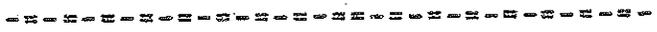


T0208b  
3eC

LES ONDES DE CHOC DANS LES SOLIDES

APPLICATION A LA DETERMINATION DES PROPRIETES PHYSIQUES  
ET DE LA NATURE CHIMIQUE DU NOYAU TERRESTRE



Nos connaissances actuelles sur l'intérieur de la Terre proviennent en grande partie des données sismologiques et astronomiques ; on peut en déduire la pression et la densité aux diverses profondeurs ; au centre de la Terre la pression peut atteindre 3,6 Mbars, approximativement 3,6 millions d'atmosphères et la densité est comprise entre 17 et 18 grammes par centimètre cube.

Théoriquement, la comparaison entre les relations pression-densité pour divers matériaux et pour la Terre elle-même peut permettre de rejeter ou au contraire d'adopter comme raisonnables certaines hypothèses sur la composition chimique et l'état physique de la Terre. Pratiquement, on ne pouvait entreprendre cette étude que pour des pressions relativement faibles, de l'ordre de 200 kbars, que l'on savait obtenir avec un appareillage statique (fig. 1) ; on supposait

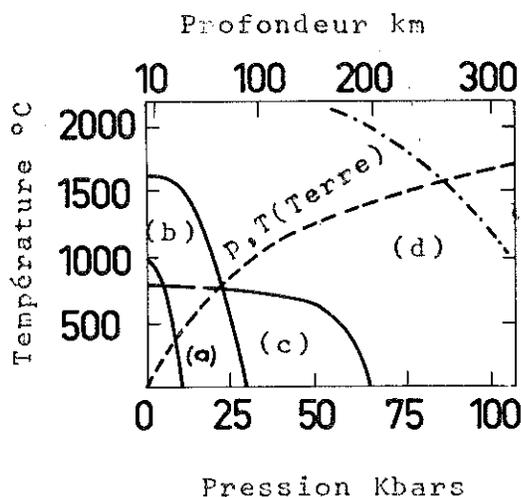


Fig. 1 (Wy 63)

Les différents dispositifs de production de la pression et leurs domaines d'utilisation.

- a - Bombe à eau à chauffage externe
- b - Bombe hydrostatique à chauffage interne
- c - Enclume de Bridgman à chauffage externe
- d - Enclumes multiples à chauffage interne.

que l'on pouvait appliquer le modèle de Thomas-Fermi ou de Thomas-Fermi-Dirac aux substances soumises aux plus fortes pressions ; en réalité on sait maintenant que ces modèles ne peuvent s'appliquer que pour des pressions très élevées, dont les amplitudes sont supérieures à celles régnant au centre de la Terre.

Il est maintenant possible d'atteindre des pressions de quelques mégabars en comprimant la matière par un choc intense ; cette méthode, dite dynamique, a fait des progrès récents (Ri 58 - Al 63 - Du 63) ; les températures peuvent atteindre plusieurs milliers de degrés ; la mesure des propriétés physiques dans ces conditions expérimentales présente un intérêt considérable.

## CHAPITRE I

LES RENSEIGNEMENTS APPORTES PAR LES MESURES  
SISMIQUES ET ASTRONOMIQUES

-----

a) . L'hypothèse hydrostatique. .

On suppose en première approximation que le Globe entier se comporte, vis à vis d'un effort de grande durée, comme s'il était fait d'un liquide très visqueux. La surface de la Terre est voisine de celle d'une sphère, sa densité locale  $\rho$  est fonction de la seule distance  $r$  au centre de la Terre. La pression  $p$  est donnée par la relation :

$$d p = - g \rho dr \quad (1)$$

L'intensité de la pesanteur  $g$  est une fonction de la distance  $r$  par

$$g(r) = \frac{4\pi G}{r^2} \int_0^r \rho x^2 dx \quad (2)$$

dans laquelle  $G$  est la constante de la gravitation.

La pression  $p(r)$  se déduit de la densité  $\rho(r)$  suivant l'expression :

$$\rho(r) = 4\pi G \int_r^R \frac{\rho(r)}{r^2} dr \int_0^r \rho(r) x^2 dx \quad (3)$$

dans laquelle R désigne le rayon extérieur.

La densité dans une couche à la surface de la Terre est de l'ordre de 3,4g par cm<sup>3</sup> alors que la densité moyenne de la Terre est égale à 5,516 g/cm<sup>3</sup> ; son moment d'inertie autour de l'axe de révolution est de 0,334 MR<sup>2</sup> g.cm<sup>2</sup> (Bi 63) où M désigne la masse totale de la Terre ;(alors que le moment d'inertie d'une sphère homogène par rapport à son axe est de 0,4 MR<sup>2</sup>). La densité  $\rho(r)$  doit donc satisfaire aux trois conditions :

$$\rho(R) = 3,4 \quad (4)$$

$$\frac{3}{R^2} \int_0^R \rho r^2 dr = 5,516 \quad (5)$$

$$\frac{8\pi}{3} \int_0^R \rho r^4 dr = 0,334 MR^2 \quad (6)$$

Ces conditions ne suffisent pas cependant à déterminer  $\rho$  qui n'est pas une fonction simple de r, mais on en conclut que la densité ne peut être une fonction linéaire du rayon r. L'existence d'un noyau central a été suggérée en 1897 par Wiechert, pour rendre compte de la valeur de la densité moyenne, bien supérieure à celle des roches superficielles.

#### b) . Les données sismiques.

Les vibrations constituant les séismes se propagent à travers la Terre sous forme d'ondes élastiques. En un point

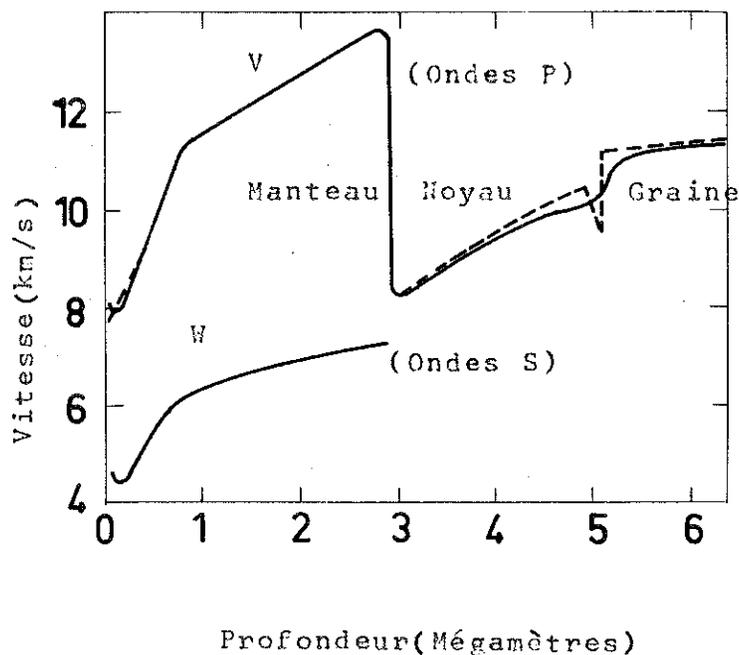


Fig. 2 (Bi 63)

La vitesse des ondes sismiques à l'intérieur de la terre  
 [————— Gutenberg]  
 [----- Jeffreys (Je 62)]

situé à une distance suffisante de l'épicentre, on observe des trains d'ondes successifs ; le premier correspond à des ondes P (undae primae) de compression longitudinale ; le second à des ondes S (undae secundae) de vibration transversale. La durée de propagation des ondes P ou S dépend seulement de la distance entre l'épicentre et la station de mesure. On conclut que le globe présente approximativement une symétrie sphérique ; on pourra définir ses propriétés en fonction de la seule variable radiale  $r$ .

A partir de la durée de propagation mesurée pour diverses distances, on pourra retrouver la vitesse prise par chacune de ces deux ondes le long de son parcours (fig. 2). On

constate expérimentalement que les ondes S disparaissent à une profondeur égale à 2 900 km ; cette cote définit la frontière entre deux domaines distincts : le Noyau, à l'intérieur, et le Manteau, vers l'extérieur. De plus, Lehmann, en 1936, a suggéré que le Noyau se divisait lui-même en un Noyau externe, et une Graine, ainsi dénommée par J. Coulomb. L'hypothèse de Lehmann a été vérifiée par B. Gutenberg et C.F. Richter en 1939. Par la suite, H. Jeffreys (Je 62) puis R.D. Adams et M.J. Randall (Ad 64) devaient mettre en évidence une zone intermédiaire complexe entre le Noyau externe et la Graine.

Il est inutile de connaître l'état de la matière à l'intérieur du Globe pour discuter de la propagation des ondes dans ce milieu. La théorie des vibrations élastiques isothermes dans les solides homogènes et isotropes (Co 52) conduit aux expressions suivantes des vitesses  $V$  et  $W$  des ondes longitudinales et transversales :

$$V = \frac{1/K + 4/3 \mu}{\rho} \quad \text{et} \quad W = \frac{\mu}{\rho}, \quad (7)$$

dans lesquelles  $K$  désigne la compressibilité, et  $\mu$  le module de rigidité.

E.D. Williamson et L.H. Adams (Wi 23) ont remarqué que ces relations, jointes à l'expression (1) conduisent à l'équation différentielle en  $\rho$  :

$$d\rho = \frac{-g \rho dr}{V^2 - \frac{4}{3} W^2} \quad (8)$$

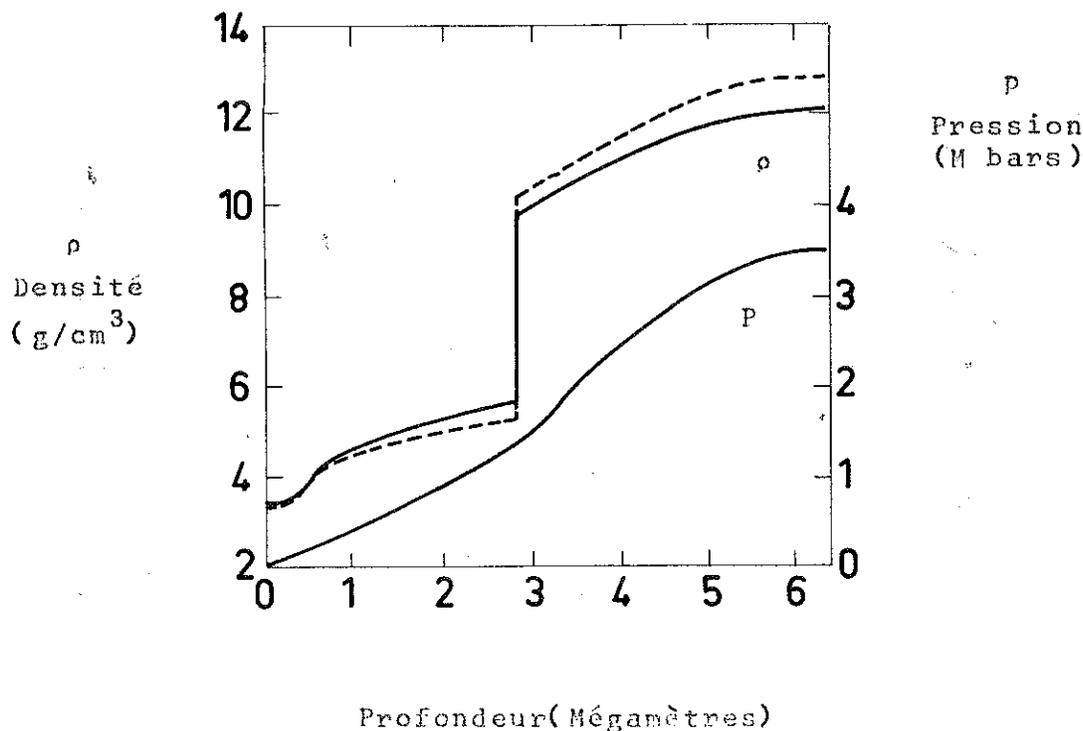


Fig. 3 - La densité et la pression à l'intérieur de la Terre.  
 [———— Bullard (Bu 59), ----- Birch (Bi 63)]

Cette relation a été utilisée notamment par K.E. Bullen (Bu 53), E. Bullard (Bu 57) et F. Birch (Bi 53-63) pour déterminer la valeur de la densité en fonction de la profondeur (fig. 3). La valeur de la pression se déduit de la relation (3).

### c) . La température.

La température moyenne à la surface du Globe est de  $15^{\circ}\text{C}$  ; le gradient géothermique de surface est compris entre 0,1 et 0,01 degré par mètre ; il est certain que la valeur de la température augmente rapidement avec la profondeur. Les méthodes utilisées pour la déterminer obligent

malheureusement à formuler de nombreuses hypothèses sur la composition chimique de la Terre, les coefficients de conductibilité thermique, les sources de chaleur ; il est même nécessaire de fixer les conditions initiales de température. Une méthode plus féconde consiste à déduire la température de la variation de la conductibilité électrique en fonction de la profondeur. La présence des courants dans les couches ionisées de la haute atmosphère provoque des variations électromagnétiques au niveau de la Terre, et y induisent des courants électriques. La pénétration du courant électrique dans la Terre est d'autant plus grande que la fréquence du courant est faible. De l'observation de phénomènes à des fréquences diverses, on peut déduire la valeur de la résistivité aux différentes profondeurs. Connaissant la loi théorique de variation de la conductibilité en fonction de la pression et de la température, ainsi que la distribution des pressions à l'intérieur du Globe, on peut en déduire la valeur de la température. On remarquera qu'il est là encore nécessaire d'effectuer certaines hypothèses sur la composition chimique de la Terre ainsi que sur le type théorique de conductibilité (Co 62 - La 64).

Dans une étude récente, Lubimova [citée par J. Coulomb (Co 62)], au moyen d'un modèle à conductibilité électronique, est arrivée à la conclusion que la température du Manteau serait de l'ordre de  $2650^{\circ}\text{C}$  à une profondeur de 750 km et de  $4000^{\circ}\text{C}$  à la frontière entre le Noyau et la Graine.

## CHAPITRE II

## LES ONDES DE CHOC DANS LES SOLIDES

-----

Pour pouvoir préciser, indépendamment d'hypothèses théoriques plus ou moins criticables, la nature chimique et les propriétés physiques des substances qui existent dans le Noyau de la Terre, il importe d'effectuer l'étude du comportement sous pression et à haute température des différents éléments qui peuvent entrer dans sa composition. Les ondes de choc permettent d'atteindre des pressions plus de dix fois supérieures à celles que l'on sait obtenir par les méthodes statiques. On montrera dans la suite qu'un phénomène de choc dépend d'un seul paramètre appelé intensité du choc ; lorsque cette intensité est fixée, toutes les autres grandeurs se trouvent déterminées. Avec la méthode statique, on disposait de deux paramètres : la pression et la température de l'échantillon. On admettra -ce qui constitue l'hypothèse dite d'équivalence (Be 61)- que l'état  $(p, v, T)$  atteint dans un choc est celui que l'on obtiendrait en portant le corps à une température  $T$  et en le soumettant à une pression hydrostatique  $p$ .

Le raccordement entre les mesures isothermes statiques et les isothermes déduites des mesures de choc confirment la validité de cette hypothèse. On supposera qu'il n'existe pas de processus dissipatif : conduction, rayonnement ou viscosité ; l'étude des ordres de grandeur montre effectivement que, dans le cas des solides, il n'y a pas lieu d'en tenir compte (Be 61). Les matériaux ne sont soumis à la pression que pendant un temps très court. Ceci soulève le problème de l'équilibre thermodynamique en aval du front d'onde. Cette condition apparaît, avec le prix de revient et les difficultés d'ordre expérimental, comme étant de nature à limiter l'emploi de la méthode dynamique : il est en effet nécessaire d'utiliser un appareillage électronique et optique de très haute qualité, et chaque expérience détruit une grande partie de l'appareillage de mesure.

#### A - Les équations fondamentales du choc.

On considère en général que l'étude mathématique de l'écoulement d'un fluide n'est définie que par la seule connaissance de la pression ; on suppose que les gradients de vitesse et de température sont faibles ; la propagation se fait au sein du fluide avec la célérité locale du son. Lorsque les gradients des fonctions vitesse et densité sont trop grands, il est nécessaire d'appliquer un traitement mathématique différent ; on dit que l'on a affaire à un phénomène de choc lorsque l'on considère des fonctions vitesse et densité discontinues ; l'entropie n'est plus constante à la traversée de la surface de discontinuité ; des lois spéciales de conservation permettent de relier les états de part et d'autre de l'onde de choc. Nous exposerons brièvement la théorie correspondante (Ri 58 - Be 61 - Du 63).

Nous supposons qu'un fluide initialement dans l'état (0) est parcouru par une onde de choc S, en aval de laquelle le fluide sera dans l'état (1). Le mouvement sera supposé monodimensionnel; on obtient trois équations de choc en écrivant que la masse, la quantité de mouvement et l'énergie se conservent à la traversée de l'onde. Soient U la vitesse de propagation du front d'onde, u la vitesse de déplacement du fluide, p la pression,  $\rho$  la densité, E l'énergie interne, v le volume spécifique; il vient :

$$\rho_0 (U - u_0) = \rho_1 (U - u_1) \quad (9)$$

$$p_1 - p_0 = \rho_0 (U - u_0) (u_1 - u_0) \quad (10)$$

$$p_1 u_1 - p_0 u_0 = \rho_0 (U - u_0) \left[ E_1 - E_0 + \frac{1}{2} (u_1^2 - u_0^2) \right] \quad (11)$$

Cette dernière équation peut se mettre sous la forme :

$$H(p_1, v_1) = E_1(p_1, v_1) - E_0(p_0, v_0) + \frac{1}{2} (v_1 - v_0)(p_1 + p_0) = 0 \quad (12)$$

Elle fournit dans le plan (p,v) l'équation d'une courbe représentant tous les états (1) qu'il est possible d'obtenir à partir de l'état (0) par transformation de choc; on lui donne le nom "d'adiabatique dynamique" ou courbe de HUGONIOT-RANKINE, (H-R); la courbe représentative est déterminée par la connaissance des fonctions  $E_0$  et  $E_1$  et par la donnée  $(p_0, v_0)$  du point initial. Les fonctions  $E_0$  et  $E_1$  sont identiques lorsqu'il n'y a pas d'irréversibilité. On appelle intensité du choc l'une des quantités  $(p_1 - p_0)$  ou  $(u_1 - u_0)$ . L'état

initial correspondra le plus souvent à l'état de repos et à la pression ordinaire ; les équations fondamentales se simplifient alors et conduisent au système :

$$u_1/U = 1 - v_1/v_0 \quad (13)$$

$$v_0 p_1 = U u_1 \quad (14)$$

$$1/2 u_1^2 = E_{(1)} - E_{(0)} \quad (15)$$

Cette dernière équation indique que le travail des forces de pression contribue par quantités égales à augmenter l'énergie interne du fluide et son énergie cinétique.

#### B - Les courbes de Hugoniot-Rankine.

Dans les solides l'onde de choc n'est pas toujours constituée par une seule discontinuité se déplaçant dans un milieu non perturbé, suivie d'un nouvel état uniforme en expansion. La pression n'est pas simplement hydrostatique, comme elle le serait dans un fluide.

Nous appelons  $\lambda$  et  $\mu$  les coefficients de Lamé du solide supposé élastique et isotrope ; Les composantes  $\tau_{ij}$  et  $e_{ij}$  des tenseurs cartésiens contraintes et allongements, sont liées par la loi de Hooke :

$$\tau_{ij} = 2 \mu e_{ij} + \lambda [e_{11} + e_{22} + e_{33}] \quad ; \quad (16)$$

pour une compression hydrostatique  $\bar{p}$ , nous pourrions écrire plus simplement :

$$\tau_{11} = \tau_{22} = \tau_{33} = \bar{p} = \left(\frac{2\mu}{3} + \lambda\right) \frac{\Delta v}{v} \quad (17)$$

Les contraintes ne sont pas isotropes lorsque la compression s'effectue selon une seule direction, celle de l'axe Ox par exemple ; dans cette direction la contrainte est égale à  $(2\mu + \lambda) \frac{\Delta v}{v}$  et suivant Oy ou Oz à  $\lambda \frac{\Delta v}{v}$ .

La valeur de la pression correspondant à la limite élastique  $R_e$  du matériau est donnée par l'expression (Ri 58) :

$$p_A = \left(\frac{2\mu}{3} + \lambda\right) \frac{R_e}{2\mu} + \frac{2}{3} R_e \quad (18)$$

L'analyse des courbes  $| p(v/v_0), v/v_0 |$  (fig. 4) montre qu'il y aura une seule compression élastique si l'amplitude de la pression maximale  $p_I$  est inférieure à  $p_A$  ; il y aura une seule onde de choc à la condition (Ri 58) que l'on ait :

$$\frac{p_I - p_A}{v_A - v_I} \geq \frac{p_A - p_0}{v_0 - v_A} ; \quad (19)$$

On appelle  $p_B$  la valeur minimale de la pression obéissant à cette condition ; lorsque la valeur de  $p_I$  est comprise entre  $p_A$  et  $p_B$  le choc se décompose entre une onde élastique, d'amplitude  $p_A$ , suivie de l'onde de choc à la pression  $p_I$ .

L'onde de choc pourra également se décomposer si la pression induit une transformation polymorphique ou un changement de phase ; considérons par exemple un processus isotherme de transformation (Ri 58) ; la pression croît le long de l'isotherme de la phase A (fig. 5) jusqu'à ce que la courbe de changement de phase  $p_{phA}(\theta)$  soit atteinte ; dans



## C - Les techniques de mesure .

Parmi les valeurs des paramètres  $U$ ,  $u_1$ ,  $\rho_1$  et  $p_1$  qui caractérisent le choc, les plus faciles à obtenir sont la vitesse d'onde  $U$  et la vitesse matérielle  $u_1$  ; on ne mesure pas directement  $u_1$  mais la vitesse  $u_s$  de la surface libre de l'échantillon qui est égale à environ deux fois la vitesse matérielle  $u_1$  ( $Qu \approx 60$ ). L'application des relations (13) et (14) fournit les valeurs de la densité  $\rho_1$  et de la pression  $p_1$ .

### a) . Production d'ondes planes.

La précision des résultats dépend de la planéité de l'onde de choc. On utilise un générateur d'onde plane pour obtenir une onde de détonation uniforme. Leur principe est basé sur l'utilisation d'explosifs de vitesses différentes (fig. 6 et 7).

La pression maximale que l'on peut espérer atteindre en plaçant l'échantillon au contact direct de l'explosif principal est actuellement de l'ordre de 500 kbars. On obtient des pressions beaucoup plus élevées, de l'ordre de quelques mégabars, lorsque le choc est produit par une mince plaque métallique venant percuter l'échantillon (fig. 8).

### b) . Les mesures des vitesses par les méthodes optiques.

Les méthodes de mesure doivent s'adapter aux conditions particulières de la compression par choc ; la durée moyenne du choc est de  $10^{-6}$  seconde ; pratiquement on sait mesurer des temps de cet ordre avec une précision relative

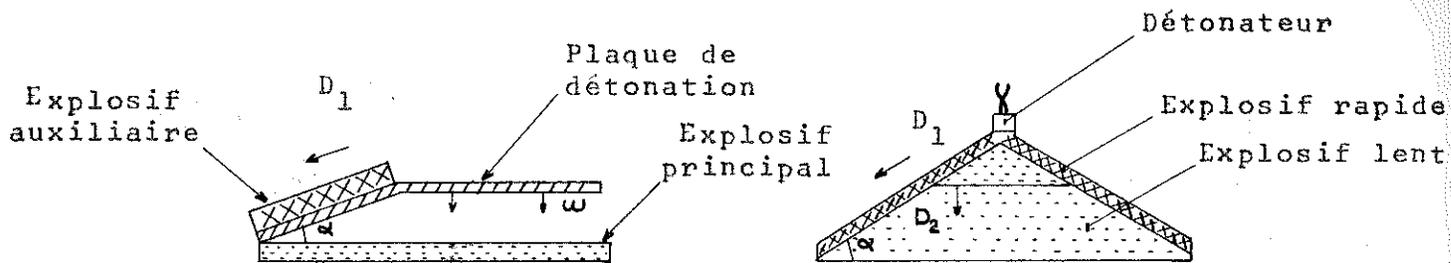


Fig. 6 - Générateur d'onde plane (Du 63)

$D_1$  - vitesse de détonation ;  
condition à réaliser :

$$\sin \alpha = \omega / D_1$$

Fig. 7 - Générateur d'onde plane (Du 63)

$D_1$  et  $D_2$  : vitesses de détonation ; condition

$$\text{à réaliser : } \sin \alpha = D_2 / D_1$$

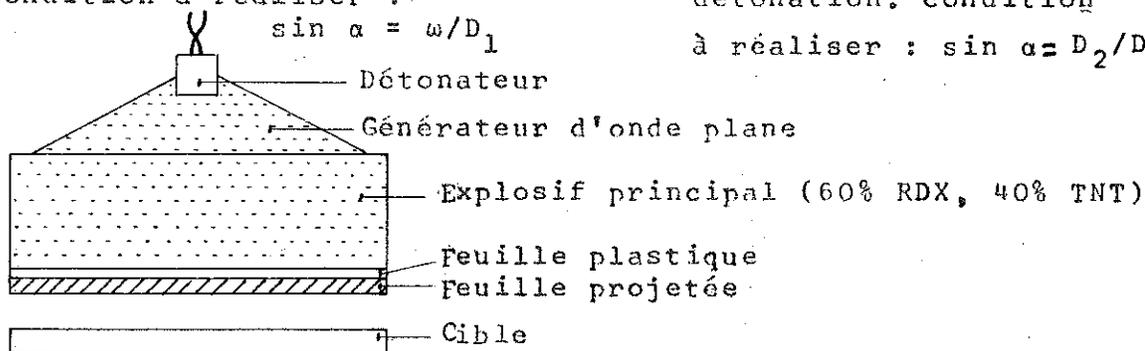


Fig. 8

Schéma de l'accumulateur de choc (Be 61)

de  $10^{-2}$  par des procédés d'enregistrement photographique à fente et miroir tournant. Le passage du choc peut être mis en évidence par l'ionisation et les luminosités produites dans de petites chambres remplies d'argon (Wa 55)(Fig. 9) et placées à des distances connues les unes des autres. L'écart entre les temps de passage de l'onde S en deux points de l'échantillon permet de calculer la vitesse d'onde U ; l'écart correspondant au passage de l'échantillon lui-même en deux points de l'espace permet de calculer la vitesse  $u_s$  de la surface libre. La luminosité induite par des chocs de faible intensité n'est pas suffisante pour impressionner la surface photographique sensible. Une méthode plus fructueuse, dite du "miroir incliné", utilise la propriété de certaines substances dont le coefficient de réflexion est brusquement

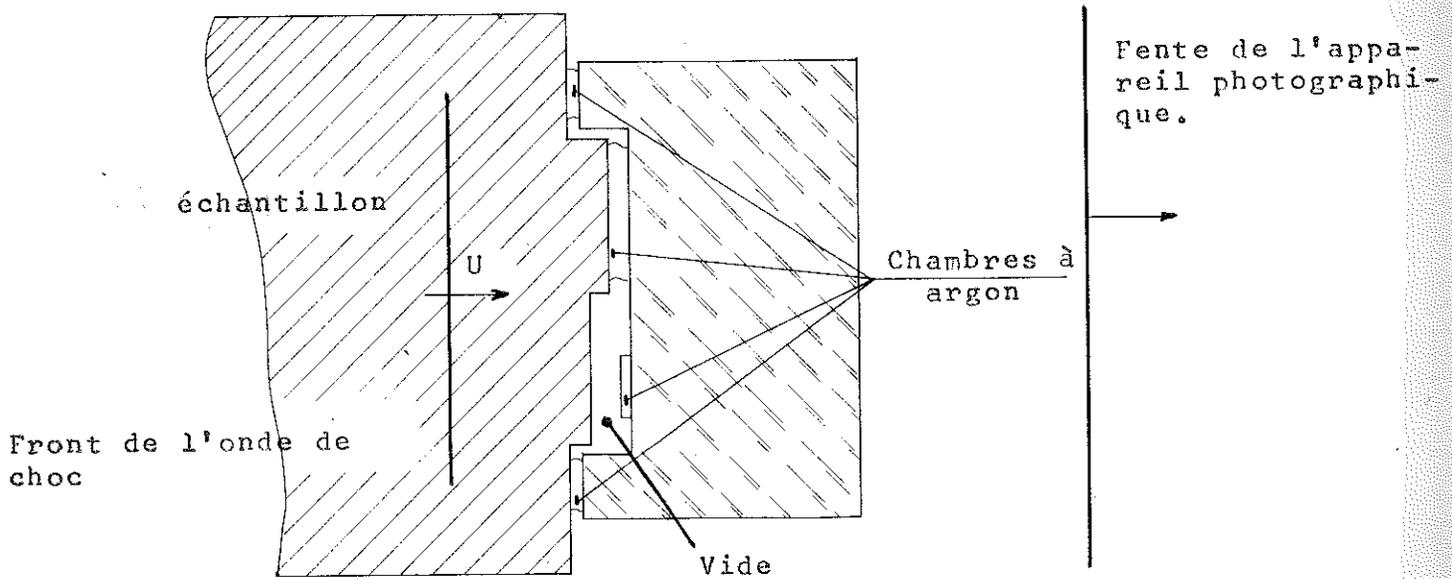


Fig. 9

La méthode des chambres à ionisation pour la mesure des vitesses d'onde et de surface libre (Du 63)

modifié sous l'influence du choc (Do 58 - Du 63). Le procédé du "levier optique" (Ma 60 - Fo 61 - Al 63) est le plus employé lorsque l'échantillon présente une surface polie dont le coefficient de réflexion n'est pas profondément modifié par le choc (fig. 10); la surface libre de l'échantillon présente un angle  $\theta$  avec le plan de l'onde de choc  $S$  (fig. 10); la vitesse apparente  $U_a$  de l'onde est alors égale à  $U/\sin \theta$  et la vitesse de la surface libre à  $b/2d \cdot U_a$ .

c) . Les mesures des vitesses par les méthodes électriques.

Le procédé des "pointes de touche" (Mi 55) est réservé aux substances conductrices de l'électricité ; l'échantillon, en se déplaçant sous l'action de l'onde de choc ferme successivement, par sa masse, différents circuits électriques à faible constante de temps ; cette méthode, dans son

principe, n'est pas différente de celle dite des "chambres à ionisation".

La vitesse de propagation  $U$  ainsi que la densité  $\rho$  peuvent se déduire de l'analyse de clichés de rayons-X. Une émission-éclair est obtenue par décharge de condensateurs entre la cathode et l'anode d'un tube à rayons-X ; cette décharge est synchronisée avec le passage de l'onde de choc par une grille, du type trigger. (Da 54 - Sh 58 - Gr 61).

#### D - Les principaux résultats expérimentaux.

M.H. Rice et ses collaborateurs (Ri 58) ont dressé, en 1958, la liste des principaux résultats obtenus par la méthode de choc direct ; les courbes de Hugoniot-Rankine déduites de la méthode indirecte de projection d'une plaque nous seront d'un plus grand usage par la suite. Nous n'indiquons que quelques exemples (fig. 12-13-14-15) tirés des travaux de Altshuler et de ses collaborateurs (Al 58) et de Mc Queen et Marsh (Qu 60) ; on notera que les pressions et les variations du volume spécifique sont déterminées à mieux de 3 %.

La possibilité de transformations polymorphiques des solides dans les conditions du choc semble bien établie : à la température ordinaire le bismuth présente six transitions entre 0 et 140 kbars (Bu 58). Pour le fer, la situation est heureusement moins complexe (fig. 11) ; à la pression ordinaire le fer possède une structure cubique à corps centré ( $\alpha$ ) stable à basse température et une structure cubique, à faces centrées ( $\gamma$ ) stable à haute température ; la température de

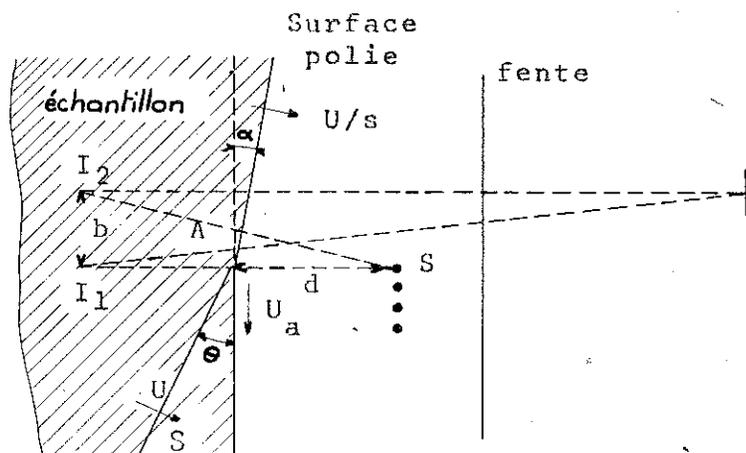
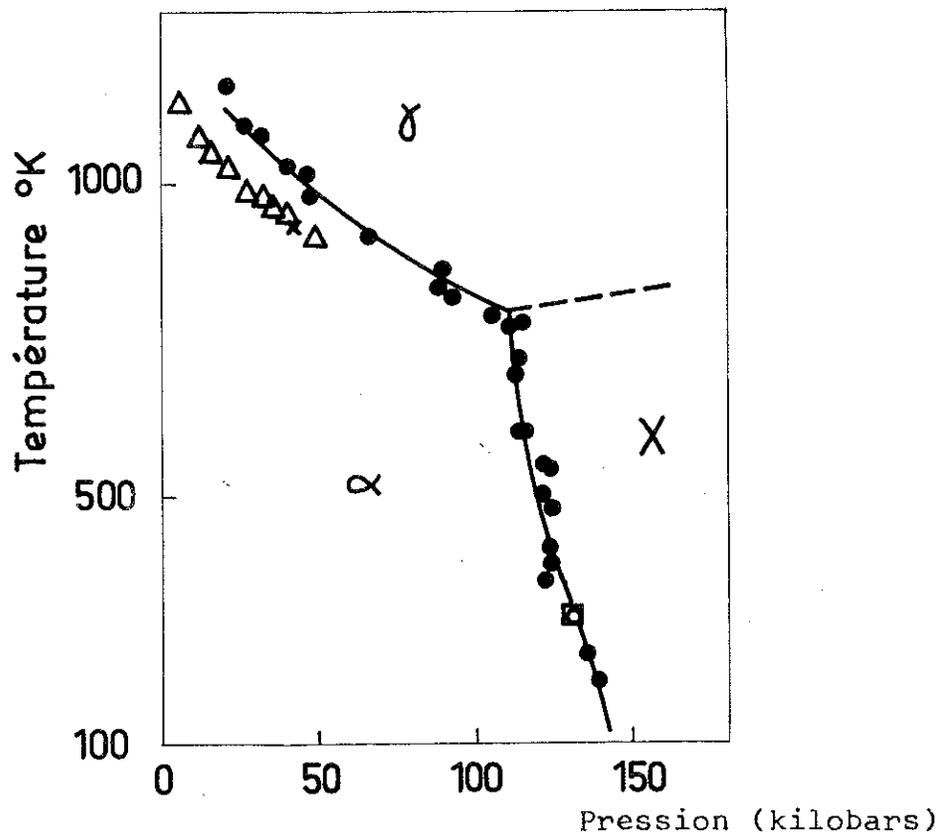


Fig. 10

Principe de la méthode d'enregistrement dite du "Lever Optique"  
(Du 63)

de transition  $\theta_t$  est égale à  $1183^\circ\text{K}$  ;  $\theta_t$  diminue lorsque la pression croît, au taux de  $10,9^\circ\text{K}$  par kilobar (Ke 63) ; on note une discontinuité dans la courbe d'équilibre  $[\theta_t(p)-p]$  vers  $530^\circ\text{C}$  et  $110$  kbars ; cette discontinuité correspond selon P. Johnson, B. Stein et S. Davis (Jo 62) à un point d'équilibre entre les deux formes  $\alpha$  et  $\gamma$ , et une troisième forme de fer, appelée X. Suivant ceux-ci, la structure X serait identique à la structure  $\alpha$  ; selon L. Kaufman (Ka 63b), il s'agirait d'une structure cubique à face centrée, type  $\gamma$ . J.C. Jamieson et A.W. Lawson (Ja 62) ont effectué récemment une étude radiocristallographique du fer à la température ordinaire sous pression jusqu'à  $133$  kbars ; en dépit de raies de diffraction inhomogènes, il semble cependant que la structure X soit une structure hexagonale compacte. On ne peut que souhaiter que cette étude soit reprise, à plus fortes pressions et dans un plus large intervalle de température.



- Peterson (ondes de choc)
- Balcan (compression statique)
- Johnson (analyse métallographique)
- × Kaufman (compression statique)
- △ Kennedy et Newton (compression statique)

Fig. 11 - Le diagramme du fer (Ka 63)

## CHAPITRE III

## LES EQUATIONS D'ETAT. APPLICATIONS

-----

Il n'existe aucun procédé direct de mesure des températures qui s'adapte aux conditions du choc en restant précis et sûr. Des méthodes indirectes permettent cependant de les évaluer ; leur principe est basé sur la décomposition de l'énergie interne  $E$  en trois termes, l'énergie d'interaction entre atomes au zéro absolu  $E_c$ , l'énergie associée aux vibrations du réseau  $E_T$  et l'énergie des électrons libres  $E_l$ . De la répartition de l'énergie entre ces trois termes, on peut déduire la valeur de la température atteinte au moment du choc. L'énergie d'interaction  $E_c$  des solides aux très fortes pressions peut être calculée en fonction du numéro atomique moyen à partir du modèle de Thomas-Fermi ou de celui de Thomas-Fermi-Dirac.

A - Les équations d'état des solides soumis aux fortes pressions.

L'énergie d'interaction  $E_c$  ne dépend que du volume ; une formule semi-empirique, déduite de la théorie des défor-

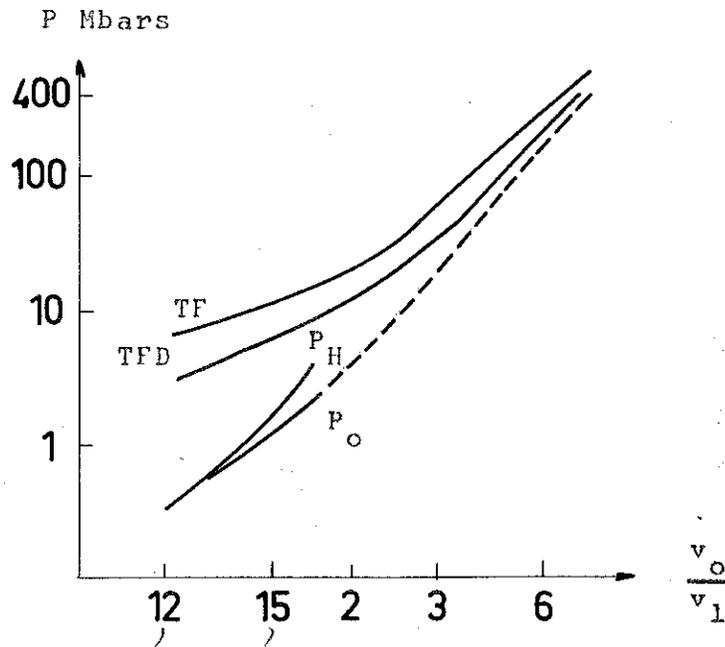


Fig. 12 (Lu 58) - Le Fer

- $P_H$  - Hugoniot-Rankine expérimentale
- $P_0$  - isotherme au zéro absolu
- TF - modèle de Thomas Fermi (Gombas)
- TFD - modèle de Thomas Fermi (Gombas)

mations finies de Murnaghan (Bi 62), permet de l'évaluer. La pression correspondante est :

$$P_{1,c} = - \frac{3}{2K} \frac{P_1}{P_0} \left[ \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{2/3} - 1 \right] ; \quad (20)$$

où  $K$  désigne la valeur de la compressibilité.

La valeur de  $p_{1,c}$  peut encore être établie à partir du modèle des forces d'attraction coulombienne et de répulsion

entre couches proposé à l'origine par Mie en 1905 ; si l'on pose :

$$E_c = a r^{-m} + b r^{-n} \quad (21)$$

on en déduit la valeur de la pression (Ki 56)

$$P_{l,c} = \frac{3}{K(n-m)} \left[ \left( \frac{P_l}{P_0} \right)^{\frac{n}{3} + 1} - \frac{a}{b} \left( \frac{P_l}{P_0} \right)^{\frac{m}{3} + 1} \right] \quad (22)$$

Dans la théorie de Debye l'énergie associée aux vibrations du réseau  $E_T$  ne dépend que de la valeur de la température absolue  $T$  ainsi que d'une température caractéristique du solide  $\theta$  et qui n'est fonction que du volume. La pression correspondante est (Kn 63) :

$$P_{l,T} = \frac{\gamma}{v} E_T \quad (23)$$

$$\text{avec } E_T = 9NkTf(\theta/T) \quad (24)$$

$$f(x) = \frac{1}{x^3} \int_0^x \frac{S^3 dS}{e^S - 1} \quad (25)$$

$$\gamma = - \frac{d \text{Log } \theta}{d \text{Log } v} = \frac{3va}{KC_v} ; \quad (26)$$

$N$  est le nombre d'Avogadro ;  $\gamma$  est le coefficient de Gruneisen. La chaleur spécifique  $C_v$ , la compressibilité  $K$  et le coefficient de dilatation thermique linéaire  $\alpha$  peuvent être déterminés expérimentalement.

Si l'on traite les électrons libres comme un gaz d'électrons complètement dégénérés, l'énergie  $E_l$  des électrons libres s'écrit (Be 61) :

$$E_{el} = 1/2 \beta T^2, \quad (27)$$

$\beta$  est un coefficient de chaleur spécifique fonction du seul volume  $v$  puisque la chaleur spécifique du gaz d'électrons est proportionnelle à la température.

B - La variation en fonction du volume de la constante de Grüneisen.

J.C. Slater (Sl 39) a établi la relation :

$$\gamma = - \frac{v}{2} \frac{(\partial^2 p / \partial v^2)}{\partial p / \partial v} - \frac{2}{3}, \quad (28)$$

dans l'hypothèse où la substance est isotrope et à coefficient de Poisson constant. On déduit la valeur de  $\gamma$  de la variation de la compressibilité en fonction de la pression; celle-ci a été mesurée par P.W. Bridgman (Br 58) pour de nombreux matériaux soumis à des pressions hydrostatiques jusqu'à 100 kbars.

J.S. Dugdale et D.K.C. Mc Donald (Du 53) ont proposé de modifier cette relation sous la forme :

$$\gamma = - \frac{v}{2} \frac{\partial^2 (pv^{2/3}) / \partial v^2}{\partial (pv^{2/3}) / \partial v} - \frac{1}{3} \quad (29)$$

On peut déterminer la valeur de  $\gamma$  à partir des données expérimentales  $U$  et  $u$  ; on a, avec une très bonne approximation, une relation entre  $U$  et  $u$  du type  $U = A + Bu$  ; le terme  $A$  doit s'identifier avec la vitesse moyenne du son dans le métal ; quant au facteur  $B$ , il peut être relié à la

constante  $\gamma$ , et l'on trouve (Be 61) :

$$B = \frac{\gamma_0 + 1}{2}$$

si l'on utilise la formulation de Slater.

$$B = \frac{\gamma_0}{2} + \frac{1}{3},$$

si l'on utilise l'expression de Dugdale et Mc Donald.

Pour obtenir la variation de  $\gamma$  en fonction du volume spécifique  $v$ , indépendamment d'hypothèses théoriques plus ou moins criticables, Zeldovich a proposé de modifier de manière substantielle les conditions initiales en utilisant le métal sous forme poreuse ; soit (1) les conditions obtenues à partir du métal compact, (2) à partir du métal poreux ; on a (Al 58) :

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2} \left[ \frac{v'_0 p_2 - v_0 p_1}{(p_2 - p_1)v} - 1 \right] ; \quad (30)$$

dans cette expression  $v'_0$  est le volume spécifique initiale du métal poreux,  $v$  est le volume obtenu par choc au moyen des pressions  $p_1$  et  $p_2$ . La valeur de  $\gamma$  ainsi trouvée pour le fer (Al 58) serait de 1,95 entre 0,4 et 1 Mbar, et de 1,6 de 1 à 2,8 Mbars ; on peut d'ailleurs montrer que pour une compression infinie, donc une température infinie,  $\gamma$  devrait être égal à 2/3 (Gi 56).

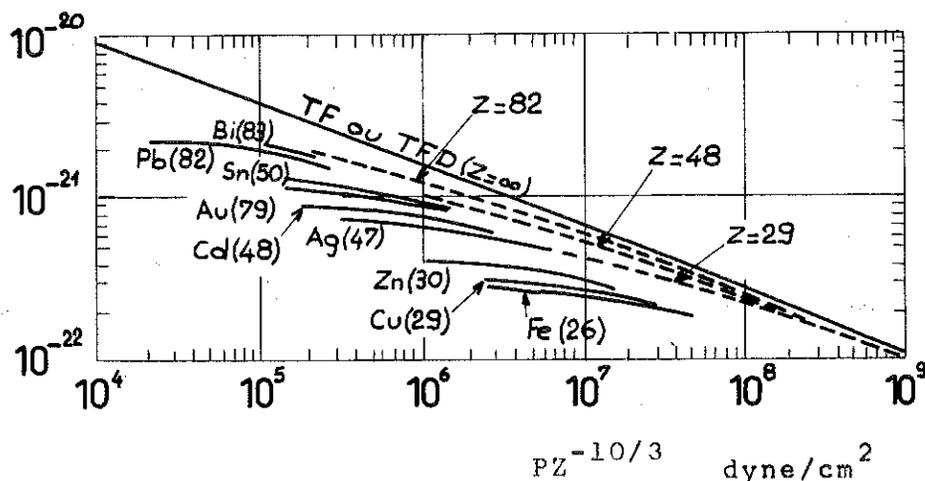
ZV cm<sup>3</sup>

Fig. 13

Comparaison entre les courbes de Hugoniot-Rankine expérimentales et les courbes déduites du modèle de Thomas Fermi (TF) et de Thomas Fermi-Dirac (Kn 63).

C - Comparaison entre les courbes p-v isothermes, adiabatiques et de Hugoniot-Rankine.

Les valeurs de p et de E doivent satisfaire à l'équation d'état des solides. Si l'on néglige l'énergie  $E_1$  des électrons libres, il vient :

$$E = E_c + E_T \quad (31)$$

et :

$$p = - \frac{dE_c}{dv} + \frac{\gamma}{v} (E - E_c) \quad (32)$$

Cette expression est dite équation d'état de Mie-Grüneisen.

Désignons par  $p_K$  et  $E_K$  la pression et l'énergie interne au zéro absolu, par  $p_H$  et  $E_H$  la pression et l'énergie interne le long de la courbe de Hugoniot-Rankine ;  $p_H$ ,  $p_K$ ,  $E_H$  et  $E_K$  sont fonction du volume seulement. On peut écrire :

$$p_H - p_K = \frac{\gamma}{v} (E_H - E_K) \quad (33)$$

et la relation de Dugdale-Mc Donald conduit alors à (Ri 58) :

$$-\frac{1}{3} - \frac{v}{2} \frac{d^2(p_K v^{2/3})/dv^2}{d(p_K v^{2/3})/dv} = \frac{v(p_H - p_K)}{\frac{1}{2} p_H (v_{O,H} - v) + E_{O,H} + \int_{v_{O,K}}^v p_K dv} \quad (34)$$

Par intégration, on obtient la courbe isotherme  $[p_K(v), v]$  (fig. 12).

De la relation de Dugale et McDonald, on déduit la variation du coefficient de Grüneisen  $\gamma$  en fonction du volume spécifique  $v$  ; en résolvant l'équation différentielle :

$$p_A = -\frac{dE_H}{dv} + (p_H - p_A) \frac{d(v/\gamma)}{dv} + \frac{v}{\gamma} \left( \frac{dp_H}{dv} - \frac{dp_A}{dv} \right) \quad (35)$$

On peut obtenir la courbe adiabatique  $[p_A(v), v]$  en fonction des données  $p_H(v)$ ,  $E_H(v)$  et  $\gamma(v)$ . A entropie constante, l'identité thermodynamique :

$$TdS = 0 = C_v dT + T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv \quad (36)$$

est une équation différentielle dont l'intégration fournit la valeur de la température en fonction du volume, soit :

$$T = T_i \exp \left( - \int_{v_i}^v \frac{\gamma}{v} dv \right) \quad (37)$$

Les conditions aux limites  $T_i$  et  $v_i$  sont celles données par l'étude, à la pression ordinaire, de la dilatation thermique. La relation (37), conjuguée avec la connaissance du réseau des courbes adiabatiques, permet de déterminer la température en n'importe quel point de la courbe de Hugoniot-Rankine.

#### D - Les courbes de fusion.

La valeur de la température  $T_1$  atteinte lors d'un choc peut être considérable si le choc est intense et bien supérieure à la température de fusion  $T_{f,0}$  du corps à la pression ordinaire. Pour une pression de 1,5 Mbars (Qu 60), elle est de 2021°K pour le cobalt, de 2111°K pour le nickel et de 3042°K pour le cuivre. Pour prévoir l'état de la substance dans les conditions du choc, il faut évaluer la variation de la température de fusion  $T_f$  en fonction de la pression. De l'allure de la courbe expérimentale de Hugoniot-Rankine, on peut cependant déduire l'existence d'un changement de phase, pour autant que l'énergie correspondante soit importante vis à vis de l'énergie interne totale.

La chaleur latente  $L$  et la variation du volume spécifique  $\Delta v$  sont généralement positives ; la relation de Clapeyron montre que  $T_f$  est une fonction décroissante de la pression. Comme  $T_1$  est une fonction croissante à dérivée croissante de la pression (Be 61), on en déduira qu'il existe une intensité de choc correspondant à la fusion.

On peut accéder théoriquement à la température de fusion  $T_f$  au moyen du modèle proposé en 1910 par F.A. Lindeman (Gi 56) qui suppose, dans un système d'oscillateurs disposés aux noeuds d'un réseau que la fusion apparaît lorsque l'amplitude des vibrations thermiques des atomes atteint la moitié de la distance qui les sépare. Cette relation, dans la théorie de Debye peut s'écrire :

$$T_f = k v_f^{2/3} \theta^2 \quad (38)$$

dans lequel  $v_f$  désigne le volume spécifique à la température de fusion.

L'équation empirique de fusion, proposée par F.Simon (Si 29) s'écrit :

$$p_f = c^{te} \left[ \left( \frac{T_f}{T_{f,0}} \right)^r - 1 \right] \quad (39)$$

où  $r$  est un paramètre ajustable. L. Salter (Sa 55) a établi l'expression équivalente :

$$p_f = c^{te} \left[ \left( \frac{T_f}{T_{f,0}} \right)^S - 1 \right] \quad (40)$$

avec :  $S = \frac{6\gamma + 1}{6\gamma - 1}$

en supposant le coefficient de Grüneisen invariant le long de la courbe de fusion.

Les valeurs de  $S$  ainsi calculées sont de l'ordre de 1,3 ; les valeurs expérimentales pour  $r$  sont comprises entre 3 et 10.

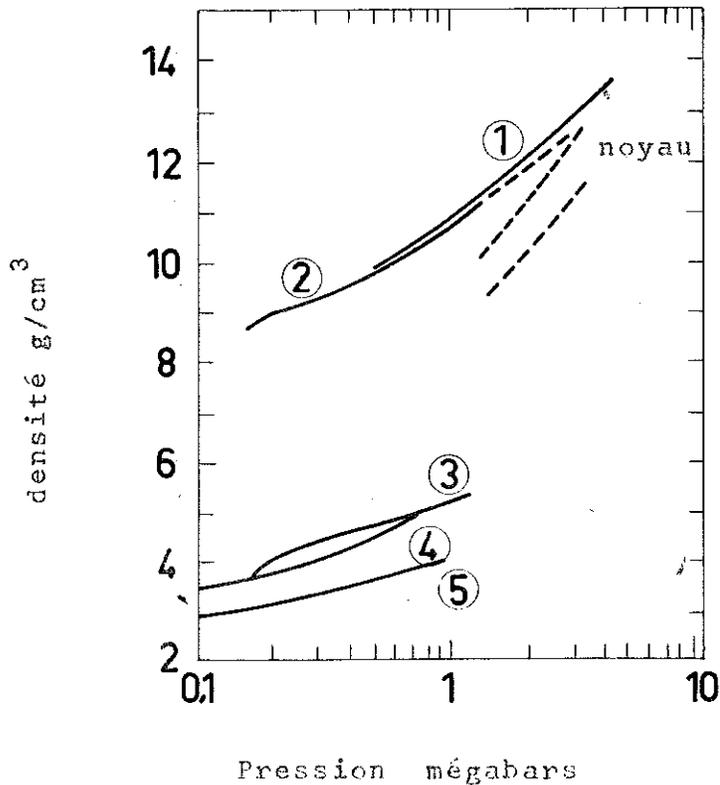


Fig. 14 - Variation de la densité en fonction de la pression (Bi 63)

- 1 - courbe de Hugoniot Rankine du Fer (Al 58)
- 2 - courbe de Hugoniot Rankine du Fer (Qu 60)
- 3 - courbe (P,ρ) pour le manteau (Bu 57)
- 4 - courbe de Hugoniot Rankine de l'olivine (Hu 58)
- 5 - courbe Hugoniot Rankine de l'aluminium (Ri 58)

Montrons quel type de renseignements on peut espérer déduire des courbes de fusion : on admet par exemple généralement que le Noyau extérieur est composé de fer en phase liquide et la Graine de fer en phase solide ; on peut définir les constantes de l'équation de Simon pour la fusion du fer à partir des résultats expérimentaux obtenus jusqu'à 100 kilobars (St 59) : connaissant la courbe de

fusion, et la pression régnant à l'entrée de la Graine, on peut espérer en déduire la valeur de la température elle-même.

La fusion a pu être mise en évidence, dans les conditions du choc, pour de nombreux éléments à points de fusion particulièrement bas (Qu 60). La courbe de Hugoniot-Rankine du fer (Al 58) semble présenter une discontinuité vers 3 mégabars, ce qui correspondrait à la pression à l'entrée de la Graine, mais ce résultat demande à être confirmé.

### E - Les équations d'état des solides soumis à des pressions extrêmement élevées.

Les solides très denses peuvent être étudiés sur la base de modèles simples. Nous allons exposer brièvement les principaux éléments de la théorie des équations d'état des solides de Thomas-Fermi (T-F) au zéro absolu. Considérons des atomes neutres, à symétrie sphérique, de rayon  $r_0$  ; leurs électrons, placés dans un potentiel radial  $V(r)$ , obéissent à la statistique de Fermi ; on les suppose équivalents à une distribution continue  $\rho_e(r)$  de densité de charge électronique. La pression  $p$  est égale à  $2/3 e_c(r)$ , où  $e_c(r)$  est la densité d'énergie cinétique des électrons à la distance  $r$  du noyau. La densité  $\rho_e(r)$  s'exprime par la relation :

$$\rho_e(r) = \frac{8\pi}{3h^3} [2me \{V(r) - V_0\}]^{3/2}$$

où  $m$  et  $e$  sont la masse et la charge d'un électron, et  $h$  la constante de Planck.

Après changement de variable, l'équation de Poisson liant la densité et le potentiel s'écrit (Ma 52) :

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{\phi^{3/2}}{x^{1/2}}$$

où  $x$  est la variable réduite  $r/\mu$ , avec :

$$\mu = \left(\frac{9\pi^2}{1282}\right)^{1/3} \left(\frac{h}{2\pi e}\right)^2 \frac{1}{m} = 0,8853 a_0 Z^{-1/3}$$

$$\phi(r) = r \cdot \frac{V(r) - V_0}{Ze^2}$$

Dans cette expression  $a_0$  désigne le rayon de Bohr de l'atome d'hydrogène, et  $Z$  est le nombre atomique. La pression  $p$  est égale à (Ka 63) :  $\frac{2}{15} \frac{Ze^2}{\mu} x_0^{1/2} \phi^{5/2}(x_0)$ . La forme équivalente fonction du volume atomique  $V$  :

$$(pZ)^{-10/3} (ZV) = 0,1506 \frac{e^2}{a_0} x_0^{1/2} \phi^{5/2}(x_0)$$

est l'équation d'état des solides de Thomas-Fermi. Elle permet de calculer théoriquement la pression en fonction du volume spécifique, pour un numéro atomique  $Z$  donné. (Fig. 12 et 13).

Le modèle de Thomas-Fermi ignore les interactions entre électrons, sauf en ce qui concerne l'effet d'écran. Elle néglige en particulier les interactions d'échange entre spins. F. Bloch en 1929 a montré que l'énergie d'échange par unité de volume est :

$$W_e = -\frac{3}{4} e^2 \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \rho_e^{4/3}$$

L'équation différentielle correspondant à ce nouveau modèle,

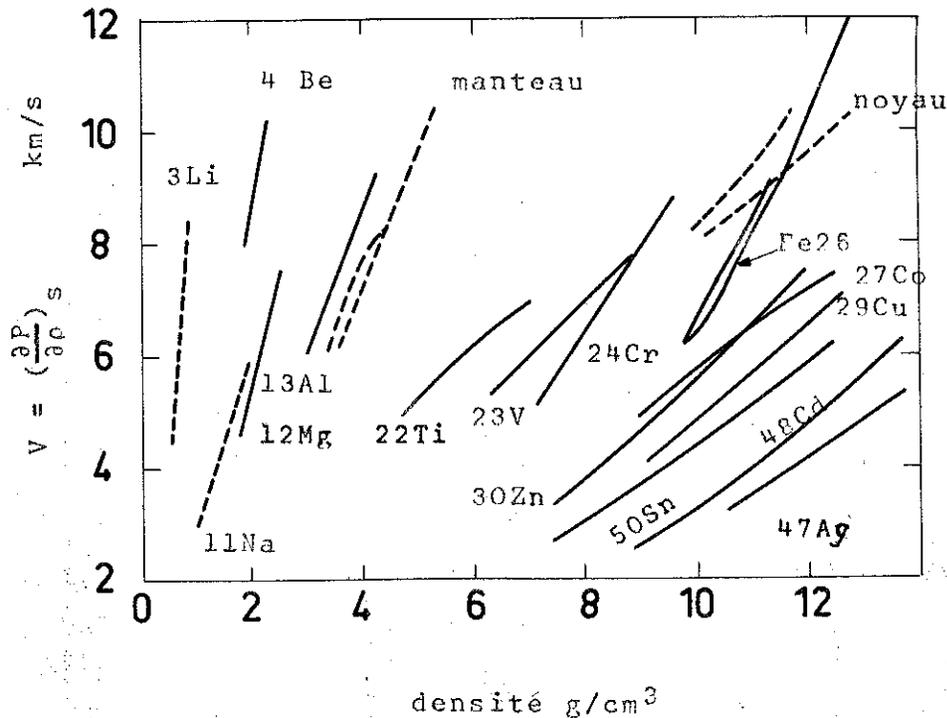


Fig. 15

La variation de la vitesse hydrodynamique  $V = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s$  avec la densité (Bi 63). Comparaison entre les courbes expérimentales pour les métaux et les courbes déduites des mesures sismiques et astronomiques.

dit de Thomas-Fermi-Dirac (T-F-D) s'écrit (Kn 63) :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = x \left\{ \epsilon + \left(\frac{\psi}{x}\right)^{1/2} \right\}^3$$

avec :  $\epsilon = 0,21187 Z^{-2/3}$

La valeur de la pression obtenue est modifiée du fait de l'introduction des interactions d'échange (fig. 13), sauf pour les plus fortes valeurs de  $Z$  : les modèles de Thomas-Fermi et de Thomas-Fermi-Dirac sont équivalents lorsque le nombre atomique  $Z$  est infini.

## CHAPITRE IV

## C O N C L U S I O N S

-----

- On notera (fig. 13) que les équations d'état de Thomas-Fermi-Dirac et les équations expérimentales de Hugoniot-Rankine (Al 58 - Qu 60 - Kn 63) sont en bon accord entre elles pour les éléments ayant un numéro atomique supérieur à 50. L'ordre successif des différentes courbes d'état est en gros celui prévu par la théorie ; le numéro atomique  $Z$  est un paramètre bien adapté à la description des phénomènes observés. L'accord est moins satisfaisant, donc moins significatif, pour les éléments du groupe du fer (fig. 12). Le comportement du fer ne correspond à celui prévu par la théorie que pour des pressions au moins égal à 100 Mbars, donc bien supérieures à celles qui règnent au centre de la Terre.

- Si l'on compare les courbes donnant la densité en fonction de la pression (fig. 14) et la vitesse hydrodynamique  $V$  en fonction de la densité (fig. 15) pour différents métaux et pour le Manteau et le Noyau, on aboutit à la conclusion que le numéro atomique moyen du Manteau est voisin de 13, que le numéro atomique moyen du Noyau extérieur est de 25 environ et que celui de la Graine est compris entre 26,3 (fig. 15) et 26 (fig. 14).

- Si l'on considère arbitrairement que le Noyau extérieur est formé d'un alliage à base de fer ( $Z = 26$ ) et de silicium ( $Z = 14$ ), on en déduit qu'il contient 92 % at. de fer et 8 % at. de silicium ; si l'on considère que la Graine est composée essentiellement de fer et de nickel, on en déduit que le taux en nickel est compris entre 0 et 15 % at. de nickel. Le Noyau extérieur et la Graine n'auraient pas la même composition chimique. Dans le cas le plus général, lorsque des phases liquides et solides sont en équilibre, elles n'ont pas la même composition. L'existence de deux domaines distincts par leur numéro atomique moyen confirmerait l'existence d'une Graine solide.

- On rencontre trois grandes catégories de météorites, les sidérites, composées essentiellement de fer pur (90,7 %) avec du nickel (8,5 %) et un peu de cobalt (0,6 %), les météorites pierreuses, de composition silicatée et les météorites intermédiaires contenant à la fois du fer et de l'olivine. Leurs numéros atomiques moyens peuvent correspondre à ceux de la Graine, du Manteau et du Noyau extérieur. On en déduit que les météorites peuvent être des fragments d'une planète analogue à la notre. C'est une énorme amélioration sur la voie suivie depuis Boisse (1850), qui déduisait de cette hypothèse la composition chimique de la Terre.

- En réalité les équations simples de Williamson et Adams s'adaptent mal au calcul des densités des milieux chimiquement hétérogènes (Bu 63). Les données actuelles sur les propriétés mécaniques des solides sous pression ne permettent pas d'assurer avec précision les numéros atomiques du Noyau extérieur et de la Graine (Bu 65). Les ordres de grandeur ne sont cependant pas modifiés.

- Le simple examen des numéros atomiques moyens du Manteau et du Noyau conduit à écarter deux idées répandues, la première consiste à supposer que le Noyau terrestre est composé d'hydrogène métallique, la seconde que le Noyau et le Manteau sont constitués d'une seule substance, mais sous deux formes différentes.

Les résultats obtenus dans l'étude du comportement des métaux sous l'action d'un choc intense, bien qu'imprécis et dispersés, fournissent des renseignements très utiles. Ils permettent en particulier d'éviter l'introduction d'hypothèses cosmogoniques dans l'étude des propriétés physiques et de la nature chimique du noyau terrestre.

## B I B L I O G R A P H I E

-----

- (Ad 64) ADAMS R.D. et RANDALL M.J.  
Bull. Seismological Soc. of America 54, 1299, 1964
- (Al 63) ALDER B.J.  
Solids under Pressure - W. PAUL et D.M. WARSCHAUER  
Mc Graw Hill, New York, 1963
- (Al 58) ALTSHULER L.V., KRUPNIKOV K.K. LEDENEV B.N.  
ZHUCHIKHINE V.I. et BRAZHNIK M.I.  
Sov. Phys. J.E.T.P. 7, 606 et 7, 614, 1958
- (Be 61) BERGER J.  
Physique des explosifs - Ministère des Armées -  
Service des Poudres, 1961.
- (Bi 52) BIRCH F.  
J. Geophys. Res. 57, 297, 1952.
- (Bi 63) BIRCH F.  
Solids under Pressure. W. PAUL et D.M. WARSCHAUER  
Mc Graw Hill, New York, 1963
- (Br 58) BRIDGMAN P.W.  
The Physics of High Pressure - G. Bell and Sons  
London, 1958.
- (Bu 57) BULLARD E.  
Verhandel. Ned. Geol. Mijnbouw. Genoot, 18, 23  
1957
- (Bu 53) BULLEN K.E.  
An Introduction to the Theory of Seismology -  
Cambridge. Univ. Press, New York, 1963.

- (Bu 63) BULLEN K.E. Geophys. J. 7, 584, 1963
- (Bu 65) BULLEN K.E. Geophys. J. 9, 195 et 233, 1965
- (Bu 58) BUNDY F.P., Phys. Rev. 110, 314, 1958
- (Co 52) COULOMB J., La constitution physique de la Terre - Albin Michel - Paris, 1952
- (Co 62) COULOMB J., Nucleus 5, 334, 1962.
- (Da 54) DAPOIGNEY J., KIEFFER J. et VODAR B. Comptes Rendus, 238, 215, 1954
- (Do 58) DORAN D.G., FOWLES G.R., PETERSON G.A. Phys. Rev. Letters, 1, 402, 1958
- (Du 53) DUDGALE J.S. et McDONALD D.K.C. Phys. Rev. 89, 832, 1953
- (Du 63) DUVALL G.E. et FOWLES G.R. High Pressure Physics and Chemistry R.S. BRADLEY - Acad. Press London 209-291, 1963
- (Fo 61) FOWLES G.R. - J. Appl. Phys. 32, 1475, 1961
- (Gi 56) GILVARRY J.J., Phys. Rev. 102, 308, 1956
- (Gr 61) GRUNDHAUSER F.J., DYSKE W.P. et BENNET S.D. Proc. of the Vth Inter. Conf. on High speed Phot, S.M.P.T.E. (Du 63)
- (Gu 39) GUTENBERG B. et RICHTER C.F. Gerl. B. Geophys. 54, 94, 1939, (Ad 64)
- (Gu 59) GUTENBERG B. - Physics of the Earth's Interior, Acad. Press New York, 1959
- (Hu 58) HUGHES D.S. et Mc QUEEN R.G. Trans. Ann. Geophy. Union 39, 959, 1958
- (Ja 62) JAMIESON J.C. et LAWSON A.W. J. Appl. Phys. 33, 776, 1962
- (Jo 62) JOHNSON P. STEIN B. et DAVIS S. J. Appl. Phys. 33, 557, 1962

- (Je 62) JEFFREYS H.  
The Earth - Cambridge Univ. Press, New York, 1962
- (Ka 63) KAUFMAN L. - Solids under Pressure  
W. PAUL et D.M. WARSCHAUER, Mc Graw Hill,  
New York, 1963
- (Ke 63) KENNEDY G.C. et NEWTON R.C. - Solids under Pressure  
W. PAUL et D.M. WARSCHAUER, Mc Graw Hill,  
New York, 1963
- (Ki 56) KITTEL C.  
Introduction to Solid State Physics.  
John Wiley, New York, 1956
- (Kn 63) KNOPOFF L. -  
High Pressure Physics and Chemistry -  
Bradley R.S. Acad. Press London, 1963
- (La 64) LACAM A. et LALLEMAND M.  
J. Phys. Rad. 25, 402, 1964
- (Lu 58) LUBIMOVA H.A. - Geophys. J. 1 115, 1958
- (Ma 60) MARSH S.P. et Mc QUEEN R.G.  
Bull. Am. Phys. Soc. II, 5, 506, 1960
- (Ma 52) MARSH N.H. - Proc. Camb. Phil. Soc. 48, 665, 1962
- (Mi 55) MINSHALL F.S. - J. Appl. Phys. 26, 463, 1955
- (Qu 60) Mc QUEEN R.G. et MARSH S.P.  
J. of Appl. Phys. 31, 1253, 1960
- (Ri 58) RICE M.H., Mc QUEEN R.G. et WALSH M.  
Solid State Phys. 6, 1, 1958
- (Sa 54) SALTER L. - Phil. Mag. 45, 369, 1954
- (Sh 58) SHALL R. - Explosive Stoff, 6, 1958 (Du 63)
- (Si 29) SIMON F. - Z. Electrochem, 45, 369, 1929  
Nature, 172, 746, 1953
- (Sl 39) SLATER J.C. - Introduction to Chem. Phys.  
Mc Graw Hill, New York, 1939

- (St 59) STRONG H.M. et BUNDY F.P. Phys. Rev. 115, 278, 1959  
STRONG H.M. - J. Geophys. Res. 64, 653, 1959
- (Wa 55) WALSH J.M. et CHRISTIAN R.H.  
Phys. Rev., 97, 1544, 1955
- (Wi 23) WILLIAMSON E.D. et ADAMS L.H.  
J. Washington Acad. Sci. 13, 413, 1923 (Bi 63)
- (Wy 63) WYLLIE P.J. - High Pressure Physics and Chemistry  
R.S. Bradley - Acad. Press London, 1963.