).
- 9 - J.P. HARRISON, J.P. PENDRYS, Phys. Rev. B8, 5940 (1973).
- 10 - D.S. GREYWALL, Phys. Rev. B15, 2604 (1977).

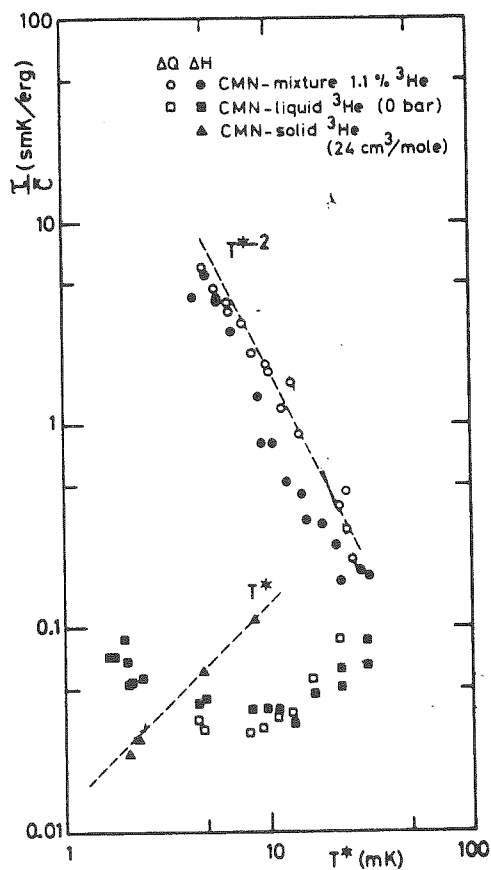


FIGURE 1

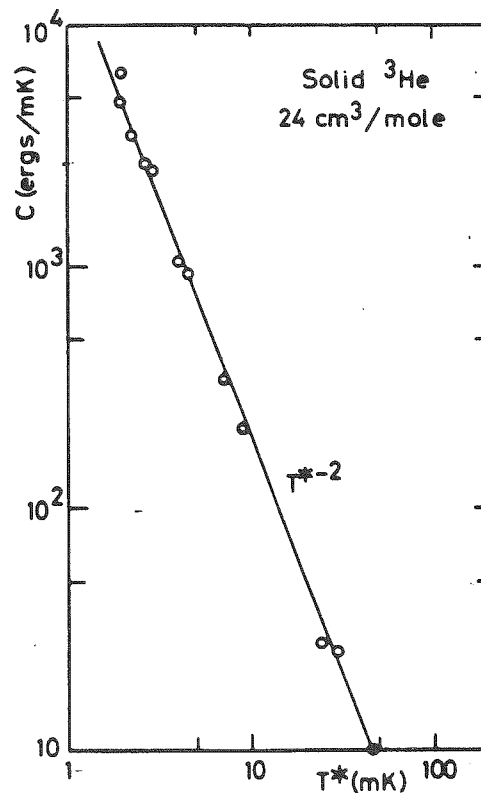


FIGURE 2

T A B L E D E S M A T I E R E S

Introduction : Transfert de chaleur aux très basses températures..... 1

CHAPITRE I - ECHANGE AU-DESSUS DE 1 K

A) Contact solide-solide :

- Transfert de chaleur entre deux solides en dessous de 100 K..... I.3
- Température de radiation de couches métalliques déposées sur
des substrats isolants à basse température..... I.19
- Experiments on thermal phonon radiation into quartz substrates.... I.23
- Investigation of phonon radiation temperature of metal films on
dielectric substrates..... I.27
- Analysis of heat transfer between solids at low temperatures..... I.31

B) Contact Helium-solide :

- Comments on the Kapitza conductance of copper to liquid and
solid ^4He I.59
- Anomalous behavior of the Kapitza resistance between solids
and liquid Helium II..... I.61
- Kapitza resistance of low acoustic impedance solids (Ice and
Bismuth)..... I.65
- Kapitza resistance between the transition metals Fe, Co and
Ni and superfluid Helium..... I.67

CHAPITRE II - LE CONTACT CMN-HELIUM AU VOISINAGE DU mK

A) Technique expérimentale :

- Appareillage de mesure de capacité thermique et de transfert
thermique jusqu'au mK..... II.3

B) Résultats expérimentaux :

- Thermal contact between He and CMN in the milliKelvin range..... II.63
- Transport properties between Helium and CMN in the mK range..... II.117

