

THESE

présentée par

Olivier GEOFFROY

pour obtenir le titre de

DOCTEUR de l'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I

(arrêté ministériel du 5 juillet 1984)

(Spécialité : Sciences des Matériaux)

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE L'IRREVERSIBILITE DANS LES MATERIAUX MAGNETIQUES DOUX

Soutenue le 10 décembre 1991 devant la commission d'examen :

Monsieur	P. BRISSONNEAU	Président
Messieurs	G. BERTOTTI	Examineurs
	G. COUDERCHON	
	J. DEGAUQUE	
	R. LEMAIRE	
	J.L. PORTESEIL	

A Nastasya, étoile lointaine mais brillante.

REMERCIEMENTS

Ce travail de thèse a été préparé à Grenoble, au laboratoire de Magnétisme Louis Néel du CNRS, dans le cadre d'une convention CIFRE réalisée avec la société IMPHY SA. Je tiens tout spécialement à remercier ici M. COUDERCHON qui m'a assisté de ses conseils éclairés et qui, par la qualité des échantillons fournis, a témoigné d'un intérêt constant pour mes travaux.

Au niveau du laboratoire, je remercie son directeur, M. LEMAIRE, qui a permis cette collaboration.

Merci à Jean-Louis PORTESEIL, qui a encadré mon travail et dont la profondeur de vue abyssale me fut très précieuse.

Merci à Yves SOUCHE, Grand Gourou des effets magnétooptiques, pour l'aide technique dont il ne s'est pas montré avare et pour le temps qu'il a bien voulu consacrer à me faire découvrir les beautés cachées du monde des quaternions.

Merci à Serge BISTON, autre Grand Gourou s'il en est, de l'électronique cette fois-ci, pour le désintéressement avec lequel il s'est impliqué dans la réalisation de montages parfois ingrats.

Merci à Georges THILLIER, Grand Démon de la mécanique, dont la serviabilité ne m'a jamais fait défaut.

D'une manière générale, merci à tous ceux qui ont contribué à l'esprit de camaraderie que j'ai trouvé au laboratoire.

Je remercie également les membres du jury qui ont bien voulu juger de la qualité de mon travail.

Je remercie en dernier celle qui ne fut assurément pas la moindre, l'irremplaçable *Djamila* qui a vécu au jour le jour les péripéties de cette aventure.

INTRODUCTION

On peut diviser les applications de l'électrotechnique concernées par l'utilisation de matériaux magnétiques doux en deux grandes familles :

- * La transformation de l'énergie (moteurs électriques, transformateurs). Les paramètres importants au niveau des matériaux sont la perméabilité, l'aimantation à saturation, la dissipation. La grande famille des FeSi constitue la base des matériaux utilisés.

- * La transformation du signal où le matériau est utilisé dans le cadre de la réalisation de fonctions de transfert variées. Les FeNi constituent la famille reine de ce domaine. Parmi ceux-ci, on peut citer les Permalloys, alliages à très hautes perméabilités utilisés dans la réalisation de disjoncteurs différentiels.

Le problème initial qui nous était soumis concernait l'étude des mécanismes d'aimantation des permalloys et plus généralement des matériaux à anisotropies évanescents. Il s'agit-là d'une question particulièrement ardue dans la mesure où ces matériaux réalisent des configurations en domaines extrêmement variées déterminées par l'unique nécessité de minimiser les énergies de pôles que l'existence d'une anisotropie non nulle ne permet pas d'annuler purement et simplement.

Il nous est finalement apparu nécessaire de resituer notre étude dans un cadre plus général, et l'on trouvera dans le premier chapitre consacré à l'étude du bruit Barkhausen le reflet de cette préoccupation.

Le chapitre deux, consacré à l'étude des pertes générées par une paroi est inspiré d'un constat analogue : l'évolution dynamique d'une structure en domaine complexe n'autorise aucune approche simple et l'étude poussée du cas plus sympathique où une seule paroi intervient nous a semblé plus riche d'enseignements dans la mesure où l'approche directe permet de dissiper les nébulosités liées à l'élaboration de modèles plus ou moins formels. Le chapitre trois, où l'on s'efforce de proposer une représentation des blocages expérimentés par une paroi hors du domaine de Rayleigh, s'inscrit dans la suite logique du chapitre deux.

CHAPITRE I

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU BRUIT
BARKHAUSEN DANS LES MATERIAUX DOUX**

But de l'étude

L'irréversibilité est une propriété essentielle de l'évolution des structures en domaines des ferromagnétiques et constitue la clef de l'hystérésis, avec toutes les implications que l'on trouve au niveau macroscopique : perméabilité du matériau, pertes...Ce constat justifie que l'on consacre quelque effort à son étude. Le sujet est vaste, les matériaux variés, les méthodes d'investigation multiples. On peut en effet observer directement l'évolution de la structure en domaine au moyen de l'arsenal des phénomènes magnéoptiques, ou encore enregistrer les variations de flux générées par les irréversibles -bruit Barkhausen-. On peut encore mesurer les pertes dissipées au cours d'un cycle.

Ce sont les matériaux massifs doux qui nous occupent ici, et en premier lieu les Fer-Nickel à anisotropie évanescence, matériaux non texturés très sensibles aux démagnétisants, et dont la structure en domaines superficielle ne constitue pas l'image de la structure en domaines dans la masse du matériau. Ces matériaux étant non transparents, les observations par effets magnéoptiques ne renseignent que sur la structure superficielle. Celle-ci se révélant par ailleurs extrêmement torturée, les enseignements quantitatifs que l'on peut tirer de ces observations paraissent finalement assez pauvres vis-à-vis des difficultés de mise en œuvre.

Le bruit Barkhausen constitue à priori une voie d'investigation plus intéressante : généré dans toute la masse du matériau, il est représentatif du comportement global. Nous nous sommes donc efforcés d'étudier l'apport que l'on pouvait retirer de ces mesures de bruit. L'étude qui suit présente quelques outils d'analyse élaborés à cet escient et propose une nouvelle description du bruit Barkhausen basée sur l'introduction d'un nouveau concept : la dimension fractale du matériau.

1 INTRODUCTION

Bak, Tang, Wiesenfeld proposent les premiers le concept de criticalité auto-organisée [45,47,48]: un système hors d'équilibre se place spontanément dans un état critique auto-organisé, lequel est déterminé par les degrés de liberté du système. Les fluctuations qui reflètent son évolution sont hiérarchisées et obéissent ainsi à des lois puissances. On peut trouver dans cette idée très générale l'explication des bruits en $1/f^{\beta}$ caractérisant nombre de situations physiques sans lien apparent.

Notre objet a été de vérifier si ce concept pouvait s'appliquer au cas des processus d'aimantation. Une paroi en mouvement constitue par définition un système hors d'équilibre, il était donc tentant de déterminer si les variations de flux irréversibles associées à ce mouvement obéissaient à une structure hiérarchisée. Si oui, quels sont les paramètres physiques qui conditionnent le degré de hiérarchie ? Enfin, peut-on tirer de tout cela des enseignements sur les pertes ? Il s'agit là, sur un sujet par ailleurs très étudié - cf. historique en annexe et [30 à 40] - d'un point de vue nouveau dont il nous a semblé intéressant d'étudier l'apport.

Le lecteur trouvera donc exposés les points suivants :

2 Acquisition des données expérimentales.

Où l'on décrit les échantillons, la chaîne d'acquisition et finalement les relevés de bruit Barkhausen.

3 Caractérisation de la hiérarchisation.

Où l'on exprime le caractère hiérarchisé en termes d'auto-similarité. On présente les outils d'investigation que nous proposent les mathématiciens et leur application à nos enregistrements.

4 Interprétation des résultats

Où l'on sera amené à proposer entre autres un modèle de simulation inspiré des auteurs précités. Ce modèle nous permettra de dégager les paramètres physiques conditionnant la hiérarchie caractérisant les irréversibles.

2 ACQUISITION DES DONNEES EXPERIMENTALES

Nous avons testé quatre échantillons :

* Un alliage amorphe CoFeMoBSi (échantillon A).

* Trois échantillons polycristallins :

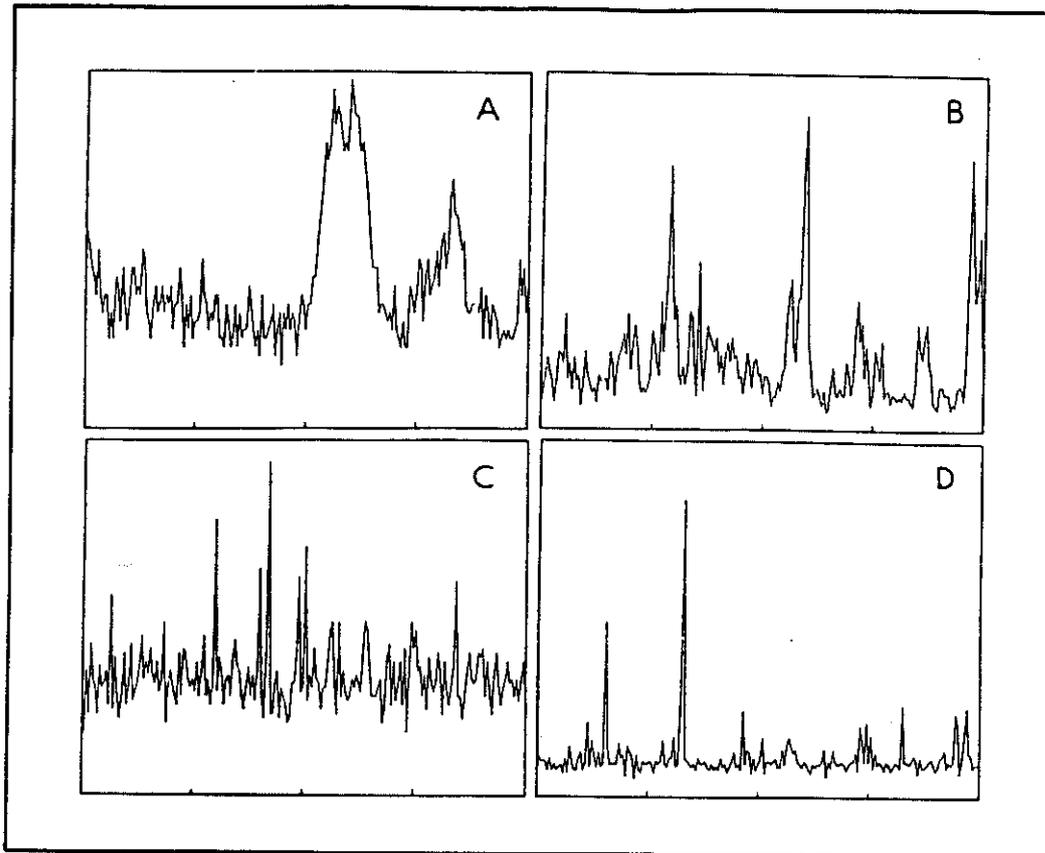
Deux échantillons de FeNi à anisotropie évanescence ($K_1 < 10 \text{ J/m}^3$), l'un constitué de grains de taille moyenne $\phi = 430 \text{ }\mu\text{m}$ (B), l'autre constitué de grains $\phi = 19 \text{ }\mu\text{m}$ (C). Enfin, un échantillon de FeSi non orienté $\phi = 27 \text{ }\mu\text{m}$ (D).

L'échantillon (A) se présente sous la forme d'une bande enroulée sur elle-même alors que les autres se présentent sous la forme de tores découpés sur des tôles de 0.3 mm d'épaisseur pour (B) et (C) et 0.5 mm pour (D).

Sur chaque échantillon sont bobinés un enroulement primaire dans lequel circule le courant magnétisant et un enroulement secondaire connecté à un amplificateur galvanométrique à haut gain [44] (106 dB en continu, bande passante de 120 Hz). Le signal fourni est enregistré sur table traçante et sur ordinateur au moyen d'une carte d'acquisition 8 bits Amplicon.

On décrit des cycles à saturation et la période T de description est choisie de manière à ce que les courants induits générés dans la masse des échantillons ne gênent pas l'observation des irréversibles. Les enregistrements sont effectués autour du champ coercitif H_c , sur des excursions Δh de l'ordre de $H_c/10$ réalisées sur des durées Δt indiquées dans la table.

Echantillon	A	B	C	D
H_c (A/m)	0.15	0.60	7.6	100
Δh (A/m)	0.022	0.072	0.34	37.2
T (s)	7600	3800	3800	7600
Δt (s)	136	20	20	60



Enregistrements de bruit Barkhausen réalisés sous les conditions indiquées dans la table.

Les enregistrements typiques sont comme on peut le voir assez dissemblables. Précisons que les enregistrements utilisés pour les traitements numériques constituent des fichiers de 2048 points, alors que les relevés présentés présentent une densité moindre (500 points), ceci afin d'obtenir une représentation compatible avec la finesse des plumes utilisées.

Le problème qui s'offre à nous est donc de caractériser le degré de hiérarchie qui peut exister au sein de ces enregistrements. Précisons de quoi il retourne.

3 CARACTERISATION DE LA HIERARCHISATION

3 1 Caractérisation par la dimension de Minkovski-Bouligand.

La notion de hiérarchie s'applique à un objet qui reproduit à toutes les échelles un motif de base, où plus généralement des motifs aléatoires qui ne sont que statistiquement similaires. On dit qu'on a affaire à un objet autosimilaire. Cette propriété d'autosimilarité se quantifie :

Soit Γ l'objet à étudier : on peut songer à recouvrir Γ à l'aide d'un motif "jauge". Si le motif jauge utilisé est constitué par un simple segment de droite, on définira la mesure de Minkovski-Bouligand de Γ par la relation $\mu_v(\Gamma) = N_v v$, v étant la longueur du segment jauge, N_v le nombre de segments nécessaires au recouvrement. De manière générale, on peut recouvrir Γ à l'aide de boules (au sens topologique du terme) de diamètre v , choisies dans un espace de dimension α . La mesure MB de Γ s'écrit alors :

$$\mu_v(\Gamma) = N_v v^\alpha \quad (1)$$

Considérons le cas particulier où Γ est un segment de droite de longueur L (au sens classique du terme) et choisissons une jauge discale. Le nombre de disques nécessaire au recouvrement est dans ce cas relié au diamètre par la simple relation $N_v v = L$ de sorte que $\mu_v(\Gamma)$ tend vers 0 quand v tend vers 0. Nous écrivons que la dimension du motif jauge n'est pas adaptée à l'objet mesuré.

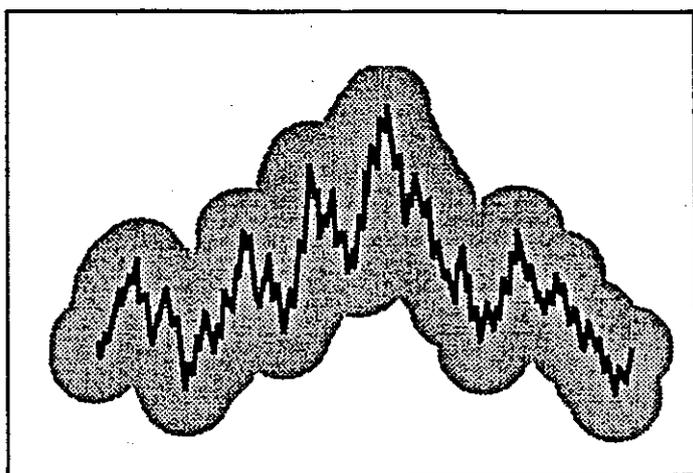
De manière générale, nous écrivons que la jauge est adaptée à l'objet quand la mesure de Γ converge vers une limite non nulle pour des jauges infiniment petites. Dans le cas où l'objet est une ligne rectifiable, le motif jauge adapté est un segment de droite. Nous définirons de manière générale la longueur MB de Γ par la relation :

$$L(\Gamma) = \lim_{v \rightarrow 0} N_v v^\Delta \quad (2)$$

où Δ représente la dimension du motif jauge adapté. Δ est appelée dimension de Minkovski-Bouligand de l'objet. Dans les cas simples où l'on mesure des lignes, surfaces ou volumes réguliers, nous obtenons des dimensions MB respectivement égales à 1,2,3. Le paramètre Δ constitue donc une généralisation de la notion classique de dimension. Il est bien évident que Δ est inférieur à la dimension d de l'espace dans lequel s'inscrit l'objet : on peut ainsi définir le paramètre $D = d - \Delta$, toujours positif, appelé codimension de l'objet. v est appelé facteur d'échelle.

On peut illustrer l'intérêt de cette notion sur le cas particulier que constitue le tracé d'une courbe dans le plan. L'objet est alors confiné dans un milieu de dimension 2 et l'on peut donc affirmer $\Delta \leq 2$. On peut envisager le recouvrement de l'objet par des boules de dimension 2 et de rayon v . Nous pavons donc notre objet avec des disques, réalisant une saucisse de Minkowski. La mesure MB de notre tracé s'écrira :

$$\mu_v(\Gamma) = N_v v^2 \quad (3)$$



Réalisation d'une saucisse de
Minkovski

extrait de [43]

Cette mesure obtenue en sommant les aires de chaque pastille constitue une mesure de surface. En diminuant v , on s'astreint à un recouvrement plus efficace de la courbe de sorte que l'aire obtenue ne peut que décroître avec v . Si la hiérarchie est riche, l'amplitude des fluctuations de courte longueur d'onde du signal reste comparable à l'amplitude des fluctuations de grande longueur d'onde de sorte que l'aire couverte par les pastilles reste invariante. La mesure ainsi définie est convergente, on a donc $\Delta = 2$. C'est le cas typique d'un bruit blanc. De manière générale, la mesure réalisée avec la méthode des pastilles décroît avec v d'autant plus vite que la hiérarchie est faible.

Précisons cela : (3) peut s'écrire $\mu_v(\Gamma) = N_v v^\Delta v^{2-\Delta}$

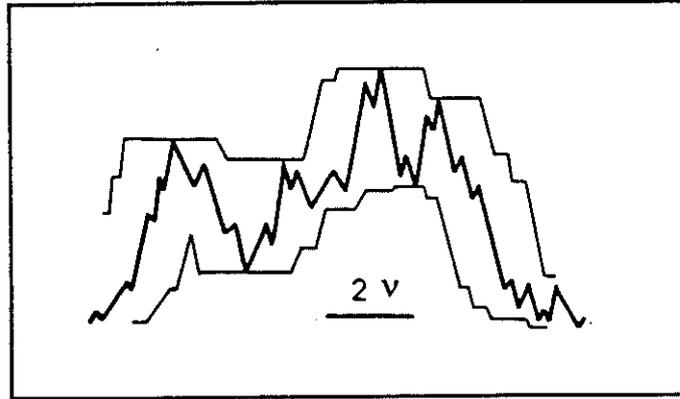
Nous aurons avec (2) : $\mu_v(\Gamma) \underset{v \rightarrow 0}{\sim} L v^{2-\Delta}$ (4)

Ainsi, nous constatons que la décroissance de la mesure avec la longueur de la jauge est directement reliée à la dimension MB. Nous pouvons donc affirmer que Δ quantifie le degré de hiérarchie. La pente du tracé de $\text{Log}(\mu_v)$ en fonction de $\text{Log}(v)$ donne directement accès à Δ .

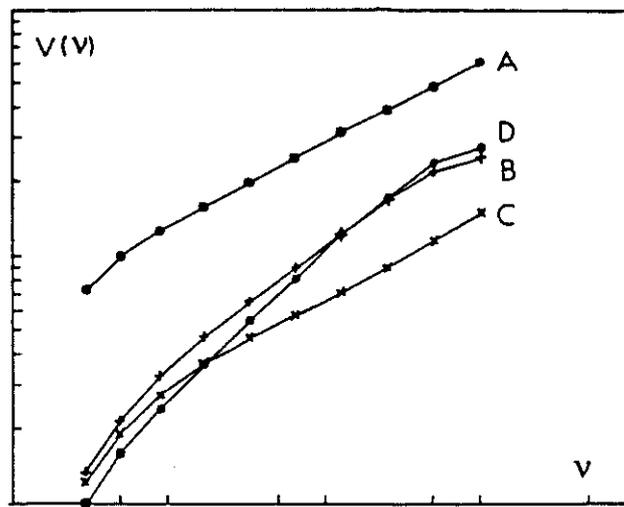
La notion d'autosimilarité se généralise : on peut en effet évoquer le cas d'objets dont le facteur d'échelle est différent suivant les directions. On parle alors d'objets autoaffines. Le motif jauge ne peut être caractérisé par un seul paramètre v de sorte que l'on ne peut plus songer à paver l'objet à l'aide de disques. On est amené à procéder par une autre méthode, dite méthode des variations :

Pour tout x , on établit la quantité $v_v(x) = \sup[f(x)-f(x')] \quad |x'-x| \leq v$

On réalise ainsi un encadrement de la courbe objet. L'intégrale $V_v = \int_{x_i}^{x_f} v_v(x) dx$ nous donne la mesure de l'aire ainsi déterminée, laquelle constitue une nouvelle mesure μ' de l'objet. On montre que la mesure ainsi définie est équivalente à la mesure MB de sorte qu'en procédant de la sorte on a accès à Δ .



Figuration de la méthode des variations
Les contours sont obtenus en faisant glisser une règle de longueur $2v$



Détermination de la dimension de Minkovski-Bouligand par la méthode des variations:
Représentation en Log-Log de $V(v)$ pour v compris entre $\Delta t/2048$ et $\Delta t/4$

A titre purement indicatif ici, on peut signaler que le paramètre Δ intervient également au niveau de la mesure de la longueur (au sens classique du terme) de l'objet autoaffine, de sorte que Δ apparaît également comme la dimension fractale de l'objet étudié. Nous ne

développerons pas ici cette autre approche de Δ qui n'ajoute rien à la signification profonde de Δ vis-à-vis de la hiérarchisation. Le lecteur intéressé consultera avec profit [41] et [43].

Nous voici donc outillés pour étudier nos relevés Barkhausen : il s'agit en effet de tracés où la grandeur portée en abscisse -t- est de nature différente que la grandeur portée en ordonnées - $d\phi/dt$ - de sorte que nous avons affaire à des graphes essentiellement autoaffines.

Comme on peut le constater, la méthode des variations nous permet de déterminer sans ambiguïté la dimension de Minkovski-Bouligand pour chacun de nos relevés. On obtient pour nos échantillons les valeurs :

$$\Delta_A = \Delta_B = \Delta_C = 1.7 \quad \Delta_D = 1.5$$

De manière simple, on peut dire que pour le FeSi on observe une disparité entre le volume des avalanches à haute fréquence et le volume des avalanches à basse fréquence plus marquée qu'avec les autres matériaux. On peut proposer une interprétation très intuitive de ce résultat : le FeSi constitue un matériau localement anisotrope dans lequel le développement d'un irréversible s'effectue, contrairement aux autres matériaux, suivant des directions préférentielles, d'où une corrélation plus marquée entre le volume d'une avalanche et sa durée.

Les différences sur les dimensions que nous venons de commenter peuvent sembler assez faibles au regard des dissemblances observées sur les enregistrements. Aussi allons-nous présenter maintenant une autre analyse qui, tout en donnant une idée de la hiérarchisation, garde la mémoire de la distribution temporelle des irréversibles.

3 2 Analyse par ondelettes du bruit Barkhausen

Cette analyse est historiquement apparue afin de pallier les insuffisances de l'analyse de Fourier concernant les signaux limités dans le temps [52]. Ainsi, l'émission d'une fréquence pure sur $t \in [T, T+\Delta t]$ donne lieu à une multitude de composantes dans la décomposition de Fourier dont la seule raison d'être est de rendre compte de l'annulation du signal hors de l'intervalle d'émission. La base analysante adéquate pour un tel signal

doit donc être composée de fonctions non nulles sur une fenêtre de taille comparable à l'intervalle d'émission.

De manière générale, on est amené à envisager une famille de fonctions analysantes constituée de fonctions issues d'une même fonction mère $\Psi(t)$ non "négligeable" sur une fenêtre de largeur $[-1,1]$ et construites selon le patron :

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi[(t-b)/a]$$

La fonction Ψ_{ab} ainsi construite est donc non nulle sur une fenêtre $[b-a, b+a]$. a représente le coefficient de dilatation par rapport à la fonction mère et b le centre de l'intervalle scruté. On dispose ainsi d'une famille adaptée à l'étude de phénomènes localisés dans le temps. La projection du signal étudié $f(t)$ sur le vecteur Ψ_{ab} s'écrira :

$$c_{ab} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{ab}(t) f(t) dt$$

Ψ_{ab} analyse la fonction au point b . Il est souhaitable de construire Ψ de telle sorte que seule la composante de f de longueur d'onde comparable à 1 donne lieu à une projection non nulle sur Ψ . Ainsi c_{ab} sera représentatif à la fois de l'endroit analysé mais aussi de la longueur d'onde étudiée. On prendra donc Ψ centré sur l'axe des abscisses. Ainsi, si la longueur d'onde caractéristique de f au point b est grande devant a nous pourrions écrire :

$$c_{ab} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{ab}(t) f(t) dt \approx f(b) \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{ab}(t) dt \approx 0$$

Si de plus Ψ vérifie $\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^2(t) dt = 1$, nous obtenons une famille normée.

Reste à évoquer un dernier point. La famille analysante idéale est composée d'une infinité de fonctions obtenues en faisant varier a et b par pas infinitésimaux. On est en fait obligé d'utiliser des familles finies, et on choisit dans la pratique d'opérer avec des coefficients a issus de la famille $(2^{-\alpha j})$, j entier. La largeur de la fenêtre étudiée par chaque ondelette a pour largeur $2 \cdot 2^{-\alpha j}$ et on examine les intervalles successifs $[\beta k \cdot 2^{-\alpha j}, \beta (k+1) \cdot 2^{-\alpha j}]$ de largeur $\beta \cdot 2^{-\alpha j}$. On obtient ainsi une décomposition en série dont α et β quantifient la finesse.

On peut enfin songer à représenter la décomposition de la fonction étudiée dans le plan temps-fréquence : Si l'on porte le temps en abscisse et la fréquence en ordonnée, chaque coefficient c_{ab} sera positionné sur le point de coordonnées $(b, \text{Log}(1/a))$. c_{ab} sera représenté par une tache d'intensité proportionnelle à sa valeur.

Appliquons tout cela à une courbe autoaffine et reprenons l'exemple du bruit blanc. Toutes les longueurs d'onde sont représentées avec la même amplitude de sorte que les contrastes associés à chaque fréquence d'analyse sont constants. Un processus de Wiener-Levy se caractérise par des lois d'échelle différentes : si dy caractérise la hauteur de la fluctuation associée à une longueur d'onde dx , nous écrirons :

$$\text{Si } dx' = k dx \text{ alors } dy' = \sqrt{k} dy$$

Nous retrouverons ces lois d'échelle sur le gradient de contraste caractérisant la représentation temps-fréquence du signal.

Nous bénéficions donc en théorie d'un indicateur sur la richesse de la hiérarchie du signal. Plus celle-ci est riche, moins le gradient de contraste est important. Nous bénéficions cependant de renseignements plus complets que ce que nous donne la dimension de Minkovski-Bouligand car nous gardons dans notre représentation temps-fréquence la mémoire de la localisation des événements.

Appliquons cette analyse à nos relevés Barkhausen :

La fonction mère choisie s'écrit :

$$\Psi(t) = (1-t^2) e^{-t^2/2}$$

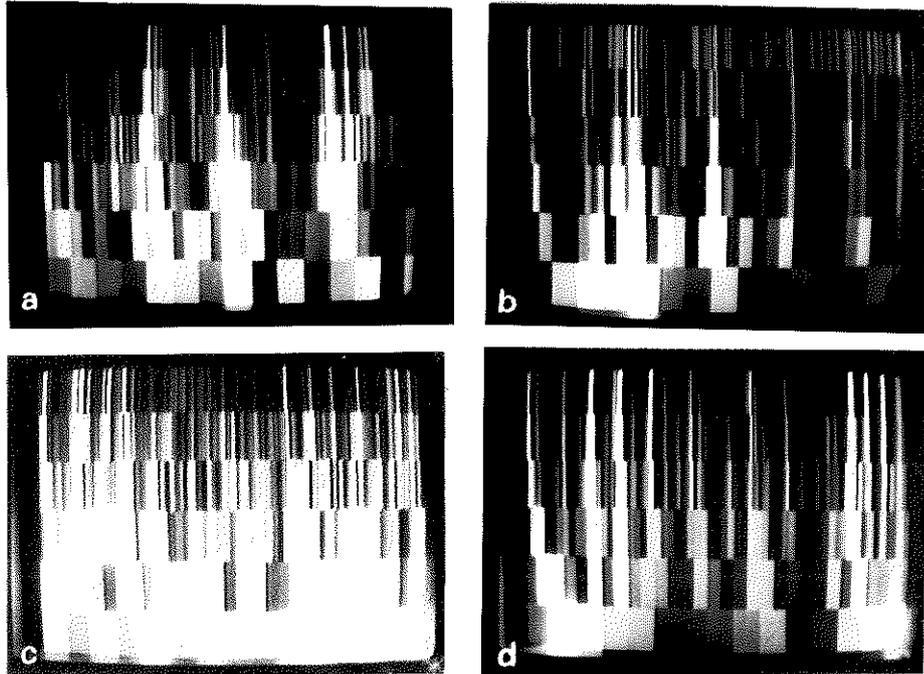
On s'est contenté d'une analyse assez grossière en prenant $\alpha = \beta = 1$.

Signalons que les vecteurs constituant la famille analysante ne sont pas orthogonaux de sorte que la décomposition n'apparaît pas unique.

Nous avons corrigé les gradients de contraste afin d'obtenir des contrastes aisément discernables sur toutes les échelles d'analyse. Nous perdons donc sur les documents fournis les renseignements relatifs à la richesse de la hiérarchie. On peut par contre identifier certains points remarquables de nos enregistrements.

Ainsi, l'analyse du relevé A trahit la présence d'un événement de grande amplitude et de grande longueur d'onde situé vers le centre du relevé. Comme on peut le constater, ce gros événement est lui-même entrelardé d'événements de longueurs d'ondes plus courtes, et ce sur toute la gamme des fréquences analysées. L'analyse du relevé D montre que les zones riches en événements sont groupées.

En fin de compte, il faut bien reconnaître que si l'analyse en ondelettes constitue une représentation théoriquement très complète des signaux, elle ne constitue dans le cadre assez grossier où on l'a menée qu'un indicateur sur le caractère hiérarchisé qui ne peut remplacer la précision de la mesure de la dimension Δ .



Analyse par ondelettes des relevés Barkhausen effectués.

Le caractère hiérarchisé apparaît très clairement dans la mesure où à toutes les échelles apparaissent des fluctuations d'intensité

4 INTERPRETATION DES RESULTATS

Nous avons jusqu'ici décrit quelques outils permettant de quantifier la hiérarchie du bruit. Les résultats les plus intéressants d'un point de vue quantitatif sont contenus dans la dimension de Minkovski-Bouligand.

En premier lieu, on peut s'interroger sur l'origine de l'avachissement des courbes pour les grandes longueurs d'onde et les petites longueurs d'onde. Dans la gamme des petites longueurs d'onde, on peut attribuer cet avachissement à la bande passante limitée du

fluxmètre (120 Hz à comparer avec $\Delta t/2048 \approx 0.01s$). Le lissage inhérent à la présence de courants induits a les mêmes effets. En ce qui concerne les grandes longueurs d'onde, on peut raisonnablement penser que l'appauvrissement relatif est lié au fait qu'une paroi procède par bonds nécessairement limités par les fluctuations de dureté liées au terrain et les démagnétisants liés à sa progression. C'est d'ailleurs en définitive parce que la dureté du terrain est fluctuante que l'on observe du bruit de sorte qu'il semble assez malaisé de faire la part des choses entre l'influence du terrain et le régime hypothétique de criticalité autoorganisée sur la hiérarchie observée.

On peut essayer de lever l'indétermination en étudiant une situation réalisant sans ambiguïté un état de criticalité autoorganisée. Nous avons donc, suivant en cela l'idée de Bak, Tang et Wiesenfeld, entrepris l'élaboration d'un modèle réalisant ce comportement.

4 1 Simulation d'un comportement autocritique organisé par algorithme tas de sable.

L'idée avancée par Bak, Tang, Wiesenfeld, est que les avalanches que l'on observe au sein d'un tas de sable saupoudré en continu constituent un état de criticalité autoorganisée. Nous nous sommes donc inspirés du modèle présenté par ces auteurs pour construire un algorithme générateur d'avalanches. Cet outil constitue la lancette qui nous permettra d'extirper la substantifique moelle contenue dans nos relevés.

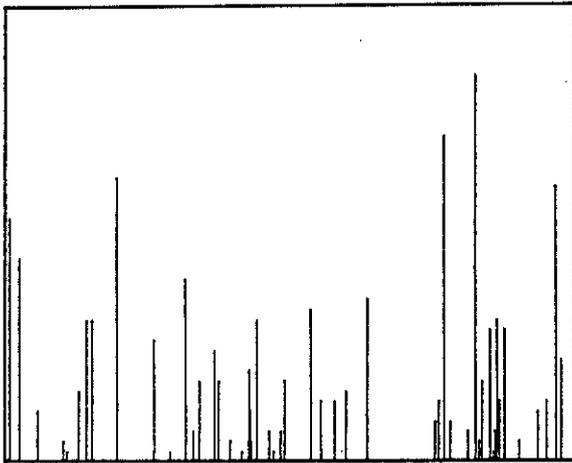
L'algorithme lui-même représente la situation d'un opérateur qui saupoudre aléatoirement une surface rectangulaire divisée en pixels et limitée par des barrières de grandes hauteurs. Le niveau moyen du sable ainsi confiné augmente progressivement et les collines qui apparaissent constituent autant de sites potentiels d'avalanche.

Chaque pixel est caractérisé par deux paramètres z_h et z_v représentant les pentes locales dans la direction horizontale et dans la direction verticale du plan des pixels [53]. Une avalanche se déclenche au niveau d'un pixel donné quand l'une des deux pentes atteint en valeur absolue une valeur seuil z^* . n grains sont alors éjectés dans la direction de pente la plus forte et l'on étudie par pas successifs la propagation de l'avalanche en réexaminant toutes les pentes locales modifiées par les événements de l'étape précédente. Le seuil z^{**} conditionnant la propagation n'est pas forcément égal au seuil de déclenchement et ceci nous permet de modéliser les processus avalancheux liés à de la nucléation, lesquels se caractérisent par un champ de propagation beaucoup plus faible que le champ de nucléation.

Le rythme du saupoudrage est suffisamment faible pour que chaque avalanche apparaisse instantanée aux yeux de l'opérateur, de sorte que la chute de nouveaux grains n'interfère pas avec le déroulement d'une avalanche.

On constate l'apparition d'un régime permanent caractérisé par la présence d'avalanches de tailles extrêmement dispersées. On peut représenter les volumes des avalanches successives en fonction du temps. On obtient ainsi des enregistrements que l'on peut comparer aux relevés Barkhausen. Les avalanches étant supposées de durée instantanée, on obtient des séquences beaucoup plus discontinues que les relevés Barkhausen.

On peut analyser nos enregistrements suivant les méthodes précitées. En particulier, on peut déterminer comme précédemment explicité la dimension MB de nos relevés avalancheux.

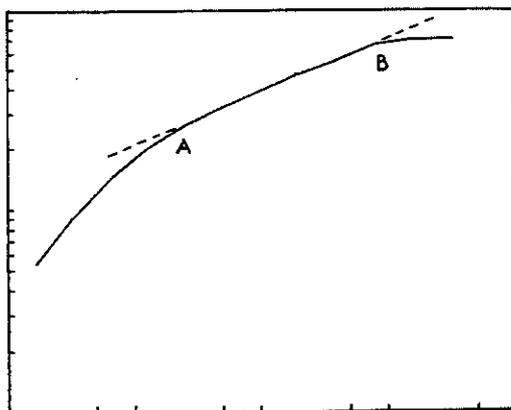


Simulation d'un processus avalancheux par l'algorithme du tas de sable.

Aire constituée de 32X30 pixels.

$z^* = 4$.

Nombre de grains saupoudrés = 30000.



Détermination de Δ par la méthode des variations appliquée à une simulation typique de tas de sable.

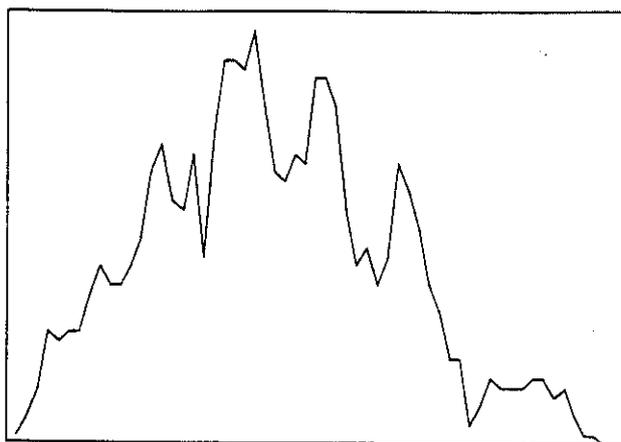
$z^* = 4$

nombre de grains saupoudrés = 200000

La pente de la partie linéaire permet de déterminer $\Delta = 1.7$

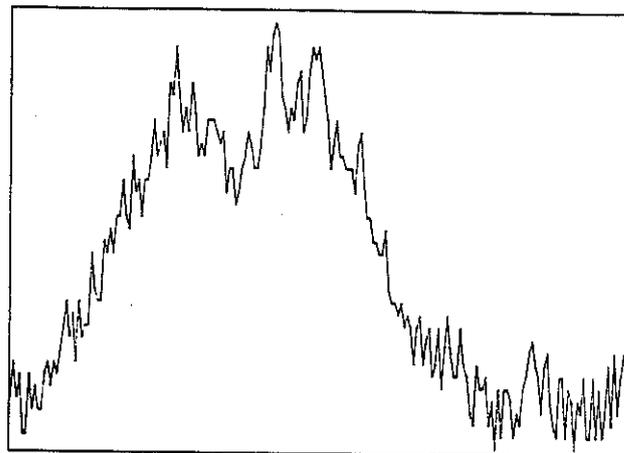
Comme on peut le constater, les relevés de mesures effectués par la méthode des variations présentent les mêmes caractéristiques que les relevés effectués à partir des enregistrements Barkhausen. La dimension MB mesurée est égale à 1.7, valeur typique

des enregistrements Barkhausen effectués ; le brusque infléchissement de la courbe pour les évènements de grande longueur d'onde est lié à la taille limitée de notre bac à sable alors que l'infléchissement également très brusque vers les petites longueurs d'onde semble être lié au fait que notre représentation ponctuelle des avalanches gomme les détails fins qui apparaissent lorsque l'on étudie l'histoire d'une avalanche.



Représentation du déroulement d'une avalanche

nombre d'itérations réalisées : 59
nombre total de pixels concernés : 580.



Comparaison avec un extrait de 13.6 s
extrait du relevé Barkhausen délivré par A.

Enfin, on peut envisager de modéliser l'extinction d'une séquence Barkhausen en interdisant à partir d'une certaine date à tout site de participer à plus d'une avalanche. Les avalanches sont alors obligées de se développer dans un milieu de plus en plus poreux et l'on peut comparer la situation créée avec la propagation d'un feu dans une forêt.

La propagation du feu adopte en effet également un régime de criticalité autoorganisée et l'on constate que le front se caractérise par une dimension fractale comprise entre 1 et 2 correspondant au seuil de percolation. Une équipe de bucherons chargée d'éclaircir la forêt à titre de prévention pourra considérer le travail accompli quand la dimension du milieu poreux constitué par la forêt éclaircie sera inférieure à la dimension fractale caractérisant un front de propagation. Nos avalanches éprouveront la même difficulté à se propager mais dans notre cas, leurs tailles très distribuées et naturellement limitées ne permet pas d'identifier ce seuil de percolation.

Il s'agit là d'un résultat qui se généralise à toutes les fonctions décomposables en séries.

Dans le cas d'une fonction caractérisée par un spectre continu, (5a) et (6a) deviennent :

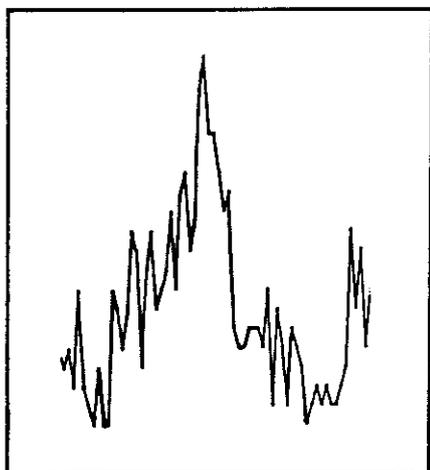
$$\beta = 2 H + 1 \quad (5b)$$

$$\beta = 5 - 2 \Delta \quad (6b)$$

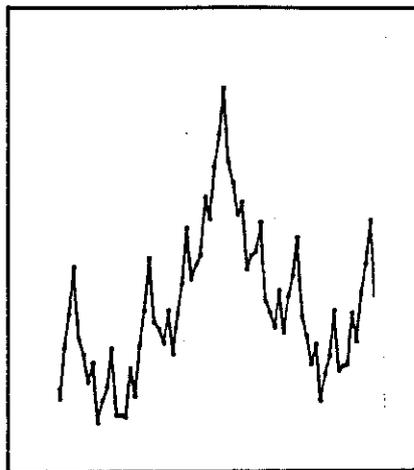
On obtient ainsi avec nos échantillons des puissances de bruit :

$$\beta_A = \beta_B = \beta_C = 1.6 \quad \beta_D = 2$$

On retrouve là des résultats couramment avancés dans la littérature [31,34,35,37,39].



extrait Barkhausen réalisé avec l'échantillon A
(durée de l'extrait : 5.4 s)



simulation de Barkhausen
par une fonction de Weierstrass

5 CONCLUSION

L'étude que l'on a menée nous a permis de présenter le bruit Barkhausen sous une optique nouvelle et nous pensons avoir montré qu'il pouvait s'interpréter comme la manifestation d'un régime de criticalité autoorganisée. La question reste ouverte et comme déjà mentionné, on peut tout aussi bien envisager d'expliquer les propriétés du bruit par la nature même du terrain dans lequel se développent les avalanches. Cette deuxième hypothèse présente comme nous l'allons voir l'intérêt de se prêter au calcul du développement spatial des irréversibles et donc des pertes. C'est plus particulièrement à cette question que nous consacrons le prochain chapitre.

CHAPITRE 2

**ETUDE QUANTITATIVE DES PROPRIETES
MACROSCOPIQUES DE L'AIMANTATION
SUR UN CADRE MONOCRISTALLIN
DE FER-SILICIUM A PAROI UNIQUE.**

1 INTRODUCTION

Un point très important est que l'on traite ici le cas des faibles excursions d'aimantation. Cette limitation est le fruit de contraintes expérimentales :

Nous avons en effet repris l'échantillon utilisé par Cotillard, Porteseil et Vergne pour leur étude du champ de dureté [25]. Il est constitué d'un cadre monocristallin de FeSi contenant 3 % de silicium en poids, découpé de telle sorte que les côtés soient parallèles aux axes de facile aimantation $\langle 100 \rangle$. Cet échantillon présente l'énorme intérêt de présenter fort peu de démagnétisants : il est en effet monocristallin donc exempt de macles et de joints de grain, sources bien connues de démagnétisants; sa géométrie particulière annule également les démagnétisants de forme. Le compromis énergies de pôles - énergies de parois, qui détermine la décomposition en domaines (CHIKAZUMI, p. 195) permet donc d'espérer la présence d'une seule paroi à 180° , séparant deux domaines continus sur la périphérie de l'échantillon. C'est ce que nous nous sommes efforcés de réaliser.

Soigneusement poli et recuit - six heures à 850° sous vide -, l'échantillon, après quelques cycles d'aimantation et désaimantation a adopté la structure recherchée, et des essais réalisés sous observation KERR nous ont permis de définir les champs appliqués à ne pas dépasser pour ne pas risquer de saturer le matériau et perdre la structure mono-paroi chère à notre coeur. On observe en fait à basse fréquence (0.5 Hz) un phénomène de reptation qui conduit la paroi à se déplacer cycle après cycle vers une extrémité de l'échantillon, de sorte que même pour des excursions d'aimantation relativement faibles, le danger de saturer le matériau au bout de quelques cycles est très réel. Nous nous sommes donc bornés à des excursions d'aimantations très faibles, typiquement 0.05 T.

Le problème qui nous intéresse directement concerne les pertes. On peut en quelques mots et sans reprendre le détail de l'historique brossé en annexe présenter les quelques cas de figure traités classiquement.

* Décomposition des pertes.

L'approche la plus simple que l'on puisse proposer consiste à adopter l'hypothèse d'un matériau linéaire. Les équations de Maxwell donnent accès aux courants induits et prévoient des pertes par cycle proportionnelles à la fréquence. Il s'agit là du calcul classique dénommé " pertes par courants de Foucault ". Les pertes obtenues apparaissent très inférieures aux pertes réelles. Les discontinuités que l'on observe sur l'évolution

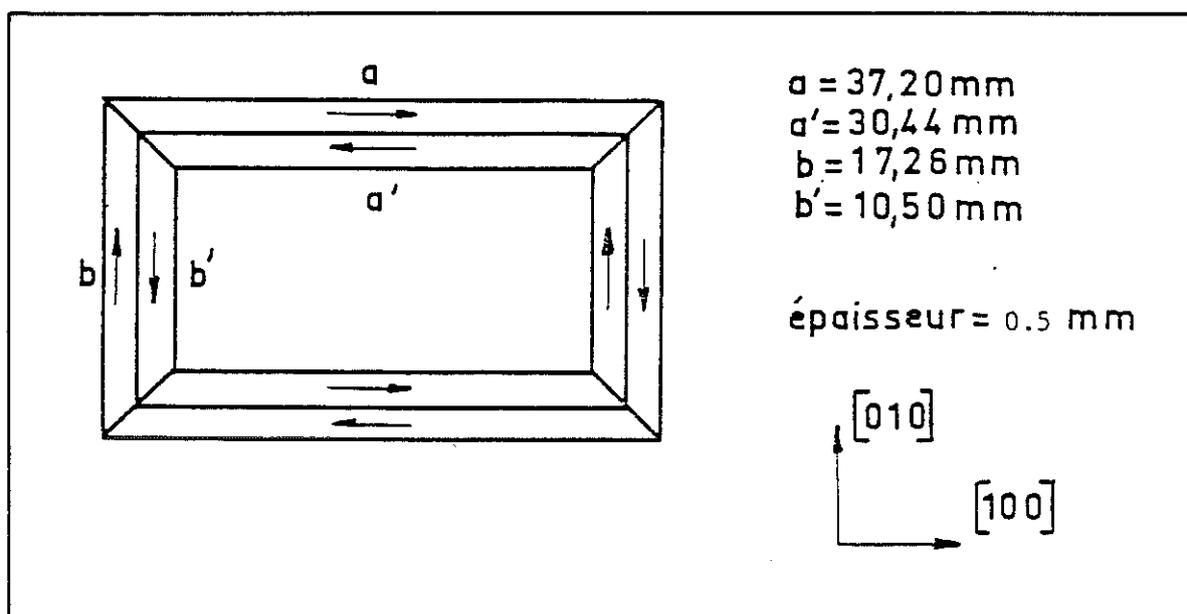
temporelle de l'aimantation -bruit barkhausen- sont responsables, au moins à basse fréquence, de pertes supplémentaires. Ce constat a amené certains à proposer pour les pertes:

$$P(f) = P_{qs} + P_{foucault}(f)$$

f = fréquence d'aimantation.

P_{qs} = pertes mesurées en quasistatique que l'on identifie au surcôt lié aux discontinuités temporelles.

Cette idée paraît de prime abord grotesque. Il est en effet évident que les discontinuités temporelles évoluent avec la fréquence dans la mesure où les parois tendent à adopter un mouvement continu. L'existence d'un déficit énorme entre les pertes mesurées et les pertes proposées -baptisé pudiquement " pertes en excès "- confirme le caractère aventureux d'une telle approche.



Représentation de l'échantillon monocristallin de FeSi utilisé

*** Prise en compte de la localisation des courants au niveau des parois.**

Si le modèle précédent s'efforçait tant bien que mal de tenir compte des discontinuités temporelles, il est un point important qui mérite quelque attention : la localisation des courants induits aux parois. Pry et Bean [14] seront les premiers à présenter une approche des pertes basée sur ce point.

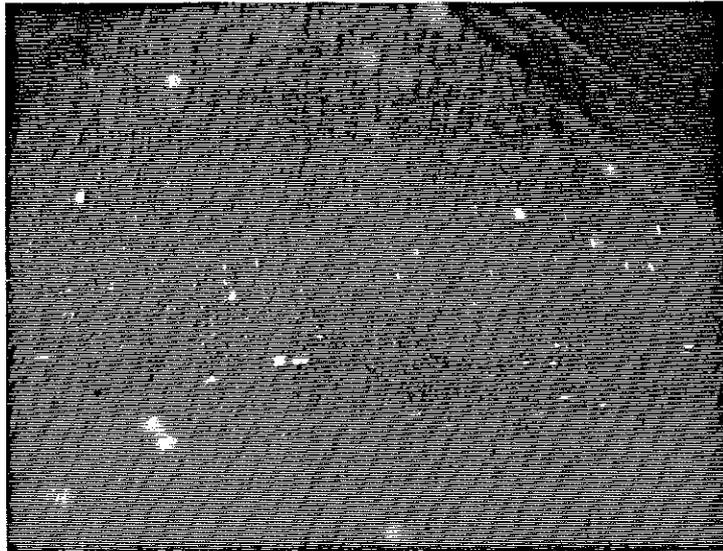


Fig. 2.2 : Visualisation par effet Kerr de la structure en domaines de l'échantillon de FeSi (détail)

*** Prise en compte des discontinuités spatiales et temporelles.**

Bertotti présente le premier une étude intégrant les deux aspects de la discontinuité de l'aimantation. Les calculs sophistiqués auxquels se livre l'auteur constituent une base de travail très intéressante. On doit en particulier à Bertotti l'introduction du Magnetic-Object et une formulation unifiée des pertes. Demeurent quelques points obscurs, comme, par exemple, les lois qui déterminent le nombre de M.O.s intervenant dans le transport du flux dans le cas où plusieurs M.O.s sont concernés.

En ce qui nous concerne ici, l'explication de la loi en \sqrt{f} qui caractérise le début de l'évolution des pertes par cycles avec la fréquence quand une seule paroi est mise à contribution reste à ce jour inexpliquée.

*** Prise en compte affinée des discontinuités temporelles.**

De manière générale, notre philosophie a consisté à coller au plus près des équations physiques régissant le déplacement des parois. Cette démarche a déjà été adoptée par Bertotti, Alessandro... [23],[24]. Les auteurs proposent ainsi une description performante du bruit Barkhausen généré par le mouvement discontinu des parois. Signalons ici que cette description permet aux auteurs de retrouver le caractère fractal du bruit Barkhausen, caractère que nous avons mis en évidence sur d'autres matériaux dans notre première partie.

On trouvera exposés les points suivants :

2 Equations fondamentales de la dynamique d'une paroi.

Où l'on établit les relations liant champ moteur et vitesse de paroi dans l'hypothèse de la paroi rigide et où l'on précise l'expression du champ moteur en fonction des champs démagnétisants et du champ de dureté expérimenté par la paroi.

3 Calcul théorique.

Où sont examinés le cas de l'aimantation quasistatique, de l'aimantation basse fréquence et de l'aimantation haute fréquence. On établit le lien entre dynamique de la paroi et cycle d'hystérésis.

4 Etude expérimentale du monocristal de FeSi.

Où sont testées les diverses hypothèses retenues dans l'étude théorique.

2 EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA DYNAMIQUE D'UNE PAROI

2 1 EXPRESSION GENERALE DU CHAMP MOTEUR

Soumise à la pression d'un champ moteur H_m , une paroi se met en mouvement. Les mécanismes intimes de son déplacement sont connus depuis longtemps.

Nous nous plaçons ici dans le cadre de la paroi indéformable : sa dynamique peut être décrite par une simple variable de position et on écrira :

$$m/(2Is) \frac{d^2x}{dt^2} + \tau \frac{dx}{dt} = H_m(x,t) \quad (1)$$

* $H_m(x,t)$ désigne le champ moteur, c'est-à-dire le champ appliqué diminué des champs antagonistes :

- démagnétisants créés au niveau de la paroi par son propre mouvement ;
- champ de dureté expérimenté lors du déplacement.

Notons que le champ appliqué est essentiellement fonction du temps, car imposé par l'opérateur indépendamment de la position de la paroi. Le champ de dureté est lui entièrement déterminé par le terrain de sorte que sa valeur est uniquement fonction de la position de la paroi. Les démagnétisants sont, pour la paroi unique, fonction de la position de la paroi.

Nous écrirons finalement :

$$H_m(x,t) = H_a(t) - H_d(x) - H_c(x) \quad (2)$$

] champ moteur]
] champ appliqué]

] champ de dureté]
] champ démagnétisant]

x désigne la position de la paroi à la date t

* $\tau \, dx/dt$ représente le champ moyen créé par les courants induits à l'endroit de la paroi.

* $\frac{m}{2I_s} \frac{d^2x}{dt^2}$ représente le champ généré par le réarrangement des spins de la paroi au cours de son déplacement [CHIKAZUMI, p. 349]. Ce terme d'inertie est généralement négligeable car les irréversibles se déroulent sur des durées très supérieures à la phase transitoire imposée par ce terme. En effet, si $H_m(t)$ est une fonction créneau d'amplitude H_m , on aura :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{H_m}{\tau} (1 - e^{-2I_s t / m})$$

La vitesse de régime permanent sera atteinte pour $t = \frac{3m}{2I_s \tau}$ qu'il nous faut évaluer :

Chikazumi propose pour le fer : $m = 1.38 \cdot 10^{-9} \text{ kg/m}^2$

Williams, Shockley et Kittel [16] ont établi pour le déplacement d'une paroi à 180° dans un échantillon de forme bande:

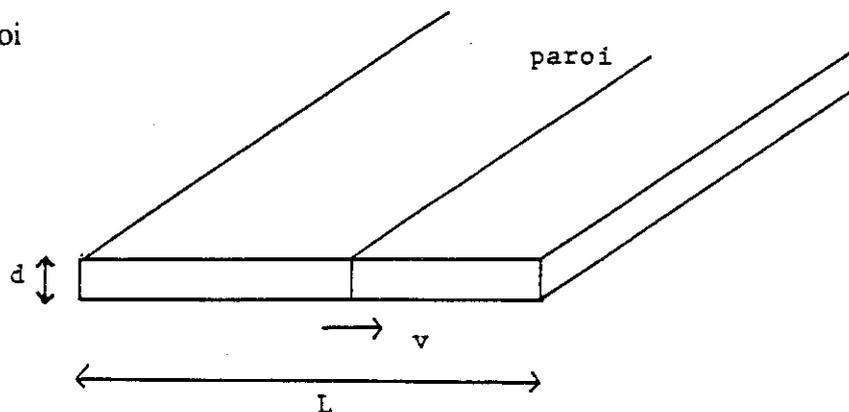
$$\tau = 2 I_s \sigma G d$$

σ : conductivité

G : coeff. numérique: $G = \frac{4}{\pi^3} \sum_{\text{impair}} 1/m^3 \approx 0.136$

I_s : aimantation à saturation

d : hauteur de la paroi



On peut pour fixer les idées considérer un échantillon de FeSi haut de 0.5 mm.

On a : $1/\sigma = 48 \cdot 10^{-8} \Omega m$ $I_s = 2.1 T$

On obtient $\tau = 593 \text{ Asm}^{-2}$ $m/(2I_s \tau) = 5.8 \cdot 10^{-13} \text{ s}$, très inférieur à la durée d'un irréversible.

On pourra donc considérer que le terme d'inertie lié au réarrangement des spins au sein de la paroi est négligeable. On écrira :

$$H_m = \tau v \quad \tau = 0.2714 d \sigma I_s \quad (3)$$

Reste à préciser l'expression du champ moteur. Les deux variables x et t ne sont pas indépendantes. Nous allons dans la suite privilégier la variable x par rapport à t .

Nous supposons pour commencer que la paroi évolue par sauts discontinus.

Si on prend comme lieu origine un endroit où la paroi est bloquée, le champ moteur vu par la paroi au cours de son déplacement vérifiera avec (2) :

$$H_m(x) = H_c(0) + \int_0^x \left(\frac{dH_a}{du} - \frac{dH_d}{du} \right) du - H_c(x) \quad (4)$$

$H_c(0)$ = champ de déblocage de la paroi.

L'expression (4), très générale, se simplifie dans le cas de notre échantillon : comme indiqué dans l'introduction, les démagnétisants sont négligeables et ne seront donc pas pris en compte dans l'étude. Reste à préciser l'expression du champ de dureté :

2 2 REPRESENTATION DU CHAMP DE DURETE

Un premier point consiste à choisir une représentation réaliste du champ de blocage expérimenté par la paroi. Nous nous appuyerons pour cela sur les travaux de Cotillard, Porteseil et Vergne concernant l'interaction d'une paroi unique avec le milieu environnant [25], d'où il ressort que le champ de blocage $H_c(x)$ peut être défini comme la réalisation particulière d'un processus de Wiener-Levy, agrémenté d'une certaine longueur de corrélation que nous noterons δx_1 .

Rappelons en quelques mots la définition d'un processus de Wiener-Levy : il s'agit en fait de la limite d'un processus discret de "marche aléatoire", ou plus prosaïquement "marche de l'ivrogne". Ce processus peut être décrit de la manière suivante : imaginons un joueur occupé à effectuer des tirages successifs de pile ou face. Chaque tirage face augmente ses gains G d'une quantité s , chaque tirage pile diminue ses gains de la même quantité s . Le tracé de $G(n)$ constitue une réalisation d'un processus de marche aléatoire. L'espérance mathématique de G^2 vérifie [28,p.213] :

$$E\{G^2(t)\} = n s^2 = \frac{t s^2}{T} \quad T = \text{intervalle entre deux tirages}$$

Si l'on considère une suite de processus aléatoires caractérisés par un rapport s^2/T constant égal à α , la limite de cette suite quand T tend vers 0 constitue un processus de Wiener-Levy que l'on peut noter $W(t)$. W vérifiera donc :

$$E\{W^2(t)\} = \alpha t$$

Cette propriété mérite quelques commentaires. Comme on le voit, le processus de Wiener-Levy n'est pas stationnaire et l'étude statistique de ses propriétés est très fortement dépendante de la longueur de l'intervalle d'étude. Le tracé d'une réalisation d'un processus de W.L. constitue en fait une courbe fractale : la hauteur des fluctuations observées macroscopiquement ainsi que la longueur d'onde typique sont fonction de l'échelle à laquelle on observe le phénomène. Ainsi, à partir d'un relevé donné, la dilatation par un facteur k de l'échelle des t accompagné de la dilatation par $k^{1/2}$ de l'échelle des $W(t)$ redonne un relevé statistiquement semblable au précédent. Nous serons amenés à prendre en compte cette particularité.

Ce rappel effectué, on peut revenir à notre représentation de $H_c(x)$. Une première approximation consistera à écrire que la longueur de corrélation δx_1 qui gouverne l'évolution spatiale de H_c est suffisamment petite devant l'excursion des sauts pour que l'on puisse en tenir compte de façon un peu primaire : nous représenterons $H_c(x)$ constant sur des intervalles de longueur δx_1 .

Nous obtenons alors une représentation discrète de $H_c(x)$, les hauteurs de marche étant variables. On va de nouveau approximer en choisissant des échelons de hauteur unique δy_1 , l'hypothèse finale étant que la représentation obtenue peut être assimilée à une réalisation particulière d'un processus de marche aléatoire W .

Nous écrivons donc :

$$H_c(X) = W(X)$$

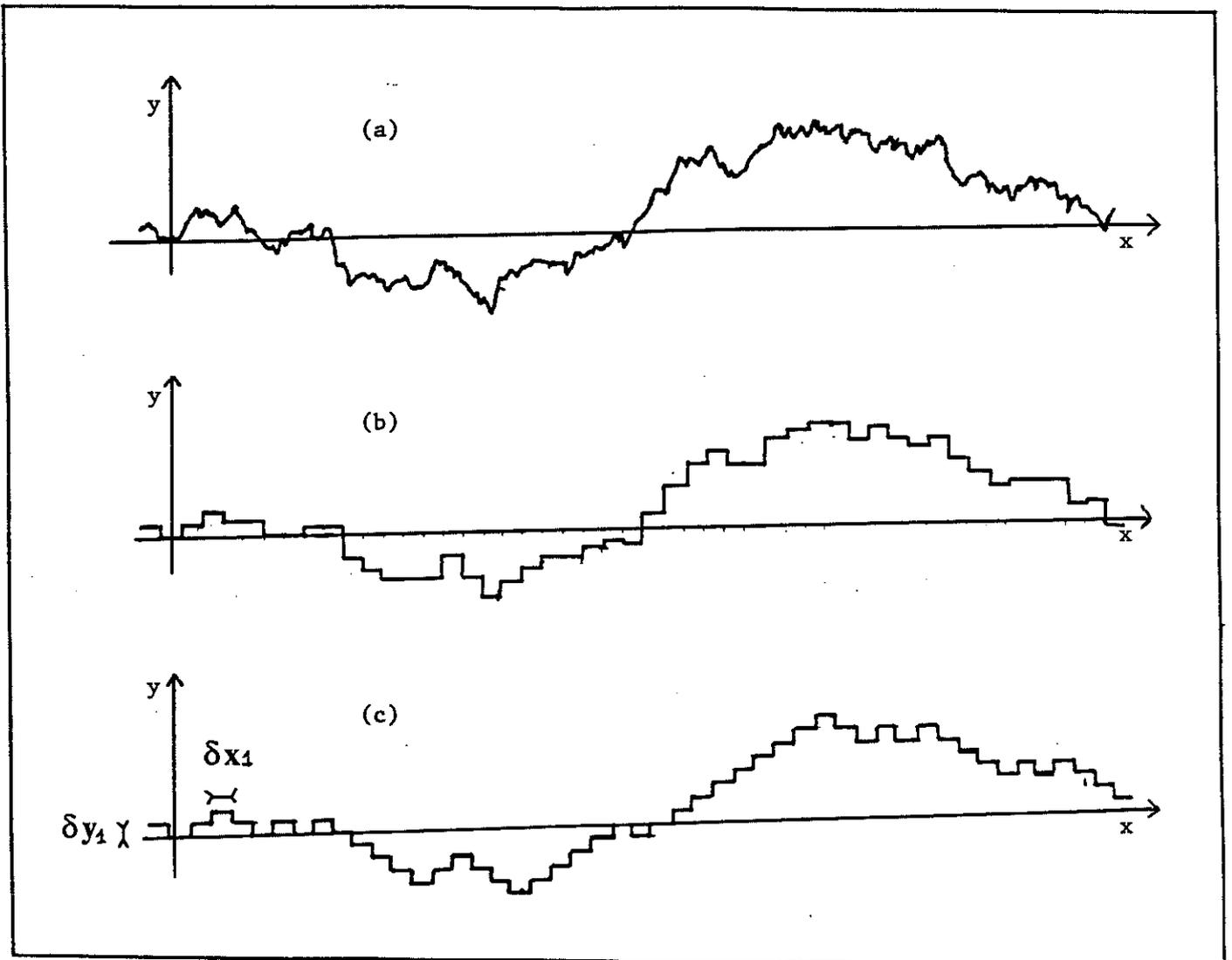


Fig. 3.2 : Modélisation du champ de dureté par un processus de marche aléatoire
 Les jauges δx_1 et δy_1 sont des propriétés intrinsèques du processus.

- (a) : réalisation d'un processus de Wiener-Levy
- (b) : discrétisation de la réalisation : δx_1 = longueur de corrélation caractéristique du processus.
- (c) : discrétisation de la réalisation suivant y .

Cette fois, l'abscisse X est définie par rapport à l'échantillon et non pas par rapport à l'endroit de déblocage du saut étudié de sorte que (4) devient :

$$H_m(x) = H_c(0) + \int_0^x \frac{dH_a}{du} du - W(X) \quad (4')$$

W étant un processus non stationnaire, d'un point à un autre ses propriétés "moyennes" sont différentes, de sorte que même d'un point de vue statistique, il n'est pas possible de décrire le champ de dureté indépendamment de la variable X. La prise en compte de cette non stationnarité pose problème car dans la mesure où l'on renonce à décrire individuellement chaque irréversible, on est bien obligé de définir "l'irréversible moyen" qui caractérise un cycle donné.

En fait, nous allons considérer que la paroi lors d'un demi-cycle parcourt un terrain de pente moyenne I_m/H_{a_m} , I_m et H_{a_m} désignant les excursions d'aimantation et de champ appliqué. Nous écrirons que cette pente "macroscopique" se résoud en une successions de fronts dont les pentes se déduisent de la pente "macroscopique" par les lois d'échelles évoquées plus haut. A chaque niveau de résolution est associé un irréversible moyen. Il est clair -cf figure 4.2- que les pertes sont très essentiellement déterminées par les irréversibles les plus grands de sorte que n'intervient dans le calcul des pertes que l'échelle la plus grande. Nous considérerons donc dans la suite qu'un demi-cycle effectué en quasistatique est constitué d'un nombre n_{qs} invariant de sauts, les caractéristiques moyennes Δx et ΔH d'un saut étant fonction de l'excursion totale $2 x_m$ de la paroi :

Si Δx_1 et ΔH_1 constituent les caractéristiques moyennes des sauts obtenues avec les jauges élémentaires δx_1 et δy_1 , nous aurons :

$$\Delta x = k \Delta x_1 \quad \Delta y = \sqrt{k} \Delta y_1 \quad k = \frac{2 x_m}{n_{qs} \Delta x}$$

Les propriétés moyennes des sauts seront exprimées en fonction de jauges δx et δy utilisées pour décrire le processus. Ces jauges seront exprimées en fonction des jauges intrinsèques δx_1 et δy_1 par les mêmes lois que ci-dessus.

Ainsi on pourra représenter le terrain balayé par la paroi d'un saut à l'autre comme une nouvelle réalisation du processus et nous autoriserons à écrire avec pour origine des abscisses le lieu du blocage considéré :

$$H_c(x) = H_c(0) + W_{x_m}(x)$$

Pour des raisons de simplicité d'écriture, nous abandonnerons l'indice x_m dans la suite.

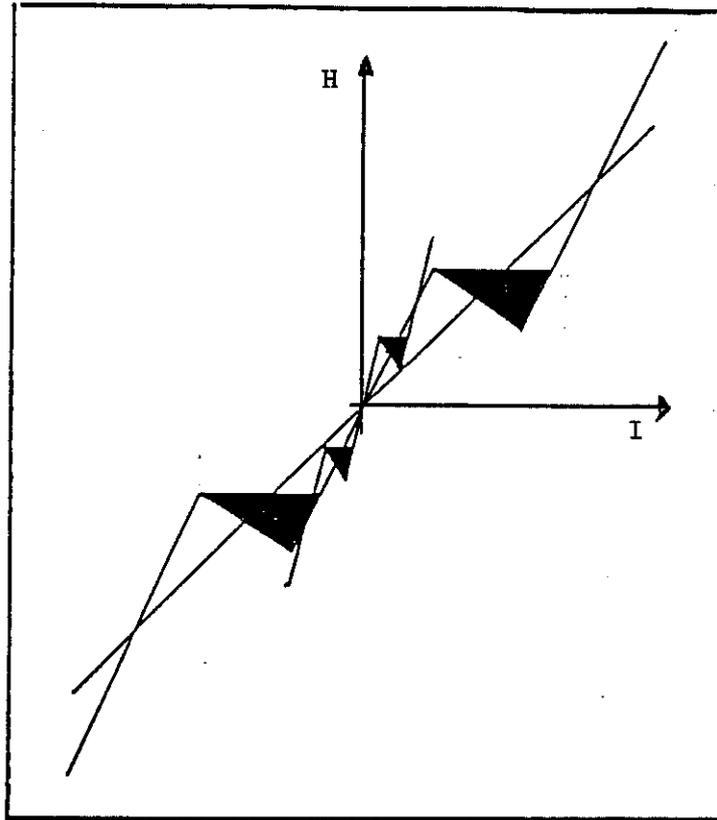


Fig. 4.2 : Représentation d'un demi-cycle montant

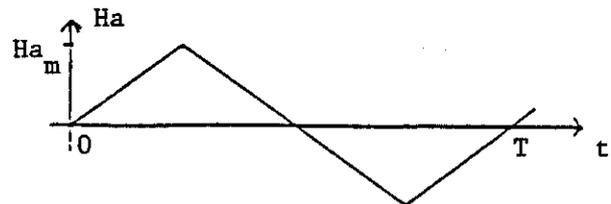
Seuls sont comptabilisés les irréversibles de grande amplitude.

3 CALCUL THEORIQUE

Nous retiendrons la stratégie de commande la plus naturelle et nous appliquerons des champs d'excitation triangle.

Nous aurons le long d'un demi-cycle :

$$\left| \frac{dHa}{dt} \right| = 4 f Ha_m \quad f = \text{fréquence}$$



(4) se formule finalement :

$$Hm(x) = \int_0^x \frac{1}{\alpha(u)} \frac{dHa}{dt} du - W(x) \quad (5)$$

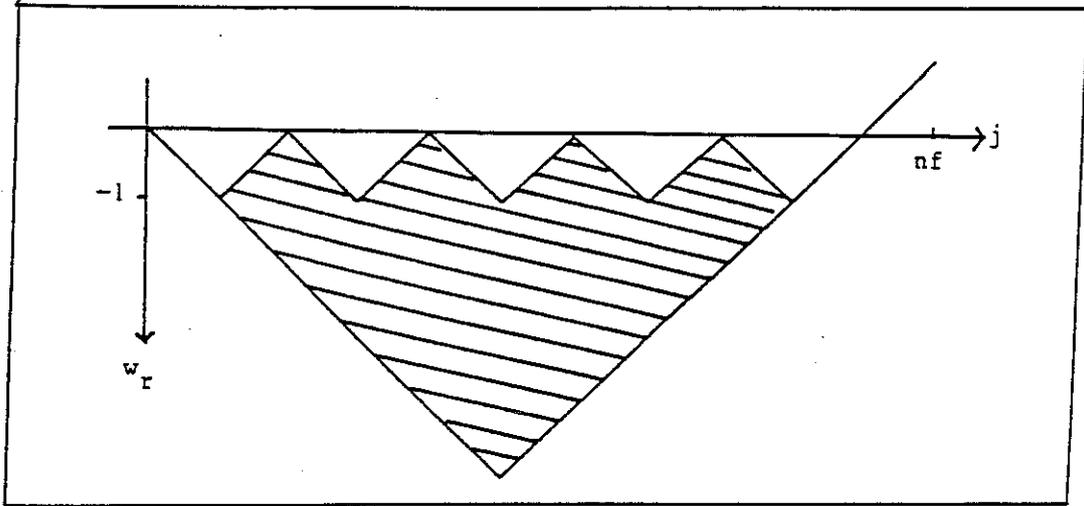


Fig. 5.2 : Représentation de l'aire autorisée pour le déroulement du processus de marche aléatoire représentatif de $H_c(x)$.

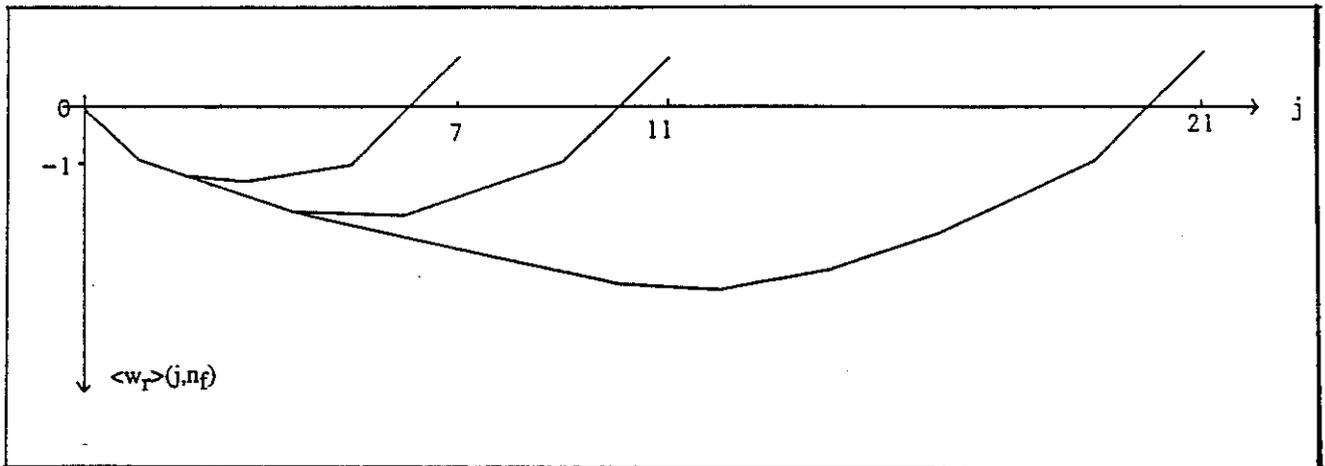


Fig. 6.2 : Représentation de $\langle w_r \rangle(j, n_f)$ pour $n_f = 7 ; 11 ; 21$

De la même façon, on a accès à toutes les grandeurs statistiques caractéristiques du point de fonctionnement étudié. L'amplitude moyenne d'un irréversible vérifie ainsi en l'absence de démagnétisants :

$$\langle \Delta x \rangle = 8.55 \delta x \quad (10)$$

Avec (9), on obtient :

$$\langle \Delta H \rangle = 1.8 \delta y \quad (11)$$

On peut maintenant procéder au calcul des grandeurs macroscopiques :

* Calcul des pertes

Il nous faut en premier lieu faire la part des choses entre l'aimantation réversible et l'aimantation irréversible, et préciser ce que l'on entend par aimantation réversible. Dans notre étude, nous définissons la contribution réversible comme l'augmentation d'aimantation séparant deux irréversibles macroscopiques. Notre aimantation réversible englobe donc toutes les contributions dont le coût énergétique est négligé.

On peut pour commencer estimer à $\delta y/2$ le blocage moyen expérimenté par la paroi à la fin d'un saut. Le champ appliqué augmente alors jusqu'à contrebalancer ce blocage. Avec notre représentation, la paroi va alors évoluer de manière quasistatique d'une quantité δx .

Il n'y aura décollage effectif que si la nouvelle valeur de H_c est décrétementée de la quantité δy , événement de probabilité $1/2$. Dans le cas contraire, il faudra attendre que le champ appliqué augmente d'une quantité δy pour que la paroi progresse, toujours de manière quasistatique, d'une nouvelle distance δx . Le raisonnement se reproduit.

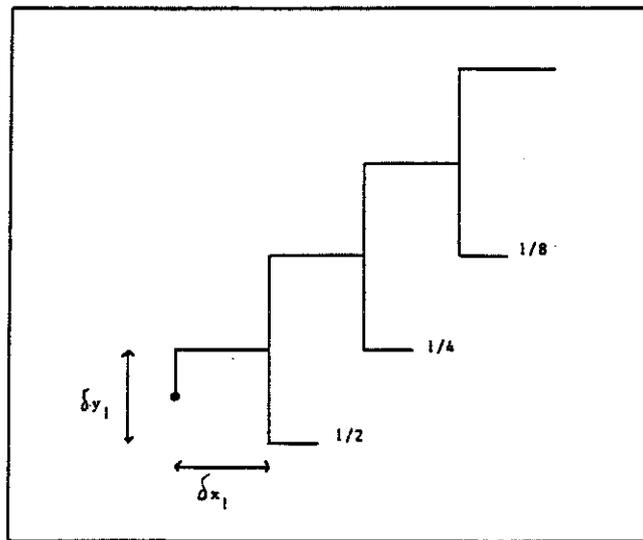


Fig. 7.2 : Représentation de la fraction réversible de l'aimantation.

Les valeurs numériques indiquent la probabilité de déclenchement du saut

L'excursion moyenne de champ appliqué nécessaire pour déclencher un saut s'écrira donc :

$$h_{\text{moyen}} = \delta y (1/2 \cdot 1/2 + 3/2 \cdot 1/4 + 5/2 \cdot 1/8 + 7/2 \cdot 1/16 + \dots) = 3/2 \delta y \quad (12)$$

$$\text{On en déduit l'excursion de champ appliqué : } \mathbf{H a_m} = 3/4 n_{qS} \delta y \quad (13)$$

L'excursion moyenne d'aimantation associée à un irréversible se calcule de la même manière. On obtient $x_{\text{moyen}} = \delta x$ que l'on peut comparer à la contribution irréversible moyenne donnée par (10). On constate que la part réversible de l'aimantation vaut environ 10 % du total. On négligera cette contribution dans la suite.

Reste à quantifier le coût de l'aimantation irréversible :

L'énergie volumique dissipée lors d'un saut type correspond à l'énergie produite par le champ du aux courants induits. Dans l'hypothèse de la paroi plane le champ dû aux courants induits est égal et opposé au champ moteur. On écrira :

$$P_{qs}(x, x_f) = 2 I_s/L H_m(x, x_f) v(x, x_f) = \text{puissance dissipée au cours d'un saut d'amplitude } x_f$$

$$E_{qs}(x_f) = 2 I_s/L \int_0^{x_f} H_{mq_s}(x, x_f) dx = \text{énergie dissipée par le saut.}$$

L'énergie dissipée sur un demi-cycle s'exprime en sommant l'énergie dissipée par chaque irréversible. On est donc amené à calculer l'énergie moyenne dissipée par un irréversible. Un premier point consiste à déterminer l'énergie moyenne dissipée par un saut d'amplitude x_f donnée, le deuxième point consistant à moyenniser suivant x_f . Nous adopterons ici l'approximation suivante :

$$\langle E_{qs} \rangle(x_f) = 2 I_s/L \left\langle \int_0^{x_f} H_{mq_s}(x, x_f) dx \right\rangle \approx 2 I_s/L \int_0^{x_f} \langle H_m \rangle_{qs}(x, x_f) dx$$

$$\text{Avec (9) on obtient :} \quad \langle E_{qs} \rangle(x_f) = 0.48 \frac{I_s}{L} \frac{\delta y}{\delta x^{0.75}} x_f^{1.75} \quad (14)$$

On obtient l'énergie moyenne dissipée par un saut :

$$\langle \langle E_{qs} \rangle(x_f) \rangle = 0.48 \frac{I_s}{L} \langle n_f^{1.75} \rangle \delta y \delta x \quad n_f = x_f/\delta x$$

Soit x_m l'excursion totale de la paroi. Sont associées à cette excursions les jauges δx et δy . Rappelons la teneur des lois d'échelle déjà évoquées :

$$\delta y = \sqrt{k} \delta y_1 \quad \delta x = k \delta x_1 \quad k = \frac{2 x_m}{n_{qs} \langle n_f \rangle \delta x_1} = \frac{L}{n_{qs} \langle n_f \rangle \delta x_1} \frac{I_m}{I_s}$$

On peut introduire la quantité invariante $A = \delta y \sqrt{\frac{L}{\langle n_f \rangle \delta x n_{qs}}}$

$$\text{On obtient alors : } \delta y = A \sqrt{I_m / I_s} \quad \delta x = \frac{L I_m / I_s}{n_{qs} \langle n_f \rangle} \quad (15)$$

L'énergie totale dissipée sur un demi-cycle s'écrira $E_{qstot} = n_{qs} \langle E_{qs} \rangle (x_f) \rangle$

Si P_{qs} désigne la puissance moyenne dissipée sur un cycle, on obtient en exprimant que $\frac{P_{qs}}{f} = 2 E_{qstot}$:

$$\frac{P_{qs}}{f} = A \frac{\langle n_f^{1.75} \rangle}{\langle n_f \rangle} \frac{I_m^{3/2}}{\sqrt{I_s}} \quad (16)$$

Notons que dans le cas où la perméabilité réversible est négligeable, on obtient avec les lois de Rayleigh :

$$\frac{P_{qs}}{f} = \frac{4}{3} \frac{I_m^{3/2}}{\sqrt{b}}$$

Ce constat suggère l'identification : $b = \frac{16}{9} \frac{\langle n_f \rangle^3}{\langle n_f^{1.75} \rangle^2} \frac{n_{qs} I_s}{L} \frac{\delta x}{\delta y^2}$

* Calcul de la perméabilité

On considère ici la perméabilité $\mu = \frac{I_m}{H_{am}}$. A l'aide de (13) et (15), on obtient :

$$\mu_{qs} = \frac{4/3}{A n_{qs}} \sqrt{I_s} \sqrt{I_m} \quad (17)$$

Intéressons-nous maintenant au cas d'une fréquence non nulle.

Nous écrirons sans plus de façon, pour $x < x_f$:
$$h(x) = \int_0^x \alpha(u) du \approx 0$$

Nous considérerons donc que le profil $h(x)$ restant semblable au profil quasistatique, le profil moyen $\langle W \rangle(x)$ restera semblable à $\langle W \rangle_{qs}(x)$.

Nous postulerons donc :
$$\langle W \rangle(x) = \langle W \rangle_{qs}(x) + f(x)$$

f est une fonction correctrice intervenant au voisinage de x_f qui sera choisie de telle sorte que l'on ait $d\langle W(x) \rangle / dx$ infini en x_f .

On prendra f de la forme :
$$f(x) = r \left[1 - \sqrt{1 - (x/x_f)^2} \right]$$

r représente un paramètre à déterminer.

(5a) donne alors pour le trajet type autour de $x = x_f$:

$$\left[\tau \frac{d\langle v \rangle}{dx} + \frac{r}{x_f \sqrt{1 - (x/x_f)^2}} \right] \langle v \rangle(x) = dHa/dt \quad (5c)$$

On est conduit à postuler :
$$\langle v \rangle(x) = s \sqrt{1 - (x/x_f)^2} + \langle v \rangle_{qs}(x)$$

où s représente un autre paramètre à déterminer.

La formulation que l'on vient de proposer pour $\langle v \rangle(x)$ permet sans problème de déterminer $\langle \alpha \rangle(x)$ au voisinage de x_f .

Enfin, nous allons considérer que les formulations établies aux voisinages de 0 et de x_f sont valides sur des régions suffisamment grandes pour couvrir l'intervalle (0, x_f). Nous sommes donc amenés à introduire le paramètre x_t qui délimite les deux régions et nous écrirons :

$$\langle v \rangle(x) \approx \sqrt{2/\tau \, dHa/dt} \sqrt{x} + \langle v \rangle_{qs}(x)$$

$$x < x_t : \quad \langle \alpha \rangle(x) \approx \sqrt{\tau/2 \, dHa/dt} \, 1/\sqrt{x}$$

$$h(x) \approx \int_0^x \langle \alpha \rangle(u) du \approx \sqrt{2 \tau \, dHa/dt} \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} \langle v \rangle(x) &\approx s \sqrt{1 - (x/x_f)^2} + \langle v \rangle_{qs}(x) \\ x > x_t : \quad \langle \alpha \rangle(x) &\approx \frac{dHa/dt}{s} \frac{1}{\sqrt{1 - (x/x_f)^2}} \\ h(x) &\approx \sqrt{2 \tau dHa/dt} \sqrt{x_t} \\ &+ 1/s dHa/dt x_f (\arcsin(x/x_f) - \arcsin(x_t/x_f)) \end{aligned}$$

Restent à déterminer les paramètres r, s, x_t :

$$(4b) \text{ nous donnera : } \quad (-s \tau + r) s = dHa/dt x_f \quad (\alpha)$$

$$\text{La condition de blocage s'écrira : } \quad \langle W \rangle(x_f) = \int_0^{x_f} \langle \alpha \rangle(x) dx \quad (\beta)$$

$$\text{Enfin, nous imposerons à } \langle \alpha \rangle(x) \text{ d'être continue en } x_t. \quad (\gamma)$$

Signalons que la fonction $\langle v \rangle(x)$ obtenue n'est alors pas continue.

On construira donc alors à l'aide des paramètres déterminés une fonction $\langle v' \rangle(x)$ définie par :

$$\langle v' \rangle(x) = 1/\tau (h(x) - \langle w \rangle(x))$$

La démarche sera jugée satisfaisante si $\langle v' \rangle(x)$ et $\langle v \rangle(x)$ sont voisines.

On peut introduire la quantité $\alpha_2 = \frac{\sqrt{dHa/dt \tau x_f}}{\delta y}$. On obtient finalement :

$$\langle W \rangle(x, x_f) = \delta y \left(\left(\frac{x_f}{\delta x} \right)^{0.75} (-x/x_f + (x/x_f)^2) + 2 \alpha_2 \left(1 - \sqrt{1 - (x/x_f)^2} \right) \right)$$

(17)

$$h(x) = \delta y \alpha_2 \sqrt{2} \sqrt{x/x_f} \quad x < 0.54 x_f \quad (18)$$

$$h(x) = \delta y \alpha_2 (0.47 + \arcsin(x/x_f)) \quad x > 0.54 x_f \quad (19)$$

$$H_{am} = n \left(\frac{3}{4} \delta y + 2 \tau L_{Im}/I_s f + \sqrt{3 \delta y \tau L_{Im}/I_s f + 4 (\tau L_{Im}/I_s)^2 f^2} \right) \quad (21)$$

Le calcul de l'énergie développée au cours d'un saut moyen ne pose aucun problème.

On obtient à l'aide de (17), (18), (19) pour un saut moyen :

$$\langle E \rangle = \frac{I_s}{L} \left(0.48 \frac{\delta y}{\delta x^{0.75}} \langle x_f^{1.75} \rangle + 2.26 \sqrt{\tau H_{am}} \langle x_f^{3/2} \rangle \sqrt{f} \right)$$

Les pertes totales s'écriront :

$$\frac{P}{f} = \text{Im} \left(\frac{\delta y}{\delta x^{0.75}} \frac{\langle x_f^{1.75} \rangle}{\langle x_f \rangle} + 4.5 \sqrt{\tau H_{am}} \frac{\langle x_f^{3/2} \rangle}{\langle x_f \rangle} \sqrt{f} \right) \quad (22)$$

Nous sommes amenés à considérer deux cas

de figure déterminés par la condition : $f \tau L_{Im}/I_s \ll 3/8 \delta y$ (23)

3 2 1 Aimantation pour $f \tau L_{Im}/I_s \ll 3/8 \delta y$

On peut considérer avec (26) que le nombre de sauts au cours d'un demi-cycle est peu différent de sa valeur quasistatique n_{qs} . Les sauts ont la même amplitude et la même dispersion qu'en quasistatique. Les quantités entre crochets peuvent donc être reprises de l'étude quasistatique.

Si on effectue un développement limité de (21), on obtient :

$$H_{am} = \frac{3}{4} n_{qs} \delta y \left(1 + 4 \sqrt{\frac{\tau L_{Im}/I_s f}{3 \delta y}} \right)$$

$$\frac{P - P_{qs}}{f} = 4.5 \frac{\langle n_f^{3/2} \rangle}{\langle n_f \rangle} \sqrt{\delta x} \text{Im} \left(\sqrt{0.75 n_{qs} \tau \delta y} \sqrt{f} + \tau \sqrt{n_{qs} L_{Im}/I_s f} \right)$$

On peut pour finir exprimer les jauges en fonction des grandeurs intrinsèques. On peut introduire la quantité $B = \tau L \sqrt{I_m/I_s}$. Avec (15), on aura :

$$\mu = \frac{\sqrt{I_s} \sqrt{I_m}}{0.75 A n_{qs} (1 + 2.31 \sqrt{B/A} \sqrt{f})} \quad (24)$$

$$\frac{P-P_{qs}}{f} = 4.5 \frac{\langle n_f^{3/2} \rangle}{\langle n_f \rangle^{3/2}} \frac{I_m^{3/2}}{\sqrt{I_s}} (0.866 \sqrt{A B} \sqrt{f} + B f) \quad (25)$$

Les expressions auxquelles nous sommes arrivés méritent ici quelques commentaires.

(16) exprime la valeur des pertes en quasistatique :

celles-ci sont entièrement déterminées par A qui caractérise le terrain. Cela est tout simplement lié au fait que le champ du aux courants induits est égal au champ moteur, qui est lui-même entièrement déterminé par le terrain : les pertes quasistatiques sont l'image directe du terrain.

(25) exprime les pertes au voisinage de $f = 0$.

la conductivité apparait par l'entremise de B donc de τ , lui-même responsable du terme de pseudo-inertie apparent dans (5a). A très faible fréquence d'aimantation, le terrain est encore influent. Le terme en \sqrt{AB} trahit cette double influence. Le terme en f prend ensuite l'ascendant : à fréquence élevée, le retard devient considérable, le champ moteur aussi. Les fluctuations de dureté du terrain sont comparativement négligeables : le surcote est alors essentiellement déterminé par la conductivité, d'où le coefficient B.

Reste à évoquer le deuxième cas de figure :

3 2 2 Aimantation pour $f \gg \frac{3 A}{8 B}$

Comme déjà explicité, le nombre de sauts diminue. Nous aurons :

$$L I_m/I_s = n \langle x_f \rangle \quad n < n_{qs} \quad (26)$$

On obtient à partir de (21) (22), (26) :

$$Ha_m = 4 \frac{\tau}{\langle x_f \rangle} (L \text{Im}/I_s)^2 f$$

$$\frac{P}{f} = \text{Im} \left(\frac{\delta y}{\delta x^{0.75}} \frac{\langle x_f^{1.75} \rangle}{\langle x_f \rangle} + 9 \tau L \text{Im}/I_s \frac{\langle x_f^{3/2} \rangle}{\langle x_f \rangle^{3/2}} f \right)$$

On est ici confronté au problème suivant : les sauts évoluent dans leurs tailles et leurs dispersions de sorte que les quantités entre crochets ne sont plus appréhendables. Risquons quelques hypothèses : il est clair pour commencer que la dispersion des tailles de sauts est déterminée par les fluctuations du champ de dureté. A mesure que la fréquence croît, le champ de dureté est de moins en moins influent et nous ferons l'hypothèse d'une dispersion nulle. Nous obtenons ainsi :

$$Ha_m = 4 \frac{\tau}{x_f} (L \text{Im}/I_s)^2 f$$

$$\frac{P}{f} = \text{Im} \left(2.83 \frac{\delta y}{\delta x^{0.75}} \tau^{0.75} (L \text{Im}/I_s)^{1.5} \left(\frac{f}{Ha_m} \right)^{0.75} + 9 \tau L \text{Im}/I_s f \right)$$

En exprimant les jauges en fonction des paramètres intrinsèques :

$$\frac{P}{f} = \text{Im} \left(2.83 A \sqrt{\text{Im}/I_s} n_{qs}^{0.75} \langle n_f \rangle^{0.75} \left(\frac{\tau L \text{Im}/I_s f}{Ha_m} \right)^{0.75} + 9 \tau L \text{Im}/I_s f \right)$$

(27)

On peut évoquer le cas limite du mouvement continu. Avec $n = 1$, on obtient finalement :

$$\mu_{\text{lim}} = \frac{I_s}{4 \tau L} \frac{1}{f} \quad (28)$$

$$\frac{P}{f} \text{lim} = A n_{qs}^{0.75} \langle n_f \rangle^{0.75} \frac{\text{Im}^{3/2}}{\sqrt{I_s}} + 9 \frac{\tau L}{I_s} \text{Im}^2 f \quad (29)$$

Enfin, il nous faut maintenant évoquer un nouveau point : comme nous l'avons vu, la paroi prend du retard sur le champ appliqué. Ce phénomène nous conduit au saut unique. A l'inversion du champ, la paroi va continuer sur son erre, il va y avoir déphasage entre aimantation et champ appliqué. On ne peut alors plus considérer que la quantité dH_a/dt est invariante au cours d'un saut et les formulations (28) et (29) apparaissent ainsi erronées. Octroyons-leurs cependant un sursis et investiguons maintenant ce nouveau cas : l'aimantation avec prise en compte de l'inversion du champ.

3 4 AIMANTATION AVEC TRAINAGE

Il s'agit ici d'évaluer l'incidence du renversement du champ appliqué sur la dynamique de l'aimantation, constituée d'un seul saut sur un demi-cycle. Nous allons ici négliger l'incidence du terrain dont on a déjà décrit l'influence. La simplification apportée nous autorise à prendre en compte le coefficient démagnétisant qu'on a précédemment négligé. Nous adopterons ici l'approximation $\frac{dH_d}{dx} = \text{constante} = c$. On obtient alors :

$$H_m(x) = \int_0^x \left(\frac{dH_a}{du} - c \right) du - W(x) \quad (5')$$

Après dérivation par rapport à x , on obtient : $dv/dt + c/\tau v = 1/\tau dH_a/dt$

$$\begin{aligned} \text{Finalement : } v(t) &= A e^{-c/\tau t} + 1/c dH_a/dt \\ x(t) &= -\tau/c A e^{-c/\tau t} + 1/c dH_a/dt t + B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{avec comme conditions aux limites : } v(0) &= -v(T/2) \\ x(0) &= -x(T/2) \end{aligned}$$

On obtient :

$$x(t) = \frac{1}{c} \frac{dH_a}{dt} \left(\frac{2 \tau/c}{1 + e^{-c/\tau T/2}} e^{-c/\tau t} + t - \frac{T}{4} - \frac{\tau}{c} \right) \quad (30)$$

$$v(t) = \frac{1}{c} \frac{dH_a}{dt} \left(\frac{-2}{1 + e^{-c/\tau T/2}} e^{-c/\tau t} + 1 \right) \quad (31)$$

Reste à exprimer dHa/dt en fonction de l'excursion d'aimantation :

Si on note x_m l'excursion de la paroi, on aura : $2 x_m/L = I_m/Is$

D'autre part : $x_m = -x(v=0)$

$$\text{Finalement : } \frac{1}{c} \frac{dHa}{dt} = \frac{L I_m/Is}{T/2 + 2 \tau/c \text{ Log} \left(\frac{1 + e^{-c/\tau T/2}}{2} \right)} \quad (32)$$

* Calcul des pertes

L'énergie dissipée sur un demi-cycle s'écrira : $E = \frac{2 \tau Is}{L} \int_0^{T/2} v^2(t) dt$

On obtient finalement :

$$\frac{P}{f} = \frac{4Is}{L} \left(\frac{1dHa}{c dt} \right)^2 \tau \left(T/2 - 2 \frac{\tau}{c} \text{th} \left(\frac{c}{\tau} T/2 \right) \right)$$

Avec (31) :

$$\frac{P}{f} = 4 \tau L I_m^2 / Is \frac{T/2 - 2 \frac{\tau}{c} \text{th} \left(\frac{c}{\tau} T/2 \right)}{\left(T/2 + 2 \tau/c \text{ Log} \left(\frac{1 + e^{-c/\tau T/2}}{2} \right) \right)^2} \quad (33)$$

En développant au troisième ordre de la quantité $e^{-c/\tau T/2}$, on obtient :

$$\mu = \frac{Is}{4 \tau L} \frac{1}{f} \quad (34)$$

$$\frac{P}{f} = 10.7 \tau L \frac{I_m^2}{Is} f \quad (35)$$

On peut remarquer les analogies entre (34) et (17c) et entre (35) et (29).

Le terme manquant au niveau des pertes est bien évidemment lié au fait qu'on n'a pas tenu compte des interactions avec le terrain.

Il est intéressant de noter que le terme démagnétisant n'intervient finalement pas dans l'expression des pertes. L'approximation de la première partie paraît d'autant plus légitime.

En fait, le point important est que les deux calculs diffèrent par les quantités $\frac{dH_c}{dx}$ et $\frac{dH_d}{dx}$ dont l'une est supposée constante. C'est précisément parcequ'il est fluctuant que le champ de dureté occasionne des pertes.

On peut s'étonner de constater que les pertes dissipées dans le cas de figure de la paroi avec trainage soient semblables aux pertes calculées sans tenir compte du trainage. Cela est simplement dû au fait que les pertes sont déterminées par le produit $H_m v$, quantités toujours de même signe. Dans un cas, l'extinction du champ moteur est réalisée par l'inversion du champ appliqué alors que dans l'autre cas la dureté croissante du terrain assure cette extinction. Cela ne donne finalement lieu qu'à des changements mineurs sur la vitesse de la paroi.

Venons-en maintenant à l'expérimentation.

4 ETUDE EXPERIMENTALE DU MONOCRISTAL DE FeSi

Décrivons succinctement l'appareillage expérimental :

Le but recherché était de disposer d'une installation permettant l'étude des cycles d'hystérésis sur une gamme de fréquences allant de 0.5 Hz à 100 Hz. Nous avons décidé de mémoriser les cycles au moyen d'une carte d'acquisition, choix qui offre la possibilité de multiples traitements numériques comme par exemple l'accumulation des relevés et par là-même l'élimination des bruits. Dans le même ordre d'idées, la détermination des pertes par calcul de la surface n'offre aucune difficulté. La carte d'acquisition utilisée acquiert sur 8 bits, réalisant une précision de 10 mV sur un niveau d'entrée de 2.56 V. Nous avons donc une précision de 0.5 pour cent pour un niveau d'entrée de 2 V.

Nous avons décidé de recouper les mesures ainsi effectuées par des mesures wattmétriques : Le choix du wattmètre a été guidé par sa bande passante, qui va du continu à cinq kilohertz et assure, dans le pire des cas (fréquence d'aimantation égale à 100 Hz) la prise en compte de cinquante harmoniques. La précision affichée dans les petits signaux (1 pour cent d'erreur pour 0.1 V sur le bobinage tension et 0.1 mA sur le bobinage courant) en font un instrument particulièrement bien adapté à nos mesures.

Les résultats se sont trouvés concordants à deux pour cent près, ce qui est en accord avec la précision des deux appareillages.

L'échantillon de FeSi est bobiné de 400 spires au secondaire et de 9 spires au primaire. Un générateur de signaux triangles alimente à travers un amplificateur le bobinage primaire, placé en série avec le bobinage courant du wattmètre.

On place également en série avec le primaire une résistance variable R_p , laquelle est essentiellement destinée à assurer une impédance globalement résistive, donc un courant et un champ d'excitation de forme triangle.

Le secondaire passe par un premier étage d'amplification, et l'information tension du wattmètre est prise à ce niveau. L'intégrateur est réalisé par des circuits RC dont la constante de temps est adaptée à la fréquence de description. Enfin, le signal est amplifié une nouvelle fois avant d'être envoyé sur la carte d'acquisition.

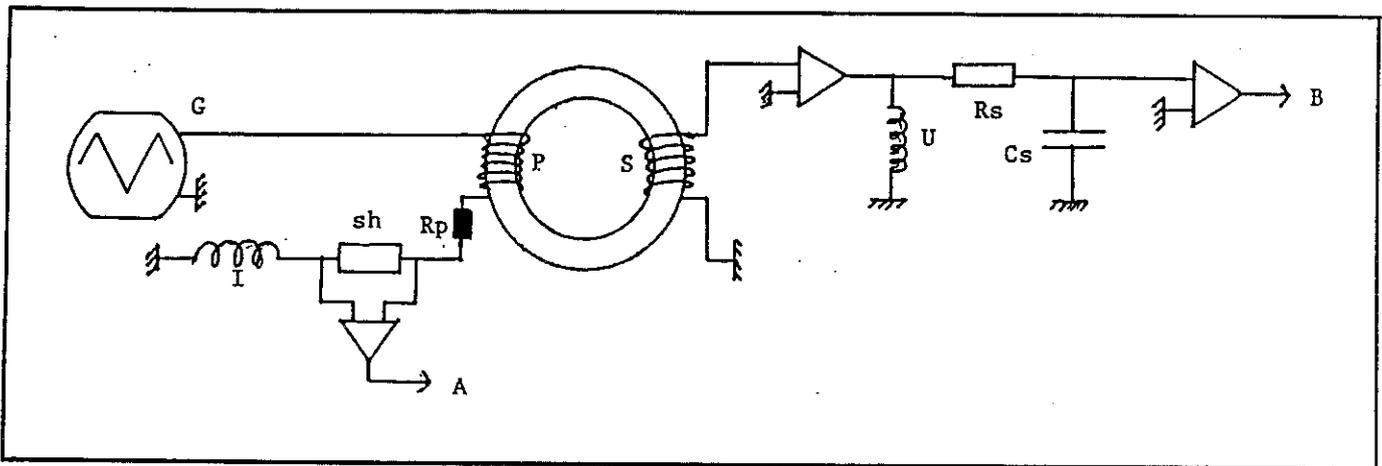


Fig. 10.2 : Schéma de l'appareillage de mesure des cycles.

- G : Générateur triangle
- U : bobinage tension du wattmètre.
- I : bobinage courant du wattmètre
- sh : résistance de mesure du courant d'aimantation
- A,B : voies d'acquisition de la carte d'acquisition
- R_s, C_s : étage d'intégration (R_s variable)

Les tracés de cycles réalisés à la fréquence de 0.5 Hz révèlent une évolution continue dans leur aspect (cycles (b), (c), (d)): les excursions les moins importantes en aimantation nécessitent une moindre excursion en champ appliqué, donc un taux de variation du champ appliqué plus faible. Les irréversibles sont donc mieux séparés les uns des autres pour les faibles excursions d'aimantation, d'où un aspect plus haché des cycles.

Précisons pour les lecteurs soupçonneux qu'il serait malséant de voir là l'effet de bruits parasites, l'aspect haché des cycles étant indépendant du nombre d'accumulations, révélant une stationarité que de petits décalages en fréquences d'aimantations n'ont pu mettre en défaut.

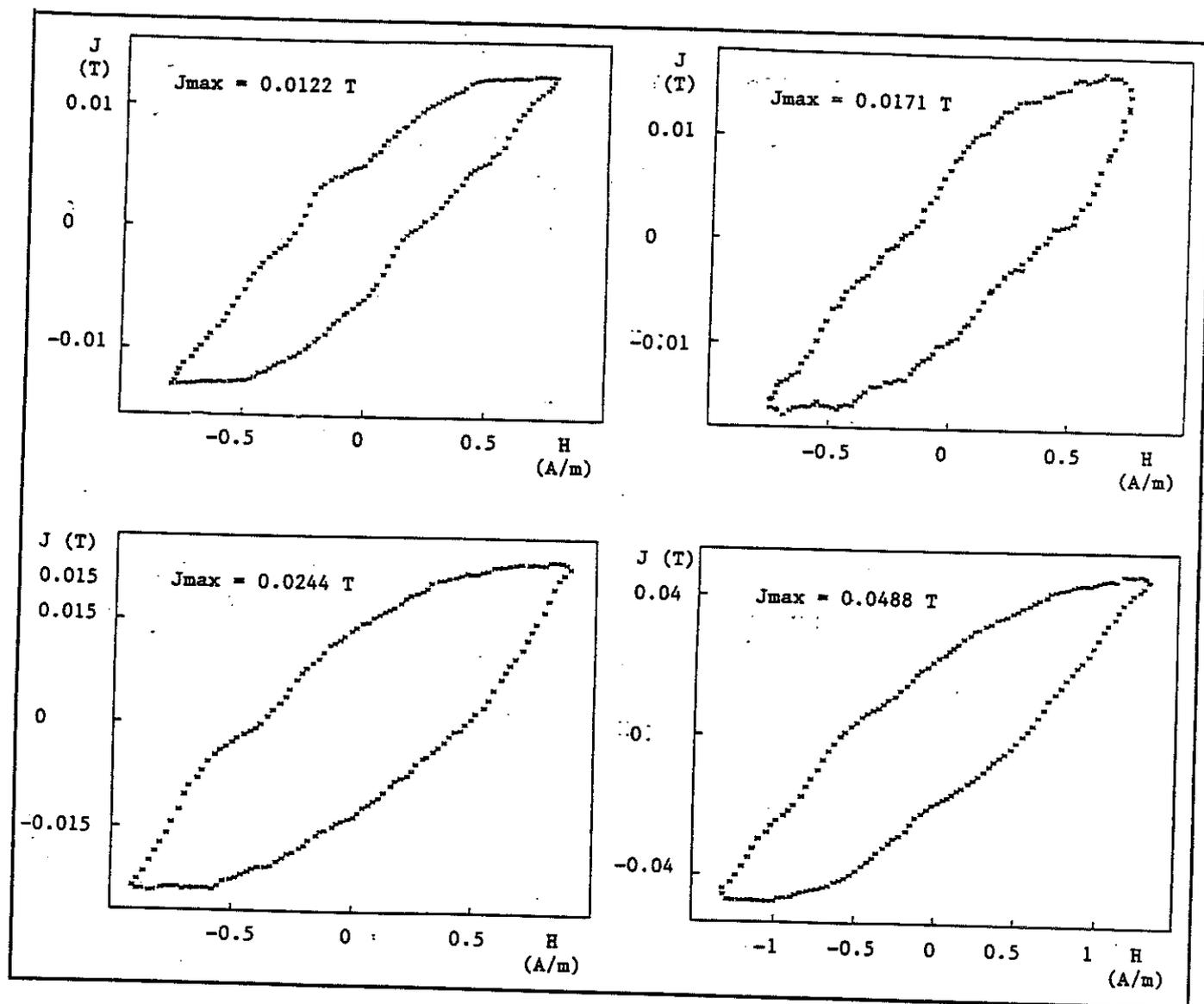


Fig. 11.2 : Représentation des cycles effectués à 0.5 Hz sur le monocristal FeSi.

Les discontinuités s'effacent à mesure que dH_a/dt croît. Le cycle d'excursion 0.0122 T trahit la présence d'un puits de potentiel. Cette particularité ne se retrouve pas sur les pertes, signe que le champ de dureté n'est que peu influent.

On peut noter le comportement particulier de l'aimantation pour le cycle (a) : une excursion d'aimantation moindre qu'en (b) requiert une excursion de champ appliqué

plus importante, l'aspect haché restant très marqué. Nous voyons là l'effet d'un puits de potentiel non représentatif du paysage général de $H_c(x)$: la paroi semble avoir été précipitée dans ce puits par les fluctuations thermiques alors que l'expérimentateur s'absentait pour une vingtaine d'heures.

Des essais d'aimantation réalisés autour de différentes positions moyennes nous ont permis de confirmer le caractère localisé de ce défaut.

Concernant l'allure générale des quatre cycles à 0.5 Hz, on peut remarquer que nous sommes encore loin de l'aimantation quasi-statique pour laquelle on doit observer des irréversibles en marches d'escalier. De manière plus précise, il est important de savoir dans quel domaine on travaille vis-à-vis de la condition (23).

Les paramètres $\tau, L, I_s, \langle n_f \rangle$ sont connus :

$$\begin{array}{ll} \tau = 593 \text{ Asm}^{-2} & L = 3.38 \text{ mm} \\ I_s = 2.1 \text{ T} & \langle n_f \rangle = 8.55 \end{array}$$

Reste à déterminer les paramètres $\delta x_1, \delta y_1$.

Les résultats acquis par les Cotillard et Cie - cf Fig. 13.2 - nous ont conduit à adopter une longueur de corrélation équivalente à cinq sites d'accrochages successifs. Les auteurs dénombrent approximativement huit sites sur une distance de 1.5μ - cf Fig. 12.2 -, on en déduit: $\delta x_1 = 1 \mu$.

La détermination de δy_1 est plus complexe. En nous basant sur les lois d'échelles suggérées par les auteurs précités - cf Fig. 14.2 -, on peut définir entre deux couples de mesures (dy, dx) et (dy', dx') réalisées à des échelles différentes la relation suivante :

$$dy'/dy = 4^{\text{Log}(dx'/dx)/\text{Log}(50)}$$

On obtient ainsi : $\delta y_1 = 0.4 \text{ A/m}$

Il faut cependant préciser que la détermination visuelle des rapports d'échelle constitue une gageure dans la mesure où le caractère capricieux d'un processus de Wiener-Levy complique singulièrement la notion de similitude.

Une autre approche nous a conduit à mesurer les intervalles de champ entre deux irréversibles sur une courbe de première aimantation. L'examen de trente irréversibles nous a amené à conclure avec (12) : $\delta y_1 = 0.08 \text{ A/m}$

Il semble donc raisonnable de supposer $0.08 < \delta y_1 < 0.4 \text{ A/m}$

Compte-tenu des excursions d'aimantation réalisées (0.01 à 0.05 T), la fréquence limite pour laquelle on a $A/B = 3/8$ est inférieure à 0.5 Hertz.

Les mesures ayant été effectuées à la fréquence minimum de 0.5 Hz, nous nous trouvons sans ambiguïté dans le cas de figure régi par les lois (27), (28), (29).

La dernière inconnue est n_{qs} . Il est malheureusement difficile d'appréhender ce paramètre de manière précise, dans la mesure où il dénombre une quantité qui concerne un processus idéalisé. Nous allons donc considérer n_{qs} comme paramètre arbitraire et ajuster sa valeur sur les relevés expérimentaux de P_{qstot}/f .

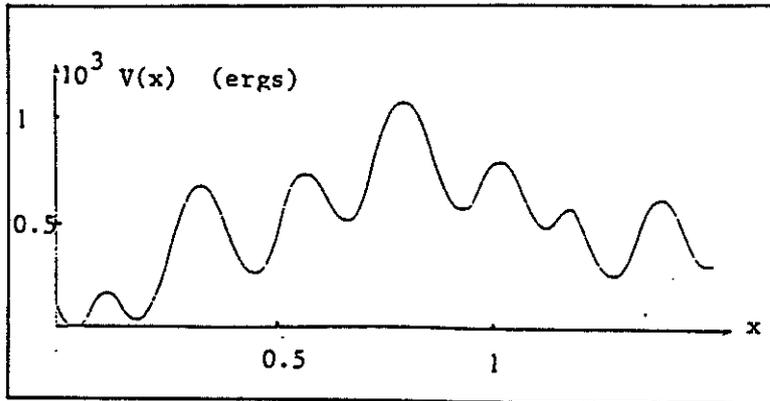


Fig. 12.2 : Reconstitution de la fonction potentielle $V(x)$ sur une distance de 1.5 mm sur le monocristal de FeSi.

(extrait de [25])

Fig. 13.2 : Corrélation des pentes d'inflexion successives de la fonction potentielle représentée ci-dessus.

(extrait de [25])

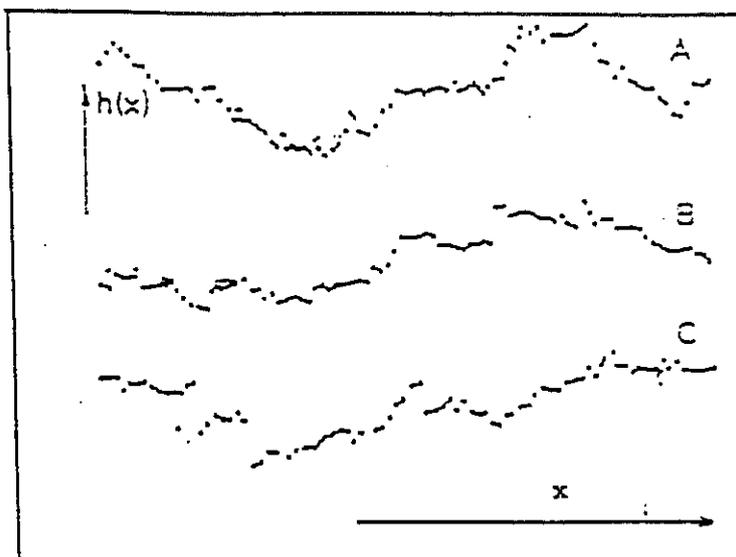
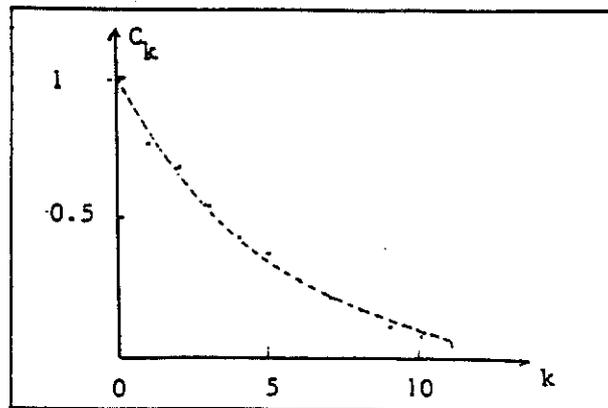


Fig. 14.2 : Trois enregistrements de $h(x)$ réalisés à des échelles différentes.

Les longueurs des axes x et h représentent respectivement :

- 0.5 mm et 40 mOe (A)
- 0.05 mm et 20 mOe (B)
- 0.01 mm et 10 mOe (C)

(extrait de [25])

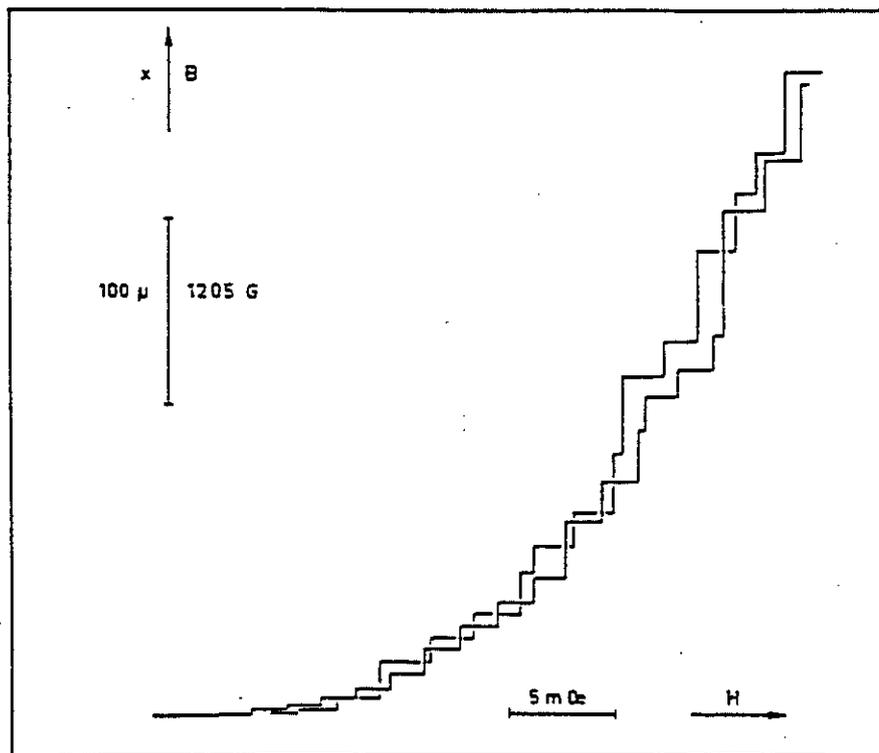


Fig. 15.2 : Deux exemples de courbes de première aimantation réalisées sur le monocristal de FeSi.

(extrait de [25])

Reste donc à confronter calcul et mesures.

Comme on le voit sur (27) et (29), le seul paramètre ajustable s'écrit $A n_{qs}^{0.75}$.

Avec les valeurs établies plus haut, et en prenant la valeur moyenne $\delta y_1 = 0.2 \text{ A/m}$, nous avons été amenés à choisir $n_{qs} = 70$.

Comme on peut le constater sur la figure 16.2, les résultats semblent assez probants.

Le calcul de la perméabilité asymptotique, obtenue par le même calcul, corrobore l'expérience (figure 17.2).

Enfin, nous avons reporté le résultat du calcul effectué avec la paroi sans interaction avec le champ de dureté (figure 18.2). On obtient une bonne approximation des pertes qui restent sous-estimées.

On peut ici remarquer que le paramètre c que l'on a introduit dans le but de représenter les démagnétisants nous permet de reconstituer les cycles expérimentaux (figure 19.2). La valeur que l'on doit donner à ce paramètre est anormalement grande ($c = 50000 \text{ A/m}^2$ pour le cycle reconstitué). Il semble que c représente plutôt la valeur moyenne de la pente caractéristique de $H_c(x)$.

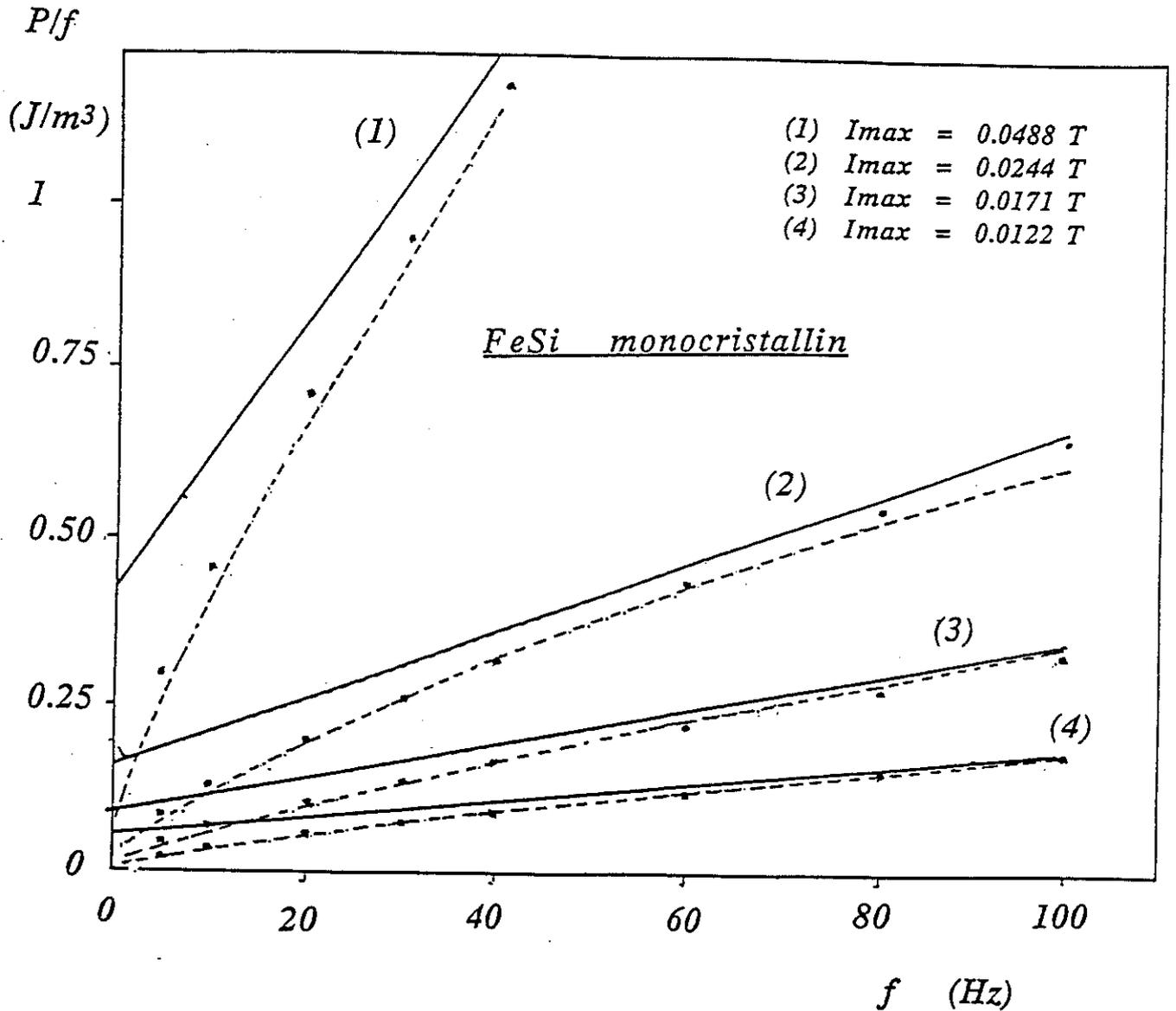


Fig. 16.2 : Comparaison entre les pertes mesurées (----) et les pertes calculées.

Les points indiquent le résultat du calcul concernant le régime des grands sauts (27). On a besoin des valeurs de H_{am} mesurées. Les traits pleins indiquent le résultat du calcul asymptotique. Tous les tracés sont effectués avec la même valeur du paramètre $A n_{qs}^{0.75}$.

1 6 CONCLUSION

L'étude que nous venons de mener nous a permis de quantifier les pertes développées dans le cas sympathique où une seule paroi entre en jeu. L'incidence du terrain paraît finalement assez faible. Il est vrai que nous disposons d'un échantillon d'une remarquable qualité. Le cas d'un matériau classique, polycristallin, présente des fluctuations de champ de dureté plus importante et on peut ainsi espérer pouvoir valider les formulations (24) et (25) qui restent pour l'instant d'un intérêt limité.

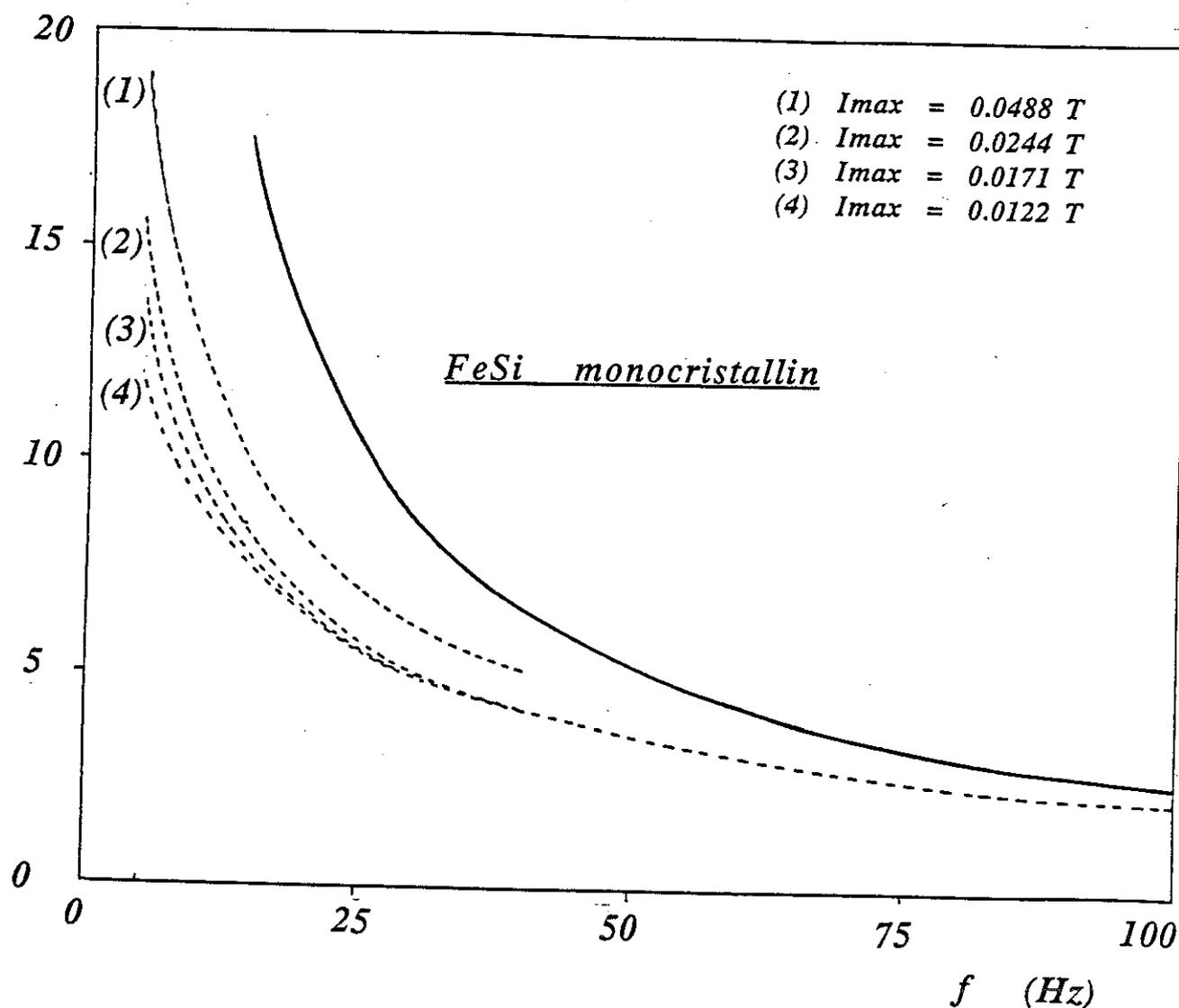
$1000 \mu \quad (Tm/A)$


Fig. 17.2 : Comparaison entre perméabilités mesurées (---) et la perméabilité limite calculée avec (28)

Malheureusement, les défauts d'un matériau classique constituent autant de sources de démagnétisants qui finalement sont responsables de la présence de nombreuses parois. La prise en compte des interactions entre parois constitue un problème non simple, qui peut à la rigueur être occulté dans le cas d'un matériau présentant des parois largement espacées.

Un autre problème concerne les grandes excursions d'aimantation. Il est bien évident que la représentation du champ de dureté par un processus de Wiener-Levy n'est valable que sur une distance limitée, tout comme les lois de Rayleigh ne décrivent que l'effet des petits blocages. Un gros problème consiste donc à déterminer une représentation réaliste des

bloquages expérimentés par les parois pour des grandes excursions. C'est à cette question que nous consacrons le prochain chapitre.

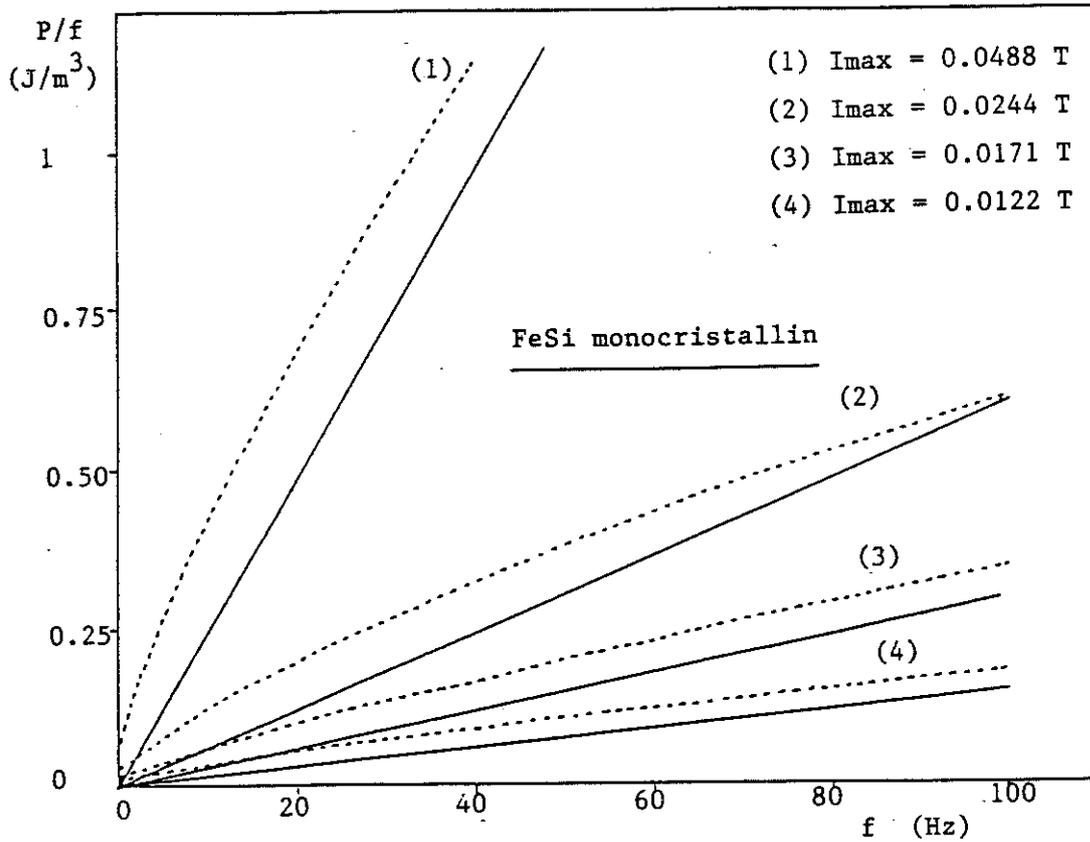


Fig. 18.2 : Pertes calculées dans l'hypothèse dH_c/dx constant.

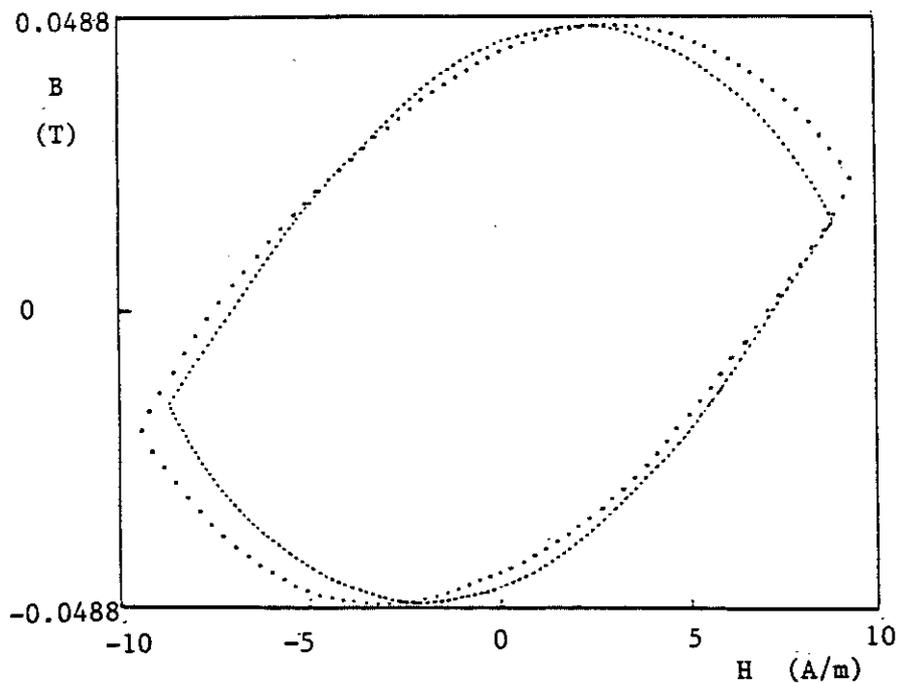


Fig. 19.2 :
 Reconstitution d'un
 cycle à 40 Hz dans
 l'hypothèse d'un
 gradient de dureté
 constant.

Cycle effectué avec
 $c = 50\ 000$

CHAPITRE 3

**HYSTERESIS QUASISTATIQUE D'UN
MATERIAU ORIENTE**

BUT DE L'ETUDE

Comme on l'a vu dans la partie précédente, les propriétés macroscopiques du matériau sont gouvernées à basse fréquence par la statistique des blocages, et à haute fréquence par la conductivité du matériau. Pour le monocristal à paroi unique étudié précédemment, le processus de Wiener-Levy constitue une description réaliste des blocages rencontrés.

Le cas d'un matériau polycristallin est plus complexe : la famille des blocages s'enrichit de tout un cortège lié aux dislocations, joints de grains, macles... et nous nous trouvons de surcroît avec une situation polydomaine. Ce dernier point nous autorise à travailler près de la saturation. En effet, nous travaillons sur un nombre de domaines suffisamment grand pour pouvoir établir une statistique, de sorte que nous n'avons plus à sauvegarder impérativement une structure en domaines précise comme c'était le cas avec le monocristal à paroi unique. Apparaît alors un nouveau paramètre : la statistique des tailles des domaines.

Les points nouveaux par rapport au monocristal font de l'aimantation quasistatique un problème dont la complexité justifie qu'on lui consacre un chapitre. Il nous a paru souhaitable de ne pas multiplier à l'envie les difficultés, et nous avons choisi, suivant en cela la démarche du précédent chapitre, de traiter le cas sympathique d'un FeSi orienté : on peut en effet considérer que, vis-à-vis du champ appliqué, toutes les parois voient la même pression motrice, et que le coefficient de proportionnalité qui relie la contribution à l'aimantation au déplacement de la paroi est identique pour chaque paroi, de sorte que toutes les parois sont équivalentes. Nous évitons ainsi la difficulté que constitue la prise en compte de populations dissemblables, problème incontournable avec les matériaux désorientés.

1 DESCRIPTION DU PROBLEME

L'observation des cycles a été réalisée sur des échantillons fournis par l'équipe du professeur Brissonneau, du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble. Il s'agit de bandes de dimensions standard mesurables au cadre Epstein et d'épaisseur 15/100 mm, destinées aux applications 400 Hz.

L'observation de l'évolution des cycles avec l'excursion d'aimantation nous permet d'établir les points très généraux suivants :

Suivant l'excursion d'aimantation réalisée, le matériau adopte deux comportements bien distincts :

De manière générale, les petites excursions donnent lieu à des formes de cycles dites de Rayleigh. La théorie en a été faite par Néel en 1942 [24] par l'étude fine des blocages expérimentés par une paroi : la dureté des blocages rencontrés augmente en moyenne avec le champ appliqué mais la dispersion des duretés joue un rôle primordial dans l'allure des cycles. Un point essentiel est que la géométrie des cycles est déterminée analytiquement en fonction de la seule excursion de champ appliqué, au moyen des deux seuls paramètres a et b caractéristiques de la loi de première aimantation : $I = aH + bH^2$

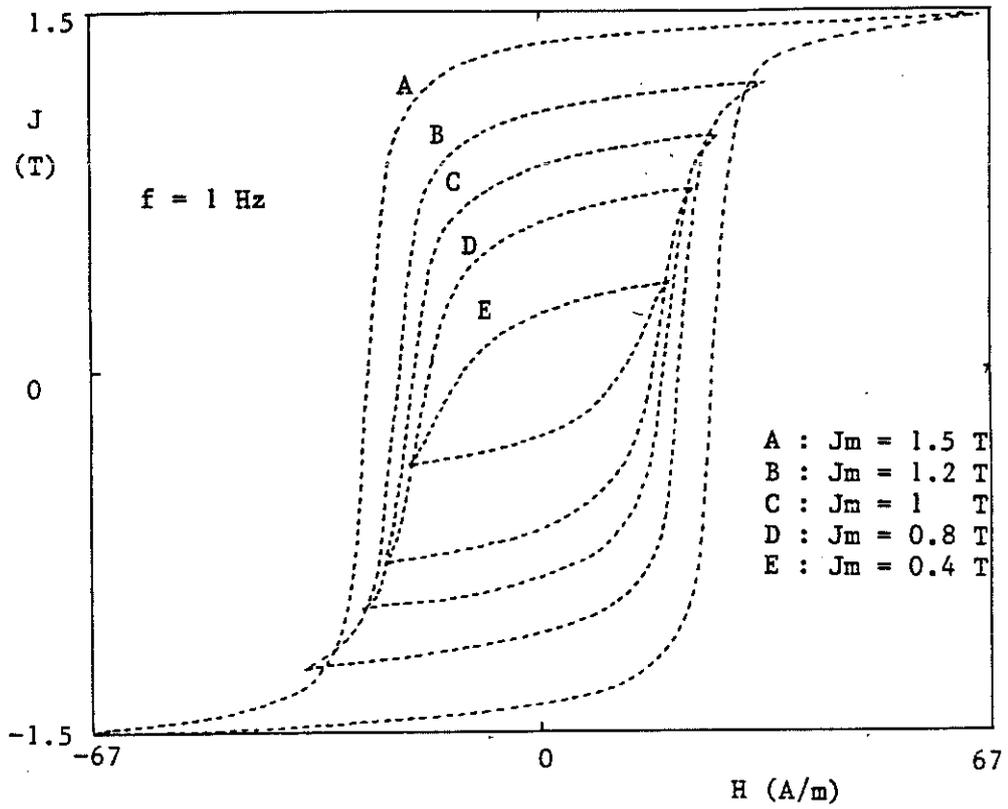
Les grandes excursions donnent lieu à des cycles d'un aspect très différent et trahissent l'influence d'une deuxième classe d'obstacles. L'allure des cycles, caractérisés par des fronts très raides, suggère des barrières très hautes, lesquelles, une fois vaincues, prémunissent la paroi contre toute nouvelle interception.

Enfin, l'apparition de la saturation nous amène au constat suivant : les cycles manifestent très tôt des tendances à la saturation, que l'observation de la perméabilité différentielle permet de mettre clairement en évidence. Une simple dispersion des tailles des domaines ne peut expliquer ce point précis.

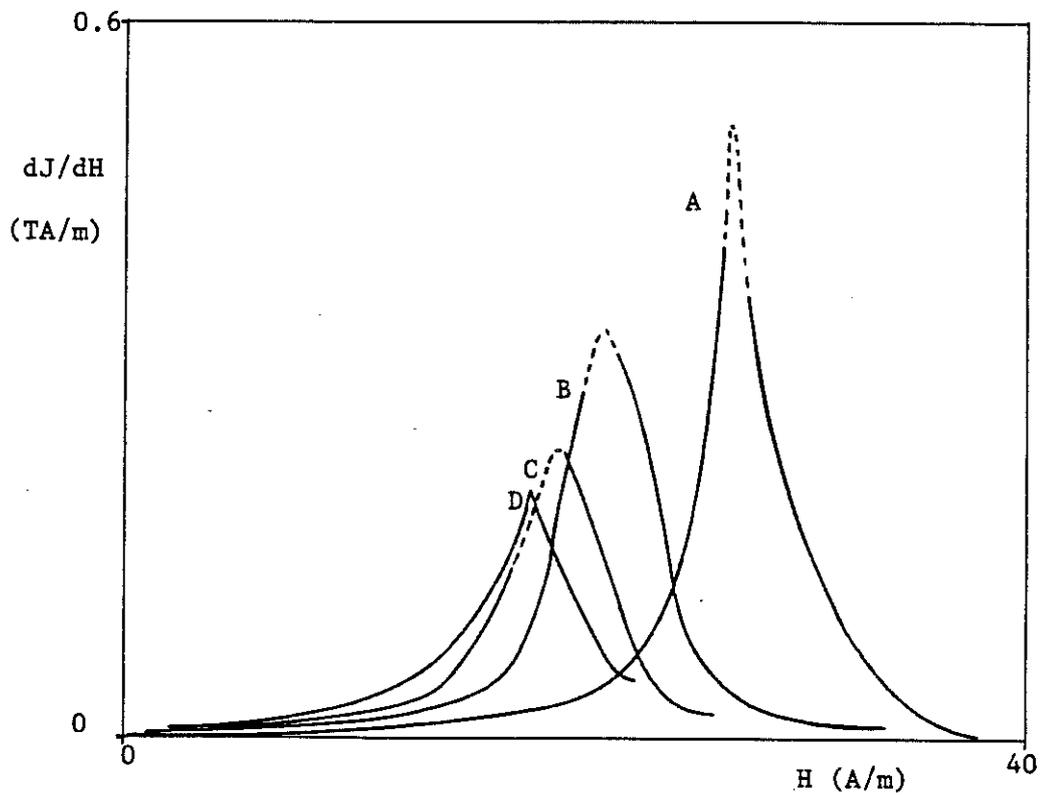
Le domaine qui nous intéresse est celui des grandes excursions d'aimantation et c'est donc sur la modélisation de celui-ci que portent nos efforts.

2 REPRESENTATION DES CYCLES

Les observations précédentes nous conduisent à proposer la description suivante : le milieu dans lequel évoluent les parois est constitué d'obstacles qui conduisent



Mesure de cycles d'hystérésis réalisée sur cadre Epstein
 Matériau : FeSi orienté. Epaisseur : 15/100 mm



Mesure de la perméabilité différentielle effectuée sur les cycles présentés ci-dessus

l'aimantation à réaliser une loi en H^2 (nous négligeons l'aimantation réversible). Ce milieu constitue ce que nous appellerons le terrain de base. Des blocages beaucoup plus durs se superposent à ce terrain de base.

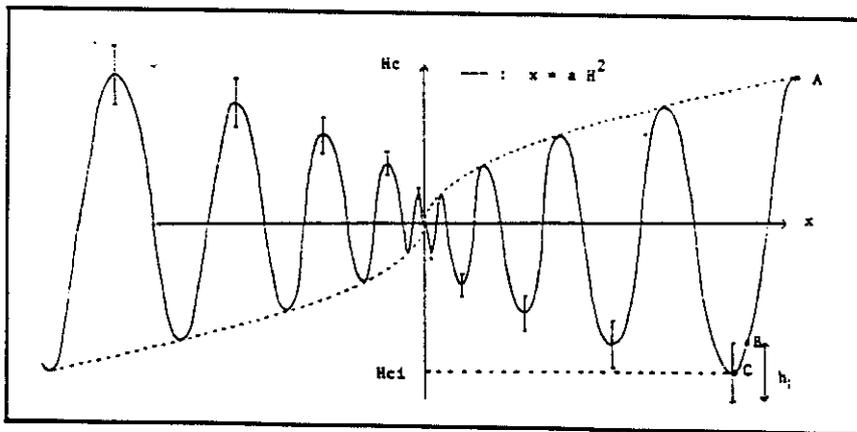
2 1 MODELISATION DU TERRAIN DE BASE.

En fait, la représentation que l'on choisit pour le terrain de base conditionne l'aspect des cycles dans le domaine de Rayleigh, domaine qui importe peu ici. Nous allons donc nous autoriser la description rustique schématisée ci-dessous, dont la caractéristique essentielle est qu'elle réalise une aimantation en H^2 .

Des barres proportionnelles à la dureté des blocages représentent la dispersion des duretés autour des valeurs moyennes et rendent compte de l'évolution progressive de l'aimantation au retour des extrema. Le calcul d'une branche descendante d'un cycle se décompose en deux étapes que nous allons simplement mentionner :

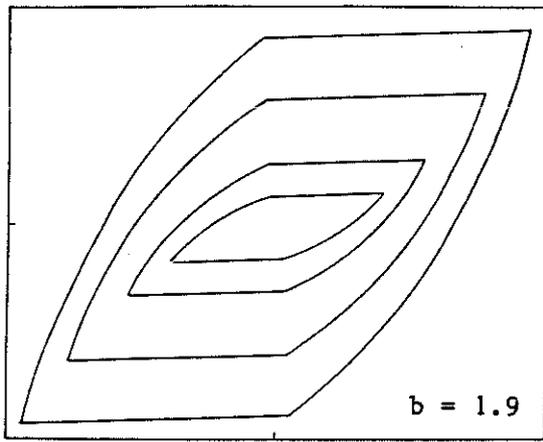
- * Une première étape "réversible" : (parcours AB sur la figure). Cette phase représente la statistique des petits irréversibles qui caractérisent le retour de l'aimantation.
- * Une deuxième étape (BC) où la contribution à l'aimantation participe des grands sauts et d'une petite contribution réversible. Le problème consiste simplement à étudier la dispersion des tailles de sauts liée à la dispersion des valeurs de déblocage.

Le côté sommaire de la description apparaît clairement dans la mesure où la distribution des sauts est assez réduite, ce qui conduit à des cycles assez rectangulaires. Cette lacune a des conséquences assez limitées dans la mesure où c'est plutôt la statistique des tailles des domaines qui gouverne la suite des opérations.

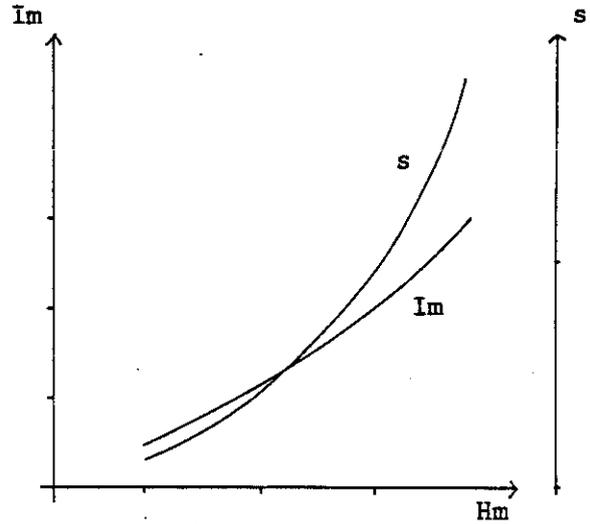


Modélisation du champ de dureté caractéristique du terrain de base.

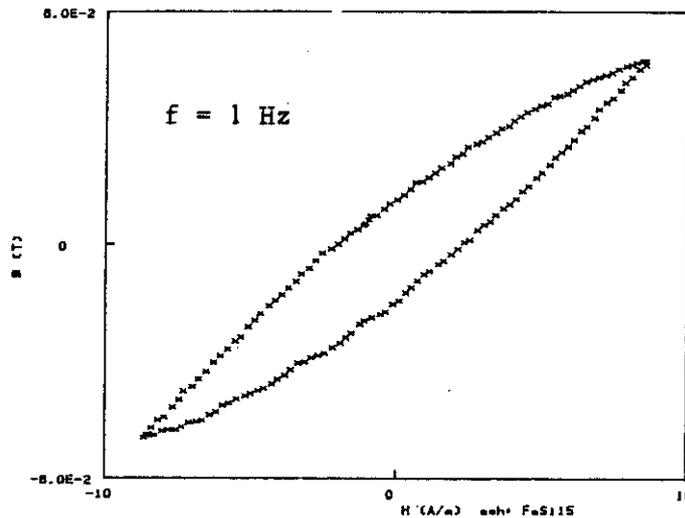
les barres figurent la dispersion autour des valeurs moyennes et sont de hauteur h_1
proportionnelle à la dureté moyenne du blocage : $h_1 = b H_{c1}$



Modélisation du domaine de Rayleigh



Tracés de l'excursion d'aimantation et de la surface des cycles en fonction de l'excursion de champ appliqué.



cycle réel obtenu sur un FeSi orienté

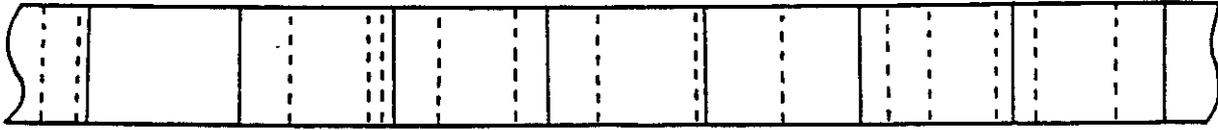
Comme on peut le constater, les cycles modélisés reproduisent les caractères globaux des cycles de Rayleigh - excursion d'aimantation en H^2 et aire du cycle en H^3 - . La rusticité du modèle ne permet cependant pas de retrouver les cycles réels.

Reste maintenant à déterminer la répartition des barrières superposées au terrain de base.

2 2 DISTRIBUTION ALEATOIRE DES BARRIERES

Nous allons dans un premier temps supposer les barrières réparties sans corrélation et avec une probabilité par unité de longueur constante, de sorte que l'écart entre deux barrières est régi par une loi de Poisson. Reste à déterminer la distribution des tailles efficaces des domaines. Afin de ne pas multiplier le nombre de paramètres, on

considérera le cas de parois régulièrement espacées. Nous noterons l_m la taille des domaines.



— : parois équidistantes

----- : barrières réparties au hasard

Représentation des blocages de deuxième espèce vus par les parois

Soit $P_1(x)$ la probabilité pour que l'écartement entre deux barrières consécutives soit compris entre x et $x+dx$. Nous aurons :

$$P_1(x) = \frac{e^{-x/x_m}}{x_m} dx$$

x_m = écartement moyen entre deux barrières consécutives

L'excursion de champ appliqué détermine la rupture d'une certaine proportion des barrières, de sorte que x_m est une fonction croissante de $H a_m$.

Deux cas se présentent :

* $x < l_m$: le nombre de paroi compris entre les deux barrières vaut 0 ou 1. Les parois dans ce cas évolueront dans un domaine efficace de largeur égale à l'écartement des deux barrières.

* $x > l_m$: les parois étant régulièrement espacées, le domaine efficace sera tout simplement de largeur l_m .

La probabilité P_2 pour qu'une paroi évolue au sein d'un domaine efficace de largeur l inférieure à l_m sera donc proportionnelle à la largeur totale couverte par les régions de largeur $x=l$. Nous écrirons :

$$P_2(l \in [l, l+dl]) = \frac{l}{x_m^2} e^{-l/x_m} dl \quad l < l_m$$

La probabilité pour qu'une paroi évolue au sein d'un domaine efficace de largeur l_m sera proportionnelle à la largeur totale couverte par les régions de largeur $x > l_m$, obtenue en

sommant P_2 de $l=l_m$ jusque l'infini. On reconnaît ici une distribution de Sawada [4], introduite historiquement pour décrire le bruit Barkhausen.

La taille efficace moyenne des domaines s'écrira finalement :

$$l_{eff} = 2 x_m (1 - e^{-l_m/x_m}) - l_m e^{-l_m/x_m} \quad (1)$$

Nous sommes amenés à considérer deux cas de figure :

* Tous les domaines travaillent au maximum de leur possibilité, **compte-tenu de l'excursion de champ réalisée**. Nous sommes dans un état de saturation apparente et l'excursion d'aimantation est donnée par la formule :

$$\frac{I_m}{I_s}(H_a) = \frac{l_{eff}}{l_m}(H_a) \quad (2)$$

Pour I_m donné, l_{eff} est connu et x_m est déterminée par (1).

* L'excursion de champ ne permet pas aux domaines de grandes tailles de travailler au maximum de leur possibilité. l_{eff} est supérieur à l'estimation donnée par (2) et x_m est déterminé par tâtonnement.

Le calcul des cycles s'effectue de la manière suivante :

Nous partons d'un état saturé (cycle A) . (2) est alors vérifiée, x_m déterminé par (1) et l'excursion de champ correspondante définie a posteriori de manière à obtenir le cycle expérimental.

Ce premier cycle nous fournit donc le rapport de proportionnalité entre les excursions de champ expérimentalement réalisées et les valeurs à injecter dans le calcul des cycles. Les paramètres x_m caractérisant chaque excursion d'aimantation sont déterminés a priori dans l'hypothèse du matériau saturé, et adaptés s'il y a lieu pour les petites excursions de champ.

Enfin, nous sommes dans la situation où la deuxième classe de blocage est déterminante, et nous considérerons donc que les barres de dispersion du terrain de base sont négligeables.

Le point important est que pour chaque cycle l'excursion de champ et x_m sont déterminés comme indiqué, de sorte que nul paramètre arbitraire n'est introduit pour déterminer l'aspect du cycle.

Les reconstitutions ainsi obtenues laissent apparaître un point essentiel qui est que la distribution des tailles efficaces des domaines est très étalée, conférant aux fronts des pentes trop faibles par comparaison avec les cycles expérimentaux. Nous allons donc nous efforcer d'améliorer l'analyse du problème.

2 3 PRISE EN COMPTE DES EFFETS DEMAGNETISANTS.

Comme on l'a vu, la distribution des barrières détermine la taille efficace moyenne des domaines. L'hypothèse de barrières aléatoirement réparties se défend dans l'hypothèse d'un terrain aléatoirement perturbé.

Nous allons ici affiner les choses en intégrant l'influence des champs démagnétisants sur la distribution de ces barrières.

L'idée est simple : considérons deux blocages de duretés intrinsèques H_{c_i} et $H_{c_{i+1}}$ situés en x_i et x_{i+1} , limitant l'excursion d'une paroi P_i . Cette paroi évolue au sein d'un domaine de taille efficace $x_{i+1} - x_i$ et nous supposerons que sous champ nul, la position d'équilibre de la paroi est au centre de son domaine. Considérons le cas $H_{c_i} > H_{c_{i+1}}$.

Le champ moteur vu par P_i en x_i s'écrira :

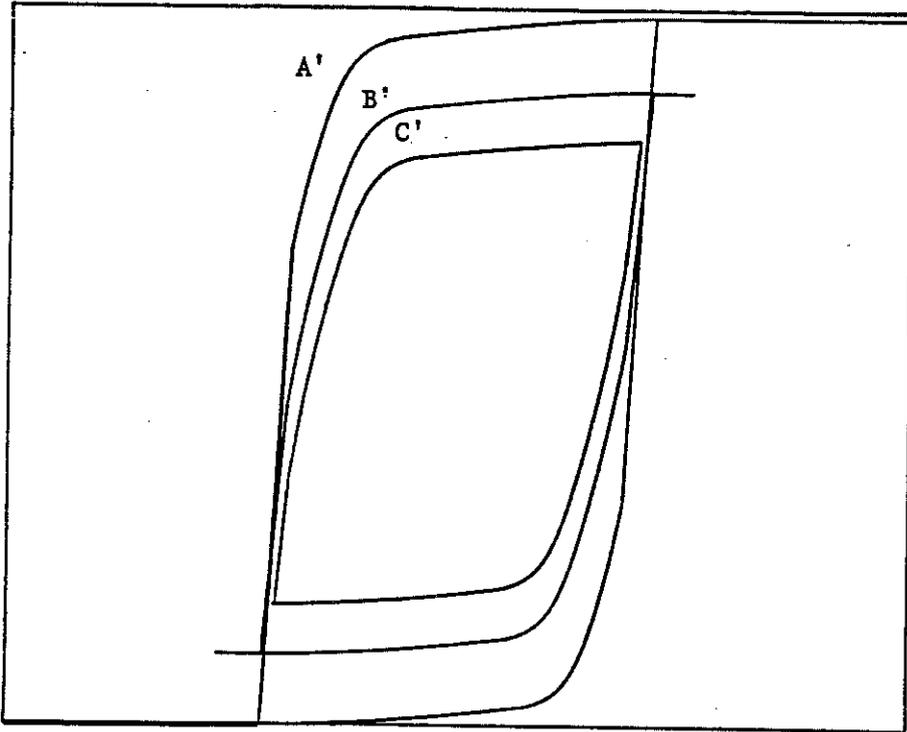
$$H_{m_{x_i}} = H_a - H_{dem_{x_i}}$$

Comme précédemment, nous considérons des domaines de largeurs identiques. Compte-tenu de cette remarque, le champ démagnétisant vu par une paroi est fonction de son seul déplacement et de l'aimantation réalisée par son environnement. Plaçons-nous dans le cas où la paroi évolue de manière cohérente avec son environnement : le champ démagnétisant vu par la paroi est alors fonction d'une seule variable et on peut choisir d'exprimer $H_{dem_{x_i}}$ en fonction du déplacement de la paroi. En première approximation, nous supposerons ces deux grandeurs reliées par un simple coefficient de proportionnalité et nous écrirons :

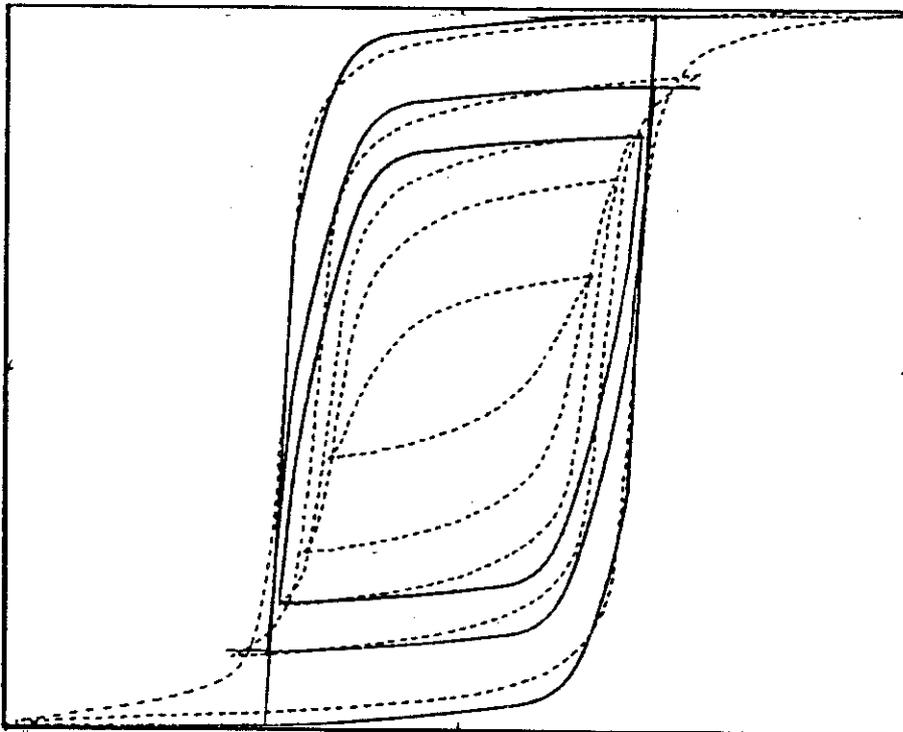
$$H_{dem_{x_i}} = \lambda (x_{i+1} - x_i)$$

Le décrochage s'effectuera pour $H_{m_{x_i}} = H_{c_i}$, soit :

$$H_{a\text{décrochage}(x_i)} = H_{c_i} + \lambda (x_{i+1} - x_i)$$



Reconstitution de cycles quasistatiques dans l'hypothèse de blocages aléatoirement distribués



Comparaison entre les cycles reconstitués et les cycles réels.

L'hypothèse de blocages aléatoirement distribués conduit à une distribution des tailles apparentes des domaines très large de sorte que l'on ne retrouve pas le caractère abrupt des fronts.

Ainsi, si on considère deux blocages de même dureté intrinsèque, le blocage délimitant un petit domaine cèdera plus tôt que le blocage délimitant un grand domaine.

Deux cas de figures sont donc susceptibles de se présenter :

- * La contribution intrinsèque est importante devant la contribution démagnétisante : la distribution des ruptures est essentiellement déterminée par la distribution des duretés intrinsèques et indépendante de la taille apparente des domaines. C'est le cas traité dans le 2.2.
- * La contribution démagnétisante est grande devant la contribution intrinsèque. La rupture des blocages intéresse alors les domaines de petites tailles apparentes, de sorte que la répartition de ces tailles apparentes est caractérisée par un minimum, fonction croissante de l'excursion de champ appliqué.

A ce stade des opérations, il peut paraître assez aléatoire d'approfondir le raisonnement sans même avoir l'embryon d'une confirmation. Nous nous sommes donc efforcés, suivant l'idée précédente, de tester quelques distributions caractérisées par une répartition des tailles apparentes plus ou moins étroite autour d'un pic, lui-même fonction croissante de l'excursion de champ. Avouons que la simplicité du traitement analytique n'a pas été absente de nos préoccupations.

Les résultats présentés concernent une distribution des barrières du type :

$$P'_1(x) = 4 \lambda x_m x^2 e^{-\lambda x^4}$$

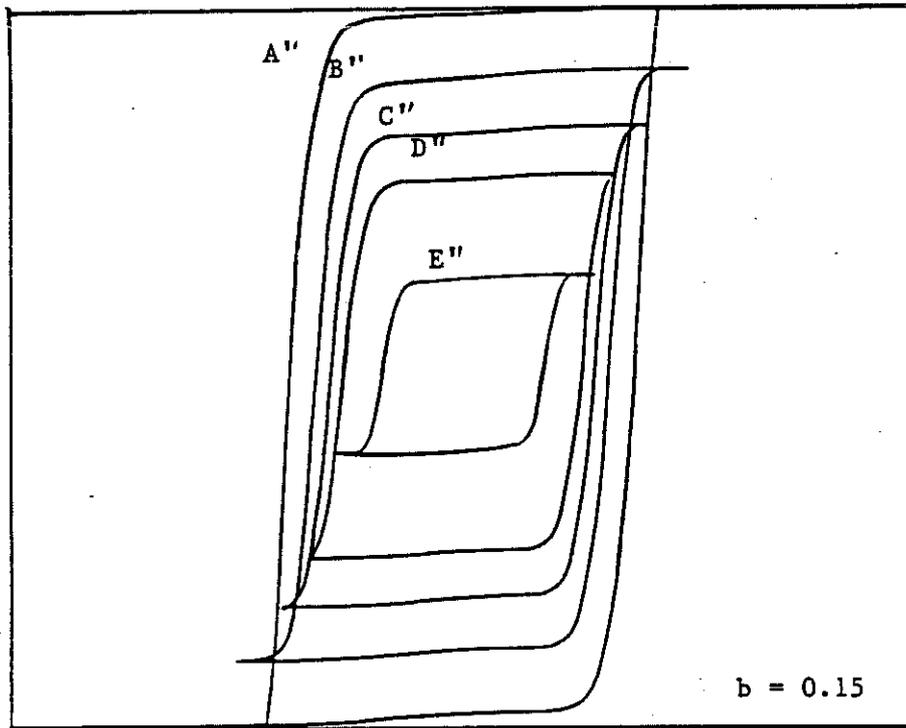
Le coefficient λ est déterminé numériquement par la condition $\int_0^{\infty} P'_1(x) dx = 1$

(1) devient alors :

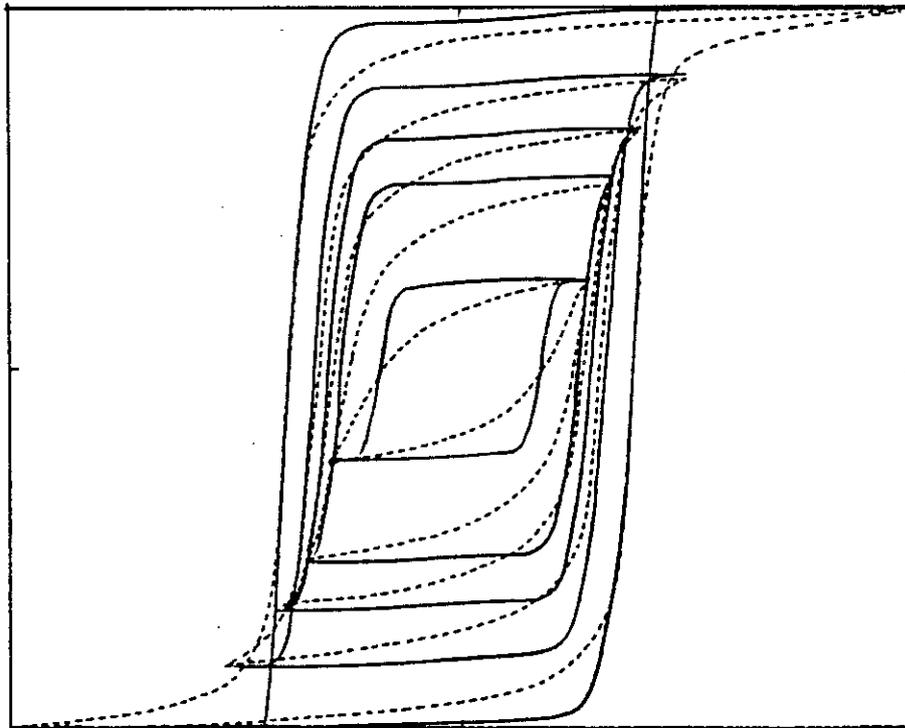
$$l_{\text{eff}} = \int_0^{l_m} e^{-\lambda l^4} dl \quad (1')$$

Les cycles sont déterminés comme précédemment explicité.

Comme on peut le remarquer, la reconstitution des cycles se rapproche des cycles expérimentalement observés. En particulier, on observe le caractère progressif de l'approche à la saturation.

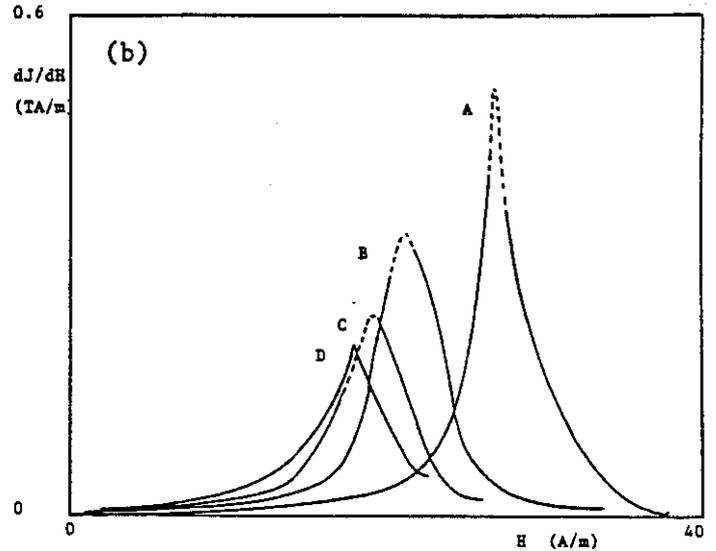
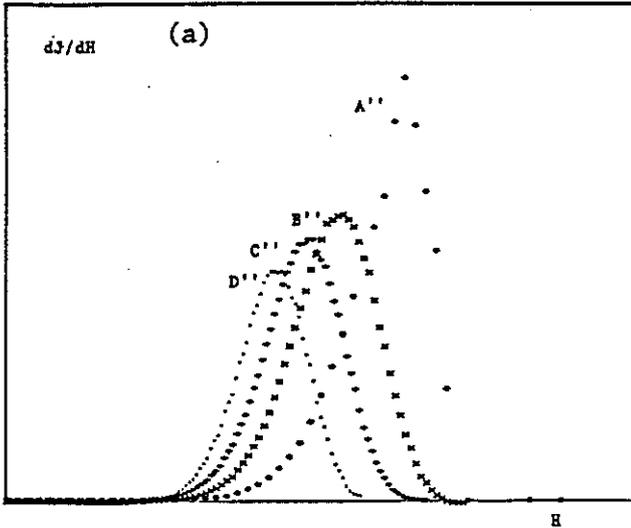


Reconstitution de cycles quasistatiques avec la distribution P'1 (cf. texte)



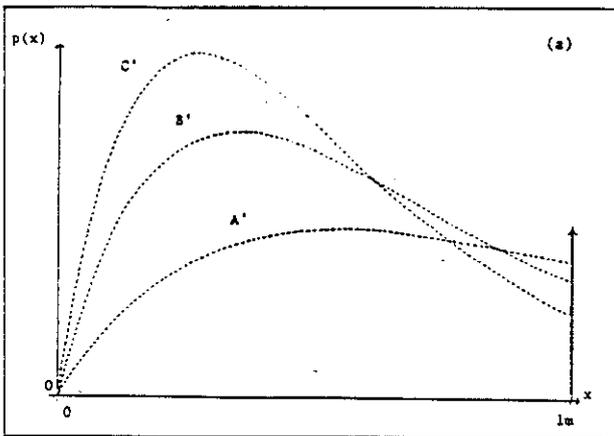
Comparaison entre les cycles reconstitués et les cycles réels.

De grosses lacunes subsistent dans le domaine des petits champs, liées à la représentation simpliste du terrain de base.

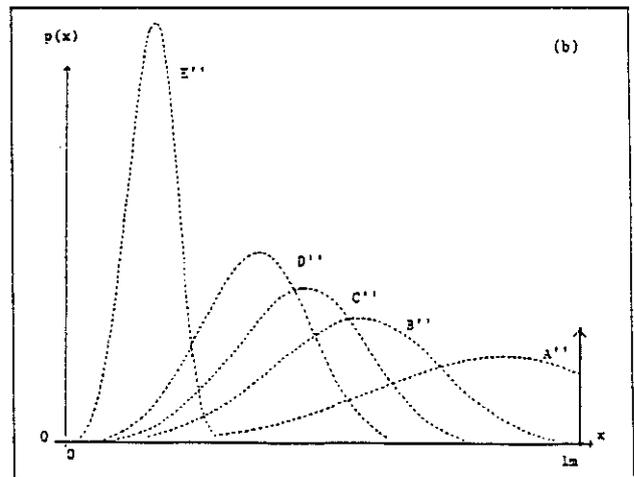


Comparaison entre les perméabilités différentielles établies d'après les cycles expérimentaux (b) et les perméabilités obtenues avec la distribution P'1 (a).

Il convient de considérer à part le domaine des petites valeurs du champ appliqué. Comme on l'a déjà mentionné à propos du domaine de Rayleigh, notre description un peu abrupte du terrain de base ne permet qu'une représentation grossière de la dispersion des blocages, dont la prise en compte est essentielle dans le domaine des petits champs.



(a) : répartition aléatoire des barrières



(b) : distribution selon P'1

Représentation de la densité de probabilité des tailles apparentes

Le domaine des grandes valeurs du champ appliqué mérite également qu'on s'y arrête : les cycles expérimentaux sont caractérisés par des fronts dont la raideur va en augmentant, caractère que l'on ne retrouve pas dans la simulation. D'un point de vue technique, cette lacune est due à la distribution des tailles de domaines que l'on a retenue. Comme on peut le constater, la distribution est très resserrée pour les petites excursions

d'aimantation, et va en s'élargissant pour les grandes valeurs de l'aimantation. Une distribution large au début et resserrée en fin de parcours aurait sans doute mieux convenu.

Enfin, on peut, de manière indicative, estimer l'ordre de grandeur des démagnétisants générés. Dans l'hypothèse où les parois sont suffisamment resserrées, on peut adopter l'approximation de l'aimantation uniforme. Si θ désigne l'angle de désorientation autour de Ox pour une direction d'aimantation suivant Oz , on obtient :

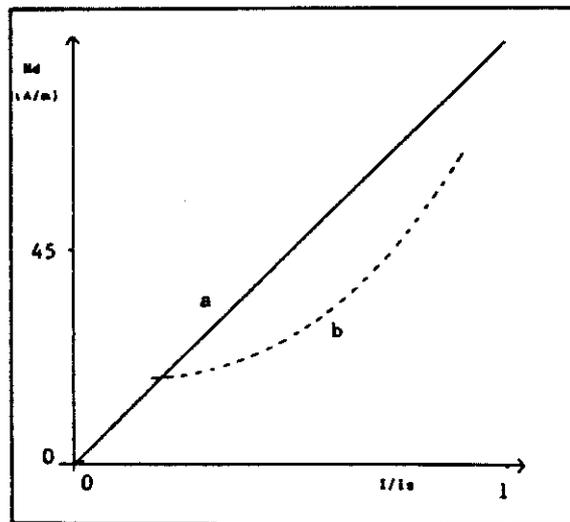
$$H_d = \frac{I}{\mu_0} \frac{2 \sin^2 \theta}{1 + \mu^*}$$

On est donc en mesure de d'estimer l'ordre de grandeur des champs démagnétisants en fonction de l'excursion d'aimantation. En prenant pour le fer la valeur de $\mu^* = 45$ (CHIKAZUMI, p.217) et avec $\theta = 2^\circ$, on obtient : $H_d = 90 I/I_s$.

En l'absence de blocages, la valeur de l'excursion de champ appliqué nécessaire pour réaliser un état d'aimantation donné serait égale à la valeur du champ démagnétisant obtenu.

Il est intéressant de reporter sur le même schéma les excursions de champ appliqué en fonction des excursions d'aimantations correspondant aux pics des distributions des domaines obtenues par la simulation. On peut écrire que l'excursion de champ est représentative du champ de blocage associé à un état d'aimantation donnée.

Il est alors instructif de comparer l'évolution du champ de blocage avec l'évolution du champ démagnétisant associé à un état donné de l'aimantation.



Comparaison entre le champ de blocage établi par la simulation (b) et le champ démagnétisant dans l'approximation de l'aimantation uniforme.

On peut ainsi remarquer que les ordres de grandeur entre champ de blocage et champs démagnétisants sont comparables. Le champ démagnétisant apparait malgré tout supérieur au champ de blocage, ce qui est irréaliste. L'approximation du milieu uniformément aimanté est peut-être responsable de ce résultat.

En conclusion, nous pouvons donc affirmer que les hypothèses de départ, à savoir champ de blocage gouverné par les démagnétisants, semble concevable, au moins en ce qui concerne les ordres de grandeur. Les résultats obtenus semblent donc constituer une base envisageable pour d'éventuelles études ultérieures.

3 CONCLUSION

On peut ici rappeler le fil conducteur de nos investigations. Il s'agissait de proposer une description quantitative des propriétés macroscopiques des matériaux doux. Le domaine des petites excursions d'aimantations réalisées par une seule paroi a été traité au chapitre précédent. Le passage aux matériaux multidomaines exige tout d'abord que l'on propose une description réaliste de la manière dont s'effectue le transport du flux en quasistatique. L'élaboration d'un modèle appliqué à un matériau sympathique nous a permis de dégager quelques éléments de compréhension sur les paramètres qui gouvernent l'aimantation. Il faut cependant reconnaître que l'essentiel de nos investigations souffre d'un manque d'observations directes. A cet égard, il serait intéressant nous semble-t-il d'observer par effet Kerr l'excursion réelle des parois en fonction de l'excursion de champ appliqué.

Enfin, on peut rappeler le point essentiel qui a conditionné l'élaboration de notre modèle. Il s'agit de l'apparition très progressive de l'état de saturation. Il serait donc intéressant de poursuivre l'étude sur des matériaux présentant le même caractère.

CONCLUSION

Rappelons les préoccupations qui ont guidé nos investigations : il s'agissait de proposer une description quantitative des propriétés macroscopiques des matériaux doux. Comme déjà expliqué, les études réalisées présentent des tonalités différentes. Le chapitre 1 reste très ouvert et nous espérons que les idées avancées sauront motiver d'autres recherches. Le chapitre 2, aussi limité soit-il vis-à-vis de la situation traitée, constitue par les résultats obtenus une base de réflexion solide qui ne demande qu'à être approfondie. Le chapitre trois constitue à cet égard une première étape de la démarche qui doit finalement aboutir à un formalisme généralisé des pertes.

ANNEXE I

**HISTORIQUE DU COMPORTEMENT
MACROSCOPIQUE DES MATERIAUX DOUX
LORS DE L'AIMANTATION**

SOMMAIRE

1	INTRODUCTION	79
2	CALCUL DE LA DENSITE SPECTRALE D'UN BRUIT	79
2.1.....	Distribution aléatoire des sauts	81
2.2.....	Distribution de Sawada	83
2.3.....	Prise en compte du caractère avalancheux	86
2.4.....	Prise en compte des corrélations entre les avalanches	88
3.....	BRUIT BARKHAUSEN ET STRUCTURES EN DOMAINES	91
4.....	CALCUL DES PERTES : PRISE EN COMPTE DE LA REPARTITION	
.....SPATIALE DES EVENEMENTS	96
4.1.....	Calcul general des pertes en fonction de l'aimantation	96
4.2.....	Application à quelques cas simples	99
4.3.....	Application au cas general	101
4.3.1.....	Matériaux présentant une structure en domaines très fine	101
4.3.2.....	Matériaux présentant des parois largement espacées	104
5.....	VERS UNE DESCRIPTION UNIFORMISEE DES PERTES	108
5.1.....	Formulation generale	108
5.2.....	Vers une caracterisation fine du comportement des mos	110
6.....	ETUDE ANALYTIQUE DU BRUIT BARKHAUSEN	115
7.....	CONCLUSION	118

1 INTRODUCTION

Les investigations menées sur le comportement macroscopique des matériaux ferromagnétiques doux concernent aussi bien les pertes que le bruit Barkhausen. En fait, ces deux effets présentent des points communs dans leurs origines et, dans le cadre de l'aimantation quasistatique, ne sont que le reflet accessible par l'opérateur d'une même réalité : les phénomènes irréversibles liés à l'aimantation. Le bruit Barkhausen permet l'analyse temporelle des irréversibles et paraît de prime abord une voie d'investigation plus riche que la mesure des pertes, quantité intégrée qui n'offre pas de renseignements directement accessibles sur la localisation temporelle et spatiale des irréversibles. Les pertes sont pourtant directement reliées à ces deux aspects au contraire du bruit qui ne reflète aucunement la localisation spatiale. L'historique de la dynamique trahit cette réalité. D'abord orientée vers le bruit Barkhausen, la réflexion s'est attachée à modéliser la localisation temporelle des irréversibles et l'on retrouve dans le regrettable modèle des pertes décomposées en trois composantes hystérétique, Foucault, excès, le souci d'intégrer ce caractère (cf. chapitre 2). Parallèlement à ce courant, des chercheurs parmi lesquels on peut citer Kittel, Shockley, Williams, puis Pry et Bean, se sont intéressés à la localisation spatiale des phénomènes dissipatifs, ignorant cette fois la localisation temporelle des irréversibles. Bertotti est certainement l'un des premiers à s'être efforcé d'intégrer les deux approches. La quantification de ces effets est tout sauf évidente, la multiplicité des publications sur le sujet en témoigne et justifie qu'on lui consacre une petite revue.

Dans ce qui suit, je me suis attaché à reproduire quelques étapes de la réflexion qui a guidé les investigations menées depuis les années 1950 jusqu'à nos jours. Cette étude, essentiellement orientée sur les travaux de l'école italienne, ne prétend absolument pas brosser un panorama complet, mais a pour simple ambition de faire ressortir un fil conducteur qui pourra éclairer des travaux un peu abscons.

2 CALCUL DE LA DENSITE SPECTRALE D'ENERGIE D'UN BRUIT

Comme annoncé plus haut, les investigations concernent d'abord le bruit Barkhausen. Dans l'hypothèse où l'on considère qu'on a affaire à un signal stationnaire -ce qui constitue, comme on l'a vu au chapitre 1, une hypothèse très réductrice-, on peut définir la fonction de corrélation $\phi(\tau)$ du bruit $I(t)$ par la relation :

$$\phi(\tau) = \overline{I(t) * I(t-\tau)} \quad (1)$$

Soit $\Phi(\omega)$ la transformée de Fourier de $\phi(\tau)$:

$$\phi \text{ est paire donc } \Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} \phi(\tau) d\tau = 2 \int_0^{+\infty} \cos(\omega\tau) \phi(\tau) d\tau$$

Φ est donc paire aussi, d'où :

$$\phi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} \Phi(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \cos(j\omega\tau) \Phi(\omega) d\omega$$

Soit alors $\overline{I(t)^2}$ la puissance moyenne de $I(t)$:

$$\text{On a : } \overline{I(t)^2} = \phi(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\omega) d\omega$$

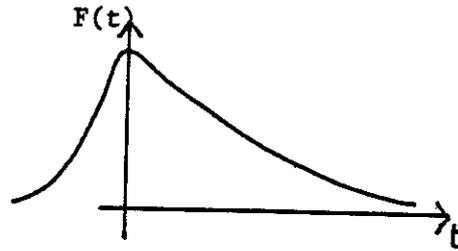
D'où, en posant $\Phi' = \frac{\Phi}{2\pi}$:

$$\begin{aligned} \Phi'(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \cos(\omega\tau) \phi(\tau) d\tau \\ \phi(\tau) &= 2 \int_0^{+\infty} \cos(\omega\tau) \Phi'(\omega) d\omega \\ \overline{I(t)^2} &= 2 \int_0^{+\infty} \Phi'(\omega) d\omega \end{aligned}$$

Φ' apparaît donc comme la densité spectrale d'énergie : c'est une grandeur directement accessible et une cible de choix pour l'expérimentateur. L'interprétation des spectres observés constitue un problème auquel les chercheurs ont beaucoup sacrifié.

En 1961, Biorci et Mazzetti proposent le calcul général de la fonction de corrélation d'un signal constitué d'une succession de pulses [1] :

On considère des pulses d'amplitude a_i indépendantes les unes des autres, chaque pulse construit à partir d'une fonction mère $F(t)$: $f_i(t) = a_i F(t-t_i)$



Si x_i représente l'écart de temps entre le pulse i et le pulse $i-1$, on aura en considérant une distribution de k pulses sur une durée T :

$$I(t) = \sum_{k=0}^k a_k f_k(t - X_k) \quad \text{avec : } X_0 = 0 \quad \text{et } X_k = \sum_{1}^k x_i$$

La fonction de corrélation du bruit s'écrira avec (1) :

$$\phi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I(t) I(t+\tau) dt$$

On doit pour déterminer ϕ connaître d'un part la statistique des irréversibles apparus entre t et $t+\tau$ et d'autre part la loi d'évolution d'un irréversible. Après des calculs particulièrement rebutants, les auteurs parviennent à exprimer ϕ , de manière non simple, en fonction de la densité de probabilité d'apparition d'un pulse $p(t)$ et de la fonction de

$$\text{corrélation d'un pulse mère } \varphi(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) F(t-\alpha) dt.$$

Précisons cela sur quelques cas particuliers :

2 1 DISTRIBUTION ALEATOIRE DES SAUTS

Soit δt un intervalle de temps suffisamment petit pour qu'on puisse lui associer les deux seuls cas de figure : émission d'un pulse et d'un seul ; pas d'émission du tout.

Alors la probabilité d'observer k pulses parmi $n = T / \delta t$ séquences s'écrira :

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{avec } p = \text{proba d'avoir un pulse pendant } \delta t$$

$$\text{On a : } \frac{P_n(k+1)}{P_n(k)} = \frac{n-k}{k+1} \frac{p}{1-p} > 1 \quad \text{pour } k \leq np + p$$

D'où le nombre moyen v de pulses émis sur une durée $n \delta t$: $v = (n+1)p \approx np$

On peut approximer P par une loi de Poisson (cf. [2] p.633) et on écrira :

$$P_n(k) = [e^{-np} (np)^k] / k!$$

Soit alors Δt l'intervalle de temps séparant deux pulses successifs :

On aura : $P(\Delta t \in [T, T + \delta t]) = P_n(1) \frac{1}{n}$ avec $n = (T + \delta t) / \delta t$

\downarrow \downarrow
 proba. pour qu'il y ait un pulse coeff. diviseur car le pulse doit
 et un seul parmi n "tirages" intervenir sur le dernier "tirage"

On écrira donc : $P(\Delta t \in [T, T + \delta t]) = \nu e^{-\nu T} \delta t$

Voilà donc exprimée la loi $p(t) = \frac{dP}{dt}$ de succession de pulses indépendants.

On peut se donner pour décrire un irréversible une loi $F(t) = e^{-\alpha t}$ pour $t > 0$

$F(t) = 0$ pour $t < 0$

A partir de F on peut construire ϕ . On est donc en possession des lois p et ϕ susmentionnées. Biorci et Mazzetti obtiennent finalement (cf. [3]) :

$$\phi(\tau) = \nu \left[\frac{e^{-\alpha \tau}}{2\alpha} \bar{a}^2 + \frac{\nu}{\alpha^2} \bar{a}^2 \right]$$

d'où l'on tire la densité spectrale d'énergie $\Phi_p - p$ comme Poisson - :

$$\Phi_p(\omega) = \frac{\bar{a}^2 \nu}{2\pi} \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{\bar{a}^2 \nu^2}{\alpha^2} \delta(\omega) \quad (2)$$

La puissance totale du bruit s'écrira :

$$P = \int_0^{+\infty} \Phi(\omega) d\omega = \bar{a}^2 \frac{\nu^2}{\alpha^2} \left[1 + \frac{\alpha}{\nu} \frac{\bar{a}^2}{\bar{a}^2} \right]$$

$\bar{a}^2 \frac{\nu^2}{\alpha^2}$ représente la puissance qu'on aurait eue si le bruit avait été uniforme. En effet, on

a k pulses sur une durée T. Chaque pulse donne une contribution moyenne :

$$I_i = \frac{1}{T} \int_0^T a_i e^{-\alpha t} dt = \frac{a_i}{\alpha T}$$

Les k pulses donnent une contribution moyenne :

$$\bar{I} = \frac{1}{\alpha T} \sum a_i = \frac{k \bar{a}}{T \alpha} = v \frac{\bar{a}}{\alpha}$$

Dans l'hypothèse I uniforme, on a $\bar{I}^2 = \bar{I}^2$ d'où le résultat annoncé.

$\alpha/v \bar{a}^2/\bar{a}^2$ représente le surcoût dû à la non-uniformité : $1/\alpha$ représente la durée d'un saut et $1/v$ l'écart entre deux sauts de sorte que α/v quantifie l'écart vis-à-vis de l'hypothèse bruit uniforme.

La loi de Poisson constitue une première approximation des spectres réels (fig. 1 et 2). Elle représente cependant de graves lacunes : entre autres, la fréquence de coupure est uniquement déterminée par la forme de l'impulsion élémentaire, alors que les effets de forme de l'échantillon ont une incidence très grande, suggérant l'existence d'autres paramètres importants. Nous allons donc maintenant examiner le cas d'une distribution plus réaliste, proposée par Sawada en 1946 [4].

2 2 DISTRIBUTION DE SAWADA

L'auteur propose : $P(t \in [T, T + \delta t]) = 4 v^2 T e^{-2vT} \delta t$

La figure 4 illustre un point important : un saut ne peut être immédiatement suivi d'un autre saut. Cette loi décrira donc bien les situations physiques où l'apparition d'un saut entraîne une diminution du champ local, interdisant à d'autres sites de céder juste après. Ce cas de figure correspond aux situations où l'on est en présence de démagnétisants : la rupture d'un blocage provoque l'augmentation de l'aimantation et donc du champ démagnétisant. L'indice s désignant la distribution de Sawada, on obtient :

$$\Phi_s(\omega) = \Phi_p(\omega) - \frac{4 \bar{a}^2 v^3}{\pi} \frac{1}{(\alpha^2 + \omega^2)(16 v^2 + \omega^2)}$$

La puissance du bruit diminue (fig. 2), ce qui correspond au fait que les sauts se recouvrent moins.

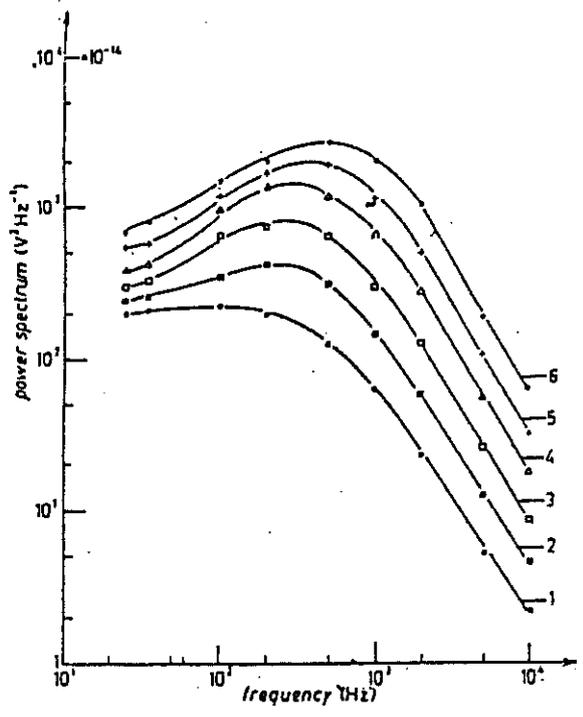


Fig. 1 :
Spectres mesurés sur des échantillons
cylindriques (extrait de [3])

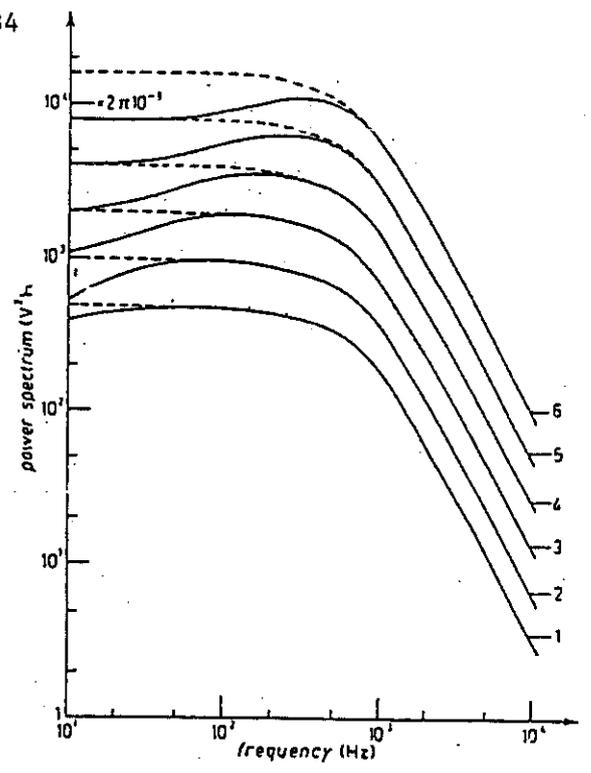


Fig. 2 :
Spectres calculés :
---- : distribution de POISSON
— : distribution de SAWADA
(extrait de [3])

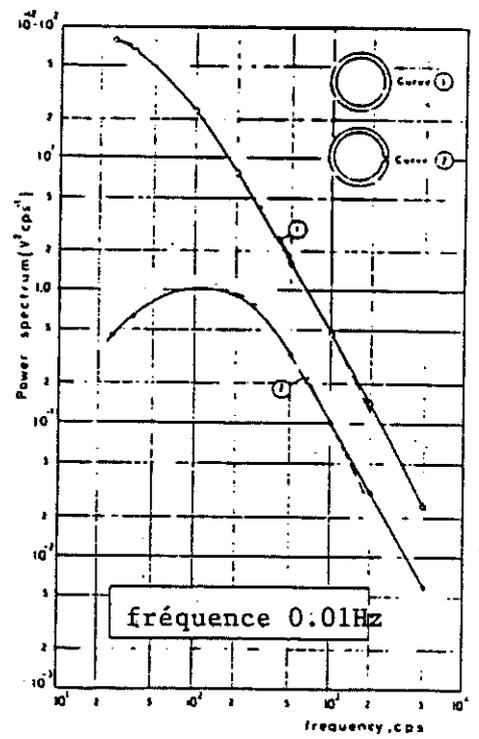


Fig. 3 :
1. Puissance spectrale mesurée sur un tore
de FeSi
2. Même chose après coupure de tore
(extrait de [6])

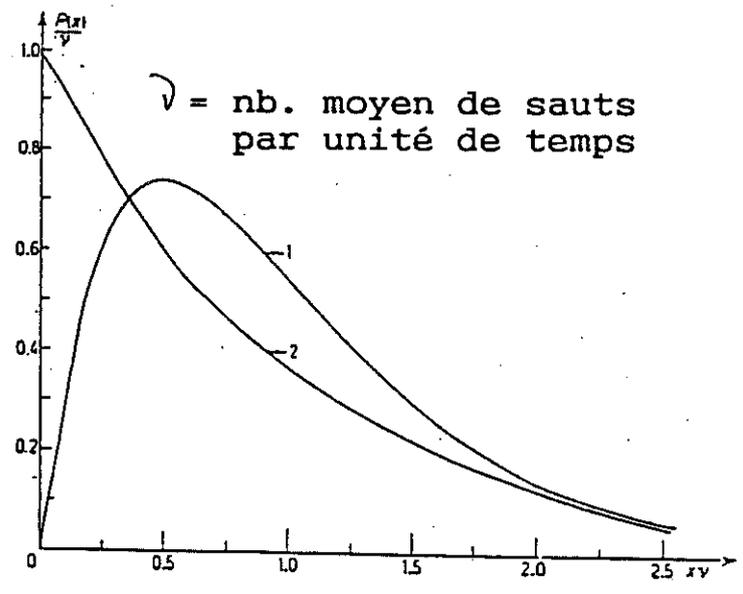


Fig. 4 :
1. Distribution de SAWADA
2. Distribution de POISSON
(extrait de [3])

2 3 PRISE EN COMPTE DU CARACTERE AVALANCHEUX

En 1964, Mazzetti formule de manière compacte l'expression du spectre d'énergie d'une succession de pulses [5] :

Soit $s(\omega)$ la T.F.d'un pulse : On obtient :

$$\Phi(\omega) = \sqrt{\bar{a}^2 |s(\omega)|^2 + 2 \bar{a}^2 |s(\omega)|^2 \operatorname{Re} \left[\frac{\int_0^\infty P(x) e^{i\omega x} dx}{1 - \int_0^\infty P(x) e^{i\omega x} dx} \right]} \quad (4)$$

Mazzetti et Montalenti publient en 1964 [6] une application de ce résultat à une nouvelle distribution qui s'efforcera de tenir compte du caractère avalancheux des irréversibles :

On peut considérer que si un pulse doit en entraîner un autre, alors ce dernier se produira juste après : comparée à une simple loi de Poisson, la densité de probabilité $P(x)$ sera renforcée pour les faibles valeurs de x . Le cas envisagé est donc à l'opposé de la situation décrite par une distribution de Sawada comme la suite va le montrer.

On écrira donc : $P(x) = P'(x) + P''(x)$

P'' représente la partie aléatoire de la loi de succession des sauts.

P' représente le côté avalancheux de cette loi de succession.

En pondérant, on peut donc balayer un grand nombre de cas de figure.

On définit :

$$\rho = \frac{\int_0^\infty P'(x) dx}{\int_0^\infty P''(x) dx} = \frac{\text{P. pour qu'un saut soit intérieur à une avalanche}}{\text{P. pour qu'un saut n'appartienne pas à une avalanche}}$$

ρ apparaît donc comme le nombre moyen de pulses par groupe.

De même :

$$\tau_0 = \int_0^{\infty} x P'(x) dx \left[\int_0^{\infty} P'(x) dx \right]^{-1} = \Delta t \text{ moyen entre deux pulses au sein d'un groupe}$$

Mazzetti et Montalenti prennent $P(x) = K_1 e^{-\mu_1 x} + K_2 e^{-\mu_2 x}$ avec $\mu_1 \gg \mu_2$

$$\text{On a } \int_0^{\infty} P(x) dx = 1 \text{ d'où } \frac{k_1}{\mu_1} + \frac{k_2}{\mu_2} = 1$$

Finalement:

$$\rho = \frac{k_1}{\mu_1} \frac{k_2}{\mu_2} \quad \tau_0 = \frac{1}{\mu_1}$$

$$v = \frac{1}{\frac{k_1}{\mu_1^2} + \frac{k_2}{\mu_2^2}}$$

Mazzetti et Montalenti parviennent en remplaçant dans (3) à l'expression :

$$\Phi(\omega) = \Phi_p(\omega) \left[1 + 2 \frac{\rho(1 - v\tau_0)^2}{\omega^2 \tau_0^2 \rho^2 (1 - v\tau_0)^2 + 1} \right] \quad (4)$$

où $\Phi_p(\omega)$ représente la densité de puissance spectrale d'un train de v pulses indépendants donnée par (2).

Apparaissent plusieurs points intéressants :

* L'allure de la densité de puissance spectrale est conditionnée par la forme d'un élémentaire (à travers la fonction Φ_p) mais aussi par le degré de corrélation (paramètres ρ , τ_0 , v).

* Aux fréquences magnétisantes très faibles, v tend vers 0 et on a :

$$\Phi(\omega) = \Phi_p(\omega) \left(1 + \frac{2\rho}{\omega^2 \tau_0^2 \rho^2 + 1} \right) \quad (5)$$

On a deux fréquences de coupure :

$$\omega_1 = \frac{1}{\rho\tau_0} \text{ où } \tau_0 \text{ représente la durée moyenne d'une avalanche.}$$

$\omega_2 = \frac{1}{\alpha}$ due à Φ_p où α figure la durée d'un pulse.

$\alpha \ll \tau_0$: la fréquence basse correspond aux corrélations.

On peut illustrer expérimentalement ce point en bobinant autour d'un échantillon torique un enroulement en court-circuit : les courants induits vont augmenter considérablement, provoquant un amollissement des élémentaires. α augmente, ω_2 diminue (voir fig. 5).

Le modèle permet également de retrouver en partie les spectres sous démagnétisants. En effet, la présence de démagnétisant entraîne une diminution des couplages et donc du nombre moyen d'événements compris dans une avalanche : p diminue. Si par ailleurs on suppose que l'intervalle de temps moyen entre deux élémentaires n'évolue pas, alors τ_0 est constant. On obtient : $k_1 \rightarrow 0$ $k_2 / \mu_2 \rightarrow 1$

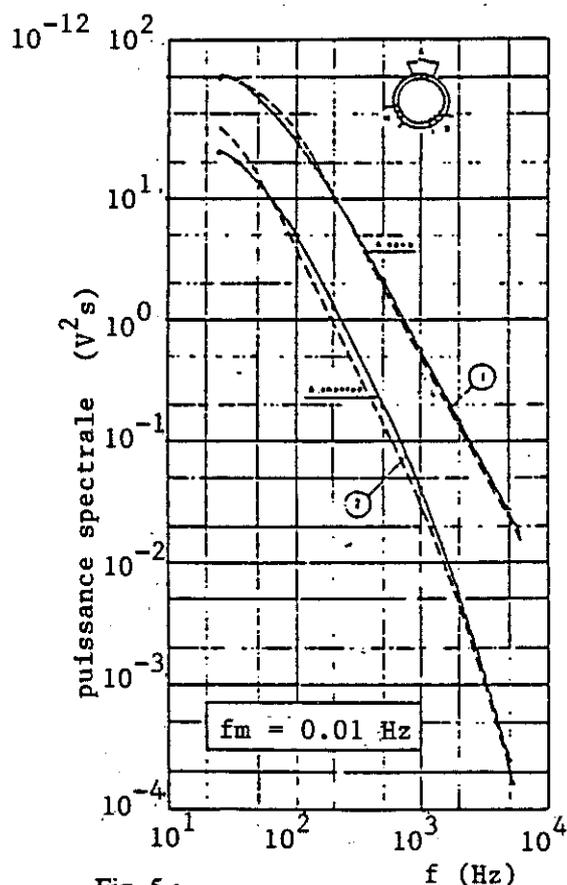


Fig. 5 :
Comparaison entre spectres obtenus
1. Enroulement axiliaire ouvert
2. Enroulement en c.c.

(extrait de [6])

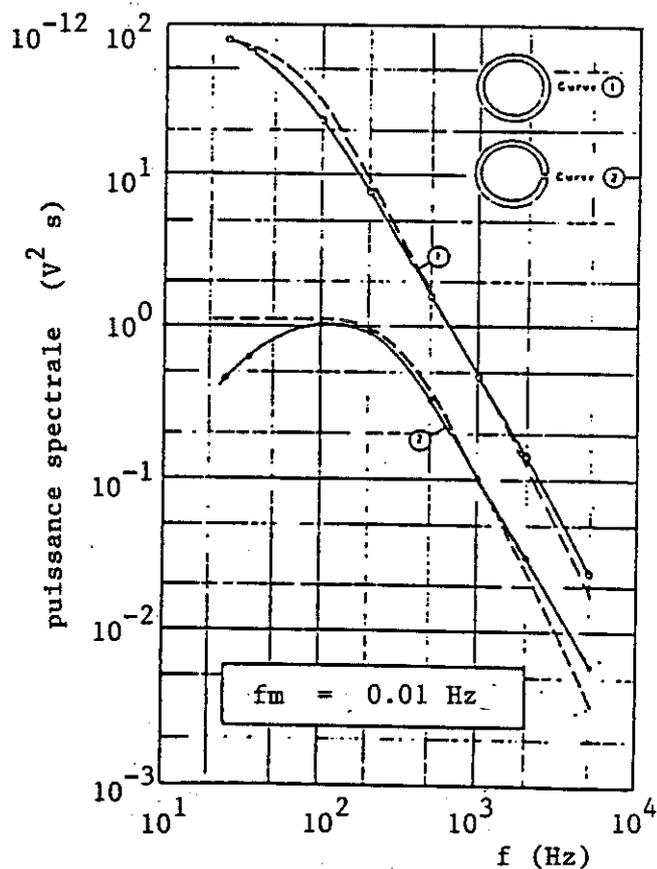


Fig. 6 :
Reconstitution de spectres avec ou
sans champ démagnétisant
--- : expérimental

— : calculé

Le modèle conduit donc à une distribution de Poisson et ne permet donc pas comme on le voit fig.6 de retrouver le spectre réel : de meilleurs résultats auraient été obtenus en prenant pour p une distribution de Sawada.

Cette première approche du caractère avalancheux des irréversibles permet déjà d'avancer quelques certitudes :

* La forme du spectre est essentiellement conditionnée par la distribution des sauts : la forme d'un saut élémentaire n'intervient que pour les plus hautes fréquences du spectre.

* La distribution des sauts est très fortement dépendante des couplages intersites. Si des distributions, établies cas par cas, permettent de rendre compte des spectres observés, il reste encore, à ce stade des opérations, à établir un formalisme plus global.

2 4 PRISE EN COMPTE DES CORRELATIONS ENTRE LES AVALANCHES

Les calculs développés dans le paragraphe précédent constituent une première approche du caractère avalancheux des irréversibles.

Il subsiste une grosse lacune dans la mesure où les avalanches se succèdent les unes aux autres de manière tout à fait aléatoire : la distribution des volumes des avalanches est régie par la loi $P(x)$ qui caractérise la succession des sauts élémentaires, mais rien ne gouverne la distribution dans le temps des volumes.

Dans un article publié en 1974 [7], Celasco, Fiorillo et Mazzetti entreprennent de combler cette lacune et supposent l'existence d'une corrélation entre le volume d'une avalanche et la loi de succession dans le temps des avalanches que l'on désigne ici par $P(x)$.

Ils obtiennent :

$$\Phi(\omega) = mv_g \left[\overline{|s(\omega, x)|^2} + 2 \operatorname{Re} \left[\overline{s(\omega, x)} \frac{\int_0^\infty \overline{s(\omega, x)}^\otimes P(x) e^{i\omega x} dx}{1 - \int_0^\infty P(x) e^{i\omega x} dx} \right] \right] \quad (6)$$

m = nombre de régions indépendantes.

v_g = nombre moyen d'avalanches par unité de temps.

$\overline{s(\omega, x)}$ désigne ici la densité de puissance spectrale moyenne d'une avalanche séparée de la précédente par un intervalle de temps x . $\langle \rangle$ désigne une moyenne effectuée sur les valeurs de x . La structure de la formule est comparable à celle de la formule (3) qui décrivait simplement la puissance spectrale en ne tenant compte que des corrélations entre sauts élémentaires.

En l'absence de corrélations entre avalanches, on a simplement :

$$\Phi(\omega) = m v_g \langle |\overline{s(\omega, x)}|^2 \rangle, \text{ donné par la formule (4)}$$

Dans l'hypothèse d'une fréquence d'aimantation assez faible, $\Phi(\omega)$ est donné par (5)

Il reste à exprimer $P(x)$ et $S(\omega, x)$:

Au paragraphe 2.3, p^n désignait la densité de probabilité pour un événement de ne pas appartenir à l'avalanche précédente. En reprenant la même démarche, nous écrirons :

$$P(x) = K^2 e^{-\mu^2 x} / \int_0^{\infty} K^2 e^{-\mu^2 x} dx = \mu^2 e^{-\mu^2 x}$$

Nous avons donc $\mu^2 = \bar{x} = 1/v_g = \Delta t$ moyen entre deux avalanches

Enfin, en tenant compte du fait que l'incidence des corrélations n'est importante que dans les très faibles fréquences du spectre, on peut assez facilement exprimer $s(\omega, x)$:

On décrira une avalanche en reprenant le formalisme du paragraphe 1 :

$$F(t, x) = \sum_{i=0}^{n(x)} a_i f(t - t_i)$$

D'où :

$$s(\omega, x) = \sum_{i=0}^{n(x)} a_i \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} f(t-t_i) dt = \sum_0^{n(x)} a_i e^{-j\omega t_i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} f(t) dt$$

Or, $f(t)$ est non négligeable uniquement pour $t < \alpha$ petit, de telle sorte que dans le domaine qui nous intéresse on puisse écrire $\omega t \approx 0$.

On pourra donc écrire :

$$s(\omega, x) = \sum_{i=0}^{n(x)} a_i e^{-j\omega t_i} s_i \quad s_i = \text{aire du saut } n^{\circ}i$$

On écrira finalement :

$$s(\omega, x) = n(x) a \exp(i\theta) \quad a = \text{aire moyenne d'un saut}$$

$$\theta = \text{constante}$$

Les auteurs considèrent que la taille moyenne d'une avalanche séparée de la précédente par un intervalle de temps x est proportionnelle à x : $\bar{n}(x) = b x$. On aura :

$$\rho = \int_0^{+\infty} \bar{n}(x) P(x) dx = b \bar{x} = \frac{b}{v_g} \quad \text{d'où } \bar{n}(x) = \rho v_g x$$

Nous voilà donc en mesure d'exprimer $\overline{s(\omega, x)}$ et $\langle \overline{s(\omega, x)} \rangle$. On écrira :

$$\overline{s(\omega, x)} = \bar{n}(x) a \exp(i\theta) = \rho v_g a \exp(i\theta) x$$

$$\langle \overline{s(\omega, x)} \rangle = \rho v_g a \exp(i\theta) \bar{x} = \rho a \exp(i\theta)$$

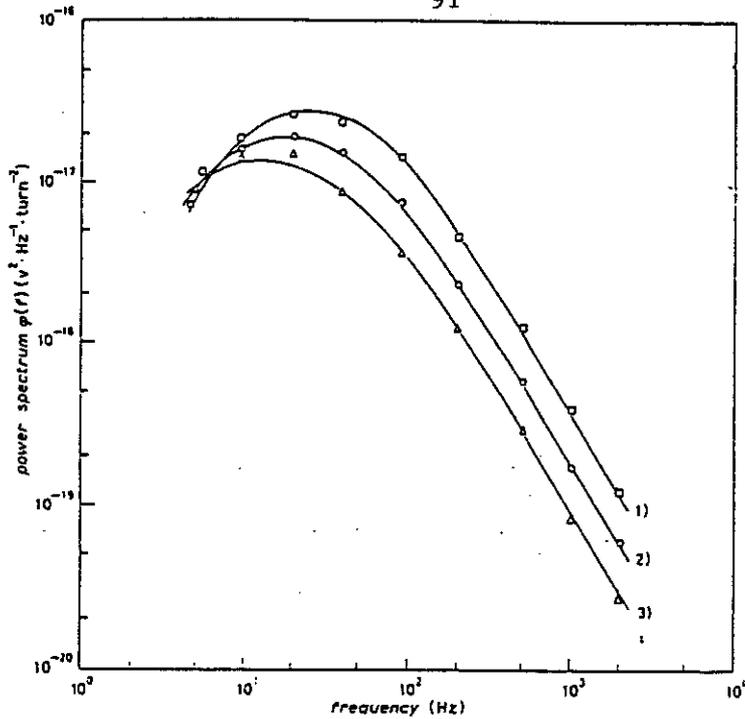
On peut alors reprendre (6). On obtient finalement :

$$\Phi(\omega) = 2 \Phi_p(\omega) \frac{\rho}{1 + \omega^2 \rho^2 \tau_0^2} \frac{\omega^2}{\omega^2 + v_g^2} \quad (7)$$

Comme le montre la figure 7, le calcul précédent permet de retrouver de manière remarquable les spectres observés.

Nous voilà donc en présence d'une formulation performante et sympathique dans la mesure où elle ne fait intervenir que quelques paramètres physiquement significatifs : Δt moyen entre deux sauts élémentaires, nb. moyen de sauts dans une avalanche et nombre moyen d'avalanches par unité de temps.

Reste maintenant à rattacher ces paramètres aux grandeurs accessibles par l'utilisateur : tel est l'objet du paragraphe suivant.



$$f_1 = 2.4 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$$

$$f_3 = 0.63 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$$

Fig. 7 :

Puissance spectrale mesurée et calculée sur des tores de FeSi aimantés à différentes fréquences f_i .
 Une seule courbe est fitée, les deux autres étant obtenues en tenant compte du fait que Φ_p et v_g sont
 proportionnelles à f
 (extrait de [7])

3 BRUIT BARKHAUSEN ET STRUCTURES EN DOMAINES

Bertotti, Fiorillo et Sassi proposent dans une publication de 1981 [8], de rattacher les mesures de bruit à la perméabilité du matériau, elle-même liée à la structure en domaines.

En premier lieu, les auteurs insistent sur la nécessité de maintenir, lors des mesures, un taux de variation de flux dI/dt constant au sein du matériau :

En effet, comme on l'a vu précédemment, la puissance spectrale est fonction, entre autres, du nombre moyen d'avalanches par unité de temps, lui-même relié au taux de variation de l'aimantation. Il importe de faire en sorte que les paramètres utilisés pour caractériser la puissance spectrale soient constants, il faut donc travailler à dI/dt constant.

Les auteurs reprennent la formulation (7), dans laquelle on rappelle (cf. (2)) que $\Phi_p(\omega)$ représente la densité spectrale de puissance d'un train de pulses indépendants. En laissant tomber le Dirac qui ne nous intéresse pas quand à l'allure du spectre et le facteur $1/(2\pi)$ qui nous encombre, on écrira :

$$\Phi_p(\omega) = v \frac{\bar{a}^2}{\alpha^2 + \omega^2} \quad \text{avec } f(t) = \frac{d\Psi}{dt} = a \exp(-\alpha t) \quad \text{variation élémentaire de flux}$$

Comme on l'a déjà vu, la fréquence de coupure associée à Φ_p est très élevée (≈ 100.000 Hz). On considérera donc $\Phi_p(\omega) = \Phi_p(0)$ dans la bande de fréquence étudiée.

$$\text{On a donc finalement : } \Phi_p(\omega) = \Phi_p(0) = v \frac{\bar{a}^2}{\alpha^2} = v \overline{\Psi_0^2}$$

Ψ_0 = variation de flux créée par un irréversible.

$$\text{On peut écrire } dI/dt = v \overline{\Psi_0}, \quad \text{alors : } \Phi_p(f) = \overline{\Psi_0} dI/dt$$

On notera : $\hat{\rho} = \rho \overline{\Psi_0}$ = variation moyenne de flux due à une avalanche.

$$1/\hat{\tau}_0 = \overline{\Psi_0} / \tau_0 = \text{taux moyen de variation de flux associé à une avalanche.}$$

Alors (7) devient :

$$S(f) = 4 \frac{dI}{dt} \frac{\hat{\rho} f^2}{f^2 + (v_g / 2\pi)^2} \frac{1}{1 + f^2 (2\pi \hat{\rho} \hat{\tau}_0)^2} \quad (8)$$

On peut calculer la puissance moyenne du bruit :

$$\text{On aura : } P = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) df = \frac{1}{\hat{\tau}_0} dI/dt$$

Il est intéressant de noter que les pertes, à dI/dt constant, apparaissent directement proportionnelles au taux de variation du flux dans une avalanche.

De manière plus réaliste, les auteurs imaginent une certaine dispersion de τ_0 autour de la valeur moyenne. Les auteurs proposent de prendre une fonction boîte comme densité de probabilité :

$$[P\tau(\hat{\tau}_0) = 1 / (2\beta \langle \hat{\tau}_0 \rangle) \quad \text{pour} \quad (1 - \beta) \langle \hat{\tau}_0 \rangle \leq \hat{\tau}_0 \leq (1 + \beta) \langle \hat{\tau}_0 \rangle]$$

On introduit donc un nouveau paramètre α qui caractérise la dispersion des taux de variation de flux au cours d'une avalanche. On aura :

$$\langle S(f) \rangle = \int S(\hat{\tau}_0) P\tau(\hat{\tau}_0) d\hat{\tau}_0 \quad \text{et} \quad \langle P \rangle = \int P(\hat{\tau}_0) P\tau(\hat{\tau}_0) d\hat{\tau}_0$$

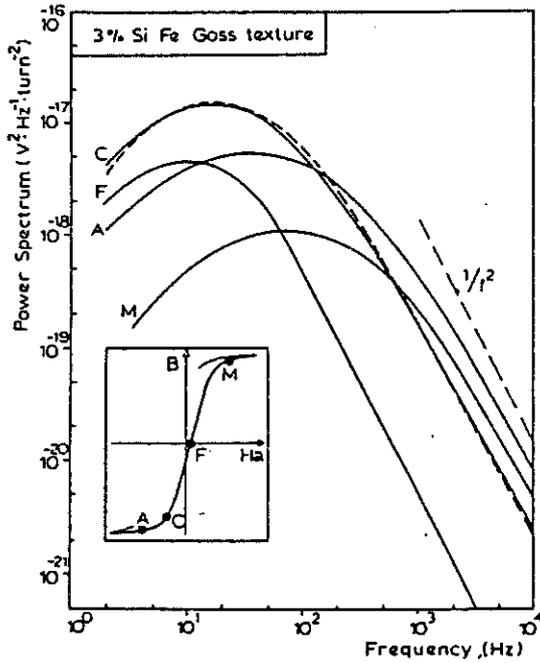


Fig. 8 :
Spectre de bruits détectés le long du cycle
sur une texture GOSS
---- : relevé expérimental
(extrait de [8])

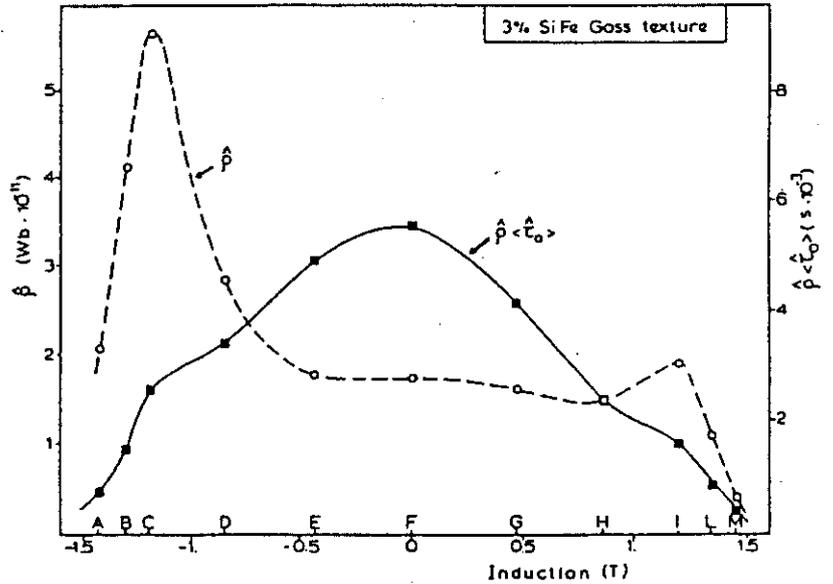


Fig. 9 :
Comportement de $\hat{\rho}$ et $\hat{\rho} \langle \hat{\tau}_0 \rangle$, durée
moyenne d'une avalanche.
(extrait de [8])

Comme le montre la figure 8, on fit ainsi très bien les courbes de puissance spectrale mesurées le long du cycle.

Les valeurs de $\hat{\rho}$ et $\hat{\rho} \langle \hat{\tau}_0 \rangle$ obtenues par le fitage (fig. 9) donnent accès à l'aire moyenne ΔA balayée par une avalanche :

$$\Delta A = \hat{\rho} / 2I_s \quad (I_s = \text{aimantation à saturation})$$

Les auteurs retrouvent ainsi des déplacements de parois $\Delta x \approx 200$ à 500 \AA observés par ailleurs [9].

Peut-on rattacher $\hat{\rho}$ et $\hat{\rho} \langle \tau_0 \rangle$ aux grandeurs macroscopiques ? Telle est la question abordée par les auteurs. La réflexion part d'un constat :

pour une texture GOSS, la durée moyenne d'une avalanche est maximum près de H_c et la variation moyenne de flux induite par une avalanche est maximum vers les coudes de saturation. Cela n'est pas sans conséquences au niveau de la puissance du bruit : les mesures font apparaître (fig. 10 et 11) deux maxima situés aux coudes de saturation du cycle d'hystérésis, donc aux endroits où $d\mu / dB$ est extremum.

Cela suggère une description : $\langle P \rangle = a\mu + b \left| \frac{d\mu}{dB} \right|$ (9)

B = induction μ = perméabilité

Le terme $a\mu$ gouverne $\langle P \rangle$ près de H_c

Les figures 10 et 11 présentent des fits réalisés d'après (9) sur la puissance du bruit pour un matériau GOSS et un matériau isotrope. Cette description apparait donc très générale et suggère une signification physique réelle pour les paramètres a et b .

Les auteurs poussent l'analyse et explicitent l'évolution de l'aimantation en termes de mouvements de parois :

En négligeant les effets d'inertie (cela sera justifié plus loin), on peut écrire :

Vitesse paroi $\rightarrow v = H_m / \beta \rightarrow$ coeff. visqueux fonction des courants induits

↓

champ moteur

A un coefficient près - fonction de la dispersion de τ_0 et à peu près constant sur tout le cycle -, on peut écrire :

$$\frac{\langle P \rangle}{dI/dt} \approx 1/\langle \tau_0 \rangle = \text{taux moyen de variation de flux dans une avalanche.}$$

Ce taux de variation de flux s'exprime comme $2 I_s d v$ où d = hauteur de la paroi

$$\text{On obtient donc : } \frac{\langle P \rangle}{dI/dt} = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\rho} \langle \tau_0 \rangle} = 2 I_s d \frac{H_m}{\beta}$$

Ce résultat suggère les identifications : $\hat{\rho} = H_m$ $\hat{\rho} \langle \tau_0 \rangle = \beta$

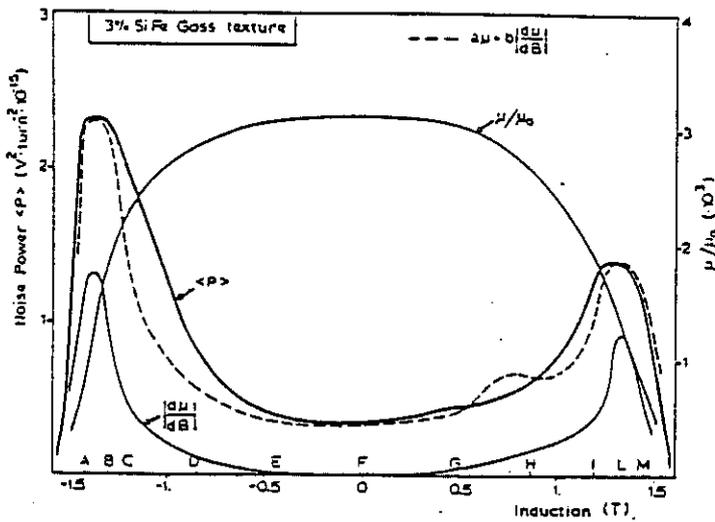


Fig. 10 :
Comportement de la puissance de bruit le long
du cycle pour une texture GOSS.
---- : fit obtenu à l'aide de (9)
(extrait de [8])

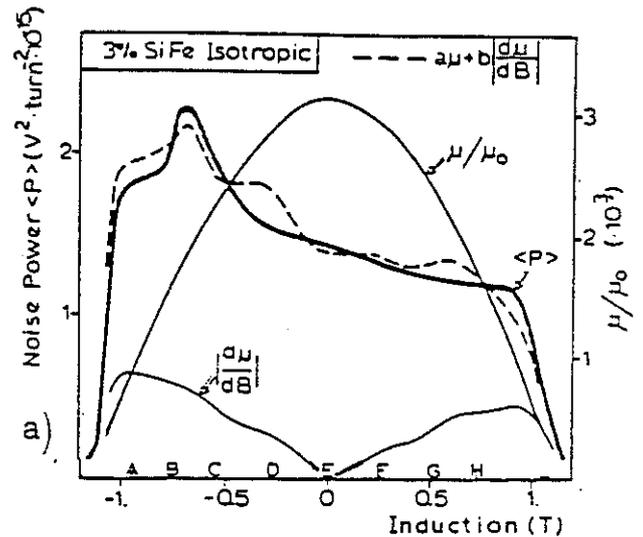


Fig. 11 :
Comportement de la puissance de bruit le long
du cycle pour un matériau isotrope
---- : fit obtenu à l'aide de (9)
(extrait de [8])

Les auteurs justifient ces assertions : il semble en effet raisonnable de supposer que la variation de flux induite par une avalanche est proportionnelle au champ moteur, de même la durée d'une avalanche est liée à la mobilité des parois.

Dans le cas d'un matériau orienté, on peut pousser l'interprétation : les deux pics observés (cf. fig. 9) suggèrent d'après les identifications que H_m est maximum aux mêmes endroits, donc aux coudes de saturation. Ces lieux du cycle correspondent à des réorganisations de la topologie des domaines, très dures à mettre en place. Il est donc réconfortant de trouver une augmentation du champ moteur à ces endroits.

Pour conclure le paragraphe, nous pouvons dire que nous possédons un formalisme qui permet de décrire les spectres observés en tout lieu du cycle, et d'en tirer, au moins de manière parcellaire, des enseignements sur la topologie des domaines, la dynamique des parois...

Nous franchissons donc un pas entre l'interprétation qualitative et la description quantitative. Nous allons maintenant développer cette approche, en nous intéressant plus particulièrement aux pertes.

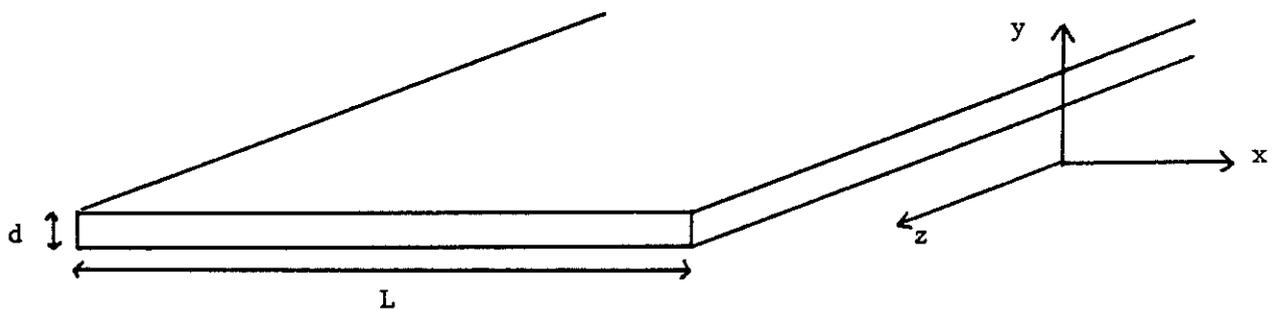
4 CALCUL DES PERTES : PRISE EN COMPTE DE LA REPARTITION SPATIALE DES EVENEMENTS

Nous n'avons jusqu'à présent pas tenu compte des corrélations spatiales : une bobine ne voit qu'une succession de sauts, et on peut imaginer une multitude de distributions équivalentes pour ce qui est du signal observé.

Si l'on s'intéresse aux pertes, on est cette fois obligé de tenir compte de la répartition spatiale afin de quantifier l'effet des courants induits. C'est ce que va s'efforcer de réaliser G. Bertotti dans une remarquable série d'articles.

4 1 CALCUL DES PERTES EN FONCTION DE L'AIMANTATION

Bertotti considère [10] et [11] une tôle aimantée dans la direction de laminage :



Les sections sont supposées équivalentes : z n'intervient donc pas.

$$\text{On a alors } P = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} - \int_{-\Delta T/2}^{+\Delta T/2} \frac{dt}{\Delta T} \int_S \vec{H}(r,t) \frac{d\vec{B}}{dt}(r,t) \frac{ds}{S} \quad (\text{a})$$

Bertotti prend le formalisme :

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{d\vec{I}}{dt} + \mu \frac{d\vec{H}}{dt} \quad \mu = \text{perméabilité réversible} \quad (\text{b})$$

On a d'autre part les relations :

$$j = \sigma E \quad j = \text{densité volumique de courant}$$

$$\text{rot}(\vec{H}) = j \quad \sigma = \text{conductivité électrique du matériau}$$

$\text{rot}(\mathbf{E}) = -d\mathbf{B}/dt$ \mathbf{E} = champ électrique

En utilisant l'identité vectorielle $\text{rot}(\text{rot}) = \text{grad}(\text{div}) - \Delta$, on obtient avec (b) :

$$\overline{\Delta(\mathbf{H})} - \sigma \mu \overline{d\mathbf{H}/dt} = \sigma \overline{d\mathbf{I}/dt} \quad (\text{c})$$

On considère qu'il n'y a pas de démagnétisant, on aura :

dans l'air $\mathbf{B}_a = \mu_0 \mathbf{H}_{app}$

dans le fer $\mathbf{B}_f = \mu_0(\mathbf{H}_{app} + \mathbf{H}_j) + \mathbf{I}$
| du aux courants

Les champs sont portés par Oz, la conservation de H tangent fait que $H_j = 0$ aux interfaces.

De même, les mouvements irréversibles s'éteignent aux interfaces : on écrira donc $\frac{d\mathbf{I}}{dt} = 0$ aux interfaces.

On peut développer H_j et $d\mathbf{I}/dt$ en séries de Fourier. Le développement le plus simple compatible avec les conditions aux limites susindiquées est :

$$H_1(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} H(\mathbf{k}) \sin(k_1 x) \sin(k_2 y) \quad \rightarrow \begin{cases} k_1 = n\pi/L & n = 1, 3, 5, \dots \\ k_2 = m\pi/d & m = 1, 3, 5, \dots \end{cases}$$

$$\text{avec } H(\mathbf{k}) = \frac{4}{1d} \int_0^d \int_0^l H_1(\mathbf{r}) \sin(k_1 x) \sin(k_2 y) dx dy$$

Pour la suite, on posera $H(\mathbf{r}) = \frac{4}{1d} H_1(\mathbf{r})$

En passant à l'intégrale de Fourier, on obtient :

$$H(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \text{et} \quad H(\omega) = \int_{-T/2}^{+T/2} H(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} dt \quad \text{d'où :}$$

$$H(\mathbf{r}, t) = \frac{4}{1d} \frac{1}{2\pi} \sum_{\mathbf{k}} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\mathbf{k}, \omega) \sin(k_1 x) \sin(k_2 y) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{d})$$

$$H(k, \omega) = \int_{-T/2}^{+T/2} \left[\int_S H(r, t) \sin(k_1 x) \sin(k_2 y) ds \right] e^{-i\omega t} dt \quad (10)$$

On a des expressions analogues pour $\frac{dI}{dt}$. Alors (c) devient :

$$\forall(x, y) \sum_{k_1, k_2} \sin(k_1 x) \sin(k_2 y) \left[-k^2 H(k, t) - \sigma \mu \frac{dH}{dt}(k, t) - \sigma \frac{dI}{dt}(k, t) \right] = 0$$

$$\text{D'où : } -k^2 H(k, t) - \sigma \mu \frac{dH}{dt}(k, t) - \sigma \frac{dI}{dt}(k, t) = 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[k^2 H(k, \omega) + \sigma \mu i \omega H(k, \omega) + \sigma i \omega I(k, \omega) \right] e^{i\omega t} d\omega = 0$$

$$\text{Finalement : } H(k, \omega) = - \frac{\sigma \frac{dI}{dt}(k, \omega)}{k^2 + \sigma \mu i} \quad (e)$$

On a alors d'après (b) :

$$\begin{aligned} \int_S H(r, t) \frac{dB}{dt}(r, t) \frac{ds}{S} &= \int_S H(r, t) \left[\frac{dI}{dt}(r, t) + \mu \frac{dH}{dt}(r, t) \right] \frac{ds}{S} \\ &= \frac{16}{S^2} \int_S \frac{ds}{S} \left[\sum_k H(k, t) \sin(k_1 x) \sin(k_2 y) \right] \left[\sum_{k'} \frac{dI}{dt}(k', t) \sin(k'_1 x) \sin(k'_2 y) + \mu \frac{d}{dt} \left[\sum_{k''} H(k'', t) \sin(k''_1 x) \sin(k''_2 y) \right] \right] \end{aligned}$$

seuls les produits où $k_1 = k'_1 = k''_1$ donnent une contribution non nulle (id. pour k_2). On pourra donc écrire :

$$\begin{aligned} \int_S H \frac{dB}{dt} \frac{ds}{S} &= \frac{16}{S^2} \int_S \frac{ds}{S} \sum_{k_1, k_2} H(k, t) \left[\frac{dI}{dt}(k, t) + \mu \frac{dH}{dt}(k, t) \right] \sin^2(k_1 x) \sin^2(k_2 y) \\ &= \frac{4}{S^2} \sum_k H(k, t) \left[\frac{dI}{dt}(k, t) + \mu \frac{dH}{dt}(k, t) \right] \end{aligned}$$

$$\text{On aura : } P = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} - \frac{4}{S^2} \int_{-\Delta T/2}^{+\Delta T/2} \frac{dt}{T} \sum_k H(k, t) \left[\frac{dI}{dt}(k, t) + \mu \frac{dH}{dt}(k, t) \right]$$

D'après le théorème de Parseval :

$$P = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{4 \sigma}{S^2 \Delta T} \sum_k \left[\int_{-\infty}^{+\infty} H(k, \omega)^* \frac{dI}{dt}(k, \omega) d\omega + \int_{-\infty}^{+\infty} \mu i \omega H(k, \omega) H(k, \omega)^* d\omega \right]$$

On peut utiliser (e) :

$$P = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{4 \sigma}{S^2 \Delta T} \sum_k \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{dI}{dt}(k, \omega)^* (k^2 + \sigma \mu i \omega)}{k^4 + (\sigma \mu \omega)^2} \left[1 - \frac{i \omega \sigma \mu}{k^2 + i \omega \sigma \mu} \right] \frac{dI}{dt}(k, \omega) \frac{d\omega}{2\pi}$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi S^2 T} \sum_k \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k^2}{k^4 + (\sigma \mu \omega)^2} \left| \frac{dI}{dt}(k, \omega) \right|^2 d\omega \quad (11)$$

4 2 APPLICATION A QUELQUES CAS SIMPLES

Pour peu que l'on connaisse l'évolution de l'aimantation dans le temps et dans l'espace, nous voilà donc en mesure de calculer les pertes développées dans le matériau. On va d'abord étudier quelques cas simples.

* $dI/dt = \text{constante}$

On obtient $\frac{dI}{dt}(k, \omega)$ avec (10) et finalement (cf. [10]) :

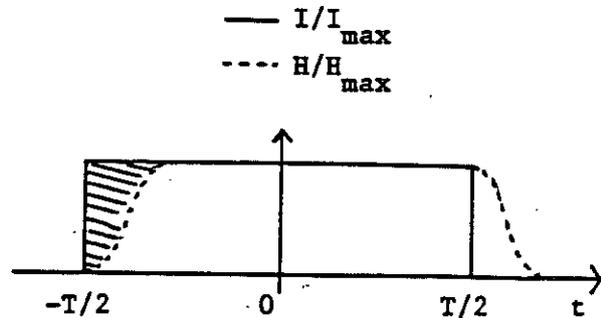
$$P = \frac{\sigma \frac{dI^2}{dt} d^2}{12} \left[1 - \frac{\sigma \mu d^2}{\pi^2 T} \right]$$

On peut comparer ce résultat aux pertes classiques :

$$P_c = \frac{\sigma \frac{dI^2}{dt} d^2}{12} \quad (12)$$

La différence entre les deux résultats est liée au fait que le passage à l'intégrale de Fourier sous-entend que dI/dt est nul pour $t \notin [-T/2, T/2]$.

La figure ci-contre représente donc qualitativement la situation traitée : Pour ce qui est des pertes, on économise donc ce qui correspond à la zone hachurée. Ce terme correctif devient évidemment négligeable pour T grand.



* Saut unique :

Ce calcul a pour objet de donner une expression des pertes hystérésis. Ces pertes sont expérimentalement obtenues en décrivant un cycle à fréquence d'aimantation très faible de sorte qu'il n'y ait pas de recouvrement entre les irréversibles. Le calcul consiste donc à calculer les pertes créées par un saut unique et à multiplier par le nombre de sauts.

Bertotti [10] propose d'exprimer la variation d'aimantation due à un irréversible comme :

$$\frac{dI}{dt}(r,t,r_0,t_0) = \frac{2 I_s}{\tau} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{a^2}\right] \exp\left[-\frac{t-t_0}{\tau}\right]$$

r_0, t_0 désignant l'endroit et la date d'apparition de l'irréversible.

La variation totale de flux due à un irréversible s'écrira :

$$\Delta\phi_{cl} = \int dt \int \frac{dI}{dt} d^2\tau = \int_{t_0}^{\infty} \frac{2 I_s}{\tau} e^{-(t-t_0)/\tau} dt \int_0^{\infty} e^{-r^2/a^2} 2\pi r dr = 2 I_s \pi a^2$$

La variation totale de flux correspond au balayage d'une surface πa^2 par une paroi à 180° . De plus, 90 % de la variation d'aimantation est contenue dans une section de rayon $r = 1.5 a$. On peut donc écrire que la formulation choisie représente assez bien la variation de flux induite par une paroi à 180° .

Le nombre de sauts qu'il faut pour décrire un cycle à saturation est égal à $N_s = S/\pi a^2$

Un cycle non saturé réclamera donc $N = N_s I_{max} / I_s$ sauts.

On a finalement (cf [10]) :

$$P_{\text{hyst}} = I_{\text{max}} f \frac{\sigma}{2\tau} \Delta\phi_{\text{cl}} \quad (13)$$

4 3 APPLICATION AU CAS GENERAL

Bertotti décrit le bruit de Barkhausen comme l'occurrence d'un certain nombre de chaînes de Markov, le point important étant que, au sein d'une chaîne, l'apparition d'un événement est entièrement déterminée par l'événement précédent. L'expression des pertes est alors déterminée par la quantité $M(\Delta r, \Delta t)$, densité de probabilité pour qu'un événement survienne Δt après le précédent, à Δr du lieu du précédent. Le passage dans l'espace des fréquences permet une formulation simple à l'aide de (11) et de $M(k, \omega)$ défini par :

$$M(k, \omega) = \int_0^{\infty} \left[\int_S M(\Delta r, \Delta t) e^{-ik\Delta r} d^2(\Delta r) \right] e^{-i\omega t} d(\Delta t)$$

Bertotti reprend alors le formalisme suggéré par Mazzetti et Montalenti (cf. paragraphe 2.3). Il envisage deux cas extrêmes :

4 3 1 Matériaux présentant une décomposition en domaines très fine

C'est le cas typique des matériaux non-orientés. Bertotti propose dans ce cas (cf. [12]) :

$$M(\Delta r, \Delta t) = C_0 m(\Delta r) \frac{e^{-\Delta t/\tau_0}}{\tau_0} + C_1/S \frac{e^{-\Delta t/\tau_1}}{\tau_1} \quad \text{avec} \quad \int_S m(\Delta r) d^2\Delta r = 1$$

On remarque que la dépendance spatiale n'affecte que le terme en $\exp(-\Delta t/\tau_0)$. Cela est logique, dans la mesure où c'est ce terme qui représente les effets de couplages. Le terme en $\exp(-\Delta t/\tau_1)$ représente le côté aléatoire de la distribution et n'est donc affecté d'aucun terme correctif, les parois étant réparties de manière aléatoire dans une section.

$$\text{Bertotti propose : } m(\Delta r) = \frac{e^{-\Delta r^2/(2rc^2)}}{2\pi rc^2}$$

Alors, pour un matériau aimanté à $dI/dt = \text{constante}$, on parvient à l'expression :

$$P = P_{\text{physt}} + P_{\text{clas}} + P_1 + P_2$$

$$P_1 = \frac{dI}{dt} \frac{\sigma}{12} \frac{d}{I} (1 - \tau_0/\overline{\Delta t}) \frac{d\phi_{cl}}{dt} = \text{pertes dues aux seules corrélations temporelles}$$

$$P_2 = \frac{dI}{dt} \sigma G(\tau_c, \rho\tau_0) \frac{d\phi_{cl}}{dt}$$

↓

terme de valeur numérique voisine de 0.5

$$\overline{\Delta t} = \text{intervalle de temps moyen entre deux irréversibles : } \overline{\Delta t} = C_0\tau_0 + C_1\tau_1$$

$$\tau_0 = \text{intervalle de temps moyen entre deux sauts dans une avalanche : } \tau_0 = 1 + C_0 / C_1$$

$$\frac{d\phi_{cl}}{dt} = \text{taux moyen de variation de flux dans une avalanche : } \frac{d\phi_{cl}}{dt} = \frac{\Delta\phi_{cl}}{\tau_0}$$

Les valeurs expérimentales montrent [12] que $P_1 \ll P_{\text{physt}}$. Le terme P_1 sera donc négligé dans la suite.

Reste à rattacher les différents termes à la fréquence d'aimantation : avec une variation d'aimantation en dents de scie, on a : $dI/dt = 4 f I_{\text{max}}$

Pour ce qui est de $d\phi_{cl}/dt$ il nous faut déterminer $\tau_0(f)$, donc entrer plus avant dans la dynamique de l'avalanche :

$$\text{Après apparition d'un saut, un site donné est soumis à : } H_w(\delta t) = H_a(\delta t) + H_{\text{loc}}(\delta t)$$

avec H_a = champ appliqué + démagnétisants

H_{loc} = champ local dû à la réorganisation.

$$\text{Si } t_0 \text{ désigne la date d'apparition du dernier saut, on a : } I(t_0 + \delta t) = I(t_0) + 4 f I_{\text{max}} \delta t$$

$$\text{En posant } I = \mu_0 \mu_{\text{irr}} H, \text{ on obtient : } H_a(\delta t) = H_a(t_0) + \frac{4 I_{\text{max}} f}{\mu_0 \mu_{\text{irr}}} \delta t$$

D'autre part, τ étant la durée d'un saut, on peut admettre :

$$H_{\text{loc}}(\delta t) = H_{\text{loc}}(t_0) + \Delta H_{\text{loc}} (1 - \tau/\delta t) \quad \delta t > \tau$$

↓

variation totale de champ dû au saut

$1 - \tau/\delta t = \alpha$: effet retardateur du aux courants induits par le saut

Considérons pour simplifier que chaque saut d'une même avalanche se produise à $\delta t = \tau_0$ du précédent, supposé se produire à la date t_i . Alors, si ΔH est le surplus de champ nécessaire pour vaincre le prochain blocage, on aura :

$$\Delta H = H(t_i + \tau_0) - H_a(t_i) - H_{loc}(t_i) > 0$$

D'autre part, il y a avalanche, donc c'est le dernier saut qui va provoquer l'apparition du prochain. On aura : $\Delta H < \Delta H_{loc}$

On obtient : $\tau \alpha + (\Delta H_{loc} - \Delta H) \tau / \tau_0 - \Delta H_{loc} (\tau / \tau_0)^2 = 0$

$$\text{D'où : } \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{b}{2} (\sqrt{1+2af} + 1) \quad a = \frac{8 I_{max} \tau}{\mu_0 \mu_{irr}} \frac{\Delta H_{loc}}{(\Delta H_{loc} - H)^2} \quad b = 1 - \frac{\Delta H}{\Delta H_{loc}}$$

On obtient donc : $P_2 = s \frac{dI}{dt} \frac{\Delta \phi_{cl}}{2 t} \frac{b}{2} (\sqrt{1+2af} + 1)$

En utilisant (13), on obtient $P_2 = P_{\text{physt}} \frac{b}{2} (\sqrt{1+2af} + 1)$

On constate que les pertes supplémentaires P_2 ne s'annulent pas pour $f \approx 0$. Cela est lié au fait que même à fréquence nulle les courants se superposent. Plus τ/τ_0 est petit, plus b est petit et meilleure est l'approximation du saut unique développée page 19.

En pratique, $b \approx 0.001 \ll 1$ [12]. On écrira :

$$P = P_{\text{physt}} + P_{\text{clas}} + P_{\text{physt}} \frac{b}{2} (\sqrt{1+2af} - 1) \quad (14)$$

On remarque que nulle part n'apparaît le rayon d'action r_c d'un saut. Cela est dû au fait que l'expansion des courants induits par un irréversible dépasse de loin le volume balayé par un irréversible. Comme le montre la figure 12, on retrouve très bien l'allure des pertes mesurées.

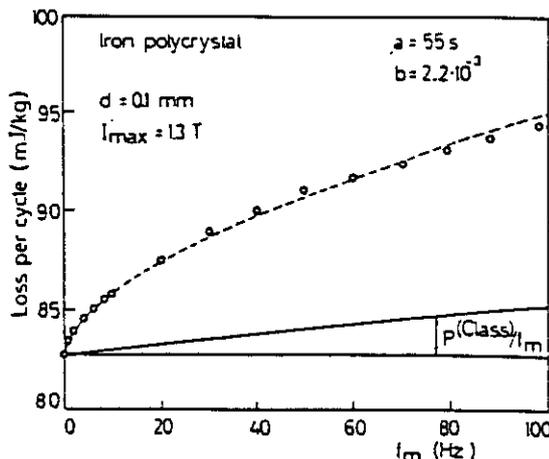


Fig. 12
pertes mesurées (oo) et fitées (--) sur
un acier laminé d'épaisseur 0.1 mm

(extrait de [12])

4 3 2 Matériau présentant des parois largement espacées

C'est le cas typique des matériaux texturés (ex. tôles de transformateurs).

Cette fois-ci, Bertotti propose [13] :

$$M(\Delta r, \Delta t) = \left[C_0 \frac{\exp(-\Delta y^2 / (2 \tau c^2)) \exp(-\Delta t / \tau_0)}{\sqrt{2\pi \tau c^2}} + \frac{C_1}{d} \frac{\exp(-\Delta t / \tau_1)}{\tau_1} \right] \delta(\Delta x)$$

Le terme $\delta(\Delta x)$ assure qu'une chaîne de Markov n'intervient qu'au sein d'une seule paroi, ce qui implique que pour ce qui est des corrélations, une paroi ne voit pas les autres.

Enfin, Bertotti suppose comme déjà dans [12] que Q chaînes de Markov indépendantes interviennent, ce qui, compte-tenu de la remarque précédente, signifie que Q parois interviennent. L'auteur répartit ces parois de manière aléatoire, les distances inter-parois obéissent donc à une loi de Poisson. Soit $2L$ l'écartement moyen. On aura : $Q = \frac{1}{2L}$

On peut comparer cette approche avec celle de Pry et Bean [14] qui supposent les parois équidistantes et en phase, ce qui sous-entend une distance de corrélation infinie entre parois, alors que Bertotti les suppose décorrélées. Bertotti obtient :

$$P = P_{\text{Physt}} + P_{\text{Clas}} + P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = \frac{\sigma}{12} \frac{dI}{dt} \frac{d}{l} (1 - \tau_0 / \Delta t) \frac{d\phi_{cl}}{dt}$$

$$P_2 = \sigma \frac{dI}{dt} G'(\tau c, \rho \tau_0) \frac{d\phi_{cl}}{dt} \quad G' = \text{terme de valeur numérique} \approx \text{constante}$$

$$P_3 = P_{\text{Clas}} \frac{48}{\pi} \left[\sum_{\text{impair}} 1/n^3 \right] \frac{1}{Q d} \quad \bar{Q} = \frac{Q}{L} = \text{nb. de parois actives par unité de longueur}$$

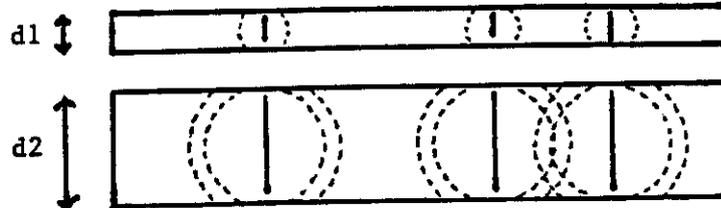
Comme on l'a vu précédemment, P_1 et P_2 s'expriment en fonction de P_{Physt} et ne représentent dans le cas présent qu'une contribution négligeable. On peut écrire :

$$P = P_{\text{Physt}} + P' \quad \text{avec} \quad P' = P_{\text{Clas}} \left[1 + \frac{48}{\pi} \left[\sum_{\text{impair}} 1/n^3 \right] \frac{1}{Q d} \right]$$

On peut remarquer que P' s'exprime de manière analogue à P établie au 2.1. On peut établir les équivalences :

$$1/\alpha \Leftrightarrow d \quad 1/v \Leftrightarrow 1/\bar{Q}$$

$1/\bar{Q}$ représente l'écartement moyen entre deux parois. d représente l'expansion spatiale des courants induits. $1/(\bar{Q} d)$ quantifie donc l'écart vis-à-vis d'une répartition uniforme des courants dans l'espace.



Figuration qualitative de l'incidence de l'épaisseur de la tôle sur le développement des courants induits.

Il reste à déterminer la loi de variation de \bar{Q} avec la fréquence d'aimantation.

Il faut donc étudier la dynamique d'une paroi.

On s'intéresse ici aux mouvements de grande amplitude : Kittel et Galt ont montré que dans ce cas, la paroi acquérait une vitesse limite de manière quasi-instantanée de sorte que l'on puisse écrire :

$$\beta \frac{dx}{dt} = 2 I_s (H - H_0)$$

H = champ appliqué éventuellement réduit des démagnétisants

H_0 = champ moyenné équivalent aux blocages rencontrés

$H - H_0$ = champ moteur H_m

Williams, Shockley et Kittel calculent le coefficient β dans le cas d'un barreau $d \times L$ infini suivant z , parcouru par une paroi unique [16] :

En premier lieu, ils établissent par les équations Maxwell le calcul des pertes par unité de volume :

$$Pe = \sigma E^2 = f(v) \quad (a) \quad v = \text{vitesse paroi}$$

Ensuite ils expriment les pertes par : $Pe = 2 I_s v H_m/L \quad (b)$

On obtient à l'aide de (a) et (b) $H_m(v)$

pour $d \ll L$, on obtient :
$$H_m = \frac{8 I_s \sigma d}{\pi} \sum_{\text{impair}} 1/n^3 \quad (15)$$

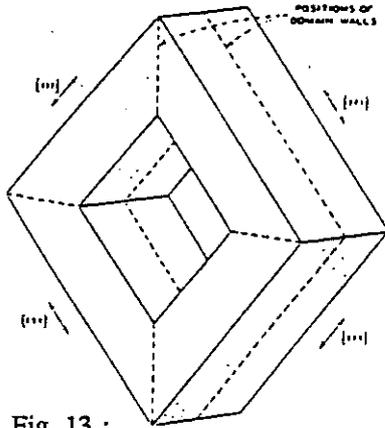


Fig. 13 :
Monocrystal de ferrite utilisé par KITTEL et GALT pour l'étude de la vitesse d'une paroi

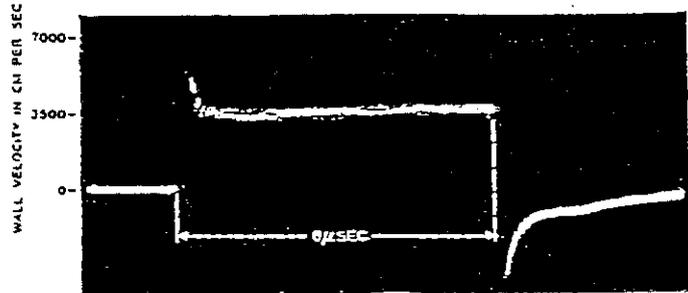


Fig. 14 :
Mesure du $d\phi/dt$ crée par une paroi. Primaire alimenté en courant carré. Le pic initial est du au fait qu'à l'inversion du courant, la paroi repart en sens inverse et n'est soumise initialement à aucun blocage.

Ce résultat mérite qu'on s'y arrête :

Si on décrit le cycle à deux fréquences différentes f_1 et f_2 , $f_2 > f_1$, et qu'on effectue les mêmes excursions en champ appliqué, alors dans le second cas les parois se déplaceront pendant $\Delta t_2 = 1/(2f_2) < \Delta t_1$ et couvriront moins de chemin : on aura donc une aimantation maximum moindre que dans le premier cas.

Si on veut décrire des cycles de même amplitude, il faut donc augmenter la vitesse des parois, donc H_m , donc H_{app} . Mais alors les parois statiques vont voir augmenter le champ moteur $H_m = H_{app} - H_0$ et certaines qui étaient bloquées vont se débloquent :

En augmentant H_{app} , on augmente la vitesse des parois et le nombre des parois mobiles.

Si la distribution des duretés des obstacles est uniforme, on peut postuler :

$$\bar{Q} - \bar{Q}_0 = W (H - H_0) = \frac{W \beta}{2 I_s} v(H_0) \quad (c)$$

nb. de parois évoluant sous $H = H_0$

coef. multiplicatif constant

H blocage vu par les parois les moins bloquées

vitesse d'une paroi évoluant sous $H = H_0$

Une difficulté réside dans le fait que les Q parois n'ont pas toutes la même vitesse. En fait $v \leq v(H_0)$. L'auteur va malgré tout faire l'approximation $v = \text{cste} = v(H_0)$

Alors, à dI/dt constant, on aura : $2 I_s v \bar{Q} = 4 I_{\text{max}} f$ (d)

(c) et (d) donnent : $\bar{Q}^2 - \bar{Q}_0 \bar{Q} - \frac{W \beta}{I_s^2} I_{\text{max}} f = 0$ d'où l'on tire \bar{Q}

finalemnt :

$$P = P_{\text{phys}} + P_{\text{clas}} + \frac{B}{2} f \left(\sqrt{1 + 2A f} - 1 \right) \tag{16}$$

avec $A = \frac{32 I_{\text{max}} \sigma d}{\pi^3} \sum_{\text{impair}} 1/n^3 \frac{W}{Q_0^2}$ $B = 4 I_{\text{max}} \frac{\bar{Q}_0}{W}$

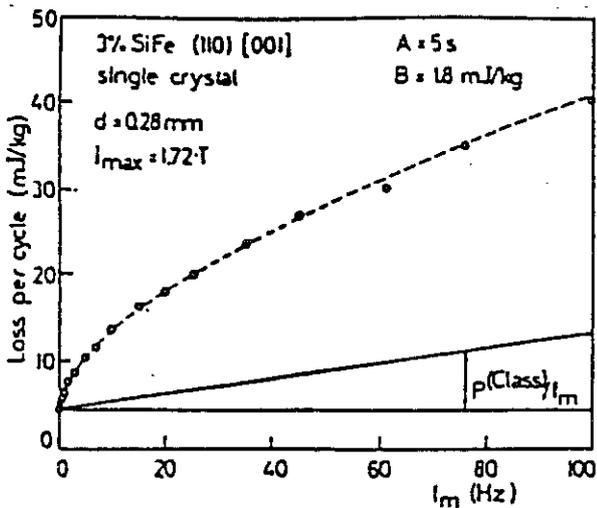


Fig. 15 : Pertes mesurées (°) et fitées(--) pour un monocristal de FeSi 3 % $I_{\text{max}} = 1.7 \text{ T}$ (extrait de [13])

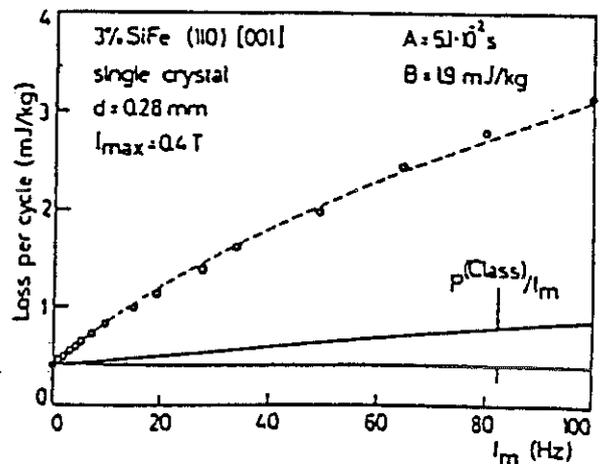


Fig. 16 : Idem que fig. 15, $I_{\text{max}} = 0.4 \text{ T}$ (extrait de [13])

Comme le montrent les figures 15 et 16, la formulation (16) donne d'excellents résultats.

On peut remarquer l'analogie entre les formulations (16) et (14). Cela suggère la possibilité d'une description uniformisée valable pour toutes les situations physiques. Le contexte est favorable pour qu'émerge un nouveau concept : le "Magnetic Object".

5 VERS UNE DESCRIPTION UNIFORMISEE DES PERTES

On va avec Bertotti entreprendre de donner une description générale des pertes en fonction de quelques paramètres primordiaux.

5 1 Formulation générale

Bertotti considère [17] que l'aimantation évolue de manière cohérente à l'intérieur de régions dont le volume est déterminé par le rayon d'action des corrélations. Il définit ainsi des "Magnetic Objects", dont le déplacement va donner lieu à l'aimantation. Pour un matériau orienté, ces M.O. coïncident avec les parois ; Pour un matériau désorienté finement subdivisé, un M.O. correspond à un ensemble de parois fortement corrélées.

L'auteur définit les pertes de manière formelle :

$$P = dI/dt H_{tot} \quad \text{avec :} \quad H_{tot} = H_{hyst} + H_{clas} + H_{exc} \quad H_{hyst} = \frac{Physt}{dI/dt} \quad \dots$$

* En premier lieu, on peut rappeler la relation liant H et v pour une paroi isolée.

$$\text{On a :} \quad P = Physt + \frac{2 Is}{L} H_m v$$

$$\text{Ici on a :} \quad dI/dt = \frac{2 Is}{L} v$$

$$\text{On en déduit :} \quad \frac{P - Physt}{dI/dt} = H_{tot} - H_{hyst} = \frac{2 Is}{L} H_m v \frac{1}{2 Is/L v} = H_m$$

D'où, avec (15) :

$$H_{tot} - H_{hyst} = \sigma G_w \frac{d\phi_w}{dt} \quad \frac{d\phi_w}{dt} = 2 Is d v$$

$$G_w = \frac{4}{\pi^3} \sum_{\text{impair}} 1/n^3 = 0.136$$

* Pour la population de parois étudiées en 7.3.2 , on a vu :

$$P = Physt + P_{clas} \left[1 + \frac{1}{Q} \frac{48}{\pi} \sum_{\text{impair}} 1/n^3 \right]$$

$$(12) \text{ donne } P_{clas}, \text{ d'où :} \quad H_{tot} - H_{hyst} - H_{clas} = H_{exc} = \sigma G_w \frac{d\phi_w}{dt}$$

Le champ moteur vu par une paroi est donc diminué d'une quantité H_{cl} due à la proximité des autres parois.

$$\text{On aura :} \quad P = P_{\text{hyst}} + P_{\text{clas}} + \sigma G_w \frac{d\phi_w}{dt} \frac{dI}{dt} \quad (\text{a})$$

* Enfin, pour la population étudiée en 4.3.1, on a vu :

$$P = P_{\text{hyst}} + P_{\text{clas}} + \sigma G_{cl} \frac{d\phi_{cl}}{dt} \frac{dI}{dt} \quad (\text{b})$$

$G_{cl} \approx 0.5$ = taux de variation de flux associé à une avalanche

La similarité des informations (a) et (b) saute aux yeux et suggère le formalisme général :

$$P = P_{\text{hyst}} + P_{\text{clas}} + \sigma G_x \frac{d\phi_x}{dt} \frac{dI}{dt} \quad (17)$$

x désigne l'entité macroscopiquement cohérente qui transporte le flux : c'est le Magnetic Object (MO) annoncé.

La situation décrite par (a) correspond au cas où le MO est une paroi, alors que (b) correspond au cas où le MO est un ensemble de parois étroitement corrélées.

G_x quantifie "l'efficacité" des courants induits au niveau du MO

$$0.136 = G_w < G_x < G_{cl} = 0.5$$

$$\text{On aura} \quad H_{\text{exc}} = \sigma G_x \frac{d\phi_x}{dt} \quad \text{et} \quad n \frac{d\phi_x}{dt} = S \frac{dI}{dt}$$

↓
nb. de M.O. en mouvements

$$\text{D'où on tire :} \quad H_{\text{exc}} = \sigma \frac{G_x}{n} S \frac{dI}{dt}$$

La quantité $\frac{G_x}{n}$ détermine donc les pertes en excès. Il est de ce point de vue impossible de discerner séparément l'évolution des deux paramètres G_x et n . On considérera donc la quantité $\bar{n} = n G_w / G_x$, nombre effectif de MOs, paramètre sur lequel l'évolution de n agit de la même manière que l'évolution de $1/G_x$.

On va maintenant s'efforcer de déterminer le comportement de \bar{n}

5 2 Vers une caractérisation fine du comportement des MOs.

On peut écrire :
$$H_{exc} = \sigma S \frac{dI}{dt} \frac{G_w}{\pi} = \frac{H_w}{\pi} \quad (18)$$

$H_w = \sigma S \frac{dI}{dt} G_w$ est le champ en excès que verrait une paroi unique produisant toute la variation de flux.

Bertotti s'efforce dans [18] de déterminer le comportement de π avec la fréquence d'aimantation f . Il va pour cela considérer une population de MOs importante, de telle sorte que l'on puisse établir une statistique des duretés associées : on peut par exemple considérer un matériau polycristallin désorienté où les grains sont suffisamment petits pour constituer les MOs. On peut noter que dans ce cas de figure, les MOs coïncident avec des lieux géométriques bien définis, on peut donc associer à chaque MO une dureté intrinsèque.

Bertotti propose alors de considérer une répartition des duretés uniforme, caractérisée par la donnée des champs coercitifs $h_j(\text{MO}_i)$ relatifs à chaque MO.

si N_{tot} désigne le nombre total de MOs, on écrira :

$$dN/dh = \text{cte} = 1/V_0 \quad (a)$$

↓

nb. de MOs de dureté comprise entre h et $h+h$

V_0 représente le quantum de champ séparant deux MOs consécutifs dans l'échelle des duretés. L'aimantation à saturation sera obtenue (rotation d'aimantation non comprise) quand tous les MOs seront actifs, soit pour une excursion du champ $H = H_{app} - H_{dem} - H_{clas}$ définie par :

$$N_{tot} = \int_0^{H_{max}} \frac{dN}{dh} dh = \frac{1}{V_0} H_{max}$$

Un MO qui participe à l'aimantation apportera une contribution dans la direction d'aimantation égale à $2 I_s \cos\theta$, θ étant l'angle entre la direction de l'aimantation macroscopique et la direction facile la plus proche pour le grain considéré.

En moyenne, un grain participera donc pour $2 I_s \langle \cos\theta \rangle = 2 \langle I_s \rangle$

Chikazumi donne le calcul de $\langle \cos\theta \rangle$ pour des matériaux cubiques ([19] page 250).

Ainsi, si N désigne le nombre de MOs participant à un cycle d'aimantation, on aura :

$$2 I_{\max} = 2 \langle I_s \rangle N/N_{\text{tot}} \quad (b)$$

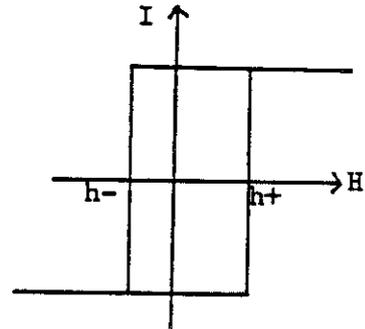
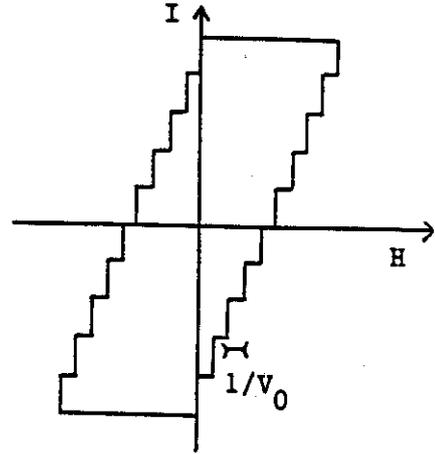
On peut représenter les hypothèses de travail sur le cycle ci-contre. Si le cycle est tracé en quasi-statique, le champ coercitif figuré coïncide avec le champ H_{hyst} défini page 26. Le nombre total de MOs en jeu s'écrit donc avec (a) :

$$N = \int_0^{2 H_{\text{hyst}}} 1 / V_0 dh = 1 / V_0 2 H_{\text{hyst}}$$

Avec (b), on a finalement :

$$V_0 = \frac{2 \langle I_s \rangle}{N_{\text{tot}} I_{\max}} H_{\text{hyst}} \quad (19)$$

Le cycle statistique nous permet de caractériser la distribution des duretés. Cette distribution conditionne elle-même le nombre de MOs simultanément actifs. Précisons ce point : Bertotti reprend le formalisme de Preisach [20] et lui confère une réelle signification physique en identifiant chaque MO avec un grain de Preisach. Chaque MO est alors caractérisé par ses deux champs $h+$ et $h-$.



Aimantation d'un grain de Preisach

On peut figurer l'évolution de l'aimantation dans le plan $h+$, $h-$. Décrivons qualitativement ce qui se passe : quand on aimante en quasi-statique, on peut considérer que le nombre de grains en mouvement simultané est voisin de un, car l'augmentation du champ est suffisamment lente pour qu'un MO achève son évolution avant que ne soit sollicité un autre MO. En dynamique, comme on l'a vu, le champ moyen vu par un MO immobile est égal à $\langle H_m \rangle = H_{\text{exc}}$. Si l'on décrit une branche montante du cycle, le MO $n^{\circ}i$ transitera pour $H_m > h_{+i}$. L'augmentation rapide du champ aura deux conséquences intéressantes :

* Le MO $n^{\circ}i$ terminera son évolution sous $H_m = h_{+i} + \Delta$. Cet accroissement du champ moteur est égal au champ en excès et va induire les pertes supplémentaires.

* Un MO commencera à transiter avant que le MO précédent n'ait eu le temps de terminer son évolution. Le nombre de MOs simultanément en nouveau mouvement va donc augmenter.

On peut calculer le champ moteur moyen vu par un MO au cours de son évolution : en négligeant le champ moyen H_0 expérimenté pendant le saut, on écrira :

$$\langle H_m \rangle = \langle H_{exc} \rangle = \frac{1}{\Delta} \int_0^{\Delta} H_m dH_m = \frac{\Delta}{2}$$

On peut préciser les choses en déterminant Δ : on va pour cela exprimer le taux de variation de l'aimantation : Sous champ appliqué H , tous les MOs dont le champ de déblocage est compris entre H et $H-\Delta$ participent au transport du flux.

Si $n(H) \delta H$ désigne le nombre de MOs caractérisés par $h_+ \in [H, H + \delta H]$, on a :

$$S \frac{dI}{dt}(H) = \int_{H-\Delta}^H \frac{H-h_+}{\sigma G} n(h_+) dh_+$$

On peut comme précédemment supposer $n(h_+) = cte = 1/V_0$

$$\text{Finalement : } \Delta = \sqrt{2 S \sigma G V_0 \frac{dI}{dt}}$$

$$\text{On aura alors : } H_{exc} = \sqrt{2 S \sigma G_w V_0 \frac{dI}{dt}} \sqrt{G/(2G_w)} \quad (21)$$

avec : $0.71 < \sqrt{G/(2G_w)} < 1.92$ suivant la nature du MO : sera approximé à 1.

On peut considérer que $N_{tot} = S/s$ $S =$ section de l'échantillon
 $s =$ section d'un grain

Alors (18) et (19) donnent finalement

$$H_{exc} = \sqrt{8 s G_w s I_s H_{hyst} f} \quad (22)$$

Ce résultat extrêmement simple relie les pertes hystériques aux pertes en excès et affirme l'identité profonde des deux phénomènes. La figure 18 illustre ce premier point.

Il faut néanmoins mentionner quelques réserves : si l'on calcule explicitement le nombre de MOs simultanément actifs, on a :

$$\bar{n} = 1 + \text{Hexc}/(2V_0) \quad (23)$$

Bertotti présente l'étude de plusieurs types de matériaux [21] : on observe des comportements variés, la loi (23) n'étant pas toujours vérifiée (fig. 19, 20).

Parmi les matériaux vérifiant la loi (23), on observe (voir l'annexe de la figure 19) que le champ V_0 peut lui-même être fonction de l'aimantation max. V_0 n'apparaît donc plus comme le paramètre intrinsèque que l'on a introduit plus haut : la dureté des blocages semble fonction des conditions d'aimantation, à moins qu'il ne faille voir dans (23) qu'une formulation tout à fait formelle.

Pour conclure sur cette partie consacrée aux pertes, nous pouvons écrire que les investigations menées ont conduit à une formulation des pertes très séduisante (17).

L'introduction du Magnetic Object permet de s'abstraire de la nécessité de connaître les processus élémentaires gouvernant l'aimantation.

Un point demeure qui mérite quelque attention : les quantités H_{hyst} , H_{clas} et H_{exc} qui ont été définies de manière tout à fait formelle permettent de relier les paramètres physiques ($\langle H_m \rangle$, V_0) aux pertes (P_{hyst} , P_{exc}). Les relations proposées (18), (23) constituent un premier débroussaillage qu'il reste à poursuivre.

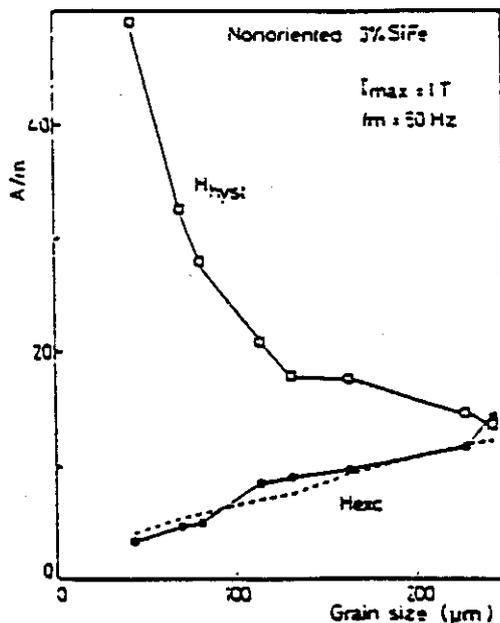


Fig. 18 :
 Comparaison entre le champ en excès
 mesuré (—) et Hexc calculé (---)

Hexc mesuré par

$$\text{hexc} = \frac{P_{\text{tot}} - P_{\text{clas}} - P_{\text{hyst}}}{dI/dt}$$

hexc calculé d'après (22)

(extrait de [18])

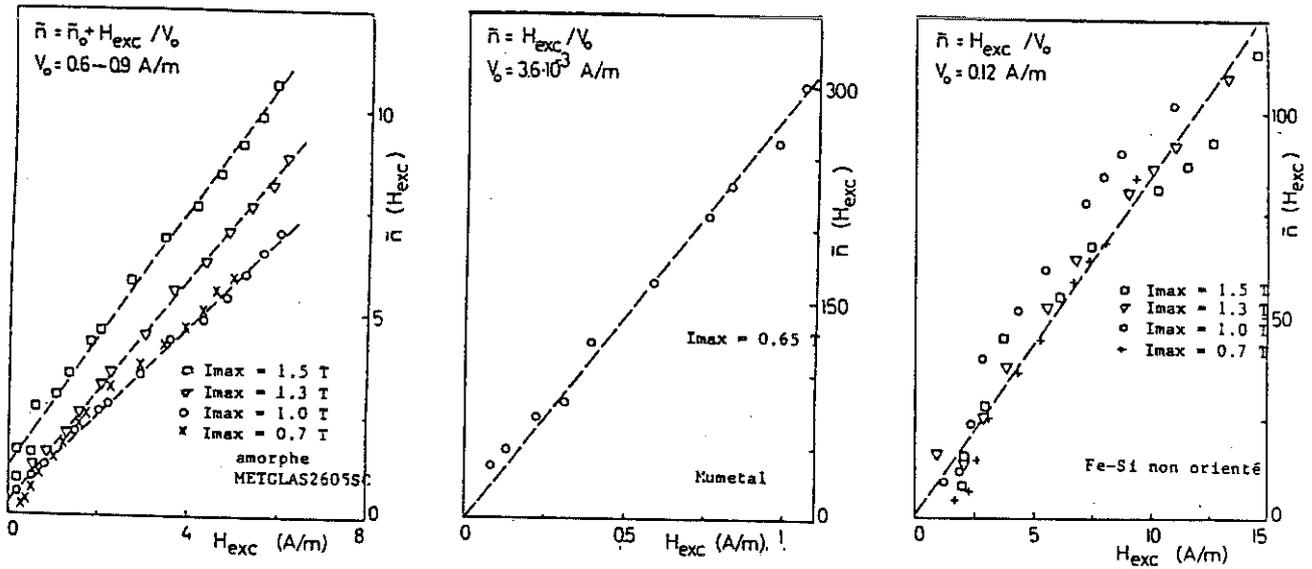


Fig. 19 :

Relevé de quelques matériaux vérifiant la loi (23).

* On remarque le nombre très élevé de MOs simultanément actifs caractéristique du numéral

* Pour l'amorphe, on constate que le champ V_0 est fonction de l'aimantation max. La dureté apparente des blocages augmente avec l'excursion d'aimantation et requiert une interprétation plus poussée.

(extrait de [21])

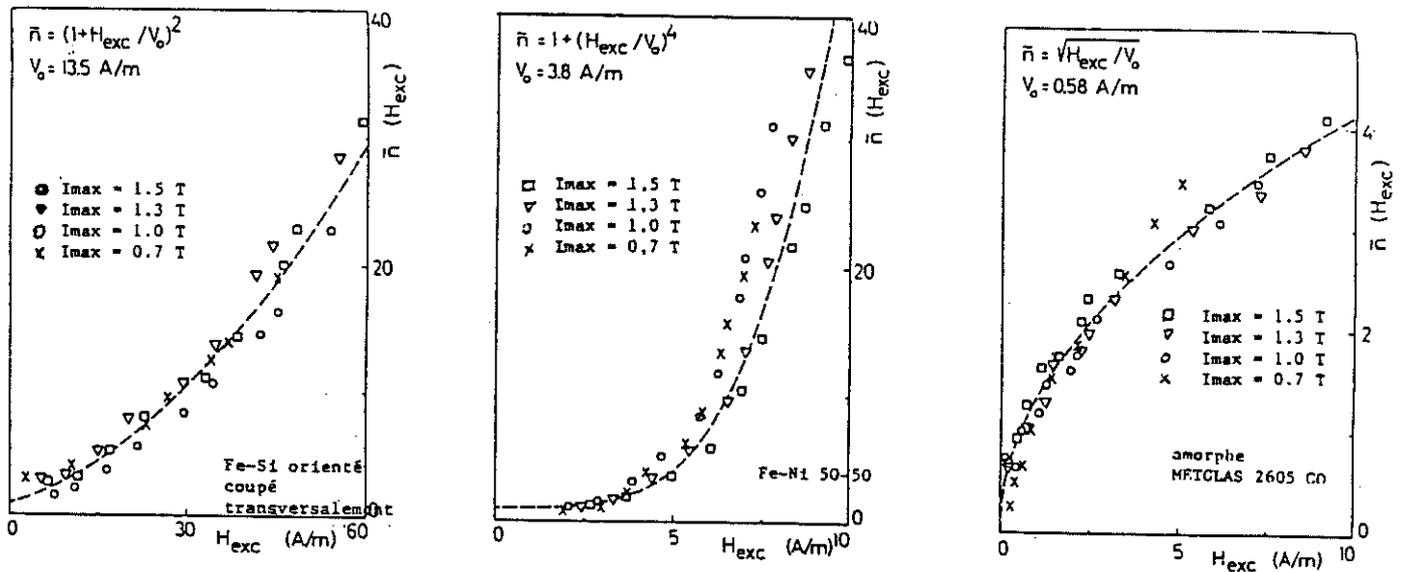


Fig. 20 :

Relevé de quelques matériaux ne vérifiant pas la loi (23)

On remarque la diversité des lois obtenues.

V_0 ne dépend pas de l'aimantation max.

(extrait de [21])

6 ETUDE ANALYTIQUE DU BRUIT DE BARKHAUSEN

On a précédemment mis en évidence le caractère avalancheux du bruit de Barkhausen : en proposant la loi $P(x) = K_1 \exp(-\mu_1 x) + K_2 \exp(-\mu_2 x)$, Mazzetti et Montalenti reconstituent avec bonheur les spectres de puissance de bruit observés. Bertotti, reprenant l'idée et tenant compte de la distribution spatiale des irréversibles, parvient à proposer une formulation des pertes tout à fait performante (cf. (14), (16)).

Bertotti [22], Alessandro and co [23] entreprennent de justifier ce caractère avalancheux sur une analyse poussée de la dynamique des parois.

Il convient en premier lieu d'établir les équations fondamentales qui régissent le comportement d'une paroi unique.

Le premier, Neel a proposé un modèle de fonction potentiel $V(x)$ représentatif du terrain dans lequel évolue la paroi [24] : x représente la position de la paroi supposée rigide. Pour une paroi déformable, x décrit une position moyenne. On peut alors s'interroger sur la validité du modèle dans la mesure où pour deux positions moyennes identiques, les interactions de la paroi avec le milieu peuvent être très différentes : en d'autres termes, y a-t-il conservativité des interactions avec le milieu ?

J.C. Cotillard, J.L. Porteseil et R. Vergne consacrent à cette question une étude détaillée [25] : ils étudient le déplacement d'une unique paroi dans un monocristal de FeSi. L'utilisation d'un fluxmètre asservi leur permet de ramener le champ vu par la paroi à zéro après chaque déblocage de sorte qu'ils parviennent à explorer la distribution des blocages de manière très complète.

Les auteurs tirent les enseignements suivants : on peut distinguer trois régimes différents :

* Régime des petits sauts :

On les observe en imposant au fluxmètre un taux de contre-réaction énorme ; ils sont produits par les déformations locales de la paroi et ne sont absolument pas reproductibles sur un même parcours. Il n'y a pas conservativité.

* Sauts intermédiaires :

Ils correspondent à des déplacements moyens de l'ordre de quelques épaisseurs de parois. Ils sont tout à fait reproductibles et on peut dans cette gamme de sauts considérer que le modèle du potentiel s'applique. (cf. fig. 21)

* Grand sauts :

Pour des déplacements supérieurs à une dizaine d'épaisseurs de paroi, on perd à nouveau la conservativité.

Intéressons-nous au cas où les MOs coïncident avec les parois. Nous supposons que l'amplitude des sauts est suffisamment faible pour que le modèle de la fonction potentielle s'applique. Les auteurs caractérisent cette fonction potentielle en imposant à la paroi d'évoluer à vitesse contrôlée. La force totale qui s'exerce sur la paroi est nulle et l'on a :

$$2 \text{Happ}(x) \text{Is} = dV / dx$$

On peut donc caractériser V en observant le comportement du champ appliqué, donc du courant magnétisant.

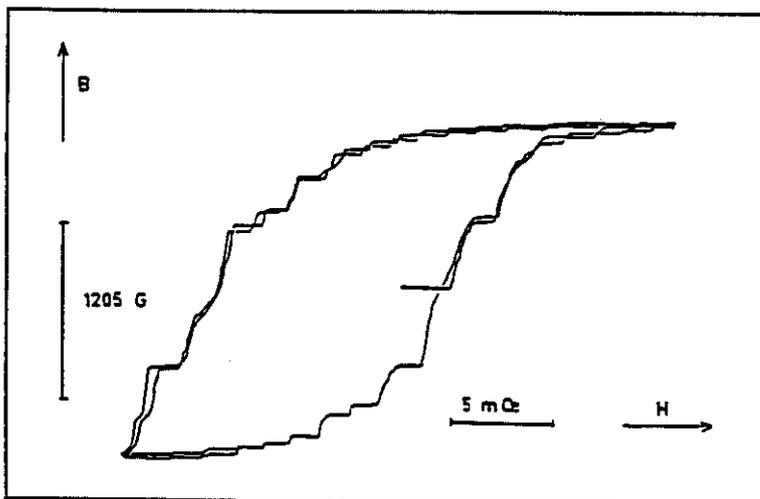


Fig. 21 :
Deux enregistrements successifs
d'un même cycle partiel
(extrait de [25])

Les auteurs relèvent plusieurs points intéressants :

* Moyennant un rapport de dilatation Ω convenable entre l'échelle des x et l'échelle des champs, les enregistrements de Happ restent identiques à eux-mêmes quelque soit l'échelle à laquelle on les observe (fig. 22). Cette propriété est caractéristique des grandeurs fractales (cf. [26]).

* Le spectre de Happ est décrit par une loi en k^2 (fig. 23). En fait, la réalité de cette loi puissance est implicitement imposée par le caractère fractal de Happ de même que l'exposant est relié au coefficient Ω .

* Enfin, il y a une longueur de corrélation sur H_{app} . Celle-ci s'étend sur plusieurs épaisseurs de parois.

Les deux premières propriétés incitent à proposer pour H_{app} et donc pour H_c , champ représentatif des duretés, un modèle de mouvement brownien, décrit de manière plus prosaïque sous le vocable de "marche de l'ivrogne".

On noterait donc : $H_c(x) = W(x)$ où W vérifie $\langle dW \rangle = 0$
 $\langle |dW|^2 \rangle = 2A d\phi$

On peut, d'autre part décrire le champ moteur vu par une paroi unique comme suit :

$$H_m(x,t) = \tau v(x,t)$$

$$H_m(x,t) = H_{app}(t) + H_{dem}(x) - H_c(x) \quad H_{dem} = H \text{ dém. créée par la paroi.}$$

Comme on le voit, le problème, bien que formulé en termes simples, présente de grosses difficultés dans la mesure où les différents termes qui interviennent sont fonction de grandeurs distinctes : H_c et H_{dem} sont reliés à la position de la paroi alors que H_{app} ne dépend que de t . Il importe donc pour connaître la valeur des différents termes de connaître la loi $x(t)$, où encore la vitesse de la paroi, c'est-à-dire la valeur des différents termes : le problème se mange la queue.

Dans [22] et [23], les auteurs procèdent à quelques hypothèses simplificatrices : dans un premier temps, ils choisissent de rattacher l'aimantation macroscopique au champ appliqué par un simple terme de perméabilité supposée constante. Cette démarche, que justifie l'expérimentation à posteriori (pour des excursions au voisinage de H_c), constitue un premier écueil dans la mesure où le problème traité a pour objet de déterminer la dynamique d'une paroi, donc finalement de caractériser la manière dont le flux est transporté : le comportement de l'aimantation en fonction du champ appliqué devrait donc constituer une prédiction de la théorie plutôt qu'un postulat.

On peut cependant remarquer les excellentes simulations obtenues (fig. 24). En particulier, on peut noter que les auteurs obtiennent un bruit Barkhausen fractal, phénomène observé expérimentalement.

On pourra donc conclure ce paragraphe en remarquant que les résultats obtenus semblent justifier le bien-fondé de la méthode. Les réserves que l'on peut exprimer sur quelques points donnent à penser que la démarche reste perfectible.

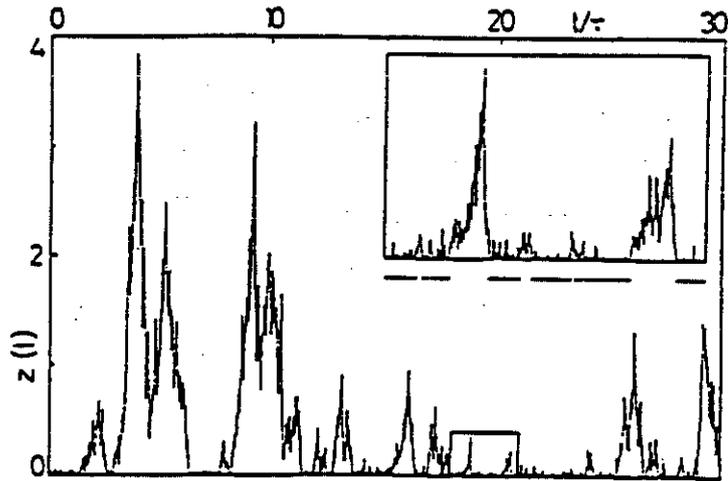


Fig. 24 :

Simulation de bruit BARKHAUSEN obtenue par ordinateur. En encart, amplification du signal. En-dessous, mise en évidence du caractère fractal : représentation des zones où le signal est inférieur à un seuil arbitraire (rapport 10 entre les 2 seuils).
(extrait de [23])

7 CONCLUSION

L'historique auquel nous nous sommes livré laisse apparaître quelques points intéressants :

* Une première période a vu les chercheurs s'efforcer de reconstituer la succession des irréversibles que l'on observe expérimentalement. Cet objectif les a amené à développer des modèles de lois de probabilité de succession d'irréversibles, et le modèle des pertes proposé par Bertotti constitue l'aboutissement de cette démarche. Ce modèle, aussi séduisant soit-il, présente quelques imperfections, liées par exemple à l'évaluation du nombre de Magnetic Objects en mouvement.

* Un deuxième axe de recherche consiste à déterminer directement la dynamique d'un MO. Cette démarche présente l'intérêt de coller à la physique des phénomènes élémentaires. Il reste à déterminer les limites de cette approche qui, en toute rigueur, donne lieu à des développements mathématiques monstrueux. La démarche que nous entreprenons se situe dans cette optique et a pour but de proposer un nouveau formalisme des pertes essentiellement basé sur l'approche directe de la dynamique des MOs.

ANNEXE 2

**ETUDE DE LA STATISTIQUE DES
IRREVERSIBLES DANS UN TERRAIN DE DURETE
REGIE PAR UN PROCESSUS DE WIENER-LEVY**

On considère que la paroi est soumise aux deux seules influences suivantes :

* Le milieu dans lequel elle évolue : on le caractérise par un champ de dureté $H_c(x)$ dont les fluctuations sont régies par un processus discret de marche aléatoire noté W .

* Le champ démagnétisant engendré par son propre mouvement. On le représente par une fonction linéaire de la position discrétisée de la paroi : $H_{dem} = -c j$

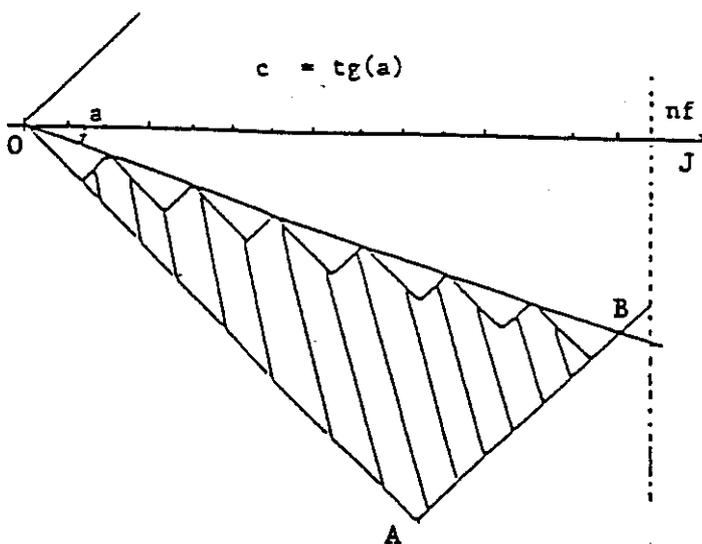
Alors, si n_f désigne l'amplitude d'un irréversible, le mouvement de la paroi obéit à deux équations fondamentales :

$$-c n_f - w(n_f) < 0 \quad (1)$$

$$-c j - w(j) \geq 0 \quad 1 \leq j < n_f \quad (2)$$

Le processus aléatoire peut être représenté dans le plan $(j, w(j))$.

Les états accessibles sont circonscrits par deux demi-droites concourantes à l'origine et de pentes respectives 1 et -1. D'autre part, (1) impose au processus d'évoluer sous la droite de pente -c, tandis que (2) impose au processus d'intersecter la droite de champ démagnétisant pour $j = n_f$. Pour certaines valeurs de c, l'aire autorisée se caractérise par une certaine régularité des marches de sorte que l'on peut établir de manière récursive le nombre total de possibilités que l'on a d'arriver en un point donné en respectant la frontière imposée par la droite de champ démagnétisant.



Représentation de l'aire autorisée pour le profil du processus de marche aléatoire : celui-ci est contenu dans la zone délimitée par le triangle O A B

On peut en effet remarquer que la distribution des états sur un front s'exprime facilement en fonction de la distribution du front précédent. Traitons de manière détaillée le cas $c = 0$:

Soit $n[w_a(j)]$ le nombre de possibilités pour que la valeur du processus à la j ème étape prenne la valeur w_a . Nous pourrions écrire :

$$n[w_a(j)] = n[w_a(j_0-1)] (j+1-j_0) + \sum_{i=j_0}^{j-1} (n[w_a(i)] - n[w_a(i-1)]) (j-i)$$

avec $2j_0 - j = w_a$ $w_a(i) = w_a - j + i + 2$

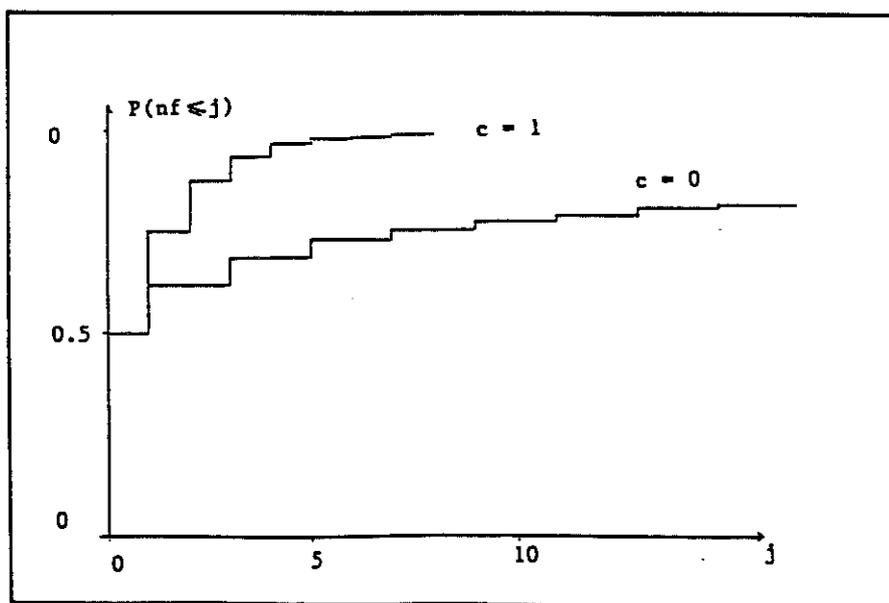
Le problème se traite alors facilement numériquement.

En particulier, il est intéressant de déterminer le profil moyen du champ de dureté vu par une paroi en déplacement pour un saut d'amplitude donnée. Il s'agit simplement de comptabiliser toutes les réalisations possibles du processus compte-tenu de l'amplitude n_f désirée.

On peut également examiner tous les trajets possibles afin de déterminer l'amplitude moyenne d'un saut. Enfin, on a accès à la distribution des sauts.

On peut remarquer que pour $c \sim 0$, la densité de probabilité d'avoir des sauts de grande taille décroît très lentement, et les volumes de calcul traités sont tels que la précision sur les valeurs moyennes s'en ressent : à titre indicatif, avec $c = 0$, si l'on cesse de comptabiliser les probabilités d'occurrences de sauts à partir de $j / P(n_f \leq j) = 0.93$, on trouve $\langle n_f \rangle = 3.46$.

Si on pousse jusque $j / P(n_f \leq j) = 0.97$, on trouve $\langle n_f \rangle = 8.6$



Distribution des sauts pour différents coefficients de champ démagnétisant.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. BIORCI, P. MAZZETTI :
L'elettronica Vol. XLVIII n° 6 bis giugno 1961

- [2] A. ANGOT :
Compléments de mathématiques. Collection technique et scientifique du CNET ;
Editions de la revue d'optique.

- [3] P. MAZZETTI :
Il nuovo cimento 1962 Serie X Vol. 25 p. 1322-1342

- [4] H. SAWADA :
Journal of the physical society of Japan Vol. 7 p. 575 1952

- [5] P. MAZZETTI :
Il nuovo cimento 1964 Serie X Vol. 31 P.88

- [6] P. MAZZETTI, G. MONTALENTI :
Proc. Intern. conf. on Magn. Nottingham 1964 p. 701

- [7] M. CELASCO, F. FIORILLO, P. MAZZETTI :
Il nuovo cimento 1974 Vol. 2313 n°2 p. 376

- [8] G. BERTOTTI, F. FIORILLO, P. SASSI :
JMMM 23 1981 p. 136

- [9] P. J. COYNE jr, J-J. KRAMER :
IEEE Trans. Mag. MAG-13 1977 p. 1508

- [10] G. BERTOTTI :
Noise in physical systems and 1 / f noise 1983 p. 355

- [11] G. BERTOTTI :
J. Appl. Phys. 54 (9) September 1983 p. 5293

- [12] G. BERTOTTI :
J. Appl. Phys. 55 (12) June 1984 p. 4339

- [13] G. BERTOTTI :

J. Appl. Phys. 55 (12) June 1984 p. 4348

[14] PRY, BEAN :

J. Appl. Phys. (3) March 1958 p. 532

[15] GALT, KITTEL

[16] WILLIAMS, SHOCKLEY, KITTEL :

Physical review 80 (6) December 1950 p. 1090

[17] G. BERTOTTI :

J. Appl. Phys. 57 (6) March 1985 p. 2110

[18] G. BERTOTTI :

JMMM 54-57 1986 p. 1556-1560

[19] CHIKAZUMI :

Physics of magnetism p. 250

[20] G. BERTOTTI :

Proc. 3rd Int. Conf. on Physics of Magnetic Materials Sczyrkbila (POLAND) 1986

[21] G. BERTOTTI :

Unpublished ?

[22] G. BERTOTTI :

Phys. review B Vol. 39 n°10 April 1989 p. 6737

[23] B. ALESSANDRO, C. BEATRICE, G. BERTOTTI, A. MONTORSI :

J. Appl. Phys. 68 (6) September 1990 p. 2901

[24] L. NEEL :

Cah. Phys. 12 1942

Cah. Phys. 13 1943

[25] R. VERGNE, J. C. COTILLARD, J. L. PORTESEIL :

Revue Phys. appliquée 16 1981 p. 449

- [26] B. MANDELBROT :
Les objets fractals.
Nouvelle bibliothèque scientifique dirigée par F. BRAUDEL. (Flammarion)
- [27] W.J. CARR, jr.
Journal of Applied Physics Vol. 47, n°9, september 1976 p. 4176
- [28] PAPOULIS :
Probability, random variables and stochastic process.
Mc GRAW HILL international editions.
- [29] W.J. CARR, jr.
Journal of Applied Physics suppl. vol.30 n°4 april 1989 p. 905
- [30] G. BIORCI, D. PRESCETTI
J. Appl. Phys. 28 (1957) 777
- [31] H. LUTGEMEIER, Z; ANGEW.
Phys. 16 (1963) 153.
- [32] K. STIERSTADT
Der Magnetische Barkhausen-Effekt (Springer, Berlin, 1966).
- [33] C. HEIDEN
Phys. Rev. 188 (1969) 319
- [34] H BITTEL
IEEE trans. Magn. MAG-5 (1969) 359
- [35] G. MONTALENTI, Z. ANGEW
Phys. 28 (1970) 295
- [36] M. CELASCO, F. FIORILLO
IEEE Trans. Magn. MAG-10 (1974) 115.
- [37] G. BERTOTTI, F. FIORILLO, M.P. SASSI
J.M.M.M 23 (1981) 136

- [38] K. VOKURKA
Czech. J. Phys. B 32 (1982) 1384
- [39] B. ALESSANDRO, C. BEATRICE, G. BERTOTTI, A. MONTORSI
J. Appl. Phys. 64 (1988) 5355
- [40] H. YAMAZAKI, Y. IWAMOTO, H. MARUYAMA
J. de Phys. 49 (1988) C8-1929
- [41] B. MANDELBROT
Fractals : Form, Chance and Dimension (Freeman, San Francisco, 1977)
The Fractal Geometry of Nature (Freeman, San Francisco, 1982)
- [42] R.F. Voss
The science of Fractal Images, eds. H.O. Peitgen and D. Sampe (Springer, Berlin, 1988)
- [43] A. LE MEHAUTE
Les géométries fractales (Hermes, Paris, 1990)
- [44] R. VERGNE, J.L. PORTESEIL
Rev. Phys. Appl. 6 (1971) 95.
- [45] K. WIESENFELD, C. TANG, P. BAK
J. Stat. Phys. 54 (1989) 1441.
- [46] B. ALESSANDRO, C. BEATRICE, G. BERTOTTI, A. MONTORSI
J. Appl. Phys. 68 (1990) 2901
- [47] P. BAK, C. TANG, K. WIESENFELD
Phys. Rev. Lett. 59 (1987) 381;
Phys. rev. A 38 (1988) 364
- [48] C. TANG, P. BAK
Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 2347
J. Stat. Phys. 51 (1988) 797
- [49] L. KADANOFF, S. NAGEL, L. WU, S.M. ZHOU

Phys. Rev. A 39 (1989) 6524

[50] R.S. TEBBLE, I.C. SKIDMORE , W.D. CORNER
Proc. Phys. Soc. A 63 (1950) 739

[51] K. YAMADA, T. SAITOH
ICM 91, preprint

[52] Yves MEYER, Stephane JAFFARD, Olivier RIOUL
Pour la science, Septembre 1987, p.28

[53] O. GEOFFROY, J.L. PORTESEIL
J.M.M.M. 97 (1991) 198

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	4
1 CONTRIBUTION A L'ETUDE DU BRUIT BARKHAUSEN	
DANS LES MATERIAUX DOUX.....	5
1 Introduction	7
2 Acquisition des données expérimentales.....	7
3 Caractérisation de la hiérarchisation	9
3 1 <i>Caractérisation par la dimension de Minkovski-Bouligand</i>	9
3 2 <i>Analyse par ondelettes du bruit Barkhausen</i>	13
4 Interprétation des résultats.....	16
4 1 <i>Simulation d'un comportement critique organisé par</i> <i>algorithme tas de sable</i>	17
4 2 <i>Dimensionnalité du milieu et hiérarchie</i>	21
5 Conclusion.....	22
2 ETUDE QUANTITATIVE DES PROPRIETES MACROSCOPIQUES	
DE L'AIMANTATION SUR UN CADRE MONOCRISTALLIN DE	
FER-SILICIUM A PAROI UNIQUE.....	23
1 Introduction	25
2 Equations fondamentales de la dynamique d'une paroi	28
2 1 <i>Expression générale du champ moteur</i>	28
2 2 <i>Représentation du champ de dureté</i>	30
3 Calcul théorique.....	34
3 1 <i>Aimantation quasistatique</i>	35
3 2 <i>Aimantation à fréquence non nulle</i>	41
3 2 1 <i>Aimantation pour $\tau LIm/Is \ll 3/8 \delta y$</i>	47
3 2 2 <i>Aimantation pour $f \gg (3B)/(8A)$</i>	48
3 4 <i>Aimantation avec trainage</i>	50
4 Etude expérimentale du monocristal de Fe-Si.....	52
5 Conclusion.....	58
3 HYSTERESIS QUASISTATIQUE D'UN MATERIAU ORIENTE	61
1 Description du problème.....	63
2 Représentation des cycles.....	63

2 1 <i>Modélisation du terrain de base</i>	65
2 2 <i>Distribution aléatoire des barrières</i>	66
2 3 <i>Prise en compte des effets démagnétisants</i>	69
3 <i>Conclusion</i>	75
CONCLUSION.....	76
ANNEXE 1 : HISTORIQUE DU COMPORTEMENT MACROSCOPIQUE DES MATERIAUX DOUX LORS DE L'AIMANTATION.....	77
ANNEXE 2 : ETUDE DE LA STATISTIQUE DES IRREVERSIBLES DANS UN TERRAIN DE DURETE REGIE PAR UN PROCESSUS DE WIENER-LEVY.....	119
BIBLIOGRAPHIE	122

